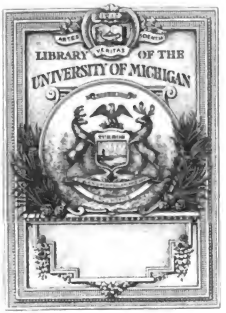
C 364921



Digitized by Google

QA
5
.N43
1767

Digitized by Google

Digitized by Google

ENCYCLOPÉDIE
MÉTHODIQUE
NOUVELE ÉDITION ENRICHIE DE REMARQUES
DÉDIÉE À LA SÉRÉNISSIME
RÉPUBLIQUE DE VENISE
MATHÉMATIQUES
TOME SECOND.

BIBLIOTECA DELLA R. PEDAGOGIA D'ITALIA

À PADOUE
M. DCC. LXXXIX.
Avec Approbation et Privilége.

Digitized by Google

Digitized by Google

Hist. Sec. Géom. 7-1-22 26219

FACE, ſ. f. *en Géométrie*, déſigne, en général, un des plans qui compoſent la ſurface d'un polyedre : ainſi, on dit que l'hexaedre a ſix *faces*. *Voyez* POLYEDRE.

La *face* ou le plan ſur lequel le corps eſt apuié, ou ſuppoſé apuié, eſt appelé proprement ſa *baſe*, & les autres plans gardent le nom de *face*. Chacune des *faces* peut ſervir de baſe, ou être ſuppoſée ſervir de baſe. Cependant, lorſqu'un corps eſt long & étroit, comme un obéliſque, on prend pour baſe la *face* la moins étendue. (*O*).

FACETE, ſ. f. (*Géom.*) eſt le diminutif de *face*. Il ſe dit des plans qui compoſent la ſurface d'un polyedre, lorſque ces plans ſont fort petits.

Les miroirs & verres qui multiplient les objets, ſont taillés à *facetes*. *Voyez* VERRE À FACETES *ou* POLYEDRE. (*O*).

FACTEUR, ſ. m. (*Arith. & Alg.*) eſt un nom que l'on donne à chacune des deux quantités qu'on multiplie l'une par l'autre, c'eſt-à-dire, au multiplicande & au multiplicateur, par la raiſon qu'ils ſont & conſtituent le produit. *Voyez* MULTIPLICATION.

En général, on appele, *en Algebre*, *facteurs* les quantités qui forment un produit quelconque. Ainſi, le produit $a\,b\,c\,d$, a pour *facteurs* a, b, c, d.

Les *facteurs* s'appelent autrement *diviſeurs*, ſurtout en *Arithmétique*, & lorſqu'il s'agit d'un nombre qu'on regarde comme le produit de pluſieurs autres. Ainſi, 2, 2, 3, ſont diviſeurs de 12 ; & le nombre 12 peut être conſidéré comme compoſé des trois *facteurs*, 2, 2, 3, *&c.* & ainſi du reſte. *Voyez* DIVISEUR.

Toute quantité algébrique de cette forme $x^{m} + a\,x^{m-1} + b\,x^{m-2} \ldots\ldots + r$, peut être diviſée exactement par $x + p$ ou $x + q$, p & q étant des quantités réelles ; & par conſéquent $x\,x + p\,x + q$ eſt toujours un *facteur* de cette quantité. Je ſuis le premier qui aie démontré cette propoſition. *Voyez les Mémoires de l'Académie de Berlin*, 1746. Voyez *auſſi* IMAGINAIRE, FRACTION RATIONELLE, ÉQUATION, *&c.*

La difficulté d'intégrer les équations différentielles à deux variables, conſiſte à retrouver le *facteur* qui a diſparu par l'égalité à zéro. M. Fontaine eſt le premier qui ait fait cette remarque. *Voyez* INTÉGRAL.

FACULES, (*Aſtron.*), *faculæ*, *luculi*, ſont les endroits plus clairs dans le diſque du ſoleil dont parloit déja Galilée ; on les a appelées ainſi par un diminutif de *Fax* flambeau ; ce ſont en effet des parties qui ſemblent un peu plus lumineuſes que le reſte du diſque ſolaire (*Voyez* Scheiner, *p.* 517), mais que l'on a de la peine à diſtinguer. Il ſembleroit, dit Caſſini, que le ſoleil y eſt plus épuré qu'ailleurs (anciens Mém. X, *page* 605 — 662) ; Lahire les appele *taches lumineuſes* (Journal des Savans, 1686) ; elles environnent chaque amas de taches ; on les voit encore dans les endroits où les taches ont paru ; & ſouvent la *facule*, qui envelopoit un amas de taches, ſe diſtingue du reſte du ſoleil par un plus grand éclat (Hiſtoire de l'Acad. 1705, *page* 126) ; c'eſt une atmoſphere plus claire qui ſuccede quelquefois à l'atmoſphere obſcure (Mém. 1703, *page* 130). Les *facules* redevienent des taches (anciens Mém. *page* 663) ; M. Silberſchlag les compare à des vapeurs lumineuſes, & les obſervoit très-diſtinctement, ſur-tout près des bords du ſoleil, au mois d'octobre 1768 (M. Bernoulli, *Lettres Aſtron.* 1771, *p.* 5). Le 20 juillet 1643, Hévélius voyoit une traînée d'ombres & de *facules* dont la longueur étoit plus d'un tiers du ſoleil (Selenogr. *pag.* 87, 506).

M. Meſſier ſe propoſe d'en publier beaucoup d'obſervations ; les *facules* lui ont ſervi pluſieurs fois à prévoir l'apparition des taches qui n'étoient pas encore entrées ſur le diſque du ſoleil. *Voyez* TACHES DU SOLEIL. (*D. L.*)

FAISCEAU, (*Optique*) ; aſſemblage d'une infinité de rayons de lumiere qui partent de chaque point d'un objet éclairé, & s'étendent en tout ſens. Alors ceux d'entre ces rayons qui tombent ſur la portion de la cornée qui répond à la prunelle, feront un cône dont la pointe eſt dans l'objet, & la baſe ſur la cornée ; ainſi, autant de points dans l'objet éclairé, autant de cônes de rayons réfléchis : or c'eſt l'aſſemblage de différens *faiſceaux optiques* de rayons de lumiere, qui peint l'image des objets renverſés dans le fond de l'œil.

Digitized by Google

Voyez RAYON, VISION, *&c.* (*M. le Chevalier de Jaucourt.*)

FAUTE, (*Hydr.*). Les *fautes* ſont inévitables, ſoit dans les conduites ou tuyaux qui amenent les eaux, ſoit dans les baſſins & pieces d'eau, & il n'eſt ſouvent pas aiſé d'y remédier. Quand les tuyaux conduiſent des eaux forcées, la *faute* ſe découvre d'elle-même par la violence de l'eau; mais, dans les eaux roulantes ou de décharge, il faut quelquefois découvrir toute une conduite pour connoître la *faute*: on remet alors de nouveaux tuyaux, on les ſoude, on les maſtique, ſuivant leur nature. Le moyen de connoître une *faute* dans un baſſin de glaiſe, eſt de mettre ſur l'eau une feuille d'arbre, de la paille ou du papier, & de ſuivre le côté où elle ſe rend. On y fait ouvrir le corroi; on remanie les glaiſes; &, pour les racorder avec les autres, on les coupe en marches ou par étages, & jamais en ligne droite, ce qui feroit perdre l'eau. (*K*)

FAUX, (*Aſtron.*) eſt une des phaſes des planetes, qu'on appele communément *croiſſant*.

Les aſtronomes diſent que la lune, ou toute autre planete, eſt en faux, *falcata*, quand la partie éclairée paroît en forme de faucille ou de *faux*, que les Latins appelent *falx*.

La lune eſt en cet état depuis la conjonction juſqu'à la quadrature, ou depuis la nouvele lune juſqu'à ce qu'on en voie la moitié, & depuis la quadrature juſqu'à la nouvele lune; avec cette différence que, depuis la nouvele lune juſqu'à la quadrature, le ventre ou le dos de la *faux* regarde le couchant, étant néceſſairement tourné vers le ſoleil, & que, depuis la quadrature juſqu'à la nouvele lune, le ventre regarde le levant. (*O*).

FAUX, adj. (*Arith. & Alg.*) Il y a, en arithmétique, une regle qu'on appele *regle de fauſſe poſition*. Elle conſiſte à partager un nombre en parties proportioneles à des nombres que l'on détermine relativement à l'état d'une queſtion. Pour faire ce partage, on n'a beſoin quelquefois que d'une ſeule ſuppoſition de parties proportioneles à celles du nombre qu'il faut diviſer; quelquefois il faut faire deux ſuppoſitions.

Regle d'une ſeule Fauſſe Poſition.

Je ne puis mieux expliquer cette regle que par des exemples.

EXEMPLE I. *Partager* 658^{tt} *entre trois perſones, de maniere que la ſeconde ait trois fois autant que la premiere, & la troiſieme autant que les deux autres à la fois?*

Je ſuppoſe que la part de la premiere perſone ſoit 1^{tt}; la part de la ſeconde, ſera 3^{tt}; & la part de la troiſieme, ſera 1^{tt} plus 3^{tt}, ou 4^{tt}. La totalité de ces trois parts eſt 8^{tt}. Ainſi la ſuppoſition que j'ai faite eſt fauſſe, puiſqu'elle ne me donne que 8^{tt} pour la totalité des parts ſuppoſées, tandis que la totalité des vraies parts eſt 658^{tt}. Mais il eſt évident que les parts ſuppoſées ſont proportioneles aux vraies parts, & que la totalité des parts ſuppoſées eſt à chacune des parts ſuppoſées, comme la totalité des vraies parts eſt à chacune des vraies parts. On aura donc les vraies parts par ces trois proportions.

1°. 8 : 1 :: 658^{tt} : premiere part vraie qu'on trouve être 82^{tt} 5^{l}.

2°. 8 : 3 :: 658^{tt} ſeconde part vraie qu'on trouve être 246^{tt} 15^{l}.

3°. 8 : 4 :: 658^{tt} : troiſieme part vraie qu'on trouve être 329^{tt}.

EXEMPLE II. *Partager le nombre* 720 *en trois parties, telles que la premiere ſoit à la ſeconde, comme* 3 *eſt à* 4, *& que la ſeconde ſoit à la troiſieme, comme* 5 *eſt à* 6?

Suppoſons que la premiere part ſoit exprimée par 1: en faiſant cette proportion 3 : 4 :: 1 : un quatrieme terme, ce quatrieme terme $\frac{4}{3}$ repréſentera la ſeconde part; & en faiſant cette autre proportion, 5 : 6 :: $\frac{4}{3}$: un quatrieme terme, ce quatrieme terme $\frac{24}{15}$ ou $\frac{8}{5}$ repréſentera la troiſieme part. La totalité de ces trois parts eſt 1 plus $\frac{4}{3}$ plus $\frac{8}{5}$, c'eſt-à-dire, (en réduiſant les deux fractions au même dénominateur, & l'entier 1 en une fraction qui ait ce même dénominateur), $\frac{15}{15}$ plus $\frac{20}{15}$ plus $\frac{24}{15}$; ce qui ſe réduit à $\frac{59}{15}$. D'où l'on voit que la ſuppoſition eſt fauſſe; mais on aura les vraies parts, en faiſant ces trois proportions:

1°. $\frac{59}{15}$: 1 :: 720: premiere vraie part qu'on trouve être 183$\frac{3}{59}$.

2°. $\frac{59}{15}$: $\frac{4}{3}$ :: 720: ſeconde vraie part qu'on trouve être 244$\frac{4}{59}$.

3°. $\frac{59}{15}$: $\frac{8}{5}$ :: 720: troiſieme vraie part qu'on trouve être 292$\frac{32}{59}$.

EXEMPLE III. *Trouver un nombre dont la moitié, le quart & le cinquieme faſſent enſemble* 60?

Repréſentons le nombre cherché par 1, ſa moitié ſera $\frac{1}{2}$; ſon quart, $\frac{1}{4}$; & ſa cinquieme partie, $\frac{1}{5}$. Je réduis les trois fractions $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$ au même dénominateur; elles deviennent $\frac{10}{20}$, $\frac{5}{20}$, $\frac{4}{20}$, ou bien $\frac{10}{40}$, $\frac{10}{40}$, $\frac{8}{40}$. Puis je les ajoute enſemble, ce qui me donne $\frac{19}{20}$ pour la totalité des parts ſuppoſées. La ſuppoſition eſt fauſſe; mais elle va donner le vrai nombre cherché, en faiſant cette regle de trois ſimple.

Si la fraction $\frac{19}{20}$ *contient la moitié, le quart & le cinquieme de* 1; *de quel nombre*, 60 *contient-il la moitié, le quart & le cinquieme?*

Ainſi, la proportion qui réſout cette queſtion eſt $\frac{19}{20}$: 1 :: 60: au nombre cherché qu'on trouve être 63 $\frac{3}{19}$.

Regle de deux Fauſſes Poſitions.

Les exemples précédens n'ont demandé qu'une ſeule fauſſe poſition; le ſuivant & ceux de même nature en demandent deux.

EXEMPLE. *Partager* 200^{tt} *entre trois perſones, de maniere que la ſeconde ait deux fois autant que la premiere, &* 6^{tt} *de plus; & que la troiſieme ait autant que les deux autres, &* 10^{tt} *de plus?*

Digitized by Google

En ſuppoſant que la part de la premiere perſone ſoit 1^{tt} ; celle de la ſeconde ſera 2^{tt} plus 6^{tt} , ou 8^{tt} ; celle de la troiſieme ſera 1^{tt} plus 8^{tt} plus 10^{tt} , ou 19^{tt} ; & la totalité de ces trois parts ſera 28^{tt} . Cette ſuppoſition eſt fauſſe , parce que la totalité des parts ſuppoſées ne fait pas 300^{tt} . De plus, les parts ſuppoſées ne ſont pas proportionelles aux véritables parts. Car, dans la ſeconde part, il entre le nombre invariable 6^{tt} ; &, dans la troiſieme , il entre le nombre invariable 6^{tt} plus 10^{tt} , ou 16^{tt} . Or, en faiſant changer la premiere part 1 , les deux nombres invariables , dont nous venons de parler , empêcheront que la ſeconde & la troiſieme parts ne changent proportionelement à la premiere . Si nous voulons donc avoir des proportions pareilles à celles du premier cas , négligeons dans la ſeconde & la troiſieme parts ſuppoſées , les nombres invariables qui les affectent ; & retranchons la ſomme 6^{tt} plus 16^{tt} , ou 22^{tt} de ces mêmes nombres , du nombre propoſé 300^{tt}. Il nous reſtera 278 à partager en trois parties, telles que la ſeconde ſoit double de la premiere , & que la troiſieme ſoit égale à la ſomme des deux autres . Ainſi, on aura les trois parts véritables de ce dernier énoncé , en faiſant ces trois proportions :

1°. 6 : 1 :: 278^{tt} : premiere part qu'on trouve être 46^{tt} 6^{s} 8^{d}.

2°. 6 : 2 :: 278^{tt} : ſeconde part qu'on trouve être 92^{tt} 13^{s} 4^{d}.

3°. 6 : 3 :: 278^{tt} : troiſieme part qu'on trouve être 139^{tt}.

Maintenant, pour avoir les parts conformément à l'énoncé de la queſtion fondamentale , il faut ajouter 6^{tt} à la ſeconde des parts qu'on vient de trouver , & 16^{tt} à la troiſieme . Par ce moyen , on aura,

Premiere part cherchée	46^{tt}	6^{s}	8^{d}
Seconde part cherchée	98	13	4
Troiſieme part cherchée	155	0	0
Somme	300^{tt}		

En Algebre, on appele quelquefois racines *fauſſes* , les racines *négatives* d'une équation . *Voyez* NÉGATIVE . (*L. B.*)

FENTE , (*Hydraul.*) : ſe dit, dans une gerbe d'eau , de pluſieurs *fentes* circulaires oppoſées l'une à l'autre , que l'on appele *portions de couronnes* . Ce ſont ſouvent des ouvertures en long , formant de petits parallélogrammes . (*K*).

FEU (*Pompe à*), (*Hydraul.*). La premiere a été conſtruite en Angleterre ; pluſieurs auteurs ſe ſont occupés ſucceſſivement à la perfectioner & à la ſimplifier. On en peut regarder Papin comme l'inventeur : car que fait celui qui conſtruit une *pompe à feu* ? il adapte un corps de pompe ordinaire à la machine de Papin. *Voyez ſon Ouvrage* .

Tout ce que nous allons dire de cette pompe , eſt tiré d'un mémoire qui nous a été communiqué avec les figures qui y ſont relatives , par M. P.... homme d'un mérite diſtingué , qui a bien voulu s'intéreſſer à la perfection de notre ouvrage .

Détail explicatif de la Machine du bois de Boſſut , proche Saint-Guilain , en la province du Hainaut autrichien , pour élever les eaux par l'action du feu.

ARTICLE 1. *Du balancier , qui eſt la principale partie de la machine ; des jantes qui l'acompagnent , & de leurs dimenſions* . Le balancier eſt compoſé d'une groſſe poutre *a* , *b*, de 26 pieds 8 pouces ſur 20 & 23 pouces de groſſeur , *Pl. III & IV* , ſoutenue dans le milieu par deux tourillons *c* , *d*, de trois pouces de diametre, dont les paliers portent ſur un des pignons du bâtiment qui renferme la machine. Les extrémités de cette poutre ſont acompagnées de deux jantes canelées *e* , *f* , de 8 pieds 2 pouces de longueur , ſur 20 & 22 pouces de groſſeur , dont la courbe a pour centre le point d'apui *g*. Les chaînes qui y ſont ſuſpendues , ſont toujours dans la même direction : la premiere *b* porte le piſton du cylindre ; & la ſeconde *i* le grand chevron, qui meut les pompes aſpirantes pour élever l'eau du puits , laquelle ſe décharge dans la baſche *K* , où elle eſt toujours entretenue . Sur une des faces de la même poutre, eſt atachée une autre jante *l* de ſix pieds de longueur ſur 5 pouces par les deux bouts , & dans le milieu 11 pouces , ſur 3 pouces d'épaiſſeur , ſemblable aux précédentes , qui fait agir le régulateur avec le robinet d'injection ; elle ſoutient une chaîne *m* , à laquelle aboutit une couliſſe *m* 2 , ſervant à ouvrir & fermer le robinet d'injection , & à mouvoir le diaphragme nommé *régulateur* , qui regle l'action de la vapeur de l'eau chaude .

ART. 2. *D'une pompe refoulante , avec ſon tire-boute & ſes dimenſions* . Le tire-boute *n* a 9 pieds 3 pouces de longueur , ſur 1 pouce de diametre , *Pl. IV* , eſt ataché avec des écrous & étriers de fer, au grand chevron aboutiſſant au piſton *O*, d'une pompe refoulante de 4 pouces 4 lignes de diametre , qui éleve à 36 pieds une partie de l'eau de la baſche *K* provenant du puits , montant par un tuyau *p* de 5 pouces 5 lignes de diametre , ſe déchargeant dans une cuvete *q*, *Pl. III* , *Fig. 6* , qui repréſente le plan du troiſieme étage réduit , ainſi que tous les autres plans de cette machine , à une échele ſous-double de celle des coupes verticales , contenues dans les *Planches IV & V*. Cette cuvete ſert à entretenir le robinet d'injection dont on expliquera l'effet . Le piſton de cette pompe eſt de 4 pouc. 2 lig. de diametre ; il eſt ſemblable à celui du plan 7.

ART. 3. *Des pompes aſpirantes qui élevent l'eau ſucceſſivement du puits , avec les dimenſions* . L'ouverture du puits *XY* , *Pl. I* , *Fig.* 1 , qui eſt le plan du rez-de-chauſſée , eſt de ſix pieds en carré , ſur 244 pieds de profondeur ; & de 60 pieds en 60 pieds , il y a deux baſches *K* , *r* , viſibles dans la

Planche IV, dont on peut connoître les dimenſions par l'échele de cette planche. Dans la baſche *r*, eſt un corps de pompe aſpirante de 9 pouces de diametre; & dans la baſche *K*, trempe le tuyau d'aſpiration de la pompe ſupérieure de 4 pouces 6 lignes de diametre. Tous les piſtons de ces pompes ont 8 pouces 3 lignes de diametre, ſur 6 pieds de levée. *Voyez* leur conſtruction, *Pl. III*, *Fig.* 23, 24, 25, 26. Les chevrons qui ſoutienent les piſtons ont 3 pouces carrés, & ſont ſuſpendus à un autre *i*☉☿ de ſix pouces en carré, compoſé de pluſieurs pieces liées les unes aux autres, comme on le voit par le profil, *Fig.* 22, *Pl. VI.* Ils compoſent un train ſuſpendu à la jante du balancier qui eſt au deſſus du centre du puits, & au fond duquel eſt un puiſart où vienent ſe raſſembler les eaux de tous les rameaux de la mine. Dans ce puiſart, trempe le premier tuyau d'aſpiration d'une pompe qui aſpire l'eau à 28 pieds de hauteur, & remonte par le tuyau au deſſus du piſton de 32 pieds, pour ſe décharger dans les baſches; d'où elle eſt repriſe par une ſeconde pompe, qui l'éleve encore à 28 pieds plus haut, & 32 pieds plus haut que le piſton, & ſucceſſivement par d'autres qui la font monter de baſche en baſche, parce que tous les piſtons de ces pompes jouent tous enſemble. Au reſte, on voit, *Planche IV*, la manœuvre d'un relai; il y en a encore trois ſemblables avant d'ariver au puiſart: on obſervera que le puits dont nous parlons, n'a lieu que pour puiſer les eaux de la mine.

Art. 4. *De la ſituation du balancier, lorſque la machine ne joue pas.* La charge que ſoutient la chaîne *i*☉☿, *Pl. IV*, & le tire-boute *n* eſt beaucoup plus grande que celle que portent les chaînes *h*, *m*, lorſque le poids de la colonne d'air n'agit pas ſur le piſton *u*; ainſi, la ſituation naturele du balancier eſt de s'incliner du côté du puits, au lieu que la *Planche V* le repréſente dans un ſens contraire, c'eſt-à-dire, dans celui où il ſe trouve lorſque l'injection d'eau froide ayant condenſé la vapeur renfermée dans le cylindre, le poids de la colonne d'air fait baiſſer le piſton: alors l'eau du puits eſt aſpirée, & celle de la baſche *K* eſt reſoulée dans la cuvete *q*. Mais quand la vapeur vient à s'introduire dans le cylindre, ſa force étant ſupérieure au poids de la colonne d'air, ſoulève le piſton, laiſſe agir le poids des attirails que porte la chaîne *i*☉☿, & le tire-boute *no*, & le balancier s'incline du côté du puits, qui eſt la ſituation où il reſte lorſque la machine ne joue pas, parce qu'il s'introduit de l'air dans le cylindre au deſſous du piſton, qui ſe met en équilibre par ſon reſſort avec le poids de celui qui eſt au deſſus.

Art. 5. *Le mouvement du balancier eſt limité par des chevrons à reſſort.* Pour limiter le mouvement du balancier & amortir ſa violence, pour que la machine n'en reçoive point de trop grandes ſecouſſes, l'on fait ſortir en dehors du bâtiment les deux extrémités *W* des deux poutres, pour ſoutenir deux chevrons à reſſort recevant les boulons *X*, *Pl. III & IV*, qui traverſent le ſommet des jantes du balancier; & c'eſt la même choſe du côté du cylindre pour le ſoulager dans ſa chute.

Art. 6. *Deſcription du cylindre avec ſes dimenſions.* Le cylindre *y Z*, *Pl. IV & V*, eſt acompagné des tuyaux qui contribuent au jeu de la machine; il eſt de fer coulé bien alaiſé, il a intérieurement 2 pieds 6 pouces 6 lignes, ſur 8 pieds ſix pouces de hauteur en dedans œuvre, & un pouce d'épaiſſeur. A ſix pouces au deſſous de ſon ſommet *&c.* regne tout autour un bord *AY*, ſur lequel eſt atachée une coupe de plomb *AB*, de 12 pouces de hauteur; & a 3 pieds 6 pouces plus bas, il y a un ſecond rebord *O*, ſervant à le ſoutenir ſur les deux poutres *D*, où il eſt arrêté par deux traverſes de bois *E*.

Art. 7. *Le cylindre eſt percé de deux trous oppoſés pour deux cauſes eſſentieles.* A trois pouces au deſſus de la baſe, le cylindre eſt percé de deux trous oppoſés l'un à l'autre, chacun acompagné d'un collet *F*; ils ont intérieurement 3 pouces 10 lignes de diametre. Le premier ſert à introduire le tuyau d'injection *G*; & le ſecond aboutit à un godet de cuivre *H*, dans le fond duquel eſt une ſoupape chargée de plomb ſuſpendue à un reſſort de fer, pour la maintenir toujours dans la même direction: cette ſoupape, que l'on nomme *reniflante*, ſert à évacuer l'air que la vapeur chaſſe du cylindre, lorſqu'on commence à faire jouer la machine, & enſuite celui qui y eſt porté par l'injection, & qui empêcheroit ſon effet, s'il n'avoit aucune iſſue.

Art. 8. *Deſcription du fond du cylindre.* Le fond *Z I* du cylindre eſt une plaque de fer poſtiche, atachée avec des vis à écrous; il eſt traverſé par un tuyau *L* d'un pied de hauteur, ayant intérieurement ſix pouces de diametre, l'un & l'autre coulés enſemble de maniere qu'une moitié ſe trouve dans le cylindre, pour empêcher que l'eau, qui tombe ſur le fond, n'entre dans l'alambic, & l'autre moitié en dehors, pour faciliter la jonction du cylindre avec le régulateur & l'alambic.

Art. 9. *L'eau provenant d'injection, s'évacue par le fond du cylindre.* Le fond du cylindre eſt encore percé vers ſa circonférence, d'un trou *N* de 4 pouces 4 lignes de diametre, avec un collet *C I* de 6 pouces de hauteur. Il a pour objet de faciliter l'évacuation de l'eau d'injection par un tuyau de cuivre *h m l*, *Pl. V.*

Art. 10. *Deſcription du piſton qui joue dans le cylindre, avec ſes dimenſions.* Le piſton *u* dans les mêmes planches, & dont la conſtruction eſt repréſentée en grand, *Fig.* 17, 18 *&* 19, *Pl. VI*, dont la tige *de* a 4 pieds de hauteur, eſt un plateau de fer *R S* de 2 pieds 6 pouces 4 lignes de diametre, ſur un pouce d'épaiſſeur. Aux extrémités, ſont appliquées deux ou trois bandes d'un cuir *a a a* fort épais, ſaillant d'une ligne ſur le pourtour du piſton. L'on maintient ce cuir inébranlable, en le chargeant d'un anneau de plomb de 2 pouces ſix

Digitized by Google

lignes de largeur, divisés en trois parties égales, chacune accompagnée d'une queue C. Le centre de ce piston est percé d'un trou qui reçoit le bout de la tige *de*, par le moyen d'un tenon arrêté avec une clavete, & cette tige est suspendue à la chaîne du balancier.

ART. 11. *De quelle maniere l'eau de la cuvete d'injection s'introduit dans le cylindre.* Au fond de la cuvete *q*, *Pl. IV & V*, qui fournit l'eau d'injection, aboutit un tuyau de plomb *GP* de 2 pouces 2 lignes de diametre, qui s'introduit dans le cylindre en passant au travers du collet *F* (*art.* 7.) Ce tuyau est terminé par un ajutage plat, dont l'œil a deux pouces 2 lignes de diametre réduit, d'où sortent environ 8 pintes d'eau froide pour chaque injection, suivant l'expérience que j'en ai faite, & qui se fait par le moyen du jeu de la clef d'un robinet *P*, *Pl. VI*, qui s'ouvre & se ferme alternativement, comme il sera expliqué à l'*article* 28.

ART. 12. *De quelle maniere l'eau s'introduit au dessus du piston.* Il y a un robinet *R*, *Pl. V*, dont l'œil a 14 lignes de diametre réduit. Le tuyau *Q* a 2 pouces 2 lignes de diametre, par lequel on fait couler sans cesse de l'eau au dessus du piston, provenant de la cuvete *q*: cette eau sert à humecter le cuir, & empêcher l'air extérieur de s'insinuer dans le cylindre; pour que cette eau ne déborde pas la coupe lorsque le piston vient à remonter, & pour évacuer le superflu, on a joint le tuyau *SSS* de 4 pouces 4 lignes de diametre, qui va se rendre dans le réservoir provisionel *V*, *Pl. IV*, placé en dehors du bâtiment. La partie supérieure *SN* sert au même effet, c'est-à-dire, à décharger le superflu de la cuvete *q*, provenant d'une pompe refoulante (*art.* 2.).

ART. 13. *Description de la chaudiere qui compose le fond de l'alambic, avec ses dimensions.* L'alambic, *Pl. IV & V*, est composé d'une chaudiere *XYz&*, évasée de 3 pouces par le haut, ayant un diametre de 7 pieds 8 pouces par le haut, & 7 pieds 3 pouces par le bas, sur 3 pieds 6 pouces de profondeur, sans y comprendre 3 pouces de bombage dans le milieu; elle est accompagnée d'un plat-bord *aa* de 11 pouces de faillie, qui s'apuie sur une retraite *X&* de 2 pouces ménagés dans la maçonerie qui entoure cette chaudiere, dont la surface extérieure est isolée par une petite galerie *XYz&*, & *lmnoIK*, *Fig.* 2, *Pl. I*, de 9 pouces de largeur par le haut, & 12 par le bas, qui regne tout autour, & dans laquelle circule la fumée du fourneau *Ybcz*, pour entretenir la chaleur & l'eau bouillante.

ART. 14. *Description du chapiteau de l'alambic.* Le chapiteau *Xd&*, *Pl. IV & V*, (où l'on voit le plan, & différentes parties du régulateur), a 4 pieds de hauteur, sur 9 pieds 6 pouces de diametre; il a la forme d'un dôme composé de plusieurs plaques de cuivre liées ensemble par des rivetes, & revêtues de maçonerie sur la hauteur de 2 pieds 3 pouces, pour le fortifier contre la force de la vapeur, & le garantir des atteintes de tout ce qui pouroit l'endomager. Son sommet est terminé par une piece de cuivre batu, percée d'un trou de 6 pouces 6 lignes de diametre; le sommet est acompagné d'un collet de 3 pouces 1 ligne de faillie, pour se racorder avec le tuyau de communication *L* qui joint le cylindre. Le régulateur est le sommet du chapiteau de l'alambic.

ART. 15. *Explication des parties qui apartiennent au régulateur ou diaphragme, avec ses dimensions.* Les lettres *aaa*, *Fig.* 12, *Pl. III*, représentent un anneau de fer, dont le diametre intérieur est de 11 pouces 8 lignes, sur un pouce 6 lignes de largeur, & 6 lignes d'épaisseur. Les quatre supports cotés des lettres *b*, *b*, *b*, *b*, qui suspendent l'anneau *aaa*, ont 4 pouces 6 lignes de hauteur, sur 9 lignes en carré; à l'anneau est ataché un ressort de fer *GcH* du profil, *Fig.* 15, & *NO* du plan, *Fig.* 12, de 2 pouces de largeur, sur 3 lignes d'épaisseur, servant à soutenir le régulateur *d*, dont le diametre est de 7 pouces, & est acompagné d'un manche dont l'extrémité *e* est percée carrément, pour recevoir l'essieu vertical *fg*, *Fig.* 16, ayant son centre du mouvement éloigné de 6 pouces 7 lignes du centre du régulateur: le pivot inférieur de cet essieu joue dans un trou *f* pratiqué dans l'anneau *aaa* ou *GH*, *Fig.* 16. La partie *e* ou *ik*, *Fig.* 16, du régulateur est liée par une clavete à l'essieu vertical *fg*, & la partie *il* de cet essieu, qui est arondie, joue exactement dans un canon *ln*, adapté à la plaque *NO*, *Fig.* 13 & 16. La partie supérieure *lg* de l'essieu vertical reçoit une clef qui communique le mouvement du régulateur dont le bouton *m*, *Fig.* 15, gliſſe sur le ressort *GcH*, qui est fort poli, en descendant de *c* en *m*: ce mouvement ouvre l'orifice *no*, qui a intérieurement 5 pouces 6 lignes de diametre, sur 13 pouces 6 lignes de hauteur. La *Figure* 13, qui est la plaque dont on a parlé, est plombée au sommet de l'alambic, pour que l'air ne s'introduise pas. La *Figure* 14 représente en plan la partie supérieure du tuyau *L*, désignée par *LM*, *Fig.* 15 & 16, par laquelle ce tuyau se racorde avec celui qui est au centre de la base du cylindre, avec des vis & des écrous (*art.* 8.).

ART. 16. *Situation de l'alambic & du fourneau dans le bâtiment qui renferme la machine.* L'on voit l'emplacement de l'alambic dans les bâtimens où il est renfermé, par les figures qui représentent les plans des différens étages, dont le premier est élevé de 7 pieds au dessus du niveau des terres; & à 3 pieds 6 pouces plus bas, est le niveau du cendrier: l'on y verra une coupe horizontale du fond de l'alambic, *Pl. II*, *Fig.* 3, acompagnée d'un revêtement de maçonerie qui en soutient le chapiteau; de cet étage, l'on peut descendre par un escalier *ab*, dans l'endroit où est le fourneau, *Fig.* 1 & 2. Le fond dudit fourneau est une grille *C*, élevée de quatre pieds au dessus du niveau du cendrier *d* (*Voyez* les profils, *Pl.*

Digitized by Google

IV & V), servant de foyer; & on introduit le charbon de terre ou de bois par une ouverture *e*, vis-à-vis de laquelle eſt une porte *f* qui répond au rez-de-chauſſée. On a pratiqué une ventouſe *g f* dans l'épaiſſeur du maſſif de la maçonerie, afin que l'air extérieur puiſſe aiſément s'introduire dans le cendrier ſous la grille, pour animer le *feu*, dont la fumée ne peut s'échapper par la cheminée *I K*, oppoſée à l'entrée du fourneau, qu'après avoir circulé autour de la chaudiere dans la galerie *l m n o I K*, *Fig.* 2, *Pl. I.*

ART. 17. *Au deſſus du chapiteau de l'alambic, eſt une ventouſe, pour laiſſer échaper la vapeur quand elle eſt trop forte.* Sur la ſurface du chapiteau de l'alambic, il y a un bout de tuyau *f*, *Pl. V*, de 4 pouces de hauteur, ſur 2 pouces 3 lignes de diametre, ſoudé verticalement ſur le chapiteau. Au ſommet de ce tuyau, eſt adapté une ſoupape chargée de plomb, que l'on nommera *ventouſe*, dont l'objet eſt de donner iſſue à la vapeur de l'alambic, lorſqu'elle devient trop forte; cette ſoupape ſe leve aſſez ſouvent quand le régulateur eſt formée, & que le piſton deſcend.

ART. 18. *Uſages des deux tuyaux pour éprouver la hauteur de l'eau dans l'alambic.* L'on remarquera l'ellipſe *a*, *b*, *Fig.* 5, *Pl. II*, dont le grand axe a 18 pouces, & le petit 12. C'eſt une plaque de cuivre qui ſe détache quand on veut entrer dedans l'alambic, lorſqu'il y a quelques réparations à y faire. A cette plaque, ſont attachés aux endroits *c*, *g* deux tuyaux de 11 lignes de diametre, dont le premier *c* eſt plus court que le ſecond *g*. Celui *g* deſcend juſqu'au niveau *a*, *a*, du plat-bord de la chaudiere, comme on peut voir, *Pl. V.* Ces tuyaux ont au ſommet chacun une clef de robinet ſervant à éprouver à quelle hauteur eſt la ſurface de l'eau dans l'alambic; par exemple, ſi, en les ouvrant, on s'aperçoit qu'ils donnent tous deux de la vapeur, c'eſt une marque que l'eau eſt trop baſſe; & au contraire, s'ils donnent tous deux de l'eau, c'en eſt une qu'elle eſt trop haute: mais, ſi l'un donne de l'eau & l'autre de la vapeur, alors la ſurface de l'eau eſt à une hauteur convenable, ce qui arive quand elle ſe rencontre à 4 & 5 pouces au deſſus du plat-bord *a*, *a*, de la chaudiere: ſi l'eau ſort par les tuyaux d'épreuve, cela vient de ce que la vapeur faiſant éfort de toutes parts pour s'échaper, preſſe la ſurface de l'eau dans laquelle le tuyau trempe, & l'oblige à monter comme dans les pompes foulantes.

ART. 19. *De quelle maniere on évacue la vapeur de l'alambic pour arrêter la machine.* Au chapiteau de l'alambic, *Pl. IV*, eſt adapté un tuyau de plomb *r*, *f*, *t*, que l'on nomme *cheminée*, dont l'extrémité *t*, qui aboutit hors du bâtiment, eſt fermée d'une ſoupape chargée de plomb, atachée à une corde qui paſſe ſur une poulie *M*. Ce tuyau, qui a 4 pouces 4 lignes de diametre, ſert à évacuer la vapeur en ouvrant la ſoupape lorſqu'on veut arrêter la machine, & à lui donner une échapée lorſqu'elle acquiert aſſez de force pour lever la ſoupape; autrement l'alambic ſeroit en danger de crever.

ART. 20. *Uſage d'un réſervoir proviſionel pour fournir de l'eau à l'alambic.* Il y a en dehors du bâtiment deux murs *a*, *b*, *Fig.* 1, 2, 3, *Pl. I & II*, de maçonerie, ſur leſquels eſt placé un réſervoir proviſionel *V*, *Fig.* 3, *Pl. IV*, fait de madriers doublés de plomb; il contient 339 pieds cubes ou 42 $\frac{1}{2}$ muids d'eau, que l'on entretient ordinairement à cette quantité. Cette eau provient du ſuperflu de la cuvete *q* d'injection, qui deſcend par les tuyaux cotés des lettres *N*, *S*; ce réſervoir eſt acompagné d'un tuyau *R T* de 2 pouces 2 lignes de diametre; il ſert à introduire de l'eau dans l'alambic par le moyen d'un robinet *m*, dont l'œil a 2 pouces 2 lignes de diametre réduit; & on vide ledit alambic par le moyen d'un autre tuyau de cuivre *z W Q* de 3 pouces 3 lignes de diametre, acompagné du robinet *W*, dont l'œil a 2 pouces de diametre réduit. Ce tuyau paſſe ſous le réſervoir proviſionel.

ART. 21. *De quelle maniere l'eau d'injection ſort du cylindre.* On a dit (*art.* 9) que le collet *C N*, *Pl. IV*, facilite l'évacuation de l'eau d'injection qui tomboit dans le cylindre; pour cela, le collet eſt racordé avec un tuyau de cuivre *h*, *l*, *m*, *Pl. V*, nommé *rameau d'évacuation* de 4 pouces 4 lignes de diametre, qui va aboutir au fond d'une petite citerne *n*, dont on voit le plan, *Fig.* 2, *Pl. I*, dans laquelle ſe décharge environ les $\frac{4}{5}$ de l'eau tiede d'injection: à ce rameau, il y a une ſoupape *P* dans la citerne, ſuſpendue à un reſſort de fer: cette ſoupape, qui eſt fermée quand le piſton deſcend, & qui eſt toujours baignée d'eau, afin que l'air extérieur ne puiſſe y entrer, eſt chargée de plomb, de maniere que le poids de l'eau, qui remplit le rameau d'évacuation, ne puiſſe lever à chaque injection la ſoupape, qu'il ne ſoit aidé par la force de la vapeur. A la citerne, il y a une décharge *P q*, de ſuperficie, repréſentée *Figure* 2, *Pl. I.*

ART. 22. *Une partie de l'eau d'injection paſſe dans l'alambic pour ſuppléer au déchet que cauſe la vapeur.* L'on remarquera que le godet *a*, *Pl. V*, communique par un tuyau horizontal à un autre tuyau de cuivre *i k*, nommé *tuyau nourricier*, de 2 pouces 2 lignes de diametre, ſur 8 pieds ſix pouces de hauteur, dont une partie trempe dans l'eau de l'alambic juſqu'à 15 pouces du fond, & l'autre partie ſaille de 2 pieds 10 pouces en dehors; l'on ſaura que $\frac{1}{2}$ qui nous reſte de l'eau d'injection, & qui ſort tied du cylindre, vient remplacer par ce tuyau le déchet que cauſe la vapeur à l'eau de l'alambic, qui ſe trouve par-là toujours entretenue à la même hauteur.

ART. 23. *Deſcription du tuyau nourricier.* Avant dit (*art.* 18) que la force de la vapeur faiſoit monter l'eau bouillante dans des tuyaux d'épreuves lorſqu'ils y trempoient, l'on voit que la même cauſe doit auſſi la faire monter dans le tuyau nour-

Digitized by Google

ricier *i k*, puiſqu'il eſt ouvert par les deux bouts ; & à un pouce au deſſus du plat-bord *a*, *a*, il y a un trou à l'endroit *m*, par où monte l'eau bouillante, qui fait voir qu'il faut en remettre dans la chaudiere pour conſerver le plat-bord, l'eau monte juſqu'à un certain point où la vapeur la ſoutient en équilibre avec le poids de la colonne d'air qui eſt oppoſé.

ART. 24. *De quelle maniere ſe font les opérations des articles* 22 *&* 23. L'action de la vapeur ne pouvant pouſſer de bas en haut le piſton avec une force capable de ſurmonter le poids de la colonne d'air dont il eſt chargé, ſans preſſer de haut en bas avec la même force, la ſurface de l'eau qui eſt tombée dans le fond du cylindre ; cette eau qui eſt refoulée dans les deux rameaux, de maniere que celui d'évacuation *h*, *l*, *m*, en reçoit les 1 (*art.* 21), & l'autre $\frac{1}{2}$ paſſe par le collet *Z*, *a*, & le tuyau horizontal dans le tuyau nourricier, où elle contraint l'eau chaude qui s'y trouve de deſcendre pour en occuper la place, juſqu'à l'inſtant que, renouvelant les opérations, elle l'obligera de paſſer à ſon tour au fond de l'alambic.

ART. 25. *Détails des pieces qui font jouer le régulateur*. Ces pieces ſont repréſentées au plan, *Figure* 5, *Pl. II*, & en perſpective, *Figure* 20, *Pl. VI*, où l'on voit deux poteaux *d d*, ſoutenant un eſſieu *e*, *b*, ſur lequel paſſent les anneaux d'un étrier 1, 2, 3, 4. Cet étrier eſt traverſé par un boulon 4, autour duquel joue une fourche 55, dont la queue *A* aboutit à la clef *B* du régulateur (*art.* 15). Au même eſſieu, eſt fixée une pate *c e* 6 à deux griſes, & dont la partie *e* ſert de manche au marteau ou poids 6. Les deux griſes embraſſent le boulon 4 de l'étrier : ſur le même axe ſont encore deux branches de fer 7, 8, 9. Dans la ſituation que l'on voit ces attirails, le régulateur eſt ouvert ; il produit des vapeurs dans le cylindre ſous le piſton, & le robinet *P* d'injection eſt fermé.

ART. 26. *De quelle maniere le chevron pendant fait agir le régulateur & le robinet d'injection*. On a dit (*art.* 1) que la chaîne *l m* atachée à une des jantes du balancier, portoit une couliſſe *m a*, qui n'eſt autre choſe qu'un chevron pendant de 16 pieds 6 pouces de longueur, ayant une feute dans le milieu. Cette couliſſe, dont on voit une portion *X Y*, *Fig.* 20, joue de même ſens que le piſton, & ſert à communiquer le mouvement au régulateur & au robinet d'injection ; elle enfile ſur le rez-de-chauſſée du premier étage un bout de madrier *z* de 3 pieds 6 pouces de longueur, ſur 14 pouces de large & 4 d'épaiſſeur, qui la maintient toujours verticale en montant ou en deſcendant dans le trou *C*, pratiqué au deſſous de ſa direction, comme on peut voir dans la *Planche IV*.

ART. 27. *De quelle maniere le mouvement ſe communique au régulateur*. La fente de la couliſſe, *Fig.* 20, *Pl. VI*, eſt traverſée d'un boulon revêtu de pluſieurs morceaux de cuirs au deſſus duquel vient ſe rendre par intervalle la branche 8, 9. A l'inſtant que le piſton étant parvenu au bas du cylindre, le régulateur s'ouvre pour laiſſer paſſer la vapeur, alors le balancier éleve la couliſſe *X Y*, le boulon fait monter l'extrémité 9 de cette branche, par conſéquent fait tourner l'eſſieu qui releve le poids 6, & pendant ce temps-là l'étrier reſte immobile, à cauſe de l'intervalle qui eſt entre les griſes ; mais auſſi-tôt que le poids 6 a paſſé la verticale, il imprime, en tombant du côté du cylindre une force à une des griſes qui frape le boulon 4, le chaſſe, & l'étrier en arriere, & par conſéquent la manivele *B* ferme alors le régulateur ; quand la couliſſe monte, elle entraîne avec elle la branche 8, 9, qui fait tourner l'eſſieu. L'eſſieu, en tournant, & la chute du poids 6 font monter auſſi l'autre branche 8, 7. Peu après, cette couliſſe venant à deſcendre, une cheville *S*, atachée à une de ſes faces, ramene la branche 8, 9, qui fait tourner l'eſſieu & releve le poids 6, qui tombe enſuite de la gauche à la droite ; l'autre griſe pouſſe en avant l'étrier qui étoit reſté immobile pendant la deſcente de la couliſſe, alors la manivele ouvre le régulateur ; les chutes du marteau 6 ſont limitées de part & d'autre par des cordes atachées aux parties fixes du bâtiment dans lequel la machine eſt renfermée.

ART. 28. *Détail des pieces qui appartiennent au robinet d'injection*. La clef du robinet d'injection *P*, *Fig.* 20, *Pl. VI* & *Pl. IV*, eſt en forme d'une pate d'écreviſſe ou de fourche, dans laquelle agit une broche de fer *m*, qui la frape par un mouvement de vibration, tantôt d'un ſens & tantôt de l'autre pour ouvrir & fermer le paſſage de l'eau de la cuvete *q* dont on a parlé. Cette broche *M* atachée à l'eſſieu d'un levier *n o*, ſur lequel ſe meut un marteau *R* échancré par-deſſus, pour s'acrocher par intervalle dans une coche pratiquée à un morceau de bois *T V*, nommé *décliq*, qui paſſe au travers d'une fente pratiquée au poteau pendant, l'extrémité *T* eſt mobile autour d'un boulon, & l'autre *V* baiſſe & hauſſe ſuivant le mouvement de la couliſſe *X Y*.

ART. 29. *Explication du mouvement qui fait agir le robinet d'injection*. On ſaura qu'à l'une des faces de la couliſſe oppoſée à celle dont on vient de parler (*art.* 27), eſt auſſi atachée une cheville qui ſoulève le décliq *T V*, lorſque la couliſſe eſt parvenue à ſa plus haute élévation ; alors le marteau *R* ceſſant d'être ſoutenu, tombe avec violence ſur le levier ou broche *m*, & agit contre une des branches de la fourche qui forme la clef ; ce qui ouvre le robinet *P* d'injection. Pendant que l'eau jaillit dans le cylindre court, *Fig.* 4, le marteau repoſe ſur une piece de bois, après avoir décrit une courbe *R P*. Après cette opération, la couliſſe *X Y* redeſcend ; & la cheville, qui a levé le décliq, rencontrant en chemin le levier *n S*, l'oblige de deſcendre pour relever le marteau *R*, & le remettre dans ſa premiere ſituation. Cela ne ſe peut faire ſans que la broche *m* ne pouſſe en avant l'autre pate de la clef du robinet, pour la

Digitized by Google

ramener d'où elle étoit partie. Le robinet d'injection se referme donc jusqu'au moment où la coulisse remontant de nouveau, recomence la premiere manœuvre pour faire ouvrir ledit robinet d'injection.

ART. 30. *Conclusion sur le jeu du régulateur, & celui du robinet d'injection.* Il suit de ce qu'on vient d'exposer, que la coulisse descendant, elle ferme le robinet d'injection immédiatement après le régulateur, dans l'instant qu'elle est parvenue au plus bas; & qu'au contraire, lorsqu'elle est montée au plus haut, le robinet d'injection s'ouvre, & le régulateur se ferme; ainsi, ces deux effets, quoique contraires, entretiennent toujours la machine dans un mouvement régulier, lorsque la chaleur du fourneau est uniforme, & que toutes les autres pieces de la machine agissent comme il faut.

Il faut remarquer que l'on rend le jeu du régulateur & celui du robinet d'injection plus ou moins prompts, selon que les chevilles, qui accompagnent la coulisse *XY*, sont placées plus ou moins hautes. Dans la situation où est la machine aujourd'hui, elle a six pieds de levée (*art.* 3); & si on vouloit lui en donner moins, il faudroit placer une autre cheville plus haut que celle qui fait agir le régulateur, & la charger de cuir (*art.* 27): alors la machine auroit moins de levée; & le régulateur étant ouvert, produiroit plus de vapeur. La raison en est claire, car alors le mouvement seroit moins accéléré; &, au contraire, si on lui donne plus d'injection, il faudroit placer une autre cheville plus haut que celle qui leve le décliq; alors le mouvement de la machine ne seroit plus accéléré, & par conséquent produiroit plus d'injection.

ART. 31. *Explication de la manœuvre que l'on exécute pour commencer à faire jouer la machine.* Pour donner le premier mouvement à la machine, l'on commence par remplir d'eau la chaudiere (*art.* 20); ensuite on alume le feu, & on laisse couler l'eau dans la coupe (*art.* 11.) Immédiatement après, celui qui dirige la machine, vient voir dans quelle situation est le régulateur, afin de l'ouvrir s'il étoit fermé, ayant la facilité, à l'aide d'une manivele, de donner à l'essieu le même mouvement que lui imprime la coulisse. La vapeur entre dans le cylindre, en chasse l'air, & échauffe l'eau qui est au-dessus du piston, que l'on fait couler dans le godet, pour remplir les tuyaux par lesquels se décharge l'eau d'injection (*art.* 21). Pendant cette manœuvre, la machine reste en repos jusqu'au moment qu'elle donne le signal pour avertir qu'il est temps de la faire jouer; ce qui s'éprouve lorsque la vapeur ayant acquis assez de force pour ouvrir la soupape qui fermoit sa cheminée (*art.* 19), en fort avec détonation. Aussitôt le directeur de la machine, qui atend ce moment prend de la main droite la queue du marteau (*art.* 29), de la gauche la branche (*art.* 27), ferme le régulateur, & un instant après ouvre le robinet d'injection qui fait descendre le piston. Ensuite le régulateur s'ouvre de lui-même, & la machine continue de jouer, sans qu'on y touche, par un effet alternatif de vapeur & d'injection d'eau froide, secondé du poids de l'atmosphere.

ART. 32. *Le mouvement de la machine doit être réglé de maniere qu'elle produise quatorze impulsions par minute.* Quand le mouvement de la machine est bien réglé, elle produit ordinairement quatorze impulsions par minute, ainsi qu'on l'a observé; &, dans un cas forcé, on peut en donner jusqu'à 16 & 17. On a aussi observé que le piston mettoit un peu plus de temps à monter qu'à descendre.

ART. 33. *Conjecture sur la maniere dont se forme la vapeur.* Il faut considérer que le *feu*, qui est une matiere subtile, pénetre le fond de l'alambic, passe au travers de ses pores, met les parties de l'eau dans une extrême agitation; & comme cette matiere ne cherche qu'à s'étendre pour se mouvoir avec plus de liberté, elle s'éleve au-dessus de l'eau, dont elle entraine les parcelles les plus déliées en une quantité prodigieuse, qui font éfort de toutes parts pour s'échaper, avec une force qui devient supérieure à celle du poids de l'air; & quand le régulateur vient à s'ouvrir, elle entre avec impétuosité dans le cylindre, pousse le piston devant elle, jusqu'à l'instant où l'injection d'eau froide condense cette vapeur & anéantisse sa force: alors elle retombe en eau. Ainsi, l'on voit que le jeu de cette machine dépend de l'effet alternatif de l'eau chaude & de l'eau froide, joint à l'action de l'atmosphere; le cylindre reste vide, & donne lieu au poids de l'atmosphere de ramener le piston: ainsi, l'on voit que dans l'espace d'environ deux secondes que dure l'injection des huit pintes d'eau froide (*art.* 11), il se condense environ $4\frac{1}{2}$ muids de vapeur; & pendant ce temps-là, il s'en forme une assez grande quantité pour relever le piston de nouveau, aussi-tôt que le régulateur lui en laisse la liberté. On a dit (*art.* 24) que, quand la vapeur entre dans le cylindre, elle refoule l'eau qui se trouve au fond, & en fait passer environ 6 pintes dans le rameau d'évacuation (*art.* 21), & deux dans l'alambic par le tuyau nouricier (*art.* 22), suivant l'expérience que j'en ai faite.

ART. 34. *Expérience de M.* Desaguliers *sur la force de la vapeur de l'eau bouillante.* M. Desaguliers, qui a fait beaucoup d'expériences sur la machine à *feu*, dit que la force de la vapeur dans le cylindre, ne surpassoit jamais d'un $\frac{1}{10}$ la résistance de l'air extérieur, & n'y étoit jamais d'un $\frac{1}{20}$ plus foible; mais, entre ces deux termes, cette force change continuellement, selon que le piston est plus ou moins élevé, c'est-à-dire, selon que l'espace est plus ou moins grand. Il prétend aussi que la vapeur de l'eau bouillante est environ 14000 fois plus rare que l'eau froide, & qu'alors elle est aussi forte par son ressort que l'air commun, quoique 16 fois plus rare.

ART. 35.

Digitized by Google

ART. 35. *Expérience faite sur la quantité de charbon de terre ou de bois nécessaire pour l'entretien du fourneau pendant 24 heures.* Le fourneau consume en 24 heures 6 muids de charbon de terre, contenant chacun 13 pieds cubes, ou deux cordes de bois chacune de 7 pieds 7 pouces de longueur, sur autant de hauteur, & trois pieds trois pouces de largeur.

On observe que deux hommes suffisent pour veiller autour de la machine. Il y a un chef qui fait manœuvrer ladite machine, & un second qui a soin de faire le *feu* au fourneau.

ART. 36. *Quand la machine produit 14 impulsions, par minute, elle épuise 255 muids d'eau par heure, élevée à 242 pieds de hauteur.* On a dit (*art.* 32) que la machine produisoit 14 impulsions par minute, lorsque le mouvement est bien réglé. L'on voit que, dans le même temps, elle épuise une colonne d'eau de 112 pieds de hauteur, sur 8 pouces 3 lignes de diametre, ou 85 pintes par chaque impulsion; & qu'à cause de 14 qu'elle donne dans une minute, elle produit 1190 pintes d'eau: partant dans une heure, elle produit 71400 pintes, ou 255 muids d'eau, le muids contenant 8 pieds cubes, ou 280 pintes, mesure de Paris.

ART. 37. *Calcul de la puissance qui fait agir cette machine.* Pour insinuer de quelle maniere l'on doit faire le calcul de cette machine, il faut considérer que le diametre du piston étant de 30 pouc. 6 lignes (*art.* 6), sa superficie sera d'environ $5\frac{1}{2}$ pieds carrés, qu'il faut multiplier par 2205 lignes, pesanteur d'une colonne d'air d'un pied carré de base, sur $31\frac{1}{2}$ pieds de hauteur. Il viendra $11392\frac{1}{2}$ l. pour l'action de l'air extérieur sur le piston, & par conséquent pour la force de la puissance motrice.

ART. 38. *Remarque essentiele pour calculer l'effort de la puissance qui fait agir les pompes.* La force de la puissance qui aspire l'eau dans une *pompe*, doit être au moins égale au poids de la colonne d'eau qui auroit pour base le cercle du piston, & pour hauteur la distance du puisart au piston, lorsqu'il est parvenu dans sa plus haute élévation. A quoi il faut ajouter le poids de l'eau dont le piston est surmonté lorsqu'il s'éleve au dessus du terme de l'aspiration pour la dégorger dans les baſches. Si l'on considere les choſes avec attention, on verra que, quelle que soit la grosseur du tuyau d'aspiration, la puissance qui éleve le piston, soutiendra toujours le même poids, dans quelques dispositions que soient ses parties, posées contre un plan vertical, ou sur un plan incliné; que la puissance appliquée au piston d'un diametre égal, plus grand ou plus petit que le fond du tuyau, il sera toujours chargé du poids d'une colonne d'eau, qui auroit pour base le cercle du piston, & pour hauteur celui du niveau de l'eau au dessus du même piston.

ART. 39. *Calculer la puissance ou le poids de la colonne d'eau des pompes aspirantes* Les pompes aspirantes élevant ensemble une colonne d'eau de 242 pieds de hauteur, sur 8 pouces 3 lignes de diametre, l'on trouvera que cette colonne pese $6290\frac{1}{2}$ l. La pompe de la baſche faisant monter l'eau à 96 pieds de hauteur (*art.* 2), le diametre de son piston n'est que de 4 pouces 2 lignes. Le poids de la colonne d'eau qu'elle refoule, est de $237\frac{1}{2}$ l., qui étant ajoutés à $6290\frac{1}{2}$ l., il viendra $6527\frac{1}{2}$ l., à quoi il faut encore ajouter le poids des attirails qui répond au puits, que l'estime d'environ 3000 l.; ainsi, la puissance aura à surmonter une résistance d'environ $9527\frac{1}{2}$ l. &, comme cette puissance a été trouvée de $11392\frac{1}{2}$ l. (*art.* 37), elle sera donc supérieure de $1864\frac{1}{2}$ l. au poids qu'elle doit élever.

ART. 40. *La puissance doit être au poids comme 6 à 5, pour prévenir tout inconvénient.* On remarquera que cette supériorité de la puissance sur le poids, doit être au moins dans le raport de 6 à 5; elle est nécessaire, non seulement pour rompre l'équilibre, mais encore parce que le piston n'est point chaſſé tout-à-fait par la pesanteur absolue de l'air, puisqu'il fuit & se dérobe en partie à son impression; & que d'ailleurs il ne faut pas compter que, quand le piston descend, le cylindre soit entiérement privé d'air grossier, puisque l'eau d'injection en entraine toujours une certaine quantité, qui, se trouvant renfermée dans un plus petit espace à mesure que le piston descend, pourroit acquérir une force de ressort assez sensible pour lui résister.

ART. 41. *Cette machine peut aussi servir à élever l'eau aussi haut que l'on voudra au dessus de l'horizon.* On remarquera que, si l'on avoit à elever l'eau d'une source à une hauteur considérable au dessus de l'horizon dans des tuyaux posés verticalement, ou sur un plan incliné, on pourroit se servir de la même machine, en disposant des pompes aspirantes & refoulantes, de la maniere la plus convenable, suivant la situation des lieux.

ART. 42. *La théorie des machines à feu, à l'égard de leurs effets, est la même que celle des pompes mûes par un courant.* Il faut remarquer que, lorsqu'un fluide fait mouvoir des pompes à l'aide d'une machine où le bras du levier du poids est égal à celui de la puissance, il arivera toujours que la superficie du piston, celle d'une des aubes, la chute capable de la vitesse respective du fluide, & la hauteur où l'on veut élever l'eau, composeront quatre termes réciproquement proportionels. On verra que cette regle pourroit s'appliquer aux machines à *feu*, si l'on pouvoit faire abstraction du poids des attirails & de la pompe refoulante qui est dans la baſche supérieure; car l'on peut regarder la superficie du piston qui joue dans le cylindre, comme celle d'une aube, c'est-à-dire, le poids de la colonne d'air, ou celui d'une colonne d'eau de $31\frac{1}{2}$ pieds de hauteur (*art.* 37), comme la force absolue du fluide, qu'il faut multiplier par $\frac{1}{2}$ pour avoir la force relative (*art.* 40): alors le produit du carré du diametre du grand piston, par la hauteur réduite de la colonne équivalente au poids de l'atmosphere, seroit égal au produit du

Digitized by Google

carré du diametre du petit piſton qui doit aſpirer ou refouler l'eau ; & par la hauteur où elle doit être élevée, il arriveroit que, ſi le tourillon n'étoit pas au centre, c'eſt-à-dire, dans le milieu du balancier, il faudroit que ces deux produits fuſſent dans la raiſon réciproque du bras du levier du grand & du petit piſton, ſuivant le principe de la méchanique. Nous ſuppoſerons que la valeur de toutes les lignes, que nous allons déſigner par des lettres, ſeront exprimées en pieds ou fractions de pieds.

ART. 43. *Formule générale pour déterminer les dimenſions des principales parties des machines à feu.* Je nomme P le poids du grand piſton, D ſon diametre ou celui du cylindre, & a ſon bras de levier, p le poids des attirails qui répondent au petit piſton, d ſon diametre, & b ſon bras de levier, h hauteur où l'eau doit être élevée, ou profondeur de puits, C poids de la colonne d'eau que la pompe de la baſche ſupérieure doit refouler, y compris le poids des attirails de ſon piſton, e ſon bras de levier, f poids de la couliſſe, & i ſon bras de levier. On prendra la ſuperficie du cercle du grand piſton ; on la multipliera par 2205 (*art.* 37), & l'on aura l'action de l'air extérieur ſur le piſton, ou la force de la puiſſance motrice qu'il faut multiplier par $\frac{1}{2}$, y ajouter enſuite P, & multiplier le tout par le bras de levier a, puis ajouter au produit le poids de la couliſſe multiplié par ſon bras de levier, l'on aura une expreſſion de l'action de la puiſſance autour du cylindre ; enſuite on cherchera la ſuperficie du cercle du petit piſton, qu'on multipliera par la hauteur h du puits, & l'on aura l'expreſſion du volume de la colonne d'eau qu'il faut aſpirer ou refouler ; &, pour en avoir le poids, on multipliera par 70 liv., peſanteur d'un pied cube d'eau ; on ajoutera au produit le poids des attirails, multipliant cette quantité par ſon bras de levier b, à quoi il faudra encore ajouter le produit du poids de la colonne d'eau de la baſche ſupérieure ou de la pompe refoulante par ſon bras de levier, & l'on aura l'action de la puiſſance autour du puits ; égalant les deux actions, on aura la formule générale pour la *machine à feu*. À l'égard des frotemens, comme leur réſiſtance, dans cette machine, eſt preſqu'inſenſible, n'ayant guere lieu qu'aux tourillons du balancier, dont le rayon eſt extrêmement petit par raport au bras du levier de la puiſſance, on les regarde comme nuls, pour ne point trop compoſer la formule.

ART. 44. *L'on peut rendre la formule plus ſimple dans le cas où l'on veut en faire uſage.* Je conſidere que, parmi les grandeurs qui compoſent la formule ci-deſſus, il y en a pluſieurs qui ſont déterminées par la diſpoſition qu'il faudra donner à la machine ; par exemple, l'on connoîtra toujours le bras de levier & le poids de la colonne d'eau qu'il faudra élever dans la cuvete d'injection, par la diſpoſition des tourbillons du balancier, & par conſéquent le raport des deux bras du levier, le poids des attirails des pompes aſpirantes ayant déterminé la profondeur du puits, la peſanteur du grand piſton & celle de la couliſſe ; c'eſt-à-dire, qu'il faut ſupprimer de la formule ci-deſſus la peſanteur du grand piſton, le produit du poids de la couliſſe par ſon bras de levier : ſi on ſouſtrait d'abord le poids des attirails pour avantager la puiſſance agiſſante, il eſt auſſi naturel de placer les tourillons dans le milieu du balancier, à moins qu'on ne ſoit contraint d'en uſer autrement pour rendre le bras de levier de la puiſſance plus grand que celui du poids, & il ne reſtera plus, dans la formule, que les trois grandeurs D, d & b, qui ſont ſujetes à varier.

ART. 45. *Connoiſſant le diametre du piſton des pompes, & la hauteur où l'on veut élever l'eau, c'eſt-à-dire, la profondeur du puits, trouver le diametre du cylindre.* On a déterminé le diametre des pompes (*art.* 43), afin que la machine puiſſe fournir une certaine quantité d'eau proportionée à la relevée du piſton, & au nombre des impulſions par minute. Par le même article, on a auſſi déterminé la profondeur du puits ; il ne s'agit, pour connoître le diametre du cylindre, qu'à ſuppoſer $D = x$ & $D^2 = x^2$, & dégager cette inconnue. *Voyez* ÉQUATION.

ART. 46. *Connoiſſant la hauteur où l'on doit élever l'eau, ou la profondeur du puits, & le diametre du cylindre, trouver le diametre du piſton des pompes.* Pour connoître le diametre du piſton des pompes, on ſuppoſe que le diametre du cylindre eſt déterminé de même que la profondeur du puits où l'on veut faire monter l'eau, ou la refoulant ſur une éminence. Pour cela il faut ſuppoſer $d = x$ & $d^2 = x^2$, en la place de d^2, & reſoudre l'équation.

ART. 47. *Connoiſſant le diametre du cylindre & celui des pompes, trouver la hauteur où l'on veut élever l'eau, ou la profondeur des puits.* Pour connoître la profondeur du puits, on ſuppoſe que le diametre du cylindre eſt déterminé de même que celui du piſton des pompes, qui doit aſpirer ou refouler l'eau ; il faut ſuppoſer $h = x$, & en la place de h, il faut mettre ſa valeur qui eſt x dans la formule générale.

Dépenſe de la machine à feu, telle qu'elle eſt dans nos planches. La machine à *feu* du bois de Foſſut eſt la plus parfaite que nous ayons dans les environs. Ceux qui en ont fait la dépenſe, m'ont dit qu'elle leur avoit coûté, y compris le bâtiment dans lequel cette machine doit être renfermé, environ trente mille livres, ci ..... 30000 liv.

Le puits dans lequel doivent être montés les pompes, les bois pour garnir les parois, & ceux pour ſoutenir & entretenir les pompes, y compris la main-d'œuvre, a coûté environ vingt-cinq mille livres, ci ..... 25000 .

Total ..... 55000 liv.

On obſerve que la dépenſe d'une ſemblable ma-

Digitized by Google

chine à *feu*, paroît coûter environ cinquante-cinq mille livres, & c'eſt ſuivant que le puits eſt plus ou moins profond, & que la nature du terrain peut permettre de creuſer le puits de la profondeur propoſée.

Le jeu de cette machine eſt très-extraordinaire; &, s'il falloit ajouter foi au ſyſtême de Deſcartes qui regarde les machines comme des animaux, il faudroit convenir que l'homme auroit imité de fort près le créateur, dans la conſtruction de la *pompe à feu*, qui doit être aux jeux de tout carteſien conſéquent, un eſpece d'animal vivant, aſpirant, agiſſant, ſe mouvant de lui-même par le moyen de l'air, & tant qu'il y a de la chaleur. (*M. Perronnet.*)

FIGURE, *en Arithmétique*, ſe dit quelquefois des chiffres qui expriment un nombre.

Figure, *en Géométrie*, ſe prend dans deux acceptions différentes.

Dans la premiere, il ſignifie en général *un eſpace terminé de tous les côtés*, ſoit par des ſurfaces, ſoit par des lignes. S'il eſt terminé par des ſurfaces, c'eſt un ſolide; s'il eſt terminé par des lignes, c'eſt une ſurface: dans ce ſens, les lignes, les angles ne ſont point des *Figures*. La ligne, ſoit droite, ſoit courbe, eſt plutôt le terme & la limite d'une *Figure*, qu'elle n'eſt une *Figure*. La ligne eſt ſans largeur, & n'exiſte que par une abſtraction de l'eſprit; au lieu que la ſurface, quoique ſans profondeur, exiſte, puiſque la ſurface d'un corps eſt ce que nous en voyons à l'extérieur. *Voyez* Ligne, Point, Surface, Géométrie, *&c.* Un angle n'eſt point une *Figure*, puiſque ce n'eſt autre choſe que l'ouverture de deux lignes droites, inclinées l'une à l'autre, & que ces deux lignes droites peuvent être indéfinies. L'angle n'eſt pas l'eſpace compris entre ces lignes; car la grandeur de l'angle eſt indépendante de celle de l'eſpace dont il s'agit; l'eſpace augmente quand les lignes croiſſent, & l'angle demeure le même.

Au reſte, on applique encore plus ſouvent, en Géométrie, le nom de *Figure* aux ſurfaces qu'aux ſolides, qui conſervent pour l'ordinaire ce dernier nom. Or une ſurface eſt un eſpace terminé en tout ſens par des lignes droites ou courbes: ainſi, on peut, ſuivant l'acception la plus ordinaire, définir la *Figure*, un eſpace terminé en tout ſens par des lignes.

Si la *Figure* eſt terminée en tout ſens par des lignes droites, on l'appele *ſurface plane*: cette condition, *en tout ſens*, eſt ici abſolument néceſſaire, car il faut que l'on puiſſe, en tout ſens, appliquer une ligne droite à la *Figure*, pour qu'elle ſoit plane; en effet, une *Figure* pouroit être terminée exterieurement par des lignes droites, ſans être plane: telle ſeroit une voûte qui auroit un carré pour baſe.

Si on ne peut appliquer une ligne droite en tout ſens à la ſurface, elle ſe nomme *Figure courbe*, & plus communément *ſurface courbe*.

Si les *Figures* planes ſont terminées par des lignes droites, en ce cas, on les nomme *Figures planes rectiligneſ*, ou ſimplement *Figures rectilignes*: tels ſont le triangle, le parallélogramme, & les polygones quelconques, *&c.* Si les *Figures* planes ſont terminées par des lignes courbes, comme le cercle, l'ellipſe, *&c.*, on les nomme *Figures planes curvilignes*. On appele auſſi quelquefois *Figures curvilignes* les ſurfaces courbes, comme le triangle ſphérique. Enfin on appele *Figures mixtilignes* ou *mixtes*, celles qui ſont terminées en partie par des lignes droites, & en partie par des lignes courbes.

On appele *côtés d'une Figure*, les lignes qui la terminent: cette dénomination a lieu ſur-tout quand ces lignes ſont droites. Elle n'a guere lieu pour les ſurfaces courbes, que dans le triangle ſphérique. *Figure équilatere* ou *équilatérale*, eſt celle dont les côtés ſont égaux. *Figures équilateres*, ſont celles dont les côtés ſont égaux, chacun à ſon correſpondant. *Voyez* Équilatéral. *Figure équiangle*, eſt celle dont les angles ſont égaux entr'eux. *Figures équiangles* entr'elles, ſont celles dont les angles ſont égaux, chacun à ſon correſpondant. *Figure réguliere*, eſt celle dont les côtés & les angles ſont égaux. *Figures ſemblables*, ſont celles qui ont leurs angles égaux & leurs côtés homologues proportionels. *Voyez* Semblable. Une *Figure* eſt dite *inſcrite* dans une autre, lorſqu'elle eſt renfermée au dedans, & que ſes côtés aboutiſſent à la circonférence de la *Figure* dans laquelle elle eſt inſcrite: en ce cas, la *Figure* dans laquelle la propoſée eſt inſcrite, eſt dite *circonſcrite* à cette même propoſée.

Dans la ſeconde acception, le mot *Figure* ſignifie la repréſentation faite ſur le papier de l'objet d'un théorême, d'un problême, pour en rendre la démonſtration ou la ſolution plus facile à concevoir. En ce ſens, une ſimple ligne, un angle, *&c.* ſont des *Figures*, quoiqu'elles n'en ſoient point dans le premier ſens.

Il y a un art à bien faire les *Figures* de Géométrie, à éviter les points d'interſection équivoques, & les points qui ſont trop près l'un de l'autre & qu'on ne peut diſtinguer commodément par des lettres; à éviter auſſi les poſitions de lignes qui peuvent induire le lecteur en erreur, comme de faire paralleles ou perpendiculaires des lignes qui ne le doivent pas être néceſſairement; à marquer par des lettres ſemblables les points correſpondans; à ſéparer en pluſieurs *Figures* celles qui ſeroient trop compliquées; à déſigner par les lignes ponctuées, les lignes qui ne ſervent qu'à la démonſtration, *&c.* & mille autres détails que l'uſage ſeul peut apprendre.

La difficulté eſt encore plus grande, ſi on a des ſolides ou des plans différens à repréſenter. La difficulté du relief & de la perſpective empêche ſouvent que ces *Figures* ne ſoient bien faites. On peut y remédier par des ombres, qui font ſortir les différentes parties, & marquent différens plans: mais les ombres ont un inconvénient, c'eſt celui

d'être souvent trop noires, & de cacher les lignes qui doivent y être tirées, & les points qui désignent ces lignes.

Les *Figures* en bois, gravées à côté de la démonstration, & répétées à chaque page si la démonstration en a plusieurs, sont plus commodes que les *Figures* placées à la fin du livre, même lorsque ces *Figures* tortent entiérement. Mais, d'un autre côté, les *Figures* en bois ont communément le désavantage d'être mal faites, & d'avoir peu de netée. (*O*).

FIGURE *de la terre*, (*Hydroſtatique*). Les Géometres ont cherché à déterminer la *figure* de la terre par les loix de l'Hydroſtatique, c'eſt-à-dire, en la regardant comme originairement fluide. Voici un précis de leurs recherches ſur ce ſujet.

Huyghens avoit pris pour baſe, que la peſanteur primitive ſût dirigée au centre, & que la peſanteur altérée par la force centrifuge fût perpendiculaire à la ſurface. Newton avoit ſuppoſé que la peſanteur primitive réſultât de l'attraction de toutes les parties de la terre, & que les colonnes centrales fuſſent en équilibre, ſans égard à la perpendicularité à la ſurface. MM. Bouguer & de Maupertuis ont fait voir de plus, dans les *Mémoires de l'Académie des Sciences de* 1734, que la terre étant ſuppoſée fluide, avec Huyghens & Newton, il étoit néceſſaire, pour qu'il y eût équilibre entre les parties, dans une hypotheſe quelconque de peſanteur vers un ou pluſieurs centres, que les deux principes hydroſtatiques de Huyghens & de Newton s'accordaſſent entr'eux, c'eſt-à-dire, que la direction de la peſanteur fût perpendiculaire à la ſurface, & que de plus les colonnes centrales fuſſent en équilibre. Ils ont démontré l'un & l'autre qu'il y a une infinité de cas où les colonnes centrales peuvent être en équilibre, ſans que la peſanteur ſoit perpendiculaire à la ſurface, & réciproquement; & qu'il n'y a point d'équilibre, à moins que l'obſervation de ces deux principes ne s'accorde à donner la même *figure*. Du reſte, ces deux habiles géometres ont principalement enviſagé la queſtion de la *figure de la terre*, dans la ſuppoſition que la peſanteur primitive ait des directions données vers un ou pluſieurs centres: l'hypotheſe newtonienne de l'attraction des parties rendoit le problême beaucoup plus difficile.

Il l'étoit d'autant plus que la maniere dont il avoit été réſolu par Newton, pouvoit être regardée non ſeulement comme indirecte, mais encore comme inſuffiſante & imparfaite à certains égards. Dans cette ſolution, Newton ſuppoſoit d'abord que la terre fût elliptique, & il déterminoit, d'après cette hypotheſe, l'aplatiſſement qu'elle devoit avoir: or, quoique cette ſuppoſition de la terre elliptique fût légitime dans l'hypotheſe de la terre homogene, cependant elle avoit beſoin d'être démontrée; ſans cela, c'étoit proprement ſuppoſer ce qui étoit en queſtion. Stirling démontra le premier rigoureuſement, dans les *Tranſactions philoſophiques*, que la ſuppoſition de Newton étoit en effet légitime, en regardant la terre comme un fluide homogene, & comme très-peu aplatie. Bientôt après M. *Clairaut*, dans les mêmes *Tranſactions*, *n°.* 449, étendit cette théorie beaucoup plus loin. Il prouva que la terre devoit être un ſphéroïde elliptique, en ſuppoſant non ſeulement qu'elle fût homogene, mais qu'elle fût compoſée de couches concentriques dont chacune, en particulier, différât par ſa denſité des autres couches; il eſt vrai qu'il regardoit alors les couches comme ſemblables; or la ſimilitude des couches, ainſi que nous le verrons plus bas, & que M. Clairaut s'en eſt aſſuré enſuite, ne peut ſubſiſter dans l'hypotheſe que ces couches ſoient fluides.

En 1740, M. Maclaurin, dans ſon excellente piece *ſur le flux & reflux de la mer*, qui partagea le prix de l'Académie des Sciences, démontra le premier cette belle propoſition, que, ſi la terre eſt ſuppoſée un fluide homogene, dont les parties s'attirent, & ſoient attirées outre cela par le ſoleil ou par la lune, ſuivant les loix ordinaires de la gravitation, ce fluide tournant autour de ſon axe avec une viteſſe quelconque, ſera néceſſairement en équilibre, s'il a la forme d'un ſphéroïde elliptique, quel que ſoit ſon aplatiſſement, c'eſt-à-dire, très-petit ou non. De plus, M. Maclaurin faiſoit voir que dans ce ſphéroïde, non ſeulement la peſanteur étoit perpendiculaire à la ſurface, & les colonnes centrales en équilibre, mais encore qu'un *point quelconque pris à volonté* au dedans du ſphéroïde, étoit également preſſé en tous ſens. Cette derniere condition n'étoit pas moins néceſſaire que les deux autres, pour qu'il y eût équilibre; cependant aucun de ceux qui juſqu'alors avoient traité de la *figure de la terre*, n'y avoit penſé; on ſe bornoit à la perpendicularité de la peſanteur à la ſurface, & à l'équilibre des colonnes centrales, & on ne ſongeoit pas que, ſelon les loix de l'hydroſtatique (*Voyez* FLUIDE *&* HYDROSTATIQUE), il faut qu'un *point quelconque* du fluide ſoit également preſſé en tous ſens, c'eſt-à-dire, que les colonnes du fluide, dirigées à un *point quelconque*, & non pas ſeulement au centre, ſoient en équilibre entr'elles.

M. Clairaut ayant médité ſur cette derniere condition, en a déduit des conſéquences profondes & curieuſes, qu'il a expoſées, en 1742, dans ſon Traité, intitulé: *Théorie de la figure de la terre, tirée des principes de l'hydroſtatique*. Selon M. Clairaut, il faut, pour qu'un fluide ſoit en équilibre, que les efforts de toutes les parties compriſes dans un canal de figure quelconque qu'on imagine traverſer la maſſe entiere, ſe détruiſent mutuellement. Ce principe eſt en apparence plus général que celui de M. Maclaurin: mais j'ai fait voir, dans mon *eſſai ſur la réſiſtance des fluides*, 1752, *art.* 18, que l'équilibre des canaux curvilignes n'eſt qu'un corollaire du principe plus ſimple de l'équilibre des canaux rectilignes de M. Maclaurin; ce qui,

Digitized by Google

au reſte, ne diminue rien du mérite de M. Clairaut, puiſqu'il a déduit de ce principe un grand nombre de vérités importantes que M. Maclaurin n'en avoit pas tirées, & qu'il avoit même aſſez peu connues pour tomber dans quelques erreurs; par exemple, dans celle de ſuppoſer ſemblables entr'elles les couches d'un ſphéroïde fluide, comme on le peut voir dans ſon *Traité des Fluxions*, *art.* 670 *& ſuiv.*

M. Clairaut, dans l'ouvrage que nous venons de citer, prouve (ce que M. Maclaurin n'avoit pas fait directement) qu'il y a une infinité d'hypotheſes où le fluide ne ſeroit pas en équilibre, quoique les colonnes centrales ſe contre-balançaſſent, & que la peſanteur fût perpendiculaire à la ſurface. Il donne une méthode pour reconoître les hypotheſes de peſanteur, dans leſquelles une maſſe fluide peut être en équilibre, & pour en déterminer la *figure*; il démontre de plus, que, dans le ſyſtême de l'attraction des parties, pourvu que la peſanteur ſoit perpendiculaire à la ſurface, tous les points du ſphéroïde ſeront également preſſés en tout ſens, & qu'ainſi, l'équilibre du ſphéroïde, dans l'hypotheſe de l'attraction, ſe réduit à la ſimple loi de la perpendicularité à la ſurface. D'après ce principe, il cherche les loix de la *figure de la terre* dans l'hypotheſe que les parties s'attirent, & qu'elle ſoit compoſée de couches hétérogenes, ſoit ſolides, ſoit fluides; il trouve que la terre doit avoir, dans tous ces cas, une *figure* elliptique plus ou moins aplatie, ſelon la diſpoſition & la denſité des couches; il prouve que les couches, ne doivent pas être ſemblables, ſi elles ſont fluides; que les accroiſſemens de la peſanteur de l'équateur au pole, doivent être proportionels au carré des ſinus de latitude, comme dans le ſphéroïde homogene; proportion très-remarquable & très-utile dans la théorie de la terre: il prouve de plus que la terre ne ſauroit être plus aplatie que dans le cas de l'homogénéité, ſavoir de $\frac{1}{230}$; mais cette propoſition n'a lieu qu'en ſuppoſant que les couches de la terre, ſi elle n'eſt pas homogene, vont en augmentant de denſité de la circonférence vers le centre; condition qui n'eſt pas abſolument néceſſaire, ſur-tout ſi les couches intérieures ſont ſuppoſées ſolides; de plus, en ſuppoſant même que les couches les plus denſes ſoient les plus proches du centre, l'aplatiſſement peut être plus grand que $\frac{1}{230}$, ſi la terre a un noyau ſolide intérieur plus aplati que $\frac{1}{230}$. *Voyez la IIIe part. de mes Recherches ſur le ſyſtême du monde*, *p.* 187. Enfin M. Clairaut démontre, par un très-beau théorême, que la diminution de la peſanteur de l'équateur au pole, eſt égale à deux fois $\frac{5}{4 \cdot 230}$ (aplatiſſement de la terre homogene) moins l'aplatiſſement réel de la terre. Ce n'eſt là qu'une très-légere eſquiſſe de ce qui ſe trouve d'excellent & de remarquable dans cet ouvrage, très-ſupérieur à tout ce qui avoit été fait juſque-là ſur la même matiere.

Après avoir réfléchi long-temps ſur cet important objet, & avoir lu avec attention toutes les recherches qu'il a produites; il m'a paru qu'on pouvoit les pouſſer encore beaucoup plus loin.

Juſqu'ici on avoit ſuppoſé en général que, dans un fluide compoſé de couches de différentes denſités, les couches devoient être toutes de *niveau*, c'eſt-à-dire, que la peſanteur devoit être perpendiculaire à chacune de ces couches. Dans mon *Eſſai ſur la Réſiſtence des fluides*, & dans le tome V *de mes Opuſcules Mathématiques*, j'ai prouvé que cette condition n'avoit pas toujours eſſentiellement lieu; & j'ai aſſigné les cas où elle doit être obſervée. J'ai auſſi prouvé, dans le premier de ces ouvrages, depuis l'article 161 juſques & compris l'article 166, que les couches concentriques, & non ſemblables de ce même fluide, ne devoient pas non plus être néceſſairement de la même denſité dans toute leur étendue, pour que le fluide fût en équilibre; & j'ai preſenté, ce me ſemble, ſous un point de vue plus étendu qu'on ne l'avoit fait encore, & d'une maniere très-ſimple & très-directe, les équations qui expriment la loi de l'équilibre des fluides. Enfin, dans l'*art.* 169 du même ouvrage, j'ai déterminé l'équation des différentes couches du ſphéroïde, non ſeulement en ſuppoſant, comme on l'avoit fait avant moi, que ces couches ſoient fluides, qu'elles s'attirent, & qu'elles aillent en diminuant ou en augmentant de denſité, ſuivant une loi quelconque, du centre à la circonférence; mais en ſuppoſant de plus, ce que perſone n'avoit encore fait, que la peſanteur ne ſoit point perpendiculaire à ces couches, excepté à la couche ſupérieure; je trouve, dans cette hypotheſe, une équation générale, dont celles qui avoient été données avant moi, ne ſont qu'un cas particulier. Il eſt à remarquer que, dans tous les cas où ces équations limitées & particulieres peuvent être intégrées, les équations beaucoup plus générales que j'ai données, peuvent être intégrées auſſi; c'eſt ce qui réſulte de quelques recherches particulieres ſur le calcul intégral, que j'ai publiées dans les *Mémoires de l'Académie des Sciences de Berlin*, *année* 1750.

Néanmoins, dans ces formules généraliſées, j'avois toujours ſuppoſé la terre *elliptique*, ainſi que tous ceux qui m'avoient précédé, n'ayant trouvé juſqu'alors aucun moyen de déterminer l'attraction de la terre dans d'autres hypotheſes; mais, ayant fait de nouveaux éforts ſur ce problême, j'ai enfin donné en 1754, à la fin de mes *Recherches ſur le Syſtême du Monde*, une méthode que les géometres déſiroient, ce me ſemble, depuis long-temps, pour trouver l'attraction du ſphéroïde terreſtre dans une infinité d'autres ſuppoſitions que celle de la *figure* elliptique. J'ai donc imaginé que l'équation du ſphéroïde fût repréſentée par celle-ci $r' = r + a + bt + ct^2 + et^3 + ft^4 + gt^5$, *&c.*, r étant le rayon de la terre à un lieu quelconque, r le demi-axe de la terre, t le ſinus de la latitude, a, b, c, &c., des coéf-

Digitized by Google

ficiens conſtans quelconques ; & j'ai trouvé l'attraction d'un pareil ſphéroïde. Cette équation eſt infiniment plus générale que celle qu'on avoit ſuppoſée juſqu'alors ; car, dans la terre ſuppoſée elliptique, on a ſeulement $r^2 = 1 + a - a\,t^2$.

J'ai tiré de la ſolution de cet important problème de très-grandes conſéquences dans la troiſieme partie de mes *Recherches ſur le Syſtême du Monde*, qui a paru en 1756. J'ai fait voir de plus que le problème ne ſeroit pas plus difficile, mais ſeulement d'un calcul plus long, dans l'hypotheſe de l'attraction proportionnelle non ſeulement au carré inverſe de la diſtance, mais à une ſomme quelconque de puiſſances quelconques de cette diſtance ; ce qui peut être très-utile dans la recherche de la *figure de la terre*, lorſqu'on a égard à l'action que le ſoleil & la lune exercent ſur elle, ou (ce qui revient au même) dans la recherche de l'élévation des eaux de la mer par l'action de ces deux aſtres : *voyez* FLUX & REFLUX : j'ai fait voir enfin qu'en ſuppoſant le ſphéroïde fluide & hétérogene, & les couches de niveau ou non, il pouroit très-bien être en équilibre ſans avoir la *figure* elliptique ; & j'ai donné l'équation qui exprime la *figure* de ſes différentes couches.

Ce n'eſt pas tout. J'ai ſuppoſé que, dans ce ſphéroïde, les méridiens ne fuſſent pas ſemblables, que non ſeulement chaque couche y différât des autres en denſité, mais que tous les points d'une même couche différaſſent en denſité entr'eux ; & j'enſeigne la méthode de trouver l'attraction des parties du ſphéroïde dans cette hypotheſe ſi générale ; méthode qui pouroit être fort utile dans la ſuite, ſi la terre ſe trouvoit avoir en effet une *figure* irréguliere. Il ne nous reſte plus qu'à examiner cette derniere opinion, & les raiſons qu'on peut avoir pour la ſoutenir ou pour la combattre.

M. de Buffon eſt le premier (que je ſache) qui ait avancé que la terre a vrai-ſemblablement de grandes irrégularités dans ſa *figure*, & que ſes méridiens ne ſont pas ſemblables. *Voy. Hiſt. Nat. tome I, pag.* 165 *& ſuiv.* M. de la Condamine ne s'eſt pas éloigné de cette idée dans l'ouvrage même où il rend compte de la meſure du degré à l'équateur, *page* 262. M. de Maupertuis, qui l'avoit d'abord combatue dans ſes élémens de Géographie, ſemble depuis l'avoir adoptée dans ſes *Lettres ſur le progrès des Sciences* : enfin le P. Boſcowich, dans l'ouvrage qu'il a publié en 1775 ſur la meſure du degré en Italie, non ſeulement penche à croire que les méridiens de la terre ne ſont pas ſemblables, mais en paroît même aſſez fortement convaincu, à cauſe de la différence qui ſe trouve entre le degré d'Italie & celui de France à la même latitude.

Il eſt certain premiérement que les obſervations aſtronomiques ne prouvent point invinciblement la régularité de la terre & la ſimilitude de ſes méridiens. On ſuppoſe à la vérité, dans ces obſervations, que la ligne du zénith ou du fil à plomb (ce qui eſt la même choſe) paſſe par l'axe de la terre ; qu'elle eſt perpendiculaire à l'horizon ; & que le méridien, c'eſt-à-dire, le plan où le ſoleil ſe trouve à midi, & qui paſſe par la ligne du zénith, paſſe auſſi par l'axe de la terre ; mais j'ai prouvé, dans la troiſieme partie de mes *Recherches ſur le Syſtême du Monde* (& je crois avoir fait le premier cette remarque), qu'aucune de ces ſuppoſitions n'eſt démontrée rigoureuſement, qu'il eſt comme impoſſible de s'aſſurer par l'obſervation de la vérité de la premiere & de la troiſieme, & qu'il eſt au moins extrêmement difficile de s'aſſurer de la vérité de la ſeconde. Cependant il faut avouer en même temps que ces trois ſuppoſitions étant aſſez naturelles, la ſeule difficulté ou l'impoſſibilité même d'en conſtater rigoureuſement la vérité, n'eſt pas une raiſon pour les proſcrire, ſurtout ſi les obſervations n'y ſont pas ſenſiblement contraires.

Si la diſſimilitude des méridiens étoit une fois avouée, la terre ne ſeroit plus un ſolide de révolution ; & non ſeulement il demeureroit très-incertain ſi la ligne du zénith paſſe par l'axe de la terre, & ſi elle eſt perpendiculaire à l'horizon, mais le contraire ſeroit même beaucoup plus probable. En ce cas, la direction du fil à plomb n'indiqueroit plus celle de la perpendiculaire à la ſurface de la terre, ni celle du plan du méridien ; l'obſervation de la diſtance des étoiles au zénith ne donneroit plus la vraie meſure du degré, & toutes les opérations faites juſqu'à préſent pour déterminer la *figure de la terre* & la longueur du degré à différentes latitudes, ſeroient en pure perte. Cette queſtion, comme l'on voit, mérite un ſérieux examen ; enviſageons-la d'abord par le côté phyſique.

Si la terre avoit été primitivement fluide & homogene, la gravitation mutuelle de ſes parties, combinée avec la rotation, autour de ſon axe, lui eût certainement donné la forme d'un ſphéroïde aplati, dont tous les méridiens euſſent été ſemblables : ſi la terre eût été originairement formée de fluides de différentes denſités, ces fluides cherchant à ſe mettre en équilibre entr'eux, ſe ſeroient auſſi diſpoſés de la même maniere dans chacun des plans qui auroient paſſé par l'axe de rotation du ſphéroïde, & par conſéquent les méridiens euſſent encore été ſemblables. Mais eſt-il bien prouvé, dira-t-on, que la terre ait été originairement fluide ? & quand elle l'eût été, quand elle eût pris la *figure* que cette hypotheſe demandoit, eſt-il bien certain qu'elle l'eût conſervée ? Pour ne point diſſimuler ni diminuer la force de cette objection, apuions-la encore, avant que d'en apprécier la valeur, par la réflexion ſuivante. La fluidité du ſphéroïde demande une certaine régularité dans la diſpoſition de ſes parties, régularité que nous n'obſervons pas dans la terre que nous habitons. La ſurface du ſphéroïde fluide devroit être homogene ; celle de la terre eſt compoſée de parties fluides & de parties ſolides, différentes

Digitized by Google

par leur denſité. Les bouleverſemens évidens que la ſurface de la terre a eſſuyés, bouleverſemens qui ne ſont cachés qu'à ceux qui ne veulent pas les voir (& dont nous n'avons qu'une foible, mais triſte image, dans celui qu'ont éprouvé de nos jours Quitto, le Portugal & l'Afrique), le changement évident des terres en mers & des mers en terres, l'affaiſſement du globe en certains lieux, ſon exhauſſement en d'autres, tout cela n'a-t-il pas dû altérer conſidérablement la *figure* primitive? Or, la *figure* primitive de la terre étant une fois altérée, la plus grande partie de la terre étant ſolide, qui nous aſſurera qu'elle ait conſervé aucune régularité dans la *figure* ni dans la diſtribution de ſes parties? Il ſeroit d'autant plus difficile de le croire, que cette diſtribution ſemble, pour ainſi dire, faite au hazard dans la partie que nous pouvons connoître de l'intérieur & de la ſurface de la terre. La circularité apparente de l'ombre de la terre dans les éclipſes de lune, ne prouve autre choſe, ſinon que les méridiens & l'équateur ſont à peu près des cercles; or il faut que l'équateur ſoit exactement un cercle, pour que les méridiens ſoient ſemblables. La circularité apparente de l'ombre ne prouve point que les méridiens ſoient des cercles exacts, puiſque les meſures ont prouvé qu'ils n'en ſont pas; pourquoi prouveroit-elle la circularité parfaite de l'équateur? Les mêmes hauteurs obſervées après avoir parcouru des diſtances égales ſous différens méridiens, en partant de la même latitude, ne prouvent rien non plus, puiſqu'il faudroit être certain qu'il n'y a point d'erreur commiſe ni dans la meſure terreſtre, ni dans l'obſervation aſtronomique; or l'on ſait que les erreurs ſont inévitables dans ces meſures & dans ces opérations. Enfin les regles de la navigation, qui dirigent d'autant plus ſûrement un vaiſſeau, qu'elles ſont mieux pratiquées, prouvent ſeulement que la terre eſt à peu près ſphérique, & non que l'équateur eſt un cercle. Car la pratique la plus exacte de ces regles eſt elle-même ſujete à beaucoup d'erreurs.

Voilà les raiſons ſur leſquelles on ſe fonde, pour douter de la régularité de la terre que nous habitons, & même pour lui donner une *figure* irréguliere. Mais n'y auroit-il pas d'autres inconvéniens à admettre cette irrégularité? La rotation uniforme & conſtante de la terre autour de ſon axe, ne ſemble-t-elle pas prouver (comme l'ont déja remarqué d'autres philoſophes) que ſes parties ſont à peu près également diſtribuées autour de ſon centre? Il eſt vrai que ce phénomene pourroit abſolument avoir lieu dans l'hypotheſe de la diſſimilitude des méridiens, & de la denſité irréguliere des parties de notre globe; mais alors l'axe de la rotation de la terre ne paſſeroit pas par ſon centre de *figure*, & le rapport entre la durée des jours & des nuits à chaque latitude, ne ſeroit pas tel que l'obſervation & le calcul le donnent; ou ſi on vouloit que l'axe de rotation paſſât par le centre de la terre, comme les obſervations ſemble nt le prouver, il faudroit ſuppoſer dans les parties irrégulieres du globe un arrangement particulier, dont la ſymmétrie ſeroit beaucoup plus ſinguliere & plus ſurprenante, que la ſimilitude des méridiens ne pouroit l'être, ſur-tout ſi cette ſimilitude n'étoit que très-approchée, comme on le ſuppoſe dans les opérations aſtronomiques, & non abſolument rigoureuſe.

D'ailleurs les phénomenes de la préceſſion des équinoxes, ſi bien d'acord avec l'hypotheſe que les méridiens ſoient ſemblables, & que l'arrangement des parties de la terre ſoit régulier, ne ſemblent-ils pas prouver qu'en effet cette hypotheſe eſt légitime? Ces phénomenes auroient-ils également lieu, ſi les parties extérieures de notre globe étoient diſpoſées ſans ordre & ſans loi? Car la préceſſion des équinoxes venant uniquement de la non-ſphéricité de la terre, ces parties extérieures influeroient beaucoup ſur la quantité & la loi de ce mouvement dont elles pouroient alors déranger l'uniformité. Enfin la ſurface de la terre, dans ſa plus grande partie, eſt fluide, &, par conſéquent, homogene; la matiere ſolide, qui couvre le reſte de cette ſurface, eſt preſque par-tout peu différente en peſanteur de l'eau commune: n'eſt-il donc pas naturel de ſuppoſer que cette matiere ſolide fait à peu près le même effet qu'une matiere fluide, & que la terre eſt à peu près dans le même état, que ſi ſa ſurface étoit par-tout fluide & homogene; qu'ainſi la direction de la peſanteur eſt ſenſiblement perpendiculaire à cette ſurface, dans le plan de l'axe de la terre, & que, par conſéquent, tous les méridiens ſont ſemblables, ſinon à la rigueur, au moins ſenſiblement? Les inégalités de la ſurface de la terre, les montagnes qui la couvrent, ſont moins conſidérables par raport au diametre du globe, que ne le ſeroient de petites éminences d'un dixieme de ligne de hauteur, répandues çà & là ſur la ſurface d'un globe de deux pieds de diametre. D'ailleurs le peu d'attraction que les montagnes exercent par raport à leur maſſe, ſemble prouver que cette maſſe eſt très-petite par raport à leur volume. L'attraction des montagnes du Pérou élevées de plus d'une lieue, n'écarte le pendule de ſa direction que de ſept ſecondes: or une montagne hémiſphérique d'une lieue de hauteur, devroit faire écarter le pendule d'environ la 3000e partie du ſinus total, c'eſt-à-dire, d'une minute 18 ſecondes: les montagnes paroiſſent donc avoir très-peu de matiere propre par raport au reſte du globe terreſtre; & cette conjecture eſt apuiée par d'autres obſervations, qui nous ont découvert d'immenſes cavités dans pluſieurs de ces montagnes. Ces inégalités qui nous paroiſſent ſi conſidérables, & qui le ſont ſi peu, ont été produites par les bouleverſemens que la terre a ſoufferts, & dont vrai-ſemblablement l'effet ne s'eſt pas étendu fort au delà de la ſurface & des premieres couches.

Ainſi, de toutes les raiſons qu'on apporte pour ſeutenir que les méridiens ſont diſſemblables, la

Digitized by Google

eule de quelque poids, eſt la différence du degré meſuré en Italie, & du degré meſuré en France, à une latitude pareille & ſous un autre méridien. Mais cette différence qui n'eſt que de 70 toiſes, c'eſt-à-dire, d'environ 35 pour chacun des deux degrés, eſt-elle aſſez conſidérable pour n'être pas attribuée aux obſervations, quelques exactes qu'on les ſuppoſe ? Deux ſecondes d'erreur dans la ſeule meſure de l'arc céleſte, donnent 32 toiſes d'erreur ſur le degré ; & quel obſervateur peut répondre de deux ſecondes ? Ceux qui ſont tout-à-la-fois les plus exacts & les plus ſinceres, oſeroient-ils même répondre de 60 toiſes ſur la meſure du degré, puiſque 60 toiſes ne ſuppoſent pas une erreur de quarte ſecondes dans la meſure de l'arc céleſte, & aucune dans les opérations géographiques.

Rien ne nous oblige donc encore à croire les méridiens diſſemblables. Il faudroit, pour autoriſer pleinement cette opinion, avoir meſuré deux ou pluſieurs degrés à la même latitude dans des lieux de la terre très-éloignés, & y avoir trouvé trop de différence pour l'imputer aux obſervateurs : je dis *dans des lieux très-éloignés*, car le méridien d'Italie, par exemple, & celui de France, n'étant pas fort diſtans l'un de l'autre, on pouroit toujours rejeter ſur les erreurs de l'obſervation, la différence qu'on trouveroit entre les degrés correſpondans de France & d'Italie à la même latitude.

Il y auroit un autre moyen d'examiner la vérité de l'opinion dont il s'agit ; ce ſeroit de faire l'obſervation du pendule à la même latitude, & à des diſtances très-éloignées : car ſi, en ayant égard aux erreurs inévitables de l'obſervation, la longueur du pendule ſe trouvoit différente dans ces deux endroits, on en pouroit conclure (au moins vraiſemblablement) que les méridiens ne ſeroient pas ſemblables. Voilà donc deux opérations importantes qui ſont encore à faire pour décider la queſtion, la meſure du degré, & celle du pendule, ſous la même latitude, à des longitudes extrêmement différentes. Il eſt à ſouhaiter que quelque obſervateur exact & intelligent veuille bien ſe charger de cette entrepriſe, digne d'être encouragée par les ſouverains, & ſur-tout par le miniſtere de France, qui a déja fait plus qu'aucun autre pour la détermination de la *figure de la terre*.

Mais quand on s'aſſureroit même, par les moyens, que nous venons d'indiquer, que les méridiens ſont ſenſiblement ſemblables, il reſteroit encore à examiner ſi ces méridiens ont la *Figure* d'une ellipſe. Juſqu'ici la théorie n'a point donné formellement l'excluſion aux autres *figures* ; elle s'eſt bornée à montrer que la *figure* elliptique de la terre s'accordoit avec les loix de l'hydroſtatique : j'ai fait voir de plus, je le repete, dans la troiſieme partie de *mes Recherches ſur le ſyſtême du monde*, qu'il y a une infinité d'autres *figures* qui s'acordent avec ces loix, ſur-tout ſi on ne ſuppoſe pas la terre homogene. Ainſi, en imaginant que le méridien de la terre ne ſoit pas elliptique, j'ai donné, dans cette même *troiſieme partie de mes Recherches*, une méthode auſſi ſimple qu'on peut la déſirer, pour déterminer géographiquement & aſtronomiquement, ſans aucune hypotheſe, la *figure de la terre*, par la meſure de tant de degrés qu'on voudra de latitude & de longitude. Cette méthode eſt d'autant plus néceſſaire à pratiquer, que non ſeulement la théorie, mais encore les meſures actuelles, ne nous forcent pas à donner à la terre la *figure* d'un ſphéroïde elliptique ; car les cinq degrés du Nord, du Pérou, de France, d'Italie, & du Cap, ne s'acordent point avec cette *figure* : les expériences du pendule s'acordent aſſez bien à donner à la terre la *figure* elliptique, mais elle la donnent plus aplatie que $\frac{1}{174}$.

C'eſt aux aſtronomes à décider juſqu'à quel point l'hypotheſe elliptique ſeroit ébranlée par le degré d'Italie. Ne pouroit-on pas croire que l'attraction des montagnes a dû y influer ſur la direction du fil à-plomb, & que, par conſéquent, la meſure du degré doit y être moins exacte & moins sûre ? Il faudroit examiner de plus juſqu'à quel point les obſervations du pendule s'écarteroient de ce même aplatiſſement de $\frac{1}{174}$, déduction faite des erreurs qu'on peut commettre dans les obſervations.

Il faudroit diſcuter ſoigneuſement les erreurs qu'on peut commettre dans les obſervations, tant du pendule que des degrés ; & ſi ces erreurs devoient être ſuppoſées trop grandes pour accommoder l'hypotheſe elliptique aux obſervations, on ſeroit forcé d'abandoner cette hypotheſe, & de faire uſage des nouveles méthodes que j'ai propoſées, pour déterminer par la théorie & par les obſervations, la *figure de la terre*.

L'obſervation de l'aplatiſſement de jupiter pouroit encore nous être utile ici juſqu'à un certain point. Il eſt aiſé de trouver, par la théorie, quel doit être le raport des axes de cette planete, en la regardant comme homogene. Si ce raport étoit ſenſiblement égal au raport obſervé, on pouroit en conclure, avec aſſez de vrai-ſemblance, que la terre ſeroit auſſi dans le même cas, & que ſon aplatiſſement ſeroit $\frac{1}{174}$, le même que dans le cas de l'homogénéité ; mais ſi le raport obſervé des axes de jupiter eſt différent de celui que la théorie donne, alors on en poura conclure, par la même raiſon, que la terre n'eſt pas homogene, & peut-être même qu'elle n'a pas la *figure* elliptique.

Je ne parle point de la méthode de déterminer la *figure de la terre* par les parallaxes de la lune : cette méthode, imaginée d'abord par M. Manfredi, dans les *Mémoires de l'Académie des ſciences de* 1734, eſt ſujete à trop d'erreurs pour pouvoir rien donner de certain. Il eſt indubitable que les parallaxes doivent être différentes ſur une ſphere & ſur un ſphéroïde ; mais la différence eſt ſi petite, que

Digitized by Google

que quelques ſecondes d'erreur, dans l'obſervation emportent toute la préciſion qu'on peut déſirer ici. Il eſt bien plus sûr de déterminer la différence des parallaxes par la *figure de la terre*, ſuppoſée connue, que la *figure de la terre* par la différence des parallaxes ; & je me ſuis attaché, par cette raiſon, au premier de ces deux objets, dans la troiſieme partie de *mes Recherches ſur le ſyſtême du monde*, déja citées. (*Voyez* PARALLAXE.)

Il ne nous reſte plus qu'un mot à dire ſur l'utilité de cette queſtion de la *figure de la terre*. On doit avouer de bonne-foi, qu'eu égard à l'état préſent de la navigation, & à l'imperfection des méthodes par leſquelles on peut meſurer en mer le chemin du vaiſſeau, & connoître, en conſéquence, le point de la terre où il ſe trouve, il nous eſt aſſez indifférent de ſavoir ſi la terre eſt exactement ſphérique ou non. Les erreurs des eſtimations nautiques ſont beaucoup plus grandes que celles qui peuvent réſulter de la non-ſphéricité de la terre. Mais les méthodes de la navigation ſe perfectionneront peut-être un jour aſſez pour qu'il ſoit alors important au pilote de ſavoir ſur quel ſphéroïde il fait ſa route. D'ailleurs n'eſt-ce pas une recherche bien digne de notre curioſité, que celle de la *figure* du globe que nous habitons ? & cette recherche, outre cela, n'eſt-elle pas fort importante pour la perfection des obſervations aſtronomiques ? (*Voyez* PARALLAXE, *&c.*)

Quoi qu'il en ſoit, voilà l'hiſtoire exacte des progrès qu'on a fait juſqu'ici ſur la *figure de la terre*. On voit combien la ſolution complete de cette grande queſtion, demande encore de diſcuſſions, d'obſervations, & de recherches. Aidé du travail de mes prédéceſſeurs, j'ai tâché, dans mon dernier ouvrage, de préparer les matériaux de ce qui reſte à faire, d'en faciliter les moyens. Quel parti prendre juſqu'à ce que le temps nous procure de nouveles lumieres ? ſavoir attendre & douter.

Il eſt temps de finir cet article, dont je crains qu'on ne me reproche la longueur, quoique je l'aie abrégé le plus qu'il m'a été poſſible : je crains encore plus qu'on ne faſſe aux ſavans une eſpece de reproche, quoique très-mal fondé, de l'incertitude où ils ſont encore ſur la *figure de la terre*, après plus de 80 ans de travaux entrepris pour la déterminer. Ce qui doit néanmoins me raſſurer, c'eſt que j'ai principalement deſtiné l'article qu'on vient de lire, à ceux qui s'intéreſſent vraiment au progrès des ſciences ; qui ſavent que le vrai moyen de le hâter eſt de bien démêler tout ce qui peut le ſuſpendre ; qui connoiſſent enfin les bornes de notre eſprit & de nos efforts, & les obſtacles que la nature oppoſe à nos recherches : eſpece de lecteurs à laquelle ſeule les ſavans doivent faire attention, & non à cette partie du public indifférente & curieuſe, qui, plus avide du nouveau que du vrai, uſe tout en ſe contentant de tout effleurer.

Ceux qui voudront s'inſtruire plus à fond, ou plus en détail, ſur l'objet de cet article, doivent lire : *la meſure du degré du méridien entre Paris & Amiens*, par M. Piccard, *corrigée par MM. les académiciens du nord*, Paris, 1740 : *le Traité de la grandeur & de la figure de la terre*, par M. Caſſini, Paris, 1718 : *le diſcours de* M. de Maupertuis *ſur la figure des aſtres*, Paris, 1732 : *la Meſure du degré au cercle polaire, par les académiciens du nord*, 1738 : *la Théorie de la figure de la terre*, par M. Clairaut, 1742 : *la Méridienne de Paris, vérifiée dans toute l'étendue de la France*, par M. Caſſini de Thury, 1744 : *la figure de la terre*, par M. Bouguer, 1749 : *la Meſure des trois premiers degrés du méridien*, par M. de la Condamine, 1751 : *l'ouvrage* des PP. le Maire & Boſcovich, qui a pour titre, *de literaria expeditione per pontificiam ditionem*, &c. *Romæ*, 1755 : *mes Réflexions ſur la cauſe des vents*, 1749 : *la ſeconde & troiſieme partie de mes Recherches ſur le ſyſtême du monde*, 1754 & 1756 ; mes *Opuſcules Mathématiques*, & pluſieurs ſavans mémoires de MM. Euler, Clairaut, Bouguer, de Maupertuis, *&c.* répandus dans *les recueils des académies des ſciences de Paris*, *de Petersbourg*, *de Berlin*, &c. (*O*).

FIGURE *de la terre*. (*Aſtron.*) La meſure des degrés de la terre avoit fait connoître ſa grandeur (*Voy.* DEGRÉ) ; mais on ſuppoſoit que ces degrés étoient égaux ; & l'on crut la terre ronde ou ſphérique juſqu'en 1666. Depuis ce temps-là, ſon *aplatiſſement* a été reconu, ſoit par la théorie, ſoit par la meſure des degrés, faite en divers climats. On avoit obſervé, dans le dernier ſiecle, l'aplatiſſement de jupiter. On avoit reconu en 1672, dans le voyage de Cayenne, que le pendule à ſecondes étoit plus court vers l'équateur, c'eſt à-dire, que la peſanteur y étoit moindre qu'en Europe. Huyghens ſoupçona que ce pouvoit être l'effet de la force centrifuge qui provenoit de la rotation de la terre. De là il ſuivoit que la terre devoit être aplatie ; mais l'on ne pouvoit s'en aſſurer qu'en meſurant la valeur du degré à différentes latitudes.

Si la terre n'eſt pas exactement ronde, la meſure de ſes degrés doit ſe faire autrement que ſur le globe. Soit *EPQO*, *Fig.* 120 *d'Aſt.*, la circonférence aplatie de la terre ; *EDFQA* celle d'un cercle circonſcrit, & qui a le même diametre *ECQ* ; ayant pris un arc *DF* de ce cercle, qui ſoit $\frac{1}{360}$ de ſa circonférence, c'eſt-à-dire, un degré, l'angle *DCF* ſera auſſi d'un degré ; mais l'arc *GH* de la terre, quoiqu'il ſoit compris entre les lignes *DGC* & *FHC*, qui ſont un angle d'un degré au centre de la terre, ne ſera point un degré de la courbe, parce que les lignes verticales ne vont point au centre de la terre, ſi elle eſt aplatie ; il faut que les lignes *AC* & *PC*, *Fig.* 116, concourent au centre *C* de la terre, pour que l'arc *AP*, qui meſure l'angle *C* d'un degré, ſoit auſſi un degré de la terre. Si la terre eſt aplatie, un obſervateur en *P*, *Fig.* 117, par exemple, à

Digitized by Google

Paris, qui voit une étoile comme la claire de perſée, paſſer au méridien préciſément au zénit Z, la verra ſur la ligne $BLPZ$, qui eſt perpendiculaire à la ſurface de la terre en P, & qui ne va point ſe diriger au centre C de la terre, à moins que la terre ne ſoit parfaitement ſphérique, comme dans la *Figure 116*. Un autre obſervateur, ſitué en A, par exemple, à Amiens, voit la même étoile ſur un rayon AS, qui eſt parallele à LPZ, à cauſe de la grande diſtance des étoiles; cette étoile paroît éloignée de ſa verticale XAB d'un angle SAX ou d'un degré, en ſuppoſant l'angle B d'un degré. Si, avec les inſtrumens exacts qu'on emploie à ces obſervations, on trouve que la claire de perſée paſſe à un degré du zénit d'Amiens, il s'enſuit que l'angle SAX eſt d'un degré. Dans ce cas là, nous dirons que l'arc AP de la terre, compris entre Paris & Amiens, eſt un degré de la terre; d'où réſulte la définition ſuivante:

Le degré du ſphéroïde terreſtre (quelle que ſoit ſa figure) eſt l'eſpace qu'il faut parcourir ſur la terre, pour que la ligne verticale ait changé d'un degré. Il ſuit de cette définition que, dans les endroits les plus aplatis de la terre, les degrés doivent être les plus longs; en effet, plus un arc PA, *Fig.* 118, aura de convexité ou de courbure, l'angle F étant toujours ſuppoſé d'un degré, plus cet arc PA ſera court; ſi, au lieu de PA, nous prenons l'arc PD plus convexe & plus courbe que PA, la ligne DG étant parallele à AF, & l'angle PGD d'un degré, auſſi-bien que PFA, cet arc PD ſera plus court, quoiqu'il ait la même amplitude, c'eſt-à-dire, qu'il ſoit auſſi d'un degré, ſa longueur abſolue en toiſes ſera plus petite que celle du degré PA.

Il ſuffiroit, pour connoître la *figure de la terre*, de meſurer la valeur d'un degré à pluſieurs latitudes différentes: l'Académie commença en 1683 ces opérations dans l'étendue de la France, & continua en 1700. En comparant les meſures faites au nord & au midi de Paris, on crut apercevoir que l'étendue des degrés étoit un peu plus grande vers le midi, ce qui a fait dire pendant quelques années que la terre pouvoit bien être alongée; mais il me ſemble que ce n'étoit pas d'abord l'intention de Caſſini & Fontenelle; ils penſoient que cette augmentation de degrés qu'ils avoient trouvée étoit favorable aux hypotheſes communes, c'eſt-à-dire, à celles de Newton & de Huyghens, & qu'il s'enſuivoit un aplatiſſement, du moins à en juger par la premiere édition de l'*Hiſtoire de l'Académie*, année 1701, page 96, ligne derniere, & par les *Mémoires*, page 181, ligne 2. La Théorie de Huygens menoit à cette conſéquence, & ce fut Robaix, ingénieur, qui le premier écrivit contre l'opinion, que les degrés plus étendus vers le nord, ſuppoſoient un alongement de la terre. Mais cette différence entre les degrés meſurés dans l'étendue de la France, étoit trop petite pour que l'on pût conſtater d'une maniere déciſive la *Figure* de la terre; il eſt vrai que la meſure des degrés du parallele de longitude entre Paris & Saint-Malo, faite en 1733, & celle du degré du parallele entre Paris & Strasbourg, faite en 1734, ſemblerent indiquer auſſi un ſphéroïde alongé; mais les longitudes de Saint-Malo ou de Strasbourg ne pouvoient pas ſe déterminer par les méthodes aſtronomiques avec une préciſion aſſez grande pour donner une détermination certaine de la *Figure* de la terre.

Au milieu des diſſertations que la meſure du parallele de Paris occaſiona, en 1733, dans les aſſemblées de l'Académie, la Condamine repréſenta qu'on léveroit la difficulté de la façon la plus ſûre, en meſurant un degré aux environs de l'équateur; par exemple, à Cayenne, & il offrit de l'entreprendre lui-même. En 1734, Godin lut auſſi un mémoire ſur les avantages qu'on pouroit tirer d'un voyage à l'équateur qu'il offroit de faire avec M. de Fouchy; le miniſtre, qui étoit alors le comte de Maurepas, fit agréer au Roi le voyage que Godin, la Condamine & M. de Fouchy devoient faire; mais la ſanté & les occupations de ce dernier le déterminerent à remettre cette commiſſion à Bouguer, qui étoit alors hydrographe du Roi, au Havre-de-Grace; & ces trois Académiciens partirent au mois de mai 1735. Peu de temps après Maupertuis, avec trois autres Académiciens partit pour le cercle polaire, où ils trouverent le degré de 57422 toiſes plus grand de 353 toiſes que le degré de Paris 57069. Cette augmentation du degré entre 49° & 66° de latitude, forma une démonſtration complete de l'aplatiſſement de la terre vers les poles.

Les trois Académiciens envoyés au Pérou, ne terminerent leur meſure qu'en 1741, ils trouverent le degré du méridien ſous l'équateur même, de 56753 toiſes.

Quand on ſuppoſe la terre elliptique, on peut, avec deux degrés meſurés à des latitudes quelconques, trouver l'aplatiſſement. Soient N & M, les deux degrés, que s & t ſoient les ſinus des latitudes géographiques, vers le milieu de ces deux degrés; on aura, pour la fraction qui exprime l'aplatiſſement, $\frac{N-M}{3M(ss-tt)}$. Si le degré M ſe trouve meſuré ſous l'équateur même, on aura $t=0$, & $\frac{N-M}{3Mss}$ pour l'aplatiſſement cherché. Cette expreſſion fait voir que dans l'hypotheſe de la terre elliptique, les accroiſſemens ſont à peu près comme les carrés des ſinus des latitudes, car $N-M$ eſt proportionel à ss dès que la fraction $\frac{N-M}{3Mss}$ eſt conſtante.

Si l'un des degrés M étant ſitué ſous l'équateur, l'autre degré N ſe trouve exactement au pole, l'on aura $\frac{N-M}{3M}$ pour l'aplatiſſement. Ainſi, la

Digitized by Google

différence des diametres de la terre n'eſt que le tiers de celle des degrés ; par exemple, ſi les deux degrés extrêmes different entr'eux de $\frac{1}{57}$; les diametres de la terre ne different que de $\frac{1}{171}$, c'eſt la quantité d'aplatiſſement que Newton avoit trouvée par la théorie de l'attraction, & de la force centrifuge en ſuppoſant la terre elliptique & homogene. Huygens trouvoit beaucoup moins, mais c'étoit en ſuppoſant la peſanteur dirigée toujours vers le centre de l'ellipſe. En ſubſtituant dans la formule précédente, les degrés meſurés en France & au Pérou, la Condamine trouvoit l'aplatiſſement de la terre $\frac{1}{174}$; mais en y ſubſtituant le degré du nord & celui du Pérou, il ne trouvoit que $\frac{1}{212}$. Cette différence de réſultat a fait croire que la terre n'a pas une figure régulierement & parfaitement elliptique, ou qu'il y a dans les degrés meſurés, quelque imperfection, ou quelque autre raiſon d'inégalité, comme l'attraction des montagnes ſur le fil à plomb, ſans quoi l'on auroit le même degré d'aplatiſſement, par ces deux différentes comparaiſons. Quelques géometres en ont conclu que le degré du nord étoit un peu trop grand. Quoi qu'il en ſoit, voici les réſultats de toutes les meſures de degrés qui ont été faites juſqu'à préſent.

Le P. Boſcovich, dans ſes notes ſur le poëme latin de M. Stay, examina de quelle maniere on pouroit combiner les cinq degrés dont on avoit alors la meſure, pour en tirer l'ellipticité de la terre par une eſpece de milieu, & il chercha les corrections à faire aux réſultats des meſures, de maniere que la ſomme des corrections poſitives fût égale à celles des négatives, que les différences des degrés fuſſent proportioneles aux carrés des ſinus des latitudes ; enfin que la ſomme des corrections poſitives ou négatives fait la plus petite de toutes celles que l'on peut avoir en ob-

Latitude moyene des degrés meſurés.	*Valeur des degrés en toiſes.*	*Auteurs d'où les meſures ſont tirées, & qui m'ont donné les détails.*
0° 0′	56753	Bouguer & la Condamine.
33 18 M.	57037	La Caille, *Mém. Acad.* 1751, page 435.
39 12 S.	56888	Maſon & Dixon, *Phil. Transf.* 1768, page 326.
43 1 S.	56979	Le P. Boſcovich, *de Litt. Exped.* 1755.
44 44	57069	Le P. Beccaria, en Piémont, 1768. *Gradus Taurinenſis.*
45 0	57028	*Mérid. vérif. Mém. Acad.* 1758, pag. 244.
45 57	56881	Le P. Lieſganig, en Hongrie, *dimenſ. Grad.* 1770, page 256.
48 43	57086	Le P. Lieſganig, en Autriche.
49 23	57069	De Paris à Amiens, *mérid. vérifiée. Aſtronomie*, tome III.
66 20	57422	Sous le cercle polaire, Maupertuis, *Figure de la terre.*

ſervant les deux premieres conditions, & il trouvoit $\frac{1}{174}$ pour la différence des axes.

Mais dans l'édition de ſon voyage, faite à Paris en 1770, il emploie les degrés meſurés par le P. Lieſganig avec les 8 autres que l'on avoit, & il trouve pour l'ellipticité de la terre $\frac{1}{178}$. Ces deux fractions ne s'éloignent pas beaucoup de $\frac{1}{177}$, que le P. Boſcovich trouve par la théorie, en ſuppoſant un noyau ſphérique plus denſe, & dont la denſité ſoit égale à la même diſtance du centre. Mais voyez à ce ſujet, les *Opuſcules mathématiques* de M. d'Alembert, & ci-devant l'article *Figure de la terre* (Hydroſtatique).

On a remarqué dans les accroiſſemens de ces degrés, en allant de l'équateur vers les poles, quelques irrégularités qui viennent peut-être des circonſtances locales, plus que de l'irrégularité de la terre ; on trouve, par exemple, le degré meſuré en Italie, plus petit, & celui du Cap, plus grand qu'ils ne devroient être, ſuivant la loi établie par les trois degrés meſurés ſous l'équateur, de France & au cercle polaire. Mais une partie de ces différences peut venir de l'attraction latérale des montagnes ſur le fil à plomb. *Voyez* ATTRACTION.

Les obſervations faites ſur la longueur du pendule, donnent l'aplatiſſement de la terre un peu plus fort que la théorie de Newton ; c'eſt-à-dire, un peu plus que $\frac{1}{176}$; ainſi, puiſque les meſures des degrés donnent un peu moins, nous ne pouvons faire mieux, quant à préſent, que de ſuppoſer l'aplatiſſement de la terre, un deux cents trentieme du rayon de l'équateur.

D'ailleurs il y avoit dans les obſervations des réſultats plus forts que celui de Newton, & d'autres plus foibles, voilà pourquoi la plupart des aſtronomes ont adopté en attendant le rapport de 229 à 230 dans leurs calculs. Nous avons mis au mot *degré*, une table calculée dans cette hypotheſe, en ôtant 50 toiſes du degré meſuré ſous l'équateur, & les ajoutant à celui de France pour que les différences entre la table & les diverſes meſures des degrés ſoient partagées à peu près éga-

Digitized by Google

lement. Dans cette hypothese, le rayon de l'équateur eſt 3277123 toiſes, & le demi-axe 3262875 toiſes.

Juſqu'ici nous n'avons parlé que des degrés du méridien, ou des degrés de latitude; il y a cependant des cas où l'on a beſoin des degrés de longitude ou des degrés des petits cercles paralleles à l'équateur. Si la circonférence de la terre *D E L*, *Fig.* 121, eſt ſuppoſée ſphérique, le rayon *B L* du parallele, qui paſſe par le point *L*, eſt le coſinus de la latitude *E L*; les degrés de longitude ſont donc aux degrés de latitude, comme le rayon eſt au coſinus de la latitude. Ainſi, le degré de latitude étant à Paris 57069 toiſes, ſi l'on multiplie cette quantité par le coſinus de 48° 50′ 14″, l'on aura 37563 toiſes, pour l'étendue de chaque degré du parallele de Paris.

Mais la terre étant aplatie, on a par cette regle des degrés de longitudes qui ſont toujours trop petits. Bouguer trouvoit pour Paris le degré du grand cercle perpendiculaire au méridien, plus grand de 397 toiſes que le degré du méridien, & celui du parallele, plus grand de 267 toiſes qu'il ne ſeroit ſur la terre ſphérique. Voilà pourquoi la longitude de Breſt, calculée ſur une diſtance à la méridiene de 259168 toiſes, produit ſur le ſphéroïde 6′ de temps, moins que ſur la ſphere, ſuivant M. du Séjour, *Mém.* 1778, *pag.* 186. Nous avons mis dans notre table les degrés de longitude pour tous les paralleles. (*D. L.*)

FIGURE, *en Aſtrologie*, eſt une deſcription ou repréſentation de l'état & de la diſpoſition du ciel à une certaine heure, qui contient les lieux des planetes & des étoiles, marqués dans une *Figure* de douze triangles appelés *maiſons*. (*Voyez* MAISONS.) On la nomme auſſi *horoſcope & theme*. (*Voyez* HOROSCOPE.)

FIGURE, *en Géomancie*, s'applique aux extrémités des points, lignes ou nombres jetés au hazard, ſur les combinaiſons ou variations deſquels ceux qui font profeſſion de cet art fondent leurs prédictions chimériques.

FIGURÉ, adj. (*Arithmétique & Algebre*). On appele *nombres figurés*, des ſuites de nombres formés ſuivant la loi qu'on va dire. Suppoſons qu'on ait la ſuite des nombres naturels, 1, 2, 3, 4, 5, *&c.* & qu'on prene ſucceſſivement la ſomme des nombres de cette ſuite, depuis le premier juſqu'à chacun des autres, on formera la nouvele ſuite 1, 3, 6, 10, 15, *&c.* qu'on appele *la ſuite des nombres triangulaires*. Si on prend de même la ſomme des nombres triangulaires, on formera la ſuite 1, 4, 10, 20, *&c.* qui eſt celle de nombres *pyramidaux*. La ſuite des nombres pyramidaux formera de même une nouvele ſuite de nombres. Ces différentes ſuites forment les nombres qu'on appele *figurés*. Les nombres naturels ſont ou peuvent être regardés comme les nombres *figurés* du premier ordre, les triangulaires comme les nombres *figurés* du ſecond, les pyramidaux comme ceux du troiſieme; & les ſuivans ſont appelés du quatrieme, du cinquieme, du ſixieme ordre, *&c.* & ainſi de ſuite. Voici pourquoi on a donné à ces nombres le nom de *figurés*.

Imaginons un triangle que nous ſuppoſerons équilatéral pour plus de commodité, & diviſons-le par des ordonées paralleles & équidiſtantes. Mettons un point au ſommet, deux points aux deux extrémités de la premiere ordonée, c'eſt-à-dire, de la plus proche du ſommet; la ſeconde ordonée étant double de la premiere, contiendra trois points auſſi diſtans l'un de l'autre que les deux précédens; la troiſieme en contiendra quatre; & ainſi 1, 2, 3, 4, *&c.* ſeront la ſomme des points que contient chaque ordonée. Maintenant il eſt viſible que le premier triangle qui a pour baſe la premiere ordonée contient 1 + 2 ou 3 de ces points; que le ſecond triangle, quadruple du premier, en contient 1 + 2 + 3 + 4 ou 10, *&c.* & ainſi de ſuite. Voilà les nombres triangulaires. Prenons à préſent une pyramide équilatérale & triangulaire, & diviſons-la de même par des plans paralleles & équidiſtans qui forment des triangles paralleles à ſa baſe, leſquels triangles formeront entr'eux la même progreſſion 1, 4, 9, *&c.* que les triangles dont on vient de parler; il eſt viſible que le premier de ces triangles contenant 3 points, le ſecond en contiendra 6, le troiſieme 10, *&c.* comme on vient de le dire, c'eſt-à-dire, que le nombre des points de chacun de ces triangles ſera un nombre triangulaire. Donc, la premiere pyramide, celle qui a le premier triangle pour baſe, contiendra 1 + 3 ou 4 points, la ſeconde 1 + 3 + 6 ou 10, la troiſieme 1 + 3 + 6 + 10 ou 20. Voilà les nombres pyramidaux. Il n'y a proprement que les nombres triangulaires & les pyramidaux qui ſoient de vrais nombres *figurés*, parce qu'ils repréſentent en effet le nombre des points que contient une figure triangulaire ou pyramidale: paſſé les nombres pyramidaux, il n'y a plus de vrais nombres *figurés*, parce qu'il n'y a point de figure en Géométrie au delà des ſolides, ni de dimenſion au delà de trois dans l'étendue. Ainſi, c'eſt par pure analogie & pour ſimplifier, que l'on a appelé *figurés* les nombres qui ſuivent les pyramidaux.

Ces nombres *figurés* ont cette propriété. Si on éleve $a + b$ ſucceſſivement à toutes les puiſſances en cette ſorte:

$$a + b$$
$$aa + 2ab + bb$$
$$a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$
$$a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$$
$$a^5, \text{ \&c.}$$

les coëfficiens 1, 2, 3, *&c.* de la ſeconde colonne verticale ſeront les nombres naturels, les coëfficiens 1, 3, 6, de la troiſieme ſeront les nombres

Digitized by Google

trangulaires ; ceux de la quatrieme, 1, 4, *&c.* seront les pyramidaux, & ainſi de ſuite.

M. Paſcal, dans ſon ouvrage, qui a pour titre *triangle arithmétique*, M. de l'Hôpital dans le *liv. X de ſes ſections coniques*, & pluſieurs autres, ont traité avec beaucoup de détail des propriétés de ces nombres. Voici la maniere de trouver un nombre *figuré* d'une ſuite quelconque.

1°. 1 étant le premier terme de la ſuite des nombres naturels, on aura n pour le n^e^ terme de cette ſuite. *Voyez* PROGRESSION ARITHMÉTIQUE. Donc n eſt le n^e^ nombre *figuré* du premier ordre.

2°. La ſomme d'une progreſſion arithmétique eſt égale à la moitié de la ſomme des deux extrêmes, multipliée par le nombre des termes. Or le n^e^ nombre triangulaire eſt la ſomme d'une progreſſion arithmétique, dont 1 eſt le premier terme, n le dernier, & n le nombre des termes. Donc le n^e^ nombre triangulaire eſt $\frac{1+n}{2} \times n = \frac{nn+n}{2}$.

3°. Pour trouver le n^e^ nombre pyramidal, voici comment il faut s'y prendre. Je vois que le n^e^ nombre du premier ordre eſt de la forme An, A étant un coëfficient conſtant égal à l'unité ; que le n^e^ nombre du ſecond ordre eſt de la forme $An + Bnn$, A & B étant égaux chacun à $\frac{1}{2}$: j'en conclus que le n^e^ nombre pyramidal ſera de la forme $\alpha n + \beta nn + cn^3$, α, β, c, étant des coëfficiens inconnus que je détermine de la maniere ſuivante, en raiſonant ainſi : Si $\alpha n + \beta nn + cn^3$ eſt le n^e^ nombre pyramidal, le $n+1^e$ doit être $\alpha(n+1) + \beta(n+1)^2 + c(n+1)^3$. Or la différence du $n+1^e$ nombre pyramidal & du n^e^ doit être égale au $n+1^e$ nombre triangulaire, puiſque par la génération des nombres *figurés* le $n+1^e$ nombre pyramidal n'eſt autre choſe que le $n+1^e$ nombre triangulaire ajouté au n^e^ nombre pyramidal ; de plus le $n+1^e$ nombre triangulaire eſt $\frac{\overline{n+1}\cdot\overline{n+1}}{2}$: de là on tirera une équation qui ſervira à déterminer α, β & c, & on trouvera après tous les calculs que $\alpha n + \beta nn + cn^3 = \frac{n}{2.3} \times nn + 3n + 2 = \frac{n+2.\overline{n+1}.n}{2.3}$ Il eſt à remarquer que pour avoir α, β, & c, il faut comparer ſéparément dans chaque membre de l'équation les termes où n ſe trouve élevée au même degré ; car la valeur de α, de β, & de c, étant toujours la même, doit être indépendante de celle de n, qui eſt variable.

4°. Le nombre triangulaire de l'ordre n étant $\frac{n+1.n}{2}$, & le pyramidal correſpondat étant $\frac{\overline{n+2.n+1.n}}{2.3}$, la ſimple analogie fait voir que le n^e^ nombre *figuré* du quatrieme ordre ſera $\frac{n+3.n+2.n+1.n}{2.3}$, &, en général, il eſt évident que, ſi $\frac{n+m\ldots.n}{2\ldots m+1}$ eſt le n^e^ nombre *figuré* d'un ordre quelconque, le n^e^ nombre *figuré* du ſuivant ſera $\frac{n+m+1\ldots.n}{2\ldots. \quad m+2}$. En effet, ſuivant cette expreſſion, le $n+1^e$ nombre *figuré* de ce dernier ordre ſeroit $\frac{n+m+2\ldots n+m+1\ldots n+1}{2\ldots\ldots\ldots\ldots m+2}$, dont la différence avec le n^e^ eſt évidemment $\frac{n+m+1\ldots.n+1}{2\ldots\ldots\ldots m+1.m+2} \times \overline{n+m-2-n} = \frac{n+m+1\ldots n+1}{2\ldots\ldots\ldots m+1} \times \frac{m+2}{m+2} = \frac{n+m+1\ldots n+1}{2\ldots\ldots m+1}$, qui eſt le $n+1^e$ nombre *figuré* de l'ordre précédent, comme cela doit être.

En général ſi $(A+Bn)(n+q)(n+q-1)(n+q-2)\ldots.n$, eſt le n^e^ terme d'une ſuite quelconque, & qu'on prene ſucceſſivement la ſomme des termes de cette ſuite, le n^e^ terme de la nouvele ſuite ainſi formée ſera $(\alpha+\beta n)(n+q+1)(n+q)(n+q-1)\ldots. n$; α & β étant deux indéterminées qu'on déterminera par cette condition, que le $n+1^e$ terme de la nouvele ſuite moins le n^e^ de cette même ſuite ſoit égal au $n+1^e$ terme de la ſuite donnée. D'où l'on tire, en ſupprimant de part & d'autre les facteurs communs, $(n+q+1)\ldots(n+1)(\alpha+\beta n+\beta)\times(n+q+2)-(\alpha+\beta n)\times n = An+Bn+B$, & par conſéquent $\beta = \frac{B}{q+3}$ & $\alpha = \frac{qA+3A+B}{(q+2).(q+3.)}$.

Cette formule eſt beaucoup plus générale que celle qui fait trouver les nombres *figurés* ; car ſi au lieu de ſuppoſer que la premiere ſuite ſoit formée des nombres naturels, on ſuppoſe qu'elle forme une progreſſion arithmétique quelconque, on peut par le moyen de la formule qu'on vient de voir, trouver la ſomme de toutes les autres ſuites qui en ſeront dérivées à l'infini, & chaque terme de ces ſuites. En effet le n^e^ terme de la premiere ſuite étant $A+Bn$, le n^e^ terme de la ſeconde ſuite ſera $(\alpha+\beta n)n$; le terme de la troiſieme ſuite ſera $(\gamma+\delta n)(n+1)n$, & ainſi de ſuite,

Digitized by Google

γ & δ se déterminant par α & β, comme α & β par A & B, &c. À l'égard de la somme des termes d'une suite quelconque, il est visible qu'elle est égale au n^e terme de la suivante.

M. Jacques Bernoulli, dans son traité *de seriebus infinitis earumque summa infinita*, a donné une méthode très-ingénieuse de trouver la somme d'une suite, dont les termes ont 1 pour numérateur, & pour dénominateurs des nombres *figurés* d'un ordre quelconque, à commencer aux triangulaires. Voici en deux mots l'esprit de cette méthode : Si de la fraction $\frac{a}{n.n+1...n+m}$, on retranche $\frac{a}{n+1.n+2...n+m+1}$, on aura $\frac{an+am+a-an}{n.n+1...n+m+1} = \frac{a(m+1)}{n.n+1...n+m+1}$.

D'où il est aisé de conclure que la somme d'une suite, dont les dénominateurs sont, par exemple, les nombres triangulaires, se trouvera aisément en retranchant de la suite $1, \frac{1}{3}, \frac{1}{6}, \frac{1}{10}$, &c. cette même suite diminuée de son premier terme, & multipliant ensuite par 2, ce qui donnera 2. *Voyez* dans l'ouvrage cité *le détail de cette méthode*. Voyez *aussi* l'article SUITE *ou* SÉRIE.

On peut regarder comme les nombres *figurés* les nombres polygones, quoiqu'on ne leur donne pas ordinairement ce nom. Ces nombres ne sont autre chose que la somme des termes d'une progression arithmétique ; si la progression est des nombres naturels, ce sont les nombres triangulaires ; si la progression est 1, 3, 5, 7, &c. ce sont les nombres carrés ; si elle est 1, 4, 7, 10, &c. ce sont les nombres pentagones. Voici la raison de cette dénomination : Construisez un polygone quelconque, & mettez un point à chaque angle ; ensuite d'un de ces angles tirez des lignes à l'extrémité de chaque côté, ces lignes seront en nombre égal au nombre des côtés du polygone moins deux, ou plutôt au nombre des côtés, en comptant deux des côtés pour deux de ces lignes ; prolongez ces lignes du double, & joignez les extrémités par des lignes droites, vous formerez un nouveau polygone, dont chaque côté étant double de son correspondant parallele, contiendra un point de plus. Donc si m est le nombre des côtés de ce polygone, la circonférence de ce polygone aura m points de plus, que la circonférence du précédent ; & le polygone entier, c'est-à-dire, l'aire de ce polygone contiendra $m-2$ points de plus que le précédent. *Voyez* POLYGONE.

Une simple figure fera voir aisément tout cela, & montrera que pour les nombres pentagones où $m-2=3$, on a $m-2=3$, & qu'ainsi ces nombres sont la somme de la progression 1, 4, 7, &c. dont la différence est trois.

On pourroit former, des sommes, des nombres polygones, qu'on appelleroit *nombres polygones pyramidaux* ; ces nombres exprimeroient le nombre des points d'une pyramide pentagone quelconque. On trouveroit ces nombres par les méthodes données dans cet article. *Voyez* POLYGONE, PYRAMIDAL, SUITE *ou* SÉRIE, &c. *Voyez aussi le traité d'Algebre de M. l'Abbé Bossut*. (*O*).

FIGURÉ, f. m. (*Géom. prat.*) ; c'est la représentation des différens objets que renferme un terrain dont on leve le plan, ou un pays dont on leve la Carte. Comme on figure à l'instrument, ou à vue, cet article sera divisé en deux parties.

Des Figurés à l'Instrument.

La Géométrie sert à renfermer dans de justes bornes, l'étendue de Pays qu'embrasse une Carte ; elle ordonne toutes les parties du tableau ; mais c'est le dessein qui exprime leurs formes, & qui donne un corps à l'ouvrage.

Nous n'entreprenons point ici d'apprendre à manier les pinceaux & les crayons ; notre but, en exposant les procédés les plus en usage, & les plus propres à rendre la nature, est de fournir à la pratique tous les secours faits pour accélérer sa marche. C'est d'elle seule que l'on peut acquérir la facilité de décrire, au premier coup d'œil, les détails les plus variés des terrains, & de fixer ensuite ses *figurés* à l'encre, avec autant de netteté que d'intelligence. Nous parcourons les principaux objets que l'on rencontre, en opérant à la planchete, d'après les méthodes expliquées au mot (*Levée des Plans*), & nous indiquerons les moyens de les exprimer, en supposant que l'on emploie l'échele de six lignes pour toises. *Voyez* ÉCHELES.

Des chemins. Tout instrument dont on se sert pour lever un chemin, ne détermine que des lignes droites ; c'est donc au moyen de ces lignes, que l'on doit figurer les différentes sinuosités qu'il forme, ainsi que les arbres & les haies qui se trouvent à droite & à gauche.

Deux lignes paralleles, plus ou moins rapprochées, suivant la largeur du chemin, servent à le représenter. On vise de chaque point de station de sa planchete, sur le point le plus éloigné que l'on aperçoive dans la direction du chemin ; & en avançant le long de ce rayon, on fait faire aux deux paralleles les mêmes détours que l'on parcourt. À mesure que le chemin est coupé par des haies ou d'autres chemins, on s'arrête à chacun de ces objets, & l'on figure leurs naissances sur des rayons qui déterminent leurs directions.

Ces différentes stations servent en même temps à tirer des rayons indéfinis sur les objets éloignés qui se trouvent de part & d'autre ; on écrit le nom de ces objets sur les rayons qui leur appartiennent, & l'on détermine leur position, dans sa marche, par de nouveaux rayons.

Une chaussée pavée est distinguée d'un autre chemin par deux lignes paralleles tirées très-près l'une de l'autre, entre les deux premieres, pour représenter le pavé. Sa largeur totale, sur la Carte, doit être de 16 à 20 toises de l'échele.

Les chaussées férées doivent avoir la même lar-

Digitized by Google

geur, & s'il y a des foſſés des deux côtés, on les exprime par des lignes très-fines que l'on tire parallélement au trait de la chauſſée, auſſi près que cela eſt poſſible.

Tout chemin de voiture doit avoir pour le moins ſept ou huit toiſes de l'échele, quoique ſouvent il en ait beaucoup moins ſur le terrain. La raiſon de cette augmentation, ainſi que de celle des chauſſées, eſt de rendre les chemins très-diſtincts ſur la Carte, pour qu'on aperçoive plus aiſément les communications.

Les ſentiers s'expriment par des lignes légeres très-raprochées, & le plus ſouvent ponctuées pour les différencier de celles des chemins.

Comme on ſe ſert du crayon pour figurer ſur le terrain, on ne donne guere à une ligne plus de largeur qu'à une autre; mais lorſqu'on met le trait à l'encre, on le force à l'eſt & au ſud des chemins, pour les faire ſaillir au deſſus de la Carte, par le moyen de cette ligne d'ombre.

On ſuppoſe toujours que le nord eſt au haut d'un plan, & que le jour vient de gauche à droite ſous l'angle de 45 degrés. On ombre en conſéquence toutes les parties qui en ſont ſuſceptibles.

Soit qu'on emploie la chaîne, ou qu'on leve avec des points déja déterminés, on ſe ſert des arbres ou autres objets qui ſe trouvent le long des chemins, pour diriger ſes alignemens. Cette méthode eſt beaucoup plus expéditive que celle des jalons qui entraîne toujours des lenteurs.

Des Ruiſſeaux & des Rivieres. On ſuit à l'inſtrument le côté le plus commode d'un Ruiſſeau, & l'on figure ſes détours ſur les différens alignemens qu'ils néceſſitent de prendre.

Les ſinuoſités continueles des deux lignes paralleles qui l'expriment, & l'augmentation de ſa largeur à meſure qu'on s'éloigne de ſon origine, l'empêchent d'être confondu avec un chemin; d'ailleurs, lorſqu'on les met à l'encre, on exprime toujours très-fortement le côté à l'oueſt & au nord.

On a ſoin d'outrer un peu la largeur d'un petit Ruiſſeau pour le rendre plus ſenſible; mais lorſqu'il eſt extrêmement petit, & qu'on le paſſe ſans aucune difficulté, on ne ſe ſert que d'une ſeule ligne pour l'exprimer. On la trace très-fine à ſon origine, & on lui donne plus de force à meſure qu'on s'approche de ſon embouchure.

Pour lever une Riviere d'une certaine largeur, & pour bien exprimer les détours de ſes deux Rives, il faut néceſſairement les parcourir l'une & l'autre. Il eſt cependant très-aiſé de déterminer d'un de ſes bords, autant de points que l'on veut du côté oppoſé; mais, pour bien en rendre les détails, on ſe porte ſur ces points mêmes.

Chaque Rive s'exprime par une ligne, tantôt fine & tantôt forte, ſuivant qu'elle eſt expoſée au jour ou à l'ombre de la Carte.

Soit qu'on leve une Riviere ou un Ruiſſeau, on s'arrête à chaque point où ſes bords ſont couverts, ou coupés par des haies & d'autres objets, afin de déterminer leur poſition & de les figurer.

Quand on fait uſage des couleurs, on remplit les petits Ruiſſeaux de vert d'eau, avec une plume; & l'on étend au pinceau, le long des parties ombrées d'une Riviere, une teinte plate de vert d'eau que l'on adoucit du côté du jour, avec un autre pinceau plein d'eau.

Le cours d'une Riviere ou d'un Ruiſſeau s'exprime par une petite fleche que l'on deſſine à côté ou au milieu ſi cela ſe peut, & dont la direction indique celle du mouvement des eaux.

Des Haies, des Foſſés, des Arbres & des Bois. Les Haies ſe figurent au crayon par un petit trait ondulé que l'on trace aſſez vivement, & lorſqu'on les met à l'encre, par une ſuite de petits points inégaux du milieu deſquels s'élevent de petits bouquets pour repréſenter des buiſſons. On les releve à la plume, du côté du jour, par de petits points de vert de bois, ou au pinceau, par une teinte du même vert qui s'étend ſur toute la largeur de la Haie. On peut encore les faire reſſortir davantage en y ajoutant une petite ombre à l'encre de chine, que l'on paſſe légérement au pinceau, au deſſous des Haies, des Côtes, Eſt & Sud.

Quand on leve une Carte, on ſuit d'abord les principaux chemins à l'inſtrument, pour renfermer différens eſpaces dont on figure enſuite l'intérieur à l'inſtrument ou à vue. Comme on a arrêté dans ſa marche toutes les Haies, & généralement tout ce qui tient aux chemins, & qu'on a figuré les naiſſances, rien n'eſt ſi aiſé que de partir de ces points déterminés, pour continuer ſon travail auſſi minutieuſement qu'on puiſſe le déſirer, ou pour figurer à vue les maſſes de Haies qui rempliſſent de petits intervalles.

Les Foſſés ſont repréſentés par deux lignes paralleles plus ou moins raprochées ſuivant leur largeur; on y joint les arbres & les Haies qui ſont ſur leurs bords; & lorſqu'ils ſont conſidérables, on les met à l'encre comme les rivieres, en donnant plus de force au côté qui eſt dans l'ombre.

Les Arbres s'expriment de différentes manieres; quand ils ſont iſolés dans la campagne où ils offrent des points de remarque, on les repréſente par un petit arbre deſſiné en élévation, que l'on ombre dans le ſens de la Carte; mais lorſqu'ils ſont multipliés le long des chemins ou qu'ils forment des avenues, on ne peut les exprimer que par de petits points noirs fort arondis, ou par de petits zéros ouverts du côté du jour.

On ne fait d'opérations à l'inſtrument pour placer les arbres, qu'autant qu'ils ſont iſolés ou diſtribués par groupes, car lorſqu'ils ſont répandus le long des chemins, on ſe contente de les figurer à vue.

Les Bois ſont traverſés par des routes en ligne droite, ou par des chemins ſinueux; ils ſont ſitués dans les plaines ou places ſur les montagnes; toutes ces différentes données varient les manieres de les lever. On commence par ſuivre leurs contours quand l'intérieur en eſt difficile, en arrêtant, par des ſtations, l'ouverture de toutes les communications que

Digitized by Google

l'on rencontre ; mais quand les bois ſont traverſés par de belles routes aplanies, on fait meſurer les principales, on prend l'alignement des autres, & l'on figure enſuite les contours. Tous ces procédés ſont cependant quelquefois fort arbitraires, & dépendent beaucoup des méthodes que l'on emploie pour lever.

On exprime les Bois ſur la Carte, ou par des groupes d'arbres en perſpective, ou en ne repréſentant que les feuilles de leurs ſommets, ou par des bouquets qui figurent des arbres tant ſoit peu en élévation. L'eſſentiel eſt de former des maſſes qui ſoient le moins uniformes qu'il eſt poſſible, & de les ombrer avec art pour bien faire ſentir la nature.

On étend d'abord une teinte de vert léger & un peu jaunâtre ſur tout l'eſpace du Bois, excepté ſur les chemins & les ruiſſeaux, avant que de deſſiner les arbres. Les uns commencent par former leurs maſſes à l'encre de chine & à les ombrer au pinceau, ils les relevent enſuite avec du vert de Bois foncé, & répandent çà & là, ſur les ſommets, de petits coups de jaune vif, & d'autres couleurs pour en animer les extrémités du côté du jour. Les autres emploient d'abord les couleurs pour figurer les arbres, & ils ombrent enſuite à la plume avec de l'encre de chine.

Pour bien faire reſſortir les chemins, on peut multiplier les bouquets ſur le côté qui eſt dans l'ombre du Bois, & éteindre le jour de cette partie avec de petits points noirs. Le contraſte du blanc & du noir les fait trancher plus vivement & les rend beaucoup plus ſenſibles à l'œil.

La hauteur des arbres en perſpective ou des bouquets en élévation, ne doit pas être de plus de 16 à 18 toiſes de l'échele. Cette hauteur doit être beaucoup plus petite, lorſqu'on figure des boſquets percés de routes. On ne fait ſouvent même qu'en pointiller le fond, en le noirciſſant le plus poſſible du côté de l'ombre.

Des Murs, des Maiſons & des Villages. Tout ce qui eſt en maçonerie s'exprime avec le crayon rouge ſur le terrain, & avec le carmin quand on met à l'encre.

Lorſqu'on a une enceinte conſidérable de murs à lever, en ſe ſervant de la chaîne, & que l'intérieur contient des détails ſymmétriſés, il ne faut pas en faire le tour tout de ſuite à l'inſtrument, il vaut mieux s'arrêter au milieu de ſa marche, & revenir au point de départ pour continuer ſon travail du côté oppoſé. *Voyez* LEVÉE DES PLANS.

On repréſente un mur ordinaire par une ligne ferme au carmin, & les Murs de pierre ſeche par une ſuite de points rouges.

Le contour d'une Maiſon ſe figure à la plume avec du carmin ; on la remplit lorſqu'elle eſt petite d'une teinte plate de carmin foncé ; mais lorſque c'eſt un bâtiment conſidérable, on emploie une teinte plus claire, & on ombre les contours en tirant légérement les côtés oppoſés au jour, & en en forçant ceux qui ſont dans l'ombre de la carte. On ſe ſert alors de la regle & de l'équerre pour tracer les contours avec plus de juſteſſe.

Quand on a déterminé la poſition d'une maiſon ſur le terrain, il eſt inutile de la faire meſurer, ſi elle eſt d'une grandeur ordinaire. L'habitude d'exprimer à vûe, fait qu'on la figure aiſément telle qu'elle eſt & dans ſa direction.

Les Villages ſe levent en ſuivant à l'inſtrument les chemins ſur leſquels ils ſont diſtribués ; on figure les maiſons dans les places où elles ſe trouvent, ainſi que les murs, les haies & les jardins qui y ſont attenans. Pour mieux diſtinguer les Égliſes & les Chapelles, il y a des perſones qui les repréſentent en forme de croix ; cette méthode indique tout de ſuite les points des clochers ſur la Carte.

Le cimetiere de chaque Village ſe reconoît aux petites croix que l'on diſtribue dans tout ſon eſpace.

Lorſqu'on n'eſt pas obligé de détailler avec un ſoin minutieux, on ſe contente de meſurer le contour du Village, d'arrêter l'entrée des rues, & l'on en figure enſuite l'intérieur à vue ; ou bien après l'avoir traverſé en tout ſens, on figure ſes dehors de la même maniere.

Des Villes. Si la Ville que l'on ſe propoſe de lever eſt environée de murs, on ſuit d'abord ſon enceinte à l'inſtrument, en arrêtant toutes les entrées & les points où les bâtimens & autres objets de la ville tienent aux murs. Cette premiere opération détermine pluſieurs ſtations d'où l'on peut partir enſuite pour traverſer les principales rues à la chaîne, & déterminer les autres au moyen des rayons tirés ſur leur alignement.

On ne figure de bâtimens dans une Ville que les Égliſes, les maiſons les plus conſidérables & celles qui ſont iſolées. Tout le reſte ſe laiſſe en maſſe.

Quand on a mis au trait les rues & les différens détails avec des lignes rouges légérement tracées, on remplit les eſpaces de maiſons compris entre les rues, par une teinte plate de carmin ; on force enſuite à la plume les murs de l'enceinte, & tous les côtés des rues qui ſont dans l'ombre, pour faire reſſortir les maſſes.

Pour lever les villes qui n'ont point d'enceinte, il faut traverſer les principales rues, arrêter les entrées & les directions des intermédiaires, pour les figurer enſuite, & détailler tous les dehors en les ſuivant à l'inſtrument. Toutes les maiſons de dehors ſe figurent comme celles des villages, ainſi que les haies, les murs, les arbres & les jardins qui les environent.

On peut, quand on en a le temps, figurer dans l'intérieur des maſſes de maiſons, les jardins qui y ſont compris. Le plus ou moins de détail que l'on donne à ſa carte, dépend des vues qui déterminent à la lever, & du temps que l'on a pour les remplir.

Si la ville eſt fortifiée, on s'occupe d'abord de décrire la ligne magiſtrale de l'enceinte ; on y adapte enſuite tous les ouvrages extérieurs avec leurs détails,

Digitized by Google

détails, & l'on finit par lever l'intérieur de la ville.

Le trait principal de tout ouvrage de fortification qui eſt revêtu, s'exprime par une ligne forte au carmin; elle doit être à l'encre de chine, ſi l'ouvrage eſt ſimplement en terre. Tout autre trait n'eſt qu'une ligne fine rouge ou noire, ſuivant ce qu'elle repréſente, excepté dans les parties que l'on peut ombrer, comme les embraſures des bateries & les traverſes du chemin couvert, où l'on diſtingue le côté du jour & celui de l'ombre. On lave le glacis en mettant une teinte d'encre de chine au deſſous du trait principal, & en l'adouciſſant du côté de la campagne. Cette teinte doit être forte dans les plans du glacis qui ſont dans l'ombre, & très-foible pour ceux qui reçoivent le jour. L'uſage commun dans le lavis des plans d'un glacis, eſt d'en ombrer un, & d'éclairer l'autre.

La diſpoſition d'une ſuite d'ouvrages qui ſe flanquent les uns les autres, demande, de la part de celui qui leve, beaucoup de préciſion. On ſe ſert ordinairement de la chaîne pour en meſurer les contours, lorſque la place n'eſt pas réguliere; mais rien n'empêche, quand l'échele eſt de ſix lignes pour cent toiſes, d'employer ſimplement la planchete orientée & des points déja déterminés. On peut compter ſur la plus grande exactitude toutes les fois que ces points ſont bien placés entr'eux, & qu'ils ne ſont pas trop éloignés de la place (*a*).

Des Ponts, des Gués, des Moulins & des Ecluſes. Deux lignes droits & paralleles tirées ſur toute la largeur d'une riviere, perpendiculairement à ſes bords, ſervent à repréſenter un pont. On arondit un peu ces lignes à leurs extrémités pour figurer leurs ponts d'apui, & l'on marque leurs piles par de petites droites perpendiculaires de part & d'autre ſur les deux côtés du pont. La largeur des ponts eſt ordinairement égale à celle des chemins dont ils ſont partie. Si le pont eſt de pierre, on le met au trait avec du carmin, & s'il eſt de bois, on le trace avec de l'encre de chine. Il faut l'exprimer fortement pour qu'on puiſſe le diſtinguer tout de ſuite.

Un Gué ſe figure ſur la largeur d'une riviere, par des ſuites de petits points noirs qui marquent les endroits où on peut la traverſer en ſûreté.

Un Moulin à eau eſt repréſenté par la maiſon où il eſt conſtruit, & l'on deſſine une petite roue horizontale, dans l'endroit où eſt placée celle du moulin. Le batardeau ſe marque en rouge, s'il eſt en maçonerie, & l'écluſe par une petite ligne noire qui ferme l'intervalle qu'elle occupe.

On deſſine en perſpective *les moulins à vent*, pour qu'ils ſoient des points de remarque ſur la carte, comme ils le ſont dans la campagne. La couleur rouge ou noire du bâtiment indique s'ils ſont en maçonerie ou en bois.

Les moulins à vent ſont ordinairement des points déterminés, que l'on a placés ſur la planchete; on peut donc, lorſqu'on y fait une ſtation, ſe ſervir des autres objets déterminés que l'on aperçoit, pour orienter parfaitement ſa planchete; & l'on jete alors des rayons ſur les arbres, ſur les cheminées, ſur les coins de bois, ſur les buiſſons, *&c.* qui ſont remarquables, afin de les couper d'un autre point bien déterminé, dès que la ſection ne ſera point trop aigué ou trop obtuſe.

Des Montagnes. Les montagnes ſont un objet trop eſſentiel dans la reconoiſſance d'un pays, pour qu'on n'ait pas cherché à les exprimer d'une maniere claire, & qui faſſe ſentir toute la variété de leurs effets. On indique la direction des pentes par des hachures au rayon lorſqu'on leve, & par des hachures à la plume ou au pinceau lorſqu'on met à l'encre. Leur plus ou moins de roideur ſe diſtingue par des touches plus ou moins fortes. Cette convention, toujours uniforme, eſt le moyen le plus ſimple de rendre la nature. L'œil s'accoutume à ſubſtituer les objets eux-mêmes à la place de leurs *Figures*, & il parvient à lire avec au-

(*a*) Lorſque la planchete eſt orientée au moyen du déclinatoire, il arive ſouvent qu'elle ne l'eſt pas parfaitement, à cauſe des petites variations de l'aiguille aimantée. Dans ce cas, ſi d'un des points quelconques déja déterminés, on tire un rayon ſur la planchete, en dirigeant l'alidade ſur le point correſpondant du terrain, ce rayon fait un angle avec le rayon que l'on auroit eu, ſi la planchete eût été parfaitement orientée, & la baſe de cet angle s'augmente proportionnellement à la longueur de ce rayon. Il ſuit de là que, ſi cette baſe eſt d'une toiſe à la diſtance de 100 toiſes, elle eſt de ſix toiſes à la diſtance de 1200 toiſes, & de douze toiſes à la diſtance d'une lieue. On voit donc clairement que plus les points ſont près, moins on a d'erreur à craindre. Les rayons faux ſe confondent avec les rayons vrais à leur origine, & l'interſection de pluſieurs de ces rayons faux, quand les points ſont rapprochés, ne doit point différer ſenſiblement de celle que donneroient les rayons vrais pour déterminer le point de ſtation, quand même un rayon, tiré d'un point qui ſeroit à une lieue, paſſeroit à douze toiſes de ce point d'interſection, & que l'aiguille varieroit par conſéquent de plus de dix-ſept minutes.

Il ſuit encore de cette remarque, que deux points étant bien placés ſur la planchete, mais ayant été déterminés par des rayons faux, & cependant confondus avec les véritables, à cauſe de leur peu de longueur, ſi de ces deux points (ſans déranger la planchete à chaque ſtation qui a ſervi à les déterminer), on a tiré des rayons ſur un troiſieme point, plus ce point eſt éloigné, & plus il doit ſe trouver mal déterminé: c'eſt une conſéquence néceſſaire de ce que nous venons de dire.

On s'étone cependant, en arivant ſur de pareils points, d'y trouver des différences conſidérables, & l'on attribue à la bizarerie de l'inſtrument, ce qui n'eſt que le réſultat des fauſſes poſitions qu'on lui donne.

Lorſqu'on détermine un point par l'interſection exacte de rayons fort courts, ſi l'on place l'alidade ſur ce point de ſtation, & ſur un autre fort éloigné, & que l'on faſſe mouvoir la planchete juſqu'à ce qu'on rencontre, dans ſon alignement, l'objet qui répond ſur le terrain à ce ſecond point; il ſuit encore de notre obſervation que la planchete eſt parfaitement orientée, & que l'on peut tirer alors de ſon point de ſtation des rayons, ſur l'exactitude deſquels on peut compter.

Digitized by Google

tant de facilité ſur la carte qu'il le feroit ſur le terrain.

Le ſens des hachures n'eſt jamais arbitraire ; il eſt déterminé par la direction que prendroient les eaux en s'écoulant le long des pentes. Leurs filets s'arondiſſent-ils en berceau dans des gorges adoucies, ou vienent-ils en lignes droites ſe couper dans le fond d'un ravin, les hachures les ſuivent dans leurs mouvemens, & l'imagination retrouve aiſément la nature, dans l'expreſſion des accidens qui lui ſont propres.

En forçant les ſommets des montagnes, on les fait faillir au deſſus du papier, & l'inégalité des touches eſt une échele sûre pour reconoître le degré de roideur que peut avoir une pente.

On emploie l'effet des ombres dans les montagnes, quand elles ſont eſcarpées, pour que la roideur, d'un côté de vallon, ſuppoſe la roideur de l'autre, & quand on eſt sûr, par des contraſtes ménagés avec art, de bien faire ſentir toutes les parties qui les compoſent. Cette méthode donne plus de brillant & de jeu au deſſein, & ſe raproche davantage de la nature. Il ſeroit impoſſible de l'appliquer à des pentes extrêmement douces, où le côté qui eſt dans l'ombre eſt ſouvent incertain, tandis que celui qui eſt au jour eſt le ſeul caractériſé. On force alors indiſtinctement toutes les parties élevées, & les clairs & les ombres ne ſervent plus, par leurs nuances, qu'à exprimer les différens degrés de hauteur.

On ſe diſpenſe quelquefois d'employer les hachures, & l'on y ſubſtitue un lavis à l'encre de la chine ou la couleur de montagne. Il faut alors que les teintes adoucies dans le bas, repréſentent les hachures qui commencent par une touche forte, & qui vont, en ſe perdant, à rien. Ce genre de deſſein, traité par une main exercée, produit preſqu'autant d'effet que le premier; mais on ne doit jamais s'en ſervir pour des minutes dont la clarté eſt toujours le principal mérite.

Il y a deux manieres de laver les montagnes; dans la premiere, on ſe ſert d'une teinte fort légere, que l'on étend ſur les endroits qui doivent être élevés; &, après l'avoir prolongée avec un pinceau d'eau, du côté où ſe dirige la pente, on paſſe le même pinceau au ſommet, pour en adoucir la naiſſance. Cette opération ſe répete juſqu'à ce que les montagnes aient le degré d'élévation que l'on demande. La ſeconde méthode conſiſte à mettre un peu de couleur forte ſur chaque endroit que l'on veut élever, & de l'étendre avec un pinceau ſimplement mouillé dans le ſens des effets que l'on a à produire. Ce dernier procédé eſt plus expéditif & donne au deſſein un ton plus pittoreſque.

Un des ſoins les plus eſſentiels dans l'expreſſion des montagnes, doit être de bien diſtinguer les chaînes principales, des différens rameaux qui y ſont liés. Un degré particulier de force dans les hachures & dans les ombres, doit les élever ſur la carte, comme elles ſont dans la nature. Il ne ſuffit pas de bien figurer chaque partie, il faut en former un enſemble, & que la maſſe générale ait ſon effet, ainſi que les détails. On eſt même obligé quelquefois de ſacrifier des recherches trop minutieuſes, pour ne pas détruire les formes générales qui caractériſent le terrain.

Quoiqu'un plan doive être liſible dans tous les ſens, il y a cependant, à cauſe de l'écriture & des bois, *&c.* un côté qui en repréſente la baſe. On profite de cette convention pour exprimer, au moyen de la perſpective, des objets qu'on ne pouroit faire ſentir d'aucune autre maniere. On figure tant ſoit peu en élévation une crête de roc qui couronne une montagne, ou une pointe aiguë qui la termine. Cette licence donne plus de vérité au plan, & l'on parvient à rendre, par ſon moyen, les objets ſouvent les plus remarquables, & qui ſont quelquefois les obſtacles les plus réels qu'un pays oppoſe à l'attaque d'un ennemi.

Les montagnes étant ordinairement cultivées, ou tout au moins coupées par des chemins, c'eſt en figurant leurs communications & leurs autres détails, que l'on exprime leurs pentes. Quant aux ſommets qui ſont iſolés, c'eſt en ſe portant deſſus, ou par des rayons tirés de différentes ſtations, qu'on détermine leur poſition & leur forme.

Il faut toujours faire en ſorte, quand on hache des montagnes, que les hachures d'un des côtés ne ſoient pas en ligne droite avec les hachures de l'autre; rien n'eſt ſi peu naturel, & n'aplatit autant le deſſein.

Un autre défaut eſt de faire des hachures trop droites. Une courbure plus ou moins légere, qui profile la montagne, lui donne plus de mouvement, & empêche l'air de ſéchereſſe qui réſulte d'une touche trop roide.

Comme la monotonie ne regne jamais dans la nature, il eſt eſſentiel de l'éviter auſſi dans ſes images, & de ne pas rendre tout d'une même teinte & d'un même degré de force. On confondroit les vallons les plus adoucis avec les montagnes les plus eſcarpées, & rien ne faiſant ſentir les maſſes générales, la carte n'offriroit plus qu'une nuance égale, où l'on pouroit trouver des détails très-bien rendus, mais dont l'enſemble ſeroit abſolument faux & n'exprimeroit rien.

Le fond des gorges ou des vallons en pente ne doit point être entiérement obſcurci; il vaut mieux s'écarter de la regle générale, quelque roideur qu'ait la pente, que d'éteindre tous les effets, en voulant trop s'y aſſervir. On doit bien ſe garder auſſi d'y laiſſer trop de blanc, ſon contraſte avec le noir des hachures feroit papilloter le deſſein, & détruiroit l'effet général.

Quelquefois on mêle le lavis aux hachures pour accélérer ſon travail; il faut, quand on emploie ce genre, commencer à ébaucher avec des teintes, plutôt que de s'en ſervir pour finir. En lavant ſur des hachures, on leur ôte, pour ainſi dire,

Digitized by Google

leur velouté, & le deſſein devient extrêmement ſec.

Quand on hache au pinceau, & que l'on veut rendre ſon deſſein moëlleux, on ſe ſert d'une teinte claire, & l'on ne porte les montagnes à leur point de force, qu'en repaſſant continuellement ſur elles avec la même teinte. On riſqueroit de rendre ſon deſſein un peu fumeux, ſi l'on hachoit de même à la plume; on doit forcer les teintes, à meſure que l'on avance, parce que les hachures doivent trancher davantage ſur le papier.

Dans tous les genres de hachures, on a toujours ſoin de faire loſanger tant ſoit peu les ſecondes avec les premieres, les troiſiemes avec les ſecondes, & ainſi de ſuite, ſans s'écarter du ſens de la pente.

Un goût particulier diſtingue, dans tous les arts, la touche des Maîtres, & ce n'eſt qu'en comparant leurs ouvrages, que l'on peut analyſer leurs moyens. Cette comparaiſon ſuppoſe que l'on eſt deja en état de les juger; mais ce n'eſt qu'en pratiquant que l'on y parvient, & nous n'avons réuni ici ſur l'expreſſion des montagnes que des préceptes généraux.

On comprend ſous le nom de montagnes toutes les hauteurs quelconques, telles que les eſcarpemens des bords de rivieres, les encaiſſemens des chemins, *&c.* & l'on figure tous ces détails par des hachures & des coups de force.

Des Rochers. Les rochers offrent une ſi grande variété, qu'il ſeroit impoſſible de parcourir toutes leurs formes. Nous nous bornerons à diſtinguer parmi eux quatre eſpeces: la premiere eſt une enveloppe croûteuſe, qui couvre quelquefois les montagnes entieres, & qui ſuit toutes leurs ondulations; la ſeconde eſt une ſuite de pointes inégales & inégalement diſtribuées qui couronent les ſommets des montagnes, & dont quelques-unes s'élevent ſouvent ſort au deſſus des autres; la troiſieme comprend les falaiſes, ou eſcarpemens à pic, & toutes les coupures perpendiculaires que l'on rencontre dans les rochers; la quatrieme enfin réunit tous les rochers plats que l'on voit le long des côtes de la mer, & qui en ſont le prolongement.

On figure la premiere eſpece par de petites coupures qui ſe dirigent dans le ſens des pentes, & qui préſentent, par leurs touches variées, tous les différens accidens d'une ſurface tantôt unie, tantôt écailleuſe, & tantôt ſinguliérement déchirée.

La ſeconde, qui eſt celle des pointes élevées, s'exprime, comme nous l'avons dit précédemment, tant ſoit peu en perſpective, & rentre dans la claſſe du deſſein ordinaire, qui n'a d'autre regle que de repréſenter la nature telle qu'elle eſt, ſans le ſecours d'aucune convention.

La troiſieme ou celle des rocs à pic préſente une infinité de maſſes perpendiculaires dont il faut s'étudier à ſaiſir les effets principaux. On les exprime par le moyen des ombres, & pour mieux faire ſentir les coupures du roc, on emploie de petits coups vifs, inégaux dans leur touche, & extrêmement noirs & tranchés du côté des parties éclairées. Les ſommets des rocs à pic doivent être heurtés très-vivement pour faire ſentir leur élévation.

Comme il arive quelquefois que les rocs à pic ſont entiérement perpendiculaires ſur le terrain, & qu'ils n'occupent par conſéquent, ſur la carte, qu'une ligne, il faut néceſſairement, pour les figurer, emprunter ſur les parties voiſines, & leur donner une largeur convenable, de maniere à faire ſentir tout leur effet. On doit toujours préférer la vérité du deſſein à l'exactitude de la géométrie.

On détermine la poſition des rochers de ces trois premieres eſpeces, à meſure qu'on leve les chemins & les détails qui les environent. Le genre de deſſein néceſſaire pour les exprimer, demande l'emploi des ombres par-tout où l'on peut les employer ſans cauſer d'équivoque. Il ne peut y avoir de regle générale à cet égard, que celle de rendre la nature le mieux poſſible, en laiſſant même toute regle de côté, dès que l'art peut y trouver ſon avantage.

La quatrieme eſpece s'exprime de différentes façons: les rochers plats forment-ils un enſemble de pierres amoncelées les unes ſur les autres? le deſſein cherche à repréſenter cette maſſe, & a ſoin de varier autant qu'il le peut les formes de toutes les pierres qu'il figure. Ces mêmes rochers ne ſont-ils qu'une croûte écailleuſe? on les rend par de petites écailles qui vont, en ſe perdant à rien au bas du roc, pour faire ſentir ſa pente extrêmement adoucie. Enfin a-t-on à figurer un bloc de pierre dont toutes les parties s'élevent inégalement? c'eſt aux ombres, aux coups de force, & quelquefois à la perſpective à figurer ſa forme & ſa hauteur.

Ces derniers rochers peuvent être aſſez éloignés de la côte ou des petites îles qui y ſont adjacentes; on détermine alors leur poſition, quand ils ſe découvrent, par des rayons tirés de différens points de la terre, & on ſe porte enſuite ſur eux, dans les baſſes marées, pour les figurer.

Lorſqu'ils ne ſe découvrent pas, on envoie une petite chaloupe mouiller ſur leurs extrémités, & après avoir déterminé leur étendue par ce moyen, on ſe ſert de la même chaloupe pour aller deſſiner leur forme.

Il ſeroit beaucoup plus commode d'être deux perſones employées à ce travail, parce que, tandis que l'une ſe porteroit ſur les rochers pour y mouiller & les figurer, l'autre viſeroit de terre ſur les différentes poſitions de la premiere, & les détermineroit par des rayons tirés de deux ou trois ſtations.

L'intelligence & l'habitude concourent à fournir, à ceux qui levent, une infinité de moyens que l'on chercheroit vainement à expliquer, parce qu'ils ſont auſſi variés que les circonſtances & le local qui les néceſſitent.

Quand on veut colorer les rochers, on emploie du bleu, de la couleur de terre & du vert de

bois, que l'on diſtribue par petites touches, en ayant ſoin de ne point éteindre les parties éclairées qui ſervent à faire ſaillir les maſſes.

Des Dunes, des Bancs de ſable & des Vaſes. Les dunes ſont des élévations de ſable que la mer forme ſur ſes bords. On les deſſine ſur la carte comme de petites montagnes, & on les pointille enſuite pour repréſenter le ſable.

Le Sable des dunes ſe figure au moyen de petits points, à l'encre de chine, accumulés les uns ſur les autres, & beaucoup plus multipliés au ſommet de la pente que dans le bas. On étend ordinairement une teinte générale de couleur rouſſeâtre ſur toute la partie ſabloneuſe, excepté ſur les ſommets des monticules, avant que de la pointiller; & ſouvent on la pointille avec la même teinte plus foncée.

Les Vaſes qui ſe trouvent au bord de la mer ou le long des rivieres s'expriment par une teinte légere de couleur de terre foncée, & ſont terminées par une ligne très-fine ponctuée à l'encre de chine.

Lorſqu'on leve les bords de la mer, il faut avoir ſoin de marquer exactement les laiſſes, c'eſt-à-dire, la partie de rivages que les eaux abandonnent dans les baſſes marées, & d'en exprimer la nature. On profite des marées de nouvele & de pleine lune, pour déterminer leur plus grande étendue, & avoir ce qu'on appele la laiſſe de vive eau.

Il faut auſſi figurer exactement les bancs de ſable ou de vaſe qui peuvent ſe trouver à l'entrée d'un chenal, dans les rades & dans les ports; on ſe ſert, pour les arrêter, des moyens employés pour les rochers en mer.

Quand on pointille les laiſſes, ou les bancs ſabloneux, c'eſt le côté de la mer que l'on charge le plus.

Des Vignes, des Landes, des Bruyeres, des Terres labourées, des Marais & des Prairies. De petites lignes droites perpendiculaires à la baſe du plan bien alignées, & eſpacées également entr'elles, expriment les échalas des vignes, & la vigne eſt repréſentée par un trait fin de grôs vert de bois, que l'on fait ſerpenter autour de chaque échalas.

On étend ſur les parties de la carte qui doivent repréſenter *des landes ou des bruyeres*, une teinte compoſée de jaûne, de rouge & de vert de pré que l'on marie enſemble, de maniere que ces différentes couleurs ſe fondent les unes dans les autres ſans coupure. On figure enſuite, avec de petits points verts, jaûnes & rouges, des bouquets de landes que l'on diſtribue par maſſes, & que l'on peut relever encore à la plume par de petits traits légers d'encre de chine.

Dans les minutes, on laiſſe en blanc toutes *les terres labourées*; mais, dans un plan orné, on les figure par des traits légers au pinceau, qui expriment les ſillons paralleles des terres, & qui forment de petits carrés longs, liés les uns aux autres avec le plus de goût poſſible. On emploie, pour varier les pieces de terre, les différentes couleurs que peut offrir une campagne fertile.

Les Marais ſont repréſentés par de petites flaques d'eau toutes paralleles à la baſe du plan, & dont les extrémités s'engrenent les unes dans les autres. Les contours de ces flaques ſont compoſés d'une ſuite de petites coupures inégales, que l'on ombre dans toutes les parties qui ne ſont point expoſées au jour. On les unit par un fond de vert de pré, & on en releve les bords par de petits traits de vert foncé diſpoſés dans le ſens des joncs qui s'y trouvent ordinairement.

Une teinte de vert de pré ſert à indiquer toutes les portions de terrain qui ſont en *prairies*. On anime la teinte par de petites files de points verts paralleles à la baſe du plan, & ces petites files, diſtribuées par maſſes, repréſentent des touffes d'herbe.

Quand on leve une carte, on indique au crayon les différentes cultures du terrain, par des lettres initiales, afin de pouvoir enſuite les exprimer d'après les conventions établies.

Du figuré des Camps. Le terrain ſur lequel les troupes ſont campées étant levé, on détermine ſur le plan les points où vienent aboutir les lignes droites qu'occupe leur front; on tire ces lignes au crayon, & on les diviſe enſuite en autant de parties égales qu'elles contienent de bataillons ou d'eſcadrons, en laiſſant, entre toutes ces parties égales, les intervalles qui ſéparent ces corps ſur le terrain; on mene alors à ces lignes des paralleles qui en ſoient diſtantes d'une quantité égale à la profondeur d'un bataillon ou d'un eſcadron, & on éleve de tous leurs points de diviſion, avec une équerre, des perpendiculaires qui déterminent entre chaque ligne & ſa parallele, les différens eſpaces où les troupes ſont placées.

On ſe ſert d'encre de chine, pour tirer les lignes qui renferment les bataillons, *&c.* en obſervant qu'elles ſoient fortes ou foibles, ſuivant qu'elles ſe trouvent dans l'ombre ou dans le jour du plan.

(On déroge, dans le plan particulier d'un camp & de ſes environs, à la regle générale qui place le nord au haut de la carte, & l'on fait en ſorte que ſa baſe réponde aux derrieres du camp, pour que la diſpoſition des troupes ſe dévelope mieux à l'œil. On indique alors le point du nord par une ligne droite que termine une fleur de lis.)

Les bataillons, *&c.* étant *figurés*, on unit par une acolade tous ceux qui appartienent à un même régiment, & l'on écrit le nom du régiment perpendiculairement à la ligne du camp, à la pointe de l'acolade, qui eſt toujours placée ſur le derriere.

On donne aux bataillons, *&c.* la profondeur qu'occupent leurs tentes ou celle qu'ils ont en bataille: plus ordinairement cette derniere.

L'infanterie ſe leve en jaûne, la cavalerie en bleu, les dragons en vert, & l'artillerie en rouge.

Digitized by Google

Quand on figure des mouvemens de troupes, on les établit dans chaque poſition qu'elles ont priſe, l'on marque par des lignes ponctuées le chemin qu'elles ont ſuivi pour y ariver. On eſt obligé, lorſqu'elles ont fait différens mouvemens ſur une même partie, de figurer ces mouvemens ſur autant de papiers à part; où l'on deſſine cette étendue commune de terrain. On les colle enſuite au plan principal par une de leurs extrémités, de maniere que les eſpaces particuliers qu'ils contienent s'adaptent parfaitement à la place qu'ils occupent dans le plan total, & qu'en les levant ſucceſſivement, on puiſſe voir toutes les poſitions que les troupes ont priſes dans le même lieu.

Si cette multiplicité de mouvemens embraſſoit une grande étendue de terrain, il faudroit néceſſairement faire autant de copies du plan, qu'il y auroit de manœuvres à exprimer, afin d'avoir un tableau complet de toutes les opérations qui s'y raportent.

De l'écriture d'une Carte. On diſpoſe ordinairement l'écriture d'une carte perpendiculairement à la ligne de nord; on la deſſine en lettres moulées, & l'on varie la forme & la grandeur des caracteres ſuivant la nature des objets dont on écrit les noms: la convention, à cet égard, eſt relative à l'échele dont on ſe ſert, & elle doit être fixe tant qu'il s'agit du même ouvrage.

Il faut choiſir, à côté des objets, la place la plus commode pour que chaque nom n'en indique qu'un ſeul, & que les lettres n'éteignent point les détails.

On eſt obligé de temps en temps de diminuer ou d'augmenter la hauteur des caracteres d'un nom relativement à ce qui en réſulte pour les parties ſur leſquelles on écrit; ſouvent de trop petites lettres riſquent de ſe confondre avec les traits multipliés que preſente le plan: ſouvent de trop grandes ne peuvent trouver place dans les endroits qui leur ſont deſtinés. Il eſt cependant toujours eſſentiel de s'écarter le moins poſſible des hauteurs convenues.

Il faut employer une encre très-noire, afin que l'écriture ſe détache de tout le reſte de la carte, & qu'elle ſoit bien liſible, ſans nuire à l'effet du terrain.

On n'écrit un plan qu'après avoir fait uſage des couleurs, pour ne pas éfacer l'écriture en lavant.

Quand on craint que l'écriture ne ſe confonde avec les détails, on écrit avant que de relever les haies le long des foſſés. Les noms de bois s'écrivent toujours après avoir mis la teinte de fond, & l'on figure enſuite les maſſes.

Des couleurs. Les couleurs dont on ſe ſert pour la carte, ſont l'encre de chine, le carmin, la gomme gute, la couleur de montagne, le vert d'eau & le bleu.

L'encre de chine eſt toute préparée en bâton, & il n'y a qu'à la tourner plus ou moins long-temps, au fond d'un godet, dans de l'eau, ſuivant que l'on veut une teinte plus ou moins foncée. La bonne encre de chine doit paroître luiſante, quand on écorne un des angles du bâton, ou lorſqu'on la laiſſe ſécher, après l'avoir tournée dans le godet.

Le carmin eſt une poudre rouge très-fine, qu'il faut bien broyer avec le doigt dans de l'eau, où l'on a fait fondre de la gomme arabique. On le laiſſe ſécher après cette premiere préparation, & on le broie de nouveau quand on veut s'en ſervir. Il faut le couvrir exactement quand il eſt liquide, pour l'empêcher de noircir en ſéchant.

La gomme gute eſt une gomme jaûne, que l'on détrempe dans de l'eau comme l'encre de la chine; on l'emploie ſans mélange pour exprimer les ouvrages projetés.

La couleur de montagne ou de terre ſe fait avec de la gomme gute, de l'encre de chine & du carmin; lorſqu'on en a beſoin d'une certaine quantité, on la fait cuire à petit feu dans ſon aſſiete, juſqu'à ce qu'en la remuant, elle deviene entiérement ſeche, & l'on en délaye enſuite ce que l'on veut pour s'en ſervir.

Le verre d'eau liquide ſe trouve tout préparé chez les marchands de couleurs; il faut choiſir celui qui eſt le plus limpide, de la plus belle teinte, & qui dépoſe le moins.

Le vert de bois ſe fait, pour les teintes de fond, avec de la gomme gute, du vert d'eau, & de l'eau commune; & pour deſſiner les maſſes de bois, avec du vert d'eau fort épais & de la gomme gute.

Le vert de pré ſe fait comme les teintes de fond de bois, excepté qu'on y met un peu plus de vert d'eau.

Il faut eſſayer tous les verts dont on veut faire uſage, ſur un papier à part, pour juger de leur effet, en les laiſſant ſécher.

Le bleu eſt de l'indigo que l'on prépare comme du carmin; on s'en ſert pour les rochers, pour les ouvrages en fer, pour varier les terres labourées, & quelquefois pour les ruiſſeaux.

Remarque. Nous avons préſenté enſemble tous les différens procédés que l'on emploie pour deſſiner les détails d'un pays, parce que, quoiqu'on diſtingue deux manieres de traiter la carte, l'une à la plume, & l'autre au pinceau, on les réunit tous les jours dans les minutes, & que ce ſont les minutes que nous avons eu uniquement en vue.

Des Figurés à vue.

Apprécier avec juſteſſe la diſtance d'un point à un autre, eſtimer preſque ſans erreur l'ouverture d'un angle quelconque, & deſſiner d'une maniere vraie & rapide tous les objets que peut préſenter un terrain, tel eſt l'art de figurer à vue.

Le degré de préciſion qu'exige cet art ne peut jamais être indépendant de quelque méchaniſme pratique qui ſupplée la Géométrie, & l'habitude acquiſe de celui qui leve, doit ſavoir mettre à

Digitized by Google

profit toutes les données que le temps & les circonſtances peuvent lui offrir. Nous expoſerons les réſultats de l'expérience juſqu'à ce jour, & nous chercherons encore à y ajouter par nos propres obſervations. C'eſt ſur-tout aux militaires, qui s'occupent de cartes topographiques, qu'il importe de cultiver le ſeul moyen d'appliquer leurs talens à la guerre, où la promptitude des opérations interdit preſque toujours l'uſage des inſtrumens. Ils ne doivent regarder la Géométrie que comme un maître qui acoutume l'œil à évaluer exactement les rapports de l'étendue, mais qu'ils ne conſultent que pour apprendre à s'en paſſer.

Des moyens d'acquérir l'habitude de lever à vue. A meſure que l'on apprend à connoître l'uſage des inſtrumens & les méthodes de figurer le terrain, un des premiers ſoins doit être de deſſiner à vue les détails intérieurs des petits eſpaces dont le contour ſoit déja déterminé géométriquement. Les extrémités des chemins ou des ruiſſeaux que l'on doit parcourir étant données, on a l'avantage, en partant d'un point, d'avoir déja celui où l'on doit arriver; & quelques ſinuoſités que l'on rencontre, on combine la marche de maniere à ne point s'écarter de la direction principale que l'on doit ſuivre. Le ſecours du compas & de l'échele eſt mis abſolument de côté dans ces exercices; l'eſtime ſeule de l'œil raporte toutes les diſtances à leur étendue réduite en parties de l'échele.

On commence d'abord par le principal chemin, & l'on marque, en le figurant, tous les objets qui y ſont adjacens, ainſi que les naiſſances des autres chemins & des ruiſſeaux qui le coupent.

Quand on eſt parvenu à traverſer entiérement ſon ouvrage, on vient reprendre les chemins & les ruiſſeaux que l'on a rencontrés, & on les conduit aux points du contour qui y répondent. Les intervalles deviennent ainſi plus petits, & il ne reſte plus à deſſiner que quelques parties intermédiaires dont on vient aiſément à bout.

Pour bien contracter l'habitude d'eſtimer avec juſteſſe, il faut avoir ſoin, toutes les fois qu'on ſe ſert de la chaîne, d'évaluer à vue les diſtances que l'on fait meſurer, pour comparer ſes eſtimes avec les étendues réelles, & rectifier ainſi le plus poſſible ſa maniere de voir.

On doit eſtimer de même l'ouverture des angles, quand on ſe ſert d'un inſtrument propre à déterminer leur nombre de degrés; & pour fixer un raport conſtant entre le terrain & ſes *figurés*, il faut n'adopter qu'une ſeule échele.

Il eſt aiſé d'imaginer que les premiers travaux, en ce genre, ſont toujours fort imparfaits, qu'il faut ſouvent effacer & recomencer ſur nouveaux frais; mais enfin on acquiert tous les jours de nouvelles forces, & l'on s'acoutume à exprimer la nature telle qu'elle eſt.

Il faut bien ſe garder de compter ſes pas pour meſurer les diſtances que l'on parcourt; ce ſeroit ſe ſervir d'un inſtrument qui ne differe d'un autre, qu'en ce qu'il eſt plus fautif, & l'on ne s'exerce principalement en ce genre, que pour s'habituer à lever à cheval.

Dès qu'on commence à évaluer les diſtances & à figurer les détails avec juſteſſe, on eſſaye auſſi de renfermer à vue de petites enceintes; on cherche en conſéquence à partir d'un point que l'on puiſſe apercevoir ſouvent dans ſa marche, & l'on ſe ſert de ce point pour évaluer de temps en temps l'éloignement où l'on eſt du lieu de départ, à meſure que l'on avance par différens détours pour aller le rejoindre.

Dans l'appréciation des angles que néceſſite cette ſeconde étude, on tire ſur ſon papier des rayons qui répondent aux alignemens les plus étendus que l'on puiſſe prendre dans les directions que l'on ſuit, & l'on figure, en avançant le long de ces alignemens, les ſinuoſités intermédiaires qui s'y rencontrent.

C'eſt ainſi qu'en allant continuélement du petit au grand, on parvient au point de repréſenter, de la maniere la plus approchée, un eſpace de terrain de telle grandeur & de telle nature que ce ſoit. Cette habitude de lever à vue s'applique non ſeulement à la carte levée ſans inſtrument, mais encore à celle qui eſt levée avec le plus de ſoin; car, lorſqu'on a renfermé ſon terrain géométriquement, & qu'on l'a diviſé en petits eſpaces, il eſt auſſi exact d'exprimer à vue ce qui reſte, que de conſumer beaucoup de temps à le déterminer à l'inſtrument.

Ce n'eſt que lorſqu'on leve ſur une grande échele, & relativement à quelque projet de conſtruction, qu'il faut l'exactitude la plus ſcrupuleuſe, ſur-tout dans la poſition des ruiſſeaux & des hauteurs.

C'eſt dans cet art ſur-tout que la pratique rend maître. En abandonant à propos les inſtrumens, on ceſſe inſenſiblement d'en être l'eſclave, & l'on ſubſtitue une marche prompte & facile à leur lenteur, toutes les fois que l'on n'eſt pas obligé d'opérer rigoureuſement le compas & l'échele à la main.

Des différens procédés que l'on emploie pour lever à vue avec juſteſſe. Quelqu'habitude que l'on ait contractée de lever à vue, & quelqu'exactement que l'on deſſine les objets, dès que le terrain devient d'une certaine étendue, on ne peut plus compter de ſe renfermer avec aſſez de préciſion, pour que toutes les parties du *figuré* aient leur véritable longueur & la forme qu'elles doivent avoir.

Autant on a éloigné tous les ſecours, quand il s'agiſſoit de s'exercer, autant il faut les réunir lorſqu'il eſt queſtion d'appliquer ſon art à une utilité réelle. Tous les moyens ſont bons, dès qu'ils ne retardent pas la marche d'une perſone qui opere à cheval, & qu'ils lui donnent la facilité de rendre le terrain avec plus de juſteſſe.

Des points principaux, déja déterminés ſur le papier, ſeroient un canevas qui raméneroit tous les détails à leur véritable poſition, & qui don-

Digitized by Google

neroit aux *Figurés* à vue preſqu'autant de valeur qu'à des cartes levées à l'inſtrument. Toutes les fois que l'on peut ſe procurer ce travail préliminaire, il ne faut jamais négliger d'en faire uſage, &, lorſque cela eſt impoſſible, il faut le ſuppléer de la maniere la plus approchée; en regardant toujours des points établis d'avance, comme la baſe de ſes opérations.

Si le travail eſt aſſez conſidérable pour exiger pluſieurs mains, & que l'on n'ait ni poſitions calculées, ni le temps, ni la poſſibilité de meſurer une baſe pour en déterminer quelques-unes, rien n'empêche d'employer la méthode ſuivante qui eſt auſſi ſimple que peu connue.

On examine quels ſont les deux clochers ou autres points du pays à lever, d'où l'on puiſſe apercevoir le plus d'objets, & qui ſoient aſſez éloignés l'un de l'autre, pour que leur diſtance fût la baſe la plus commode, en cas que des obſtacles intermédiaires n'empêchaſſent point de la meſurer. Ce choix fait, celui qui eſt chargé de la diſtribution de l'ouvrage, ſe porte dans l'un des deux clochers, avec une planchette la plus étendue poſſible; & d'un point pris convenablement ſur le papier, ayant tiré des rayons ſur tous les objets apparens qu'il découvre, il eſtime à vue & d'après le raport des habitans, la diſtance des deux clochers choiſis, & il écrit ſon eſtime ſur le rayon qui répond à cette diſtance. Il ſe tranſporte alors à l'autre clocher, & ayant vérifié le plus poſſible par le temps qu'il a employé à le parcourir, & par les ſinuoſités qu'il a rencontrées, l'intervalle des deux points, il le détermine ſur la planchette, en parties de l'échele, & de ſa ſeconde ſtation, il coupe tous les rayons qu'il a tirés de la premiere.

On voit, par cette opération, que tous les points coupés ſont déterminés géométriquement, & qu'il ne manque que de connoître parfaitement une des diſtances de ce canevas, pour avoir parfaitement toutes les autres; car, quelque erreur que l'on ait pu faire ſur l'eſtime de la baſe, elle n'influe que ſur l'échele que l'on peut rectifier à chaque inſtant, en faiſant meſurer la plus petite diſtance déterminée (*a*).

Au moyen de ce procédé, qui eſt fort court, on donne tout de ſuite à ceux qui ſont chargés du détail, le cadre des parties qu'ils ont à lever, & l'on fixe l'enſemble de l'ouvrage.

Si l'on avoit un peu plus de temps, on pouroit outre les deux premieres ſtations, en faire encore quelques autres aux points coupés, & en ſe ſervant d'une petite échele, faire un canevas fort grand que l'on reconſtruiroit enſuite à l'échele du détail; après avoir fait meſurer une des diſtances déterminées ſur le canevas, pour avoir ſa véritable échele.

Il n'eſt pas toujours poſſible, quelque peu de temps qu'il faille pour employer cette méthode, de pouvoir en diſpoſer: on eſt obligé quelquefois de mettre tout de ſuite la reconoiſſance du pays ſous les ieux d'un Général, & d'y travailler par conſéquent avec la plus grande rapidité. Dans ce cas, ſi l'on peut s'être procuré une carte du pays, dont les poſitions ſoient bonnes, on prépare le canevas de ſes points, en le conſtruiſant ſur ſon échele, & l'on eſt en état de monter à cheval avec des triangles dans leſquels il ne s'agit plus que d'inférer les détails.

Si ce ſecond moyen eſt interdit, il faut que ceux qui doivent partager le travail montent enſemble ſur quelque point élevé d'où l'on puiſſe découvrir le pays, & que de là, tirant des rayons ſur tous les objets principaux, ils déterminent les diſtances de chacun de ces points à celui où ils ſont, d'après les raports de quelques guides éclairés de l'endroit. Cette eſpece de canevas, quand on peut le faire, ſert du moins à former la diſtribution de l'ouvrage; chacun va remplir la portion dont il eſt chargé, & la réunion des détails ſert enſuite à rectifier l'enſemble.

La plus grande difficulté, en levant à vue, n'eſt pas d'eſtimer les diſtances: un coup d'œil exercé ſe trompe rarement aſſez, pour que l'erreur de l'une ne compenſe par celle de l'autre. On peut d'ailleurs meſurer le chemin parcouru par le nombre de pas de ſon cheval, on peut l'évaluer par le temps employé à le parcourir. Il n'en eſt pas de même de l'ouverture des angles; pour peu que l'on ſe trompe en les évaluant, les rayons, qui les forment, allant toujours en multipliant l'erreur à meſure qu'ils ſe prolongent, on eſt expoſé à s'éloigner beaucoup de la vraie direction, & à n'y revenir qu'aux dépens de la vérité du *figuré*.

Il ſeroit aiſé de faire un inſtrument compoſé de deux petites regles qui ſe mouvroient ſur une charniere comme les deux branches d'un compas. On placeroit au centre du mouvement & ſur le milieu de l'extrémité de chaque regle un petit bouton de cuivre, & l'on auroit un angle méchanique dont les côtés mobiles ſerviroient à fixer l'ouverture de tout angle que l'on rencontreroit. On dirigeroit, pour cet effet, une des regles ſur l'alignement d'un chemin au moyen de ces deux boutons; &, faiſant tourner la ſeconde juſqu'à ce qu'elle ſe trouvât ſur l'alignement d'un autre, on pouroit raporter tout de ſuite ſur ſon papier l'angle qu'on vient de meſurer.

Le parti qu'on peut tirer d'un art étant ſubor-

(*a*) La méthode d'eſtimer la diſtance de deux points principaux d'un pays peut être employée dans les cartes géométriques levées ſans le ſecours du calcul, lorſqu'on ne peut pas meſurer une grande baſe; car, après avoir déterminé une ſuite de points par ce moyen, il eſt aiſé de faire meſurer une petite diſtance pour connoître l'échele de ſon canevas, & de le réduire à l'échele que l'on veut employer. Les points ſont toujours mieux placés de la ſorte, qu'en partant d'une petite baſe meſurée.

Digitized by Google

donné à l'intelligence de celui qui l'exerce, on peut trouver une infinité d'autres reſſources pour aſſurer ſa marche, & augmenter par conſéquent la facilité de figurer des cartes à vue. L'emploi de quelques inſtrumens qui peuvent être utiles ſans embaraſſer, ne peut que perfectionner un genre de travail où l'on n'a point en vue de vaincre des difficultés, mais d'ariver à ſon but par les voies les plus courtes.

Il eſt eſſentiel, quand on leve à vue, de généraliſer ſa marche le plus poſſible, & d'aſſujétir les détails aux différens triangles & autres figures que l'on renferme en parcourant le terrain. Il faut auſſi, quand on rencontre un village, le traverſer le plus en ligne droite poſſible, pour figurer enſuite ſes contours, *&c.* ſur cette ligne principale.

Lorſqu'on aperçoit le point ſur lequel on ſe dirige, & que ce point eſt déterminé ſur le papier, on examine ſi le chemin que l'on ſuit eſt à droite ou à gauche de ce point, pour ſe diriger en conſéquence. Un terrain découvert ſur lequel on a beaucoup de poſitions déterminées, eſt facile à lever de cette maniere, parce qu'on ſe ſert toujours d'un point ou d'un autre pour diriger ſes alignemens.

Quelques perſones, pour figurer à vue, deſſinent à part chaque chemin qu'elles parcourent, d'un point principal à un autre, en y ajoutant, des deux côtés, autant qu'elles le peuvent. Elles réuniſſent enſuite les extrémités correſpondantes de ces différens chemins, & forment ainſi des triangles dans leſquels elles inſerent tous les détails qu'elles ont reconus. Cette méthode diſpenſe d'eſtimer les angles; mais elle eſt extrêmement longue, & on dénature ſort ſouvent toutes les formes du terrain en les aſſujétiſſant aux eſpaces, tantôt trop grands, & tantôt trop petits, qui en réſultent. On pouroit cependant l'employer dans un pays ſort couvert, dont on ne demanderoit que la maſſe & les principales communications.

Le plan d'un Camp eſt toujours aiſé à lever à vue, parce que les lignes du camp ſont déterminées au moyen du nombre de bataillons ou d'eſcadrons qui les compoſent. On ſait quel eſpace chaque bataillon ou eſcadron occupe, & l'on figure bien vîte le terrain ſur lequel l'armée eſt placée, ainſi que celui qui l'environe.

Il eſt plus commode, pour bien figurer *les mouvemens des armées*, d'avoir le terrain ſur lequel elles operent; on les ſuit alors dans leurs évolutions, & en adaptant à chaque partie du local le mouvement qui y répond, on eſt ſûr d'avoir le tableau le plus clair & le mieux détaillé. Cependant, lorſqu'il arive qu'on ne peut le lever d'avance, ni ſe le procurer, il faut faire en ſorte, en figurant les mouvemens, d'y joindre tous les détails de terrain qui caractériſent leurs poſitions, & l'on forme enſuite, au moyen de quelque canevas de points, un plan d'opérations auſſi exact qu'on puiſſe le déſirer.

Tels ſont les principes généraliſés de l'art de figurer à vue. Toutes les lumieres qu'ils peuvent offrir, ſeront toujours fort au deſſous des leçons que donne le terrain lui-même. C'eſt lui que doivent conſulter les éleves; c'eſt de lui ſeul qu'on peut apprendre à le bien exprimer. Cet art fait partie des talens néceſſaires à la guerre pour produire des vraies reconoiſſances militaires. *Voyez* CARTE MILITAIRE. (*Par M.* JOLY, *Ingénieur Géographe militaire.*)

FIL, (*Aſtronomie.*) Le *fil* à plomb eſt celui que l'on ſuſpend au centre des quarts de cercles, ſecteurs & autres inſtrumens d'aſtronomie, pour marquer la ligne verticale qui ſe dirige au zénit & au nadir; ſa direction eſt toujours perpendiculaire à la ſurface de la terre, parce que c'eſt la direction même de la gravité, qui eſt néceſſairement perpendiculaire à la ſurface du globe terreſtre. Quand on veut que le *fil* ait de la ſoupleſſe ſans être ſujet à s'étendre, on ſe ſert de *fil* de pite qui eſt tiré d'une plante du genre des aloés, & qui a la propriété de ne pas s'alonger par l'humidité, quelque fin qu'il ſoit, au lieu que les cheveux s'étendent d'une maniere très-incommode pour les obſervations. Les *fils* d'argent ſont très-commodes, mais ils ſe caſſent ſouvent.

Les *fils* d'un micrometre ſont ceux que l'on tend au foyer d'une lunete pour meſurer les diametres apparens des aſtres; il y a ordinairement un *fil* fixe & un *fil* mobile, ou curſeur, qui tient à un châſſis, mobile par une vis; ces *fils* ſont ordinairement faits avec des brins de ſoie de cocons; quand on ſe ſert de *fils* d'argent, on eſt obligé de calculer avec ſoin leur épaiſſeur, & d'en tenir compte dans toutes les meſures. (*D. L.*)

FILE DE PIEUX, (*Hydr.*) C'eſt un rang de pieux équaris & couronés d'un chapeau arrêté à tenons & mortoiſes, ou ataché avec des chevilles de fer, pour tenir les berges d'une riviere, d'un étang, ou pour conſerver les turetes & chauſſées des grands chemins. (*K.*)

FINI, (*Géom.*) On appele *grandeur finie*, celle qui a des bornes; *nombre fini*, tout nombre dont on peut aſſigner & exprimer la valeur; *progreſſion finie*, celle qui n'a qu'un certain nombre de termes, par oppoſition à la *progreſſion infinie*, dont le nombre de termes peut être ſi grand que l'on voudra.

Nous n'avons d'idées diſtinctes & directes, que des grandeurs *finies*; nous ne connoiſſons l'infini que par une abſtraction négative & par une opération, pour ainſi dire, négative de notre eſprit, qui ne fait point attention aux bornes de la choſe que nous conſidérons comme infinie. Il eſt ſi vrai que l'idée que nous avons de l'infini, n'eſt point directe & qu'elle eſt purement négative, que la dénomination même d'*infini* le prouve. Cette dénomination qui ſignifie *négation de fini*, fait voir que nous concevons d'abord le fini, & que nous concevons l'infini en niant les bornes du *fini*. Cependant il y a eu des philoſophes qui ont prétendu que nous avions une idée directe & primitive de l'infini, &

Digitized by Google

que nous ne concevons le *fini* que par l'infini ; mais cette idée si extraordinaire, pour ne pas dire si extravagante, n'a plus guere aujourd'hui de partisans ; encore font-ce des partisans honteux, si on peut parler ainsi, qui ne soutiennent cette opinion que relativement à leur système des idées innées, parce que ce système les conduit à une si étrange conséquence. En effet, si nous avons une idée innée de Dieu, comme le veulent ces philosophes, nous avons donc une idée innée primitive & directe de l'infini ; nous connoissons Dieu avant les créatures, & nous ne connoissons les créatures que par l'idée que nous avons de Dieu, en passant de l'infini au *fini*. Cette conséquence si absurde suffiroit, ce me semble, pour renverser le système des idées innées, si ce système n'étoit pas aujourd'hui presqu'entiérement proscrit.

M. Musschenbroëk, dans le second chapitre de ses *Essais de Physique*, dit & entreprend de prouver que le *fini* peut être égal à l'infini ; c'est tout au moins une mauvaise maniere de s'énoncer ; il falloit dire seulement, qu'un espace *en tout sens*, peut être égal à un espace *infini en un sens*. C'est une vérité que les géometres prouvent dans une infinité de cas ; témoin la *logarithmique* & une infinité d'autres courbes. *Voyez* LOGARITHMIQUE. M. Musschenbroëk, parmi les preuves de son assertion, apporte l'hyperbole, en quoi il se trompe, du moins s'il veut parler de l'hyperbole ordinaire ; car on prouve que l'espace renfermé entre l'hyperbole ordinaire & ses asymptotes, est non seulement de longueur infinie, mais aussi infini en surface. *Voyez* ASYMPTOTE. (*O*).

FINITEUR, adj. (*cercle finiteur*) *en Astronomie*, est le nom qu'on donne à l'horizon. On l'appele ainsi, parce qu'il *finit* & borne la vue ou l'aspect.

FIOLES, (*Hydr.*) Ce sont, en général, de petites bouteilles d'un verre très-mince. C'est ainsi qu'on nomme encore les trois tuyaux de verre que l'on met dans les tuyaux d'un niveau, & que l'on ajuste avec de la cire & du mastich, afin que l'eau colorée renfermée dans le grôs tuyau horizontal, puisse monter dans les *fioles*, & découvrir la ligne de mire. (K).

FIRMAMENT. (*Astron.*) Nom que l'on donnoit autrefois au huitieme ciel ou au ciel des étoiles fixes, dont on faisoit le premier mobile, ainsi appelé parce qu'on supposoit qu'il entraînoit tous les cieux des planetes, ou les cieux inférieurs. D'autres mettoient le premier mobile au dessus du *firmament*.

Ce mot se prend aussi pour le ciel en général ; on dit, par exemple, *les astres qui brillent au firmament*.

Dans plusieurs endroits de l'Ecriture, le mot *firmament* signifie la *moyene région* de l'air. Plusieurs anciens ont cru, aussi-bien que les modernes, que le *firmament* est d'une matiere fluide ; mais il paroît que ceux qui lui ont donné le nom de *firmament*, le croyoient d'une matiere solide. *Harris* & *Chambers*.

Mathématiques. Tome II.

En effet, c'étoit un des axiômes de la philosophie ancienne, que les cieux devoient être solides ; Aristote prétendoit que la solidité étoit une chose attachée à la noblesse de leur nature, & nécessaire pour leur conserver l'incorruptibilité, qu'on regardoit comme une de leurs propriétés essentieles. Cependant, comme il falloit que la lumiere passât au travers, cela obligeoit à faire les cieux de cristal. Et voilà l'origine de tous les cieux de cristal de l'astronomie ancienne. *Voyez* CIEL. Toutes ces chimeres sont aujourd'hui entiérement proscrites, & bien dignes de l'être ; on ne donne plus le nom de *firmament* qu'à cette voûte céleste, & de couleur bleue, où les étoiles paroissent comme attachées. Toutes les étoiles étant à une prodigieuse distance de nous, nous les jugeons à la même distance, quoiqu'elles ne le soient pas. *Voyez* APPARENT ; ainsi, nous les jugeons rangées sur une surface sphérique, abstraction faite de quelques causes particulieres qui nous font juger cette surface aplatie. A l'égard de la couleur bleue du *firmament*, cette couleur n'est autre chose que celle de l'atmosphere vue à une très-grande profondeur. Elle est la même que celle de l'eau de la mer. Apparemment l'air & l'eau ont la propriété de laisser passer à une grande profondeur les rayons bleus, en plus grande quantité que les autres. Pour déterminer la vraie figure apparente de la voûte azurée du firmament, il faudroit avoir résolu ces deux problêmes, dont on n'a jusqu'ici que des solutions très-bornées & très-incomplettes, pour ne pas dire très-peu exactes & très-fautives. 1°. Un objet étant placé au delà de l'atmosphere, & envoyant à nos yeux des rayons qui se brisent à travers l'atmosphere, trouver le lieu où l'on verra cet objet. 2°. Déterminer suivant quelle loi un objet placé à la même distance, nous paroît plus ou moins éloigné, à proportion qu'il est plus loin ou plus près de notre zénit. On peut voir les tentatives & les conjectures que nous ont données sur la solution de ce grand & beau problême, M. Schmith, dans *son Optique* & après lui M. de Mairan, *dans les Mém. de l'acad. de* 1740.

Quelques théologiens appelent *firmament*, le ciel étoilé, pour le distinguer du ciel empyrée, qu'ils imaginent être au dessus, & dont ils font la demeure des bienheureux. (*O*)

FIXE, adj. (*Astronom.*) On se sert de ce mot en Astronomie, pour distinguer les étoiles qui n'ont aucun mouvement propre, d'avec les planetes appelées étoiles errantes ; les autres s'appelent *étoiles fixes*, ou simplement *fixes*, en prenant alors le mot *fixe* substantivement. *Voyez* ÉTOILE, PLANETE, *&c.* (*O*)

FIXITÉ, s. f. (*Astronom.*) Quelques auteurs ont employé ce mot, qui est commode, pour désigner la propriété qu'ont des étoiles fixes, de n'avoir aucun mouvement propre.

FLÉAU, s. m. (*Méchan.*) On appele *fléau*, dans une balance, la partie à laquelle on suspend les poids. *Voyez* BALANCE.

Digitized by Google

FLECHE, ſ. f. *ſagitta*, (*Géomét.*) C'eſt ainſi que quelques auteurs appelent ce que l'on nomme autrement *ſinus verſe* d'un arc. Ce nom lui eſt venu de ce qu'elle reſſemble à une *fleche* qui s'apuie ſur la corde d'un arc.

x étant le ſinus d'un arc; ſon co-ſinus ſera $\sqrt{1-xx}$, en prenant 1 pour le ſinus toral; & la *fleche* ou ſinus verſe ſera $1-\sqrt{1-xx}$. *Voyez* SINUS.

La *fleche* d'un arc infiniment petit eſt à l'arc, comme l'arc eſt au diametre. *Voyez* COURBURE.

Quelquefois on appele *fleche*, en Géométrie, ce que l'on entend communément par *abſciſſe* (*Voyez* ABSCISSE); mais cette dénomination eſt peu en uſage. (*O*).

FLECHE (*Aſtron.*) Conſtellation boréale ſituée au deſſus de l'aigle & qui contient 18 étoiles ſuivant le catalogue de Flamſteed. Il y en a trois de quatrieme grandeur. Elle eſt appelée dans les auteurs, *ſagitta Herculea*, *telum*, *jaculum*, *canna*, *arundo*, *calamus*, *virga*, *miſſile*, *vectis*, *foſſorium*, (inſtrument à percer,) *meſſor*; ſuivant d'autres, *dæmon* (eſprit,) *temo meridianus* (javelot). Il y a des poëtes qui ont prétendu que c'étoit la *fleche* de l'amour, d'autres diſent qu'on a voulu exprimer le ſymbole de la force, la *fleche* dont Hercule bleſſa Junon & Pluton, ſuivant le raport d'Homere, ou celle qui ſervit à tuer le vautour qui dévoroit Prométhée.

L'aſcenſion droite de la principale étoile, que les aſtronomes déſignent par la lettre *α*, étoit en 1750, de 292^d 13$'$ 58$''$ & ſa déclinaiſon 17^d 27$'$ 30$''$ boréale.

Cette conſtellation eſt différente de la *fleche* d'Antinoüs qui, avec l'arc forme une conſtellation dans Hévelius. (*D. L.*)

FLECHE *d'arbalête*. *Voyez* ARBALÊTE.

FLEUR DE LIS, (*Aſtron.*) *lilium*, conſtellation boréale introduite par les françois. Elle eſt ſituée ſur le bélier, au deſſous du triangle, compoſée de 7 étoiles, dont une de troiſieme grandeur; celle-ci avoit 1^s 14° 2 de longitude en 1700, & 10° 23$'$ de latitude, ſuivant le catalogue & les planiſpheres publiés en 1679, par Auguſtin Royer, architecte du roi, & le P. Anthelme, chartreux. On y repréſente une mouche, *muſca*, dans les cartes d'Hevelius 1690, dans le planiſphere anglois de Senex, & dans la premiere planche de l'Atlas de Flamſteed. (*D. L.*)

FLEUVE, ſ. m. (*Hydr.*) *flumen*, ſe dit d'un amas conſidérable d'eau qui partant de quelque ſource, coule dans un lit vaſte & profond, pour aller ordinairement ſe jeter dans la mer.

Si une eau courante n'eſt pas aſſez forte pour porter de petits bateaux, on l'appele en latin *rivus*, en françois ordinairement *ruiſſeau*; ſi elle eſt aſſez forte pour porter bateau, on l'appele *riviere*, en latin *amnis*; enfin ſi elle peut porter de grands bateaux, on l'appele en latin *flumen*, en françois *fleuve*. La différence de ces dénominations n'eſt, comme l'on voit, que du plus au moins. Quelques auteurs prétendent que l'on ne doit donner le nom de *fleuves* qu'aux rivieres qui ſe déchargent immédiatement dans la mer; en effet, l'uſage ſemble avoir aſſez généralement établi cette dénomination. D'autres, mais en plus petit nombre, prétendent qu'il n'y a de vrais *fleuves* que ceux qui ont le même nom depuis leur ſource juſqu'à leur embouchure.

Nous traiterons, dans cet article, de l'origine des *fleuves*, de leur direction, de leurs variations, de leur débordement, de leur cours, *&c.*

Origine des fleuves. Les ruiſſeaux ou petites rivieres viennent quelquefois d'une grande quantité de pluies ou de neiges fondues, principalement dans les lieux remplis de montagnes, comme on en voit dans l'Afrique, les Indes, l'Île de Sumatra, *&c.* mais, en général, les *fleuves* & les rivieres viennent de ſources. L'origine des ſources elles-mêmes vient auſſi, ſoit des vapeurs qui retombent ſur le ſommet des montagnes, ſoit des eaux de pluie ou de neige fondue qui ſe filtrent à travers les entrailles de la terre, juſqu'à ce qu'elles trouvent une eſpece de baſſin où elles s'amaſſent.

M. Halley a fait voir, *num.* 192 *des Tranſact. Philoſophiq.* que les vapeurs élevées de la ſurface de la mer, & tranſportées par le vent ſur la terre, ſont plus que ſuffiſantes pour former toutes les rivieres, & entretenir les eaux qui ſont à la ſurface de la terre. On ſait, en effet, par différentes expériences, qu'il tombe par an ſur la ſurface de la terre, une couche d'eau, dont l'épaiſſeur moyene eſt de 29 pouces, ſelon Muſſchenbroëk; or cette évaporation eſt plus que ſuffiſante pour produire la quantité d'eau que les *fleuves* portent à la mer. M. de Buffon, dans le *premier volume de ſon Hiſtoire naturele*, pag. 356, trouve par un calcul aſſez plauſible, d'après Jean Keil, que dans l'eſpace de 812 ans toutes les rivieres enſemble rempliroient l'Océan: d'où il conclut que la quantité d'eau qui s'évapore de la mer, & que les vents tranſportent ſur la terre pour produire les ruiſſeaux & les *fleuves*, eſt d'environ les deux tiers d'une ligne par jour, ou 21 pouces par an, ce qui eſt encore au deſſous de 29 pouces dont on vient de parler, & confirme ce que nous avançons ici, que les vapeurs de la mer ſont plus que ſuffiſantes pour produire les *fleuves*.

Les *fleuves* ſont formés par la réunion de pluſieurs rivieres, ou viennent de lacs. Parmi tous les grands *fleuves* connus, comme le Rhin, l'Elbe, *&c.* il n'y en a pas un qui viene d'une ſeule & unique ſource. Le Volga, par exemple, eſt formé de 200 rivieres, dont 32 à 33 conſidérables, qui s'y jetent avant qu'il aille ſe jeter lui-même dans la mer Caſpiene: le Danube en reçoit à peu près auſſi 200, dont 30 conſidérables, en ne comptant que ces dernieres. Le Don en reçoit cinq ou ſix, le Nieper 19 ou 20, la Duine 11 ou 12: & de même en Aſie, le Hoanno reçoit 34 ou 35 rivieres; le Jeniſey en reçoit plus de 60, l'Oby autant, le *fleuve* Amour

Digitized by Google

environ 40; le Kian, ou le *fleuve* de Nanquin, en reçoit environ 30, le Gange plus de 20, l'Euphrate 10 ou 11, *&c.* En Afrique, le Sénégal reçoit plus de 20 rivieres. Le Nil ne reçoit aucune riviere qu'à plus de 500 lieues de ſon embouchure; la derniere qui y tombe eſt le Moraba, & de cet endroit juſqu'à la ſource il reçoit environ 12 ou 13 rivieres. En Amérique, le *fleuve* des Amazones en reçoit plus de 60, & toutes fort conſidérables; le *fleuve* Saint Laurent environ 40, en comptant celles qui tombent dans les lacs; le *fleuve* Miſſiſipi plus de 40, le *fleuve* de la Plata plus de 30, *&c.*

Il y a ſur la ſurface de la terre des contrées élevées, qui paroiſſent être des points de partage marqués par la nature pour la diſtribution des eaux. Les environs du mont Saint Gothard, ſont un de ces points en Europe. Un autre point eſt le pays entre les provinces de Belozera & de Vologda en Moſcovie, d'où deſcendent des *fleuves* dont les uns vont à la mer Blanche, d'autres à la mer Noire, & d'autres à la mer Caſpiene; en Aſie, le pays des Tartares-Mogols, d'où il coule des *fleuves* dont les uns vont ſe rendre dans la mer Tranquille, ou mer de la nouvele Zemble; d'autres au golfe Linchidolin, d'autres à la mer de Gorée, d'autres à celle de la Chine; & de même le petit Thibet, dont les eaux coulent vers la mer de la Chine, vers le golfe de Bengale, vers le golfe de Cambaye, & vers le lac Aral; en Amérique, la province de Quito, qui fournit des eaux à la mer du Sud, à la mer du Nord, & au golfe du Mexique. *Hiſt. nat. de* M. de Buffon, *tom. I*, & Varen. *Geogr.*

Direction des fleuves. On a remarqué que, généralement parlant, les plus grandes montagnes occupent le milieu des continens; & que, dans l'ancien continent, les plus grandes chaînes de montagnes ſont dirigées d'occident en orient. On verra de même que les plus grands *fleuves* ſont dirigés comme les plus grandes montagnes. On trouvera, qu'à commencer par l'Eſpagne, le Vigo, le Douro, le Tage & la Guadiana, vont d'orient en occident, & l'Ebre d'occident en orient; & qu'il n'y a pas une riviere remarquable qui aille du ſud au nord, ou du nord au ſud.

On verra auſſi, en jetant les ieux ſur la carte de la France, qu'il n'y a que le Rhône qui ſoit dirigé du nord au midi; & encore, dans près de la moitié de ſon cours, depuis les montagnes juſqu'à Lyon, eſt-il dirigé de l'orient vers l'occident: mais qu'au contraire tous les autres grands *fleuves*, comme la Loire, la Charente, la Garonne, & même la Seine, ont leur direction d'orient en occident.

On verra de même qu'en Allemagne il n'y a que le Rhin qui, comme le Rhône, a la plus grande partie de ſon cours du midi au nord; mais que les autres grands *fleuves*, comme le Danube, la Drave, & toutes les grandes rivieres qui tombent dans ces *fleuves*, vont d'occident en orient ſe rendre dans la mer Noire.

On trouvera auſſi que l'Euphrate eſt dirigé d'occident en orient, & que preſque tous les *fleuves* de la Chine vont de même d'occident en orient. Il en eſt ainſi de tous les *fleuves* de l'intérieur de l'Afrique au delà de la Barbarie; ils coulent tous d'orient en occident, ou d'occident en orient: il n'y a que les rivieres de Barbarie & le Nil qui coulent du midi au nord. A la vérité, il y a de grands *fleuves* en Aſie qui coulent en partie du nord au midi, comme le Don, le Volga, *&c.* mais en prenant la longueur entiere de leurs cours, on verra qu'ils ne ſe tournent du côté du midi, que pour ſe rendre dans la mer Noire & dans la mer Caſpiene, qui ſont des lacs dans l'intérieur des terres.

Dans l'Amérique, les principaux *fleuves* coulent de même d'orient en occident, ou d'occident en orient: les montagnes ſont, au contraire, dirigées nord & ſud dans ce continent long & étroit; mais ſelon M. de Buffon, c'eſt proprement une ſuite de montagnes pareilles, diſpoſées d'orient en occident. *Hiſt. nat. génér. & partic. tom. I, pag. 334 & ſuiv.*

Phénomenes & variations des fleuves. Les *fleuves* ſont ſujets à de grands changemens dans une même année, ſuivant les différentes ſaiſons, & quelquefois dans un même jour. Ces changemens ſont occaſionés pour l'ordinaire par les pluies & les neiges fondues. Par exemple, dans le Pérou & le Chili il y a des *fleuves* qui ne ſont preſque rien pendant la nuit, & qui ne coulent que de jour, parce qu'ils ſont alors augmentés par la fonte des neiges qui couvrent les montagnes. De même le Volga groſſit conſidérablement pendant les mois de mai & de juin, de ſorte qu'il couvre alors entiérement des ſables qui ſont à ſec tout le reſte de l'année. Le Nil, le Gange, l'Inde, *&c.* groſſiſſent ſouvent juſqu'à déborder; & cela arive tantôt dans l'hiver, à cauſe des pluies; tantôt en été, par la fonte des neiges.

Il y a des *fleuves* qui s'enfoncent bruſquement ſous terre au milieu de leur cours, & qui reparoiſſent enſuite dans d'autres lieux, comme ſi c'étoit de nouveaux *fleuves*: ainſi quelques auteurs prétendent que le Niger vient du Nil par-deſſous terre, parce que ce *fleuve* groſſit en même temps que le Nil, ſans qu'on puiſſe trouver d'autre raiſon que la communication mutuele de ces *fleuves*, pour expliquer pourquoi ils groſſiſſent en même temps. On remarque encore que le Niger, quand il vient au pied des montagnes de Nubie, s'enfonce & ſe cache ſous ces montagnes, pour reparoître de l'autre côté vers l'occident. Le Tigre ſe perd de même ſous le mont Taurus.

Ariſtote & les poëtes anciens font mention de différens *fleuves*, à qui la même choſe arive. Parmi ces *fleuves*, le *fleuve* Alphée eſt principalement célebre. Les Auteurs grecs prétendent que ce *fleuve*, après s'être enfoncé en terre & avoir diſparu, continuoit à couler ſous la terre & la mer, pour aller juſqu'en Sicile; que là il reparoiſſoit

Digitized by Google

auprès de Syracuſe, pour former la fontaine d'Aréthuſe. La raiſon de cette opinion des anciens étoit que tous les cinq ans, pendant l'été, la fontaine d'Aréthuſe étoit couverte de fumier, dans le temps même qu'on célébroit en Grece les jeux olympiques, & qu'on jetoit dans l'Alphée le fumier des victimes.

Le Guadalquivir en Eſpagne, la riviere de Gotenbourg en Suede, & le Rhin même, ſe perdent dans la terre. On aſſure que, dans la partie occidentale de l'Ile de Saint Dominique, il y a une montagne d'une hauteur conſidérable, au pied de laquelle ſont pluſieurs cavernes où les rivieres & les ruiſſeaux ſe précipitent avec tant de bruit, qu'on les entend de ſept ou huit lieues. *Voyez* Varenii, *Geogr. gener.* pag. 43.

Au reſte, le nombre de ces *fleuves* qui ſe perdent dans le ſein de la terre eſt fort petit, & il n'y a pas d'apparence que ces eaux deſcendent bien bas dans l'intérieur du globe; il eſt plus vraiſemblable qu'elles ſe perdent, comme celles du Rhin, en ſe diviſant dans les ſables, ce qui eſt fort ordinaire aux petites rivieres qui arroſent les terrains ſecs & ſablonneux: on en a pluſieurs exemples en Afrique, en Perſe, en Arabie, *&c. Hiſt. Nat. ibid.*

Quelques *fleuves* ſe déchargent dans la mer par une ſeule embouchure, quelques autres par pluſieurs à la fois. Le Danube ſe jete dans la mer Noire par ſept embouchures; le Nil s'y jetoit autrefois par ſept, dont il n'y en a plus aujourd'hui que deux qui ſoient navigables; & le Volga par 70 au moins. La cauſe de cette quantité d'embouchures vient, ſelon Varénius, des bancs de ſable qui ſont en cet endroit, & qui s'augmentant peu à peu, forment des îles qui diviſent le *fleuve* en différens bras. Les anciens nous aſſurent que le Nil n'avoit d'abord qu'une ſeule embouchure naturelle par laquelle il ſe déchargeoit dans la mer, & que ſes ſix autres embouchures étoient artificielles.

Il y a dans l'ancien continent environ 430 *fleuves* qui tombent immédiatement dans l'Océan, ou dans la Méditerranée & la mer Noire; &, dans le nouveau continent, on ne connoît guere que 180 *fleuves* qui tombent immédiatement dans la mer. Au reſte, on n'a compris dans ce nombre que des rivieres grandes au moins comme l'eſt la Somme en Picardie.

Les *fleuves* ſont plus larges à leur embouchure, comme tout le monde ſait; mais ce qui eſt ſingulier, c'eſt que les ſinuoſités de leur cours augmentent à meſure qu'ils approchent de la mer. On prétend qu'en Amérique les ſauvages jugent par ce moyen à quelle diſtance ils ſont de la mer.

Sur le remous des *fleuves*, *voyez* Remous; ſur leurs cataractes, *voyez* Cataracte.

Varénius prétend, & tâche de prouver, que tous les lits des *fleuves*, ſi on en excepte ceux qui ont exiſté dès la création, ſont artificiels, & creuſés par les hommes. La raiſon qu'il en donne, eſt que quand une nouvele ſource fort de la terre, l'eau qui en coule ne ſe fait point un lit, mais inonde les terres adjacentes; de ſorte que les hommes, pour conſerver leurs terres, ont vraiſemblablement été obligés de creuſer un lit aux *fleuves*. Cet auteur ajoute qu'il y a d'ailleurs un grand nombre de *fleuves* dont les lits ont été certainement creuſés par les hommes; comme l'hiſtoire ne permet pas d'en douter. A l'égard de la queſtion, ſi les rivieres qui ſe jetent dans d'autres y ont été portées par leurs cours, & leur mouvement naturel, ou ont été forcés de s'y jeter étant détournées dans des canaux creuſés pour cela, Varénius croit ce dernier ſentiment plus probable, il penſe auſſi la même choſe des différens bras des *fleuves* & des contours par leſquels le Tanaïs, le Volga, *&c.* forment des îles.

Il examine enſuite pourquoi il n'y a point de *fleuves* dont l'eau ſoit ſalée, tandis qu'il y a tant de ſources qui le ſont. Cela vient, ſelon lui, de ce que les hommes n'ont point creuſé de lit pour les eaux des ſources ſalées, pouvant ſe procurer le ſel à moins de frais & avec moins de peine.

Pluſieurs *fleuves* ont leurs eaux imprégnées de particules métalliques, minérales, de corps gras & huileux, *&c.* Il y en a qui roulent du ſable mêlé avec des grains d'or: de ce nombre ſont 1°. un *fleuve* du Japon: 2°. un autre *fleuve* dans l'île Lequeo, proche le Japon: 3°. une riviere d'Afrique appelée *Arroe*, qui ſort du pied des montagnes de la Lune où il y a des mines d'or: 4°. un *fleuve* de Guinée, dont les Negres ſéparent le ſable d'avec l'or qu'il renferme, & le vendent enſuite aux Européens qui vont en Guinée pour faire ce trafic: 5°. quelques rivieres proche la ville de Mexique, dans leſquelles on trouve de grains d'or, principalement après la pluie; ce qui eſt général pour tous les autres *fleuves* qui roulent de l'or, car on n'y en trouve une quantité un peu conſidérable que dans les ſaiſons pluvieuſes: 6°. pluſieurs rivieres du Pérou, de Sumatra, de Cuba, de la Nouvele Eſpagne, & de Guiane. Enfin dans les pays voiſins des Alpes, principalement dans le Tirol, il n'y a que quelques rivieres des eaux deſquelles on tire de l'or, quoique les grains d'or qu'elles roulent ne paroiſſent point aux yeux. Le Rhin, dans quelques endroits, porte, dit-on, un limon chargé d'or. En France, nous avons quelques rivieres, comme l'Arriege, qui roulent des pailletes d'or. M. de Réaumur a donné à l'académie des ſciences un mémoire ſur ce ſujet, en l'année 1721.

A l'égard des *fleuves* qui roulent des grains d'argent, de fer, de cuivre, de plomb, il y en a, ſans doute, auſſi un grand nombre de cette eſpece, & les vertus médicinales des eaux minérales viennent, pour la plupart des parties métalliques que ces eaux renferment. Nous ne devons pas oublier de parler d'un *fleuve* d'Allemagne qu'on prétend avoir la propriété de changer le fer en cuivre. La vérité eſt pourtant que le fer n'eſt point réelle-

Digitized by Google

ment converti en un autre métal par les eaux de ce *fleuve*; mais que les particules de cuivre & de vitriol qu'elles contiennent, rongent le fer, en désunissent les parties au moyen du mouvement des eaux, & reparoissent à la place des parties du fer qu'elles ont divisées.

Le mélange des différentes matieres que contiennent les eaux des *fleuves*, est ce qui constitue leurs différentes qualités, leurs différentes pesanteurs spécifiques, leurs différentes couleurs.

Débordement périodique de certains fleuves. Il y a des *fleuves* qui grossissent tellement dans certaines saisons de l'année, qu'ils débordent & inondent les terres adjacentes. Parmi tous ces *fleuves*, le plus célebre est le Nil, qui s'enfle si considérablement qu'il inonde toute l'Égypte, excepté les montagnes. L'inondation commence vers le 17 juin, & augmente pendant environ 40 jours, puis diminue pendant 40 autres; durant ce temps les villes d'Égypte, qui sont bâties sur des montagnes, paroissent comme autant d'îles.

C'est à ces inondations que l'Égypte doit sa fertilité; car il ne pleut point dans ce pays, ou au moins il n'y pleut que fort peu. Ainsi, chaque année est fertile ou stérile en Égypte, selon que l'inondation est plus grande ou moindre. La cause du débordement du Nil vient des pluies qui tombent en Éthiopie; elles commencent au mois d'avril, & ne finissent qu'en septembre; durant les trois premiers mois le ciel est serein pendant le jour, mais il pleut toute la nuit. Les pluies de l'Abissynie contribuent aussi à ce débordement; mais le vent du nord en est la cause principale: 1°. parce qu'il chasse les nuages qui portent cette pluie du côté de l'Abyssinie: 2°. parce qu'il fait refouler les eaux du Nil à leur embouchure. Aussi, dès que ce vent tourne au sud, le Nil perd en un jour ce qu'il avoit acquis dans quatre.

Les autres *fleuves* qui ont des débordemens considérables dans certains temps marqués sont, 1°. Le Niger qui débord dans le même temps que le Nil. Léon l'Africain dit que ce débordement commence vers le 15 juin, qu'il augmente durant 40 jours, & qu'il diminue ensuite pendant 40 autres. 2°. Le Zaïre, *fleuve* du royaume de Congo, qui vient du même lac que le Nil, & qui, par conséquent, doit être sujet aux mêmes inondations. 3°. Le Rio de la Plata dans le Brésil, qui, selon la remarque de Maffée, déborde dans le même temps que le Nil. 4°. Le Gange, l'Indus; le dernier de ces *fleuves* déborde en juin, juillet, août; & les habitans du pays recueillent alors une grande quantité de ses eaux dans des étangs, pour s'en servir le reste de l'année. 5°. Différens *fleuves* qui sortent du lac de Chiamay dans la baie de Bengale, & qui débordent en septembre, octobre & novembre. Les inondations de tous ces *fleuves* fertilisent les terres qui en sont voisines. 6°. Le *fleuve* Macoa en Camboya, le *fleuve* Parana ou Paranaguasa, que quelques-uns prétendent être le même que le *fleuve* d'Argent: différens *fleuves* sur la côte de Coromandel dans l'Inde, qui débordent dans les mois pluvieux de l'année, parce qu'ils sont alors grossis par les eaux qui coulent du mont Gatis: l'Euphrate, qui inonde la Mésopotamie certains jours de l'année: enfin le *fleuve* Sus en Numidie.

„ Les plus grands *fleuves* de l'Europe sont le Volga, qui a environ 650 lieues de cours depuis Reschow jusqu'à Astracan sur la mer Caspiene; le Danube dont le cours est d'environ 450 lieues depuis les montagnes de Suisse jusqu'à la mer Noire; le Don, qui a 400 lieues de cours depuis la source du Sosna qu'il reçoit, jusqu'à son embouchure dans la mer Noire; le Nieper, dont le cours est d'environ 350 lieues, qui se jete aussi dans la mer Noire; la Duine, qui a environ 300 lieues de cours, & qui va se jeter dans la mer Blanche, *&c.*

„ Les plus grands *fleuves* de l'Asie sont le Hohanno de la Chine, qui a 850 lieues de cours en prenant sa source à Raja-Ribron, & qui tombe dans la mer de la Chine, au midi du golfe de Changi, le Jenisey de la Tartarie, qui a 800 lieues environ d'étendue depuis le lac Selinga jusqu'à la mer Septentrionale de la Tartarie; le *fleuve* Oby, qui a environ 600 lieues depuis le lac Kila jusque dans la mer du nord, au delà du détroit de Waigats; le *fleuve* Amour de la Tartarie orientale, qui a environ 575 lieues de cours, en comptant depuis la source du *fleuve* Kerlon qui s'y jete, jusqu'à la mer de Kamtschatka, où il a son embouchure; le *fleuve* Menamcon, qui a son embouchure à Poulo Condor, & qu'on peut mesurer depuis la source du Longmu qui s'y jete; le *fleuve* Kian, dont le cours est environ de 550 lieues en le mesurant depuis la source de la riviere Kinxa qui le reçoit, jusqu'à son embouchure dans la mer de la Chine; le Gange, qui a aussi environ 550 lieues de cours; l'Euphrate qui en a 500, en le prenant depuis la source de la riviere Irma qu'il reçoit; l'Indus, qui a environ 400 lieues de cours, & qui tombe dans la mer d'Arabie à la partie occidentale de Guzarate; le *fleuve* Sirderoias, qui a une étendue de 400 lieues environ, & qui se jete dans le lac Aral.

„ Les plus grands *fleuves* de l'Afrique, sont le Sénégal, qui a 1125 lieues environ de cours en y comprenant le Niger, qui n'en est en effet qu'une continuation, & en remontant le Niger jusqu'à la source du Gombaron qui se jete dans le Niger; le Nil, dont la longueur est de 970 lieues, & qui prend sa source dans la haute Éthiopie, où il fait plusieurs contours: il y a aussi le Zaïre & le Coanza, desquels on connoît environ 400 lieues, mais qui s'étendent bien plus loin dans les terres du Monoemugi; le Couama, dont on ne connoît aussi qu'environ 400 lieues, & qui vient de plus loin des terres de la Cafrerie; le Quilmanci, dont le cours entier est de 400 lieues; & qui prend sa source dans le royaume de Gingiro.

„ Enfin les plus grands *fleuves* de l'Amérique, qui sont aussi les plus larges *fleuves* du monde,

Digitized by Google

ſont la riviere des Amazones, dont le cours eſt de plus de 1200 lieues, ſi l'on remonte juſqu'au lac qui eſt près de Guanuco, à 30 lieues de Lima, où le Maragnon prend ſa ſource; & ſi l'on remonte juſqu'à la ſource de la riviere Napo, à quelque diſtance de Quito, le cours de la riviere des Amazones eſt de plus de mille lieues. *Voyez le Voyage* de M. de la Condamine, *pag.* 15 *&* 16.

„ On pourroit dire que le cours du *fleuve* S. Laurent en Canada eſt de plus de 900 lieues depuis ſon embouchure en remontant le lac Ontario & le lac Erié, de là au lac Huron, enſuite au lac Supérieur, de-là au lac Alemipigo, au lac Chriſtinaux, & enfin au lac des Aſſiniboils: les eaux de tous ces lacs tombent les unes dans les autres, & enfin dans le *fleuve* S. Laurent.

„ Le *fleuve* Miſſiſſipi a plus de 700 lieues d'étendue depuis ſon embouchure juſqu'à quelques-unes de ſes ſources, qui ne ſont pas éloignées du lac des Aſſiniboils, dont nous venons de parler.

„ Le *fleuve* de la Plata a plus de 800 lieues depuis ſon embouchure juſqu'à la ſource de la riviere Parna qu'il reçoit.

„ Le *fleuve* Orenoque a plus de 575 lieues de cours, en comptant depuis la ſource de la riviere Cakera près de Paſto, qui ſe jete en partie dans l'Orénoque, & coule auſſi en partie vers la riviere des Amazones. *Voyez* la *Carte* de M. de la Condamine.

„ La riviere Madera qui ſe jete dans celles des Amazones, a plus de 660 ou 670 lieues „. *Hiſtoire nat. tom. I, pag.* 352 *& ſuiv.*

Les *fleuves* les plus rapides de tous, ſont le Tigre, l'Indus, le Danube, l'Yrtis en Sibérie, le Malmiſtra en Cilicie, *&c. Voyez* Varenii, *geograph. pag.* 178. Mais, comme nous le dirons plus bas, la meſure de la viteſſe des eaux d'un *fleuve* dépend de deux cauſes; la premiere eſt la pente, & la ſeconde le poids & la quantité d'eau: en examinant ſur le globe, quels ſont les *fleuves* qui ont le plus de pente, on trouvera que le Danube en a beaucoup moins que le Pô, le Rhin & le Rhône, puiſque tirant quelques-unes de ſes ſources des mêmes montagnes, le Danube a un cours beaucoup plus long qu'aucun de ces trois autres *fleuves*, & qu'il tombe dans la mer Noire, qui eſt plus élevée que la Méditerranée, & peut-être plus que l'Océan. *Ibid.*

Loix du mouvement des fleuves & rivieres en général. Les philoſophes modernes ont tâché de déterminer par des loix préciſes le mouvement & le cours des *fleuves*; pour cela, ils ont appliqué la géométrie & la méchanique à cette recherche, de ſorte que la théorie du mouvement des *fleuves* eſt une des branches de la phyſique moderne.

Les auteurs italiens ſe ſont diſtingués dans cette partie, & c'eſt principalement à eux qu'on doit les progrès qu'on y a faits; entr'autres à Guglielmini, qui dans ſon traité *della natura de' fiumi*, a donné ſur cette matiere un grand nombre de recherches & d'obſervations.

Les eaux des *fleuves*, ſelon la remarque de cet auteur, ont ordinairement leurs ſources dans des montagnes ou endroits élevés; en deſcendant de là elles acquierent une viteſſe ou accélération qui ſert à entretenir leur courant: à meſure qu'elles ſont plus de chemin, leur viteſſe diminue, tant à cauſe du frotement continuel de l'eau contre le fond & les côtés du lit où elles coulent, que par raport aux autres obſtacles qu'elles rencontrent, & enfin parce qu'elles arivent après un certain temps dans les plaines, où elles coulent avec moins de pente, & preſqu'horizontalement.

Ainſi, le Reno, *fleuve* d'Italie, qui a été un de ceux que Guglielmini a le plus obſervé, n'a vers ſon embouchure qu'une pente très-petite.

Si la viteſſe que l'eau a acquiſe eſt entiérement détruite par les différens obſtacles, en ſorte que ſon cours deviene horizontal, il n'y aura plus rien qui puiſſe produire la continuation de ſon mouvement, que la haureur de l'eau ou la preſſion perpendiculaire qui lui eſt proportionele. Heureuſement cette derniere cauſe devient plus forte à meſure que la viteſſe ſe ralentit par des obſtacles; car plus l'eau perd de la viteſſe qu'elle a acquiſe, plus elle s'éleve & ſe hauſſe à proportion.

L'eau qui eſt à la ſurface d'une riviere, & qui eſt éloignée des bords, peut toujours couler par la ſeule & unique cauſe de ſa déclivité, quelque petite qu'elle ſoit: car n'étant arrêtée par aucun obſtacle, la plus petite différence dans le niveau ſuffit pour la faire mouvoir. Mais l'eau du fond qui rencontre des obſtacles continuels, ne doit recevoir preſqu'aucun mouvement d'une pente inſenſible, & ne poura être mûe qu'en vertu de la preſſion de l'eau qui eſt au deſſus.

La viſcoſité & la cohéſion naturele des parties de l'eau, & l'union qu'elles ont les unes avec les autres, fait que les parties inférieures, mûes par la preſſion des ſupérieures, entraînent à leur tour celles-ci, qui autrement, dans un lit horizontal, n'auroient aucun mouvement, ou n'auroient qu'un mouvement preſque nul, ſi le canal n'avoit que très-peu de pente. Ainſi, les parties inférieures, en ce cas, rendent aux ſupérieures une partie du mouvement qu'elles en reçoivent par la preſſion: de là il arive ſouvent que la plus grande viteſſe des eaux d'une riviere eſt au milieu de la profondeur de ſon lit, parce que les parties qui y ſont, ont l'avantage d'être accélérées par la preſſion de la moitié de la hauteur, ſans être retardées par le fond.

Pour ſavoir ſi l'eau d'une riviere, qui n'a preſque point de pente, coule par le moyen de la viteſſe qu'elle a acquiſe dans ſa deſcente, ou par la preſſion perpendiculaire de ſes parties, il faut oppoſer au courant un obſtacle qui lui ſoit perpendiculaire: ſi l'eau s'éleve & s'enfle au deſſus de l'obſtacle, ſa viteſſe vient de ſa chute; ſi elle ne fait que s'arrêter, ſa viteſſe vient de la preſſion de ſes parties.

Digitized by Google

Les *fleuves*, selon Guglielmini, ſe creuſent preſque tous ſeuls leur lit. Si le fond a originairement beaucoup de pente, l'eau acquiert en conſéquence une grande viteſſe; elle doit par conſéquent détruire les parties du fond les plus élevées, & les porter dans les endroits plus bas, & aplanir ainſi peu à peu le fond en le rendant plus horizontal. Plus l'eau aura de viteſſe, plus elle creuſera ſon fond, & plus elle ſe fera par conſéquent un lit profond.

Quand l'eau du *fleuve* a rendu ſon lit plus horizontal, elle commence alors à couler elle-même horizontalement, & par conſéquent agit ſur le fond de ſon lit avec moins de force, juſqu'à ce qu'à la fin ſa force devienne égale à la réſiſtance du fond. Alors le fond demeure dans un état permanent, au moins pendant un temps conſidérable, & ce temps eſt plus ou moins long ſelon la qualité du ſol; car l'argile & la craie, par exemple, réſiſtent plus long-temps que le ſable & le limon.

D'un autre côté, l'eau ronge continuellement les bords de ſon lit, & cela avec plus ou moins de force ſelon qu'elle les frape plus perpendiculairement. Par cet étort continuel, elle tend à rendre les bords de ſon lit paralleles au courant; & quand elle a produit cet effet autant qu'il eſt poſſible, elle ceſſe alors de changer la figure de ſes bords. En même temps que ſon courant devient moins tortueux, ſon lit s'élargit, c'eſt-à-dire, que le *fleuve* perd de ſa profondeur, & par conſéquent de la force de ſa preſſion: ce qui continue juſqu'à ce qu'il y ait équilibre entre la force de l'eau & la réſiſtance des bords; pour lors le *fleuve* ni les bords ne changent plus. Il eſt évident par l'expérience, qu'il y a réellement un tel équilibre, puiſque l'on trouve que la profondeur & la largeur des rivieres ne paſſe point certaines bornes.

Le contraire de tout ce qu'on vient de dire peut auſſi quelquefois ariver. Les *fleuves* dont les eaux ſont épaiſſes & limoneuſes, doivent dépoſer au fond de leur lit une partie des matieres hétérogenes que ces eaux contienent, & rendre par-là leur lit moins profond. Leurs bords peuvent auſſi ſe raprocher par la dépoſition continuele de ces mêmes matieres. Il peut même ariver que ces matieres étant jetées loin du fil de l'eau, entre les bords & le courant, & n'ayant preſque point de mouvement, forment peu à peu un nouveau rivage.

Or, ces effets contraires & oppoſés, ſemblent preſque toujours concourir, & ſe combiner différemment enſemble, ſelon les circonſtances, auſſi eſt-il fort difficile de juger de ce qui en doit réſulter. Il eſt cependant néceſſaire de connoître fort exactement de quelle maniere ces effets ſe combinent, avant de faire aucun travail qui tende à produire quelque changement dans une riviere, ſur-tout lorſqu'il s'agit d'en détourner le cours. Le Lamone qui ſe jete dans le Pô, ayant été détourné de ſon cours, pour le faire décharger dans la mer Adriatique, a été ſi fort dérangé par ce changement, & ſa force ſi diminuée, que ſes eaux, abandonées à elles-mêmes, ont prodigieuſement élevé leur lit par la dépoſition continuele de leur limon; de maniere que cette riviere eſt devenue beaucoup plus haute que n'eſt le Pô dans le temps de ſa plus grande hauteur, & qu'il a fallu oppoſer au Lamone, des levées & des digues très-hautes pour en empêcher le débordement. *Voyez* DIGUE.

Un petit *fleuve* peut entrer dans un grand, ſans en augmenter, au moins ſenſiblement, la largeur ni la profondeur. La raiſon de ce paradoxe eſt, que l'addition des eaux du petit *fleuve* peut ne produire d'autre effet, que de mettre en mouvement les parties qui étoient auparavant en repos proche des bords du grand, & rendre ainſi la viteſſe du courant plus grande, à peu près, en même proportion que la quantité d'eau qui y paſſe. Ainſi, le bras du Pô qui paſſe à Veniſe, quoiqu'augmenté du bras de Ferrare & de celui du Panaro, ne reçoit point d'accroiſſement ſenſible dans aucune de ſes dimenſions. La même choſe peut ſe conclure, proportion gardée, de toutes les augmentations que l'eau d'un *fleuve* peut recevoir, ſoit par l'eau d'une riviere qui s'y jete, ſoit de quelque autre maniere.

Un *fleuve* qui ſe préſente pour entrer dans un autre, ſoit perpendiculairement, ſoit même dans une direction oppoſée au courant de celui où il entre, eſt détourné peu à peu & par degrés de cette direction, & forcé de couler dans un lit nouveau & plus favorable par l'union de deux rivieres.

L'union de deux rivieres en une, doit les faire couler plus vîte, par la raiſon, qu'au lieu du frotement de quatre rivages, il n'y a plus que le frotement de deux à ſurmonter, & que le courant étant plus éloigne des bords, coule avec plus de facilité; outre que la quantité d'eau étant plus grande & coulant avec plus de viteſſe, doit creuſer davantage le lit, & même le rendre ſi profond que les bords ſe raprochent. De là il arive ſouvent que deux rivieres étant unies, occupent moins d'eſpace ſur la ſurface de la terre, & produiſent par-là un avantage dans les terrains bas, par la dépoſition continuele que ces terrains y font des parties bourbeuſes & ſuperflues qu'ils renferment; ils forment par ce moyen une eſpece de digue à ces rivieres, qui empêche les inondations.

Ces avantages ſont ſi conſidérables, que Guglielmini croit que la nature les a eu en vue, en rendant la jonction & l'union des rivieres ſi fréquente.

Tel eſt l'abrégé de la doctrine de Guglielmini, ſur le mouvement des *fleuves*, dont M. de Fontenelle a fait l'extrait dans les *Mém. de l'Acad.* 1710.

Pour déterminer d'une maniere plus préciſe les loix générales du mouvement des *fleuves*, nous obſerverons d'abord qu'un *fleuve* eſt dit demeurer dans le même état, ou dans un état permanent, quand il coule uniformément, de maniere qu'il eſt toujours à la même hauteur dans le même endroit,

Digitized by Google

Imaginons enſuite un plan qui coupe le *fleuve* perpendiculairement à ſon fond, & que nous appellerons *ſection du fleuve*. (*Voyez planches hyd. fig.* 26.)

Cela poſé, quand un *fleuve* eſt terminé par des bords unis, paralleles l'un à l'autre & perpendiculaires à l'horizon, & que le fond eſt auſſi une ſurface plane, horizontale ou inclinée, la ſection ſera des angles droits avec ces trois plans, & ſera un parallélogramme.

Or, lorſqu'un *fleuve* eſt dans un état permanent, la même quantité d'eau coule en même temps dans chaque ſection. Car l'état du courant ne ſeroit pas permanent, s'il ne repaſſoit pas toujours à chaque endroit autant d'eau qu'il vient de s'en écouler. Ce qui doit avoir lieu, quelle que ſoit l'*irrégularité* du lit, qui peut produire dans le mouvement du *fleuve* différens changemens à d'autres égards, par exemple, un plus grand frotement, à proportion de l'inégalité du lit.

Les irrégularités qui ſe rencontrent dans le mouvement d'une riviere, peuvent varier à l'infini; & il n'eſt pas poſſible de donner là-deſſus des regles. Pour pouvoir déterminer la viteſſe *générale d'un fleuve*, il faut mettre à part toutes les irrégularités, & n'avoir égard qu'au mouvement général du courant.

Suppoſons donc que l'eau coule dans un lit régulier, ſans aucun frotement ſenſible, & que le lit ſoit terminé par des côtés plans, paralleles l'un à l'autre, & verticaux; enfin, que le fond ſoit auſſi une ſurface plane & inclinée à l'horizon. Soit *AE* le lit dans lequel l'eau coule, venant d'un réſervoir plus grand, & ſuppoſons que l'eau du réſervoir ſoit toujours à la même hauteur, en ſorte que le courant de la riviere ſoit dans un état permanent: l'eau deſcend de ſon lit comme ſur un plan incliné, & s'y accelere continuellement; & comme la quantité d'eau qui paſſe par chaque ſection dans le même temps, doit être la même par tout, il s'enſuit que la hauteur de l'eau doit diminuer à meſure qu'elle s'éloigne du réſervoir, & que ſa ſurface doit prendre la figure *iqs*, terminée par une ligne courbe *iqs*, qui s'approche toujours de plus en plus de *CE*.

Pour déterminer la viteſſe de l'eau dans les différens endroits de ſon lit, ſuppoſons que l'origine du lit, *ABCD*, ſoit fermée par un plan: ſi on fait un trou dans ce plan, l'eau jaillira plus ou moins loin du trou, ſelon que le trou ſera plus ou moins diſtant de la ſurface de l'eau du réſervoir *bi*; & la viteſſe avec laquelle l'eau jaillira, ſera égale à celle qu'acquéreroit un corps peſant en tombant de la ſurface de l'eau juſqu'au trou; ce qui vient de la preſſion de l'eau qui eſt au deſſus du trou: la même preſſion, & par conſéquent la même force motrice ſubſiſte quand l'obſtacle *AC* eſt ôté, & chaque particule de l'eau coule dans le lit avec une viteſſe égale à celle qu'elle auroit acquiſe en tombant de la ſurface de l'eau juſqu'à la profondeur où eſt cette particule. Chaque particule ſe meut donc comme ſur un plan incliné, avec un mouvement accéléré, & de la même maniere que ſi, tombant verticalement, elle avoit continué ſon mouvement à la même profondeur au deſſous de la ſurface de l'eau, à compter du réſervoir de la riviere.

Donc, ſi on tire la ligne horizontale *it*, les particules de l'eau auront en *r* la même viteſſe qu'acqueroit un corps, qui tombant de la hauteur *IC*, parcouroit la ligne *Cr*; viteſſe qui eſt égale à celle qu'acquerroit un corps en tombant le long de *rr*. Par conſéquent on peut déterminer en quelqu'endroit que ce ſoit la viteſſe du courant, en tirant de cet endroit une perpendiculaire au plan horizontal, que l'on conçoit paſſer par la ſurface de l'eau du réſervoir de la riviere; la viteſſe qu'un corps acquerroit, en tombant de la longueur de cette perpendiculaire, eſt égale à la viteſſe de l'eau qu'on cherche, & cette viteſſe eſt par conſéquent d'autant plus grande, que la perpendiculaire eſt plus grande. D'un point quelconque, comme *r*, tirez *rs* perpendiculaire au fond du lit, cette ligne meſurera la hauteur ou la profondeur de la riviere. Puiſque *rs* eſt inclinée à l'horizon, ſi des différens points de cette ligne on tire des perpendiculaires à *it*, elles ſeront d'autant plus courtes qu'elles ſeront plus diſtantes de *r*, & la plus courte de toutes ſera *su*; par conſéquent les viteſſes des parties de l'eau dans la ligne *rs*, ſont d'autant moindres qu'elles ſont plus proches de la ſurface de la riviere, & d'autant plus grandes qu'elles en ſont plus éloignées.

Cependant la viteſſe de ces parties approche de plus en plus de l'égalité, à meſure que la riviere fait plus de chemin: car les carrés de ces viteſſes ſont comme *rt* à *su*; or la différence de ces lignes diminue continuellement à meſure que la riviere s'éloigne de ſon origine, parce que la profondeur *rs* diminue auſſi continuellement à meſure que ces lignes augmentent. Donc, puiſque la différence des carrés des viteſſes diminue continuellement, à plus forte raiſon la différence des viteſſes doit diminuer auſſi, puiſqu'un carré eſt toujours en plus grand raport avec un carré plus petit que les racines de ces carrés ne le ſont entr'elles.

Si l'inclinaiſon du fond eſt changée à l'origine de la riviere, que le fond, par exemple, devienne *yz*, & qu'une plus grande quantité d'eau coule dans le lit, le lit deviendra plus profond dans toute la longueur de la riviere, mais la viteſſe de l'eau ne changera point. Car cette viteſſe ne dépend point de la profondeur de l'eau dans la riviere, mais de la diſtance qu'il y a de la particule mûe, au plan horizontal, qui paſſant par l'origine, eſt continué au deſſus de cette particule; & cette diſtance eſt meſurée par la perpendiculaire *rt* ou *su*: or ces lignes ne ſont point changées par la quantité d'eau plus ou moins grande qui coule dans le lit, pourvu que l'eau demeure à la même hauteur dans le réſervoir.

Suppoſons que la partie ſupérieure du lit ſoit fermée

Digitized by Google

fermée par quelque obſtacle, comme *X*, qui deſcende un peu au deſſous de la ſurface de l'eau; comme l'eau n'a pas en cet endroit la liberté de couler à ſa partie ſupérieure, elle doit s'y élever; mais la viteſſe de l'eau au deſſous de la cataracte n'augmentera point; & l'eau qui vient continuellement, doit s'élever toujours de plus en plus, de maniere qu'à la fin elle déborde, ou au deſſus de l'obſtacle, ou au deſſus de ſes bords. Si on élevoit les bords auſſi-bien que l'obſtacle, l'eau s'élèveroit à une hauteur au deſſus de *i i*; juſqu'à ce que cela arrive, la viteſſe de l'eau ne peut augmenter, mais quand une fois l'eau ſe ſera élevée au deſſus de *i i*, la hauteur de l'eau dans le réſervoir ſera augmentée. Car comme on ſuppoſe que la riviere eſt dans un état permanent, il faut néceſſairement qu'il entre continuellement autant de nouvele eau dans le réſervoir, qu'il s'en échape pour couler dans le lit: ſi donc il coule moins d'eau dans le lit, la hauteur de l'eau doit augmenter dans le réſervoir, juſqu'à ce que la viteſſe de l'eau qui coule au deſſous de l'obſtacle ſoit tellement augmentée, qu'il coule par-deſſous l'obſtacle autant d'eau qu'il en couloit auparavant dans le lit, lorſqu'il étoit libre.

Voilà la théorie de Guglielmini ſur la viteſſe des rivieres, théorie purement mathématique, & que les circonſtances phyſiques doivent altérer beaucoup. Avant que d'entrer là-deſſus, dans quelque détail, je remarquerai 1°. que dans mes *Réflexions ſur la cauſe générale des vents*, Paris, 1747, j'ai démontré, *pag.* 179, qu'un fluide qui, par une cauſe quelconque, ſe mouvroit horizontalement & uniformément entre deux bords verticaux, ne devroit pas toujours s'accélérer dans les endroits où ſon lit viendroit à ſe rétrécir; mais que ſuivant le raport de ſa profondeur avec l'eſpace qu'il parcouroit dans une ſeconde, il devroit tantôt s'abaiſſer dans ces endroits, tantôt s'y élever; que dans ce dernier cas, il augmenteroit plus en hauteur en s'élevant, qu'il ne perdroit en largeur; & que par conſéquent au lieu d'accélérer ſa viteſſe, il devroit au contraire la ralentir, puiſque l'eſpace par lequel il devroit paſſer, ſeroit augmenté réellement au lieu d'être diminué.

Je remarquerai 2°. que dans mon *Eſſai de la réſiſtance des fluides*, Paris, 1752, j'ai donné le premier une méthode générale pour déterminer mathématiquement la viteſſe d'un *fleuve* en un endroit quelconque; méthode qui demande une analyſe très-compliquée, quand on veut faire entrer dans le problême toutes ſes circonſtances, quoiqu'on faſſe même abſtraction du phyſique. *Voyez* l'ouvrage cité *art.* 156 *& ſuiv.*

Le mouvement des eaux dans le cours des *fleuves*, s'écarte conſidérablement de la théorie géométrique. 1°. Non ſeulement la ſurface d'un *fleuve* n'eſt pas de niveau d'un bord à l'autre; mais même le milieu eſt ſouvent plus élevé que les deux bords; ce qui vient de la différence de viteſſe entre l'eau du milieu du *fleuve*, & les bords. 2°. Lorſque les *fleuves* approchent de leur embouchure, l'eau du milieu eſt au contraire ſouvent plus baſſe que celle des bords, parce que l'eau des bords ayant moins de viteſſe, eſt plus refoulée par la marée. *Voyez* FLUX. 3°. La viteſſe des eaux ne ſuit pas à beaucoup près la proportion de la pente; un *fleuve* qui a plus de pente qu'un autre, coule plus vîte dans une plus grande raiſon que celle de la pente: cela vient de ce que la viteſſe d'un *fleuve* dépend encore plus de la quantité de l'eau & du poids des eaux ſupérieures, que de la pente. M. Kuhn, dans ſa *Diſſertation ſur l'origine des fontaines*, s'eſt donc trompé en jugeant de la pente des *fleuves* par leur viteſſe, & en croyant, par exemple ſur ce principe, que la ſource du Danube eſt de deux milles d'Allemagne plus élevée que ſon embouchure, *&c.* 4°. Les ponts, les levées & les autres obſtacles qu'on établit ſur les rivieres, ne diminuent pas conſidérablement la viteſſe totale du cours de l'eau, parce que l'eau s'éleve à la rencontre de l'avant-bec d'un pont, ce qui fait qu'elle agit davantage par ſon poids pour augmenter la viteſſe du courant entre les piles. 5°. Le moyen le plus ſûr de contenir un *fleuve*, eſt en général de rétrécir ſon canal, parce que ſa viteſſe par ce moyen eſt augmentée, & qu'il ſe creuſe un lit plus profond; par la même raiſon, on peut diminuer ou arrêter quelquefois les inondations d'une riviere, non en y faiſant des faignées, mais en y faiſant entrer une autre riviere, parce que l'union des deux rivieres les fait couler l'une & l'autre plus vîte, comme on l'a dit ci-deſſus. 6°. Lorſqu'une riviere groſſit, la viteſſe augmente juſqu'à ce que la riviere déborde: alors la viteſſe diminue, ſans doute parce que le lit eſt augmenté en plus grande portion que la quantité d'eau. C'eſt par cette raiſon que l'inondation diminue proche l'embouchure, parce que c'eſt l'endroit où les eaux ont le plus de viteſſe.

De la meſure de la viteſſe des fleuves. Les phyſiciens & les géometres ont imaginé pour cela différens moyens. Guglielmini en propoſe un dans ſes ouvrages, qui nous paroît trop compoſé & trop peu certain. *Voyez* ſon traité *della natura de'fiumi*, & ſon *aquarum fluentium menſura*. Parmi les autres moyens, on des plus ſimples eſt celui du pendule. On plonge un pendule dans l'eau courante, & on juge de la viteſſe de l'eau par la quantité à laquelle le poids s'éleve, c'eſt-à-dire, par l'angle que le fil fait avec la verticale. Mais cette méthode paroît meilleure pour comparer enſemble les viteſſes de deux *fleuves*, que pour avoir la viteſſe abſolue de chacun. Les tangentes des angles ſont à la viteſſe entr'elles, comme les carrés des viteſſes, & cette regle eſt aſſez ſûre; mais il n'eſt pas auſſi facile de déterminer directement la viteſſe du *fleuve* par l'angle du fil. *Voyez* l'Hydrodynamique de M. l'abbé Boſſut, *Tome II*, *pag.* 243.

Un autre moyen eſt celui que M. Pitot a propoſé dans les *Mémoires de l'Académie de* 1732.

Digitized by Google

Il prend un tuyau recourbé, dont la partie ſupérieure eſt verticale, & l'inférieure horizontale. Il plonge cette derniere dans l'eau, en ſorte que l'eau entre par la branche horizontale. Selon les loix de l'hydraulique, l'eau doit s'élever dans le tuyau vertical, à une hauteur égale à celle dont un corps peſant devroit tomber pour acquérir une viteſſe égale à celle de l'eau. Mais on ſent encore que ce moyen eſt aſſez fautif: 1°. l'eau ſera retardée par l'angle que forme la partie horizontale avec la verticale: 2°. elle le ſera encore le long du tuyau par le frotement; ainſi, elle s'élévera moins qu'elle ne devroit ſuivant la théorie; & il eſt très-difficile de fixer le raport entre la hauteur à laquelle elle s'éleve, & celle à laquelle elle doit s'élever, parce que la théorie des frotemens eſt très-peu connue.

Le moyen le plus ſimple & le plus ſûr pour connoître la viteſſe de l'eau, eſt de prendre un corps à peu près auſſi peſant que l'eau, comme une boule de cire, de le jeter dans l'eau, & de juger la viteſſe de l'eau par celle de cette boule; car la boule acquiert très-promptement & preſqu'en un inſtant, une viteſſe à peu près égale à celle de l'eau. C'eſt ainſi qu'après s'être épuiſé en inventions ſur des choſes de pratique, on eſt forcé d'en revenir ſouvent à ce qui s'étoit préſenté d'abord. (*O*).

FLEUVE ou RIVIERE, *fleuve d'Orion*, eſt le nom qu'on donne quelquefois à la conſtellation de l'*éridan*.

FLEXION, (*Aſtronom.*). Dans les inſtrumens qui ſont grands & deſquels on attend une grande préciſion, la flexion des bâres eſt une choſe importante à conſidérer: une bâre de fer de 8 pieds de long, qui avoit 2 pouces 8 lignes de largeur par un bout, & 3 pouces 3 lignes par l'autre, avec 2 lignes $\frac{1}{2}$ d'épaiſſeur, étant poſée horizontalement de champ, c'eſt-à-dire, dans le ſens où elle devoit ſe courber le moins, ſe courboit encore de trois quarts de ligne (M. Bouguer, *figure de la terre*, *pag.* 191). Si l'on augmente la longueur de la bâre, la *flexion* croît comme la quatrieme puiſſance de la longueur. Pour remédier le plus qu'il eſt poſſible à un inconvénient auſſi conſidérable, dans les grands inſtrumens, il eſt néceſſaire d'employer les bâres les plus larges, d'aſſujétir l'objectif très-fortement avec le centre, & le micrometre avec le limbe, afin que la *flexion* de l'inſtrument ſoit exactement égale à celle de la lunete; il faut auſſi éviter de mettre de l'huile dans les vis, ce qui peut produire avec le temps quelque jeu dans les aſſemblages: enfin il faut mouvoir ces inſtrumens avec précaution, pour empêcher qu'ils ne changent de forme par la *flexion*, (la Condamine, *pag.* 143 *& ſuiv.*) On peut la meſurer avec le *ſphérometre*, inſtrument de M. de la Roue, où l'on diſtingue à l'oreille $\frac{1}{4320}$ de ligne. (*D. L.*)

FLINT-GLASS, (*Optique*); nom anglois qui ſignifie verre de cailloux, & que l'on conſerve dans notre langue pour exprimer le cryſtal d'Angleterre, ou ce beau verre blanc dont on fait des gobelets & des caraſes. Il eſt devenu remarquable pour les aſtronomes, depuis que M. Dollond le pere a découvert, en 1758, la propriété qu'il a de diſperſer beaucoup les rayons colorés, & de produire un ſpectre priſmatique plus grand que le verre ordinaire, dans le raport de 3 à 2; c'eſt le *minium*, ou la partie métallique employée dans la fabrication du *flint-glaſſ*, qui lui donne cette propriété. On m'a aſſuré qu'il y en avoit un tiers du poids total; il eſt très-difficile d'avoir une matiere bien fondue, exempte de bulles & de ſtries, & propre à faire de bons objectifs de lunetes. *Voyez* la piece de M. Libaude, dans le tome VII, des *Mémoires préſentés à l'Académie par des ſavans étrangers*, *année* 1773. *Voyez* ACHROMATIQUE. (*D. L.*)

FLOT, ou pleine mer. *Voyez* FLUX.

FLUENTE, ſ. m. (*Géom. tranſc.*) M. Newton & les Anglois appelent ainſi ce que M. Leibnitz appele *intégrale*. *Voyez* INTÉGRALE & FLUXION.

FLUIDE, adj. pris ſubſt. (*Hydrodyn.*), eſt un corps dont les parties cedent à la moindre force, & en lui cédant, ſont aiſément mûes entr'elles.

Il faut donc, pour conſtituer la fluidité, que les parties ſe ſéparent les unes des autres, & cedent à une impreſſion ſi petite, qu'elle ſoit inſenſible à nos ſens; c'eſt ce que font l'eau, l'huile, le vin, l'air, le mercure. La réſiſtance des parties des *fluides* dépend de nos ſens; c'eſt pourquoi, ſi nous avions le tact un million de fois plus fin qu'il n'eſt, pour découvrir cette réſiſtance, il n'y a pas de doute que nous ne duſſions la ſentir dans pluſieurs cas où nous ne pouvons à préſent la remarquer, & par conſéquent nous ne pourions plus prendre pour *fluides* un aſſez grand nombre de corps que nous regardons aujourd'hui comme tels. De plus, pour qu'un corps ſoit *fluide*, il faut que chaque parcelle ſoit ſi petite, qu'elle échape à nos ſens, car tant qu'on peut toucher, ſentir ou voir les parties d'un corps ſéparément, on ne doit pas regarder ce corps comme *fluide*. La farine, par exemple, eſt compoſée de petites parties déliées qui peuvent aiſément être ſéparées les unes des autres par une impreſſion qui n'eſt nullement ſenſible; cependant tout homme qui aura une boîte remplie de farine, ne dira jamais qu'il a une boîte pleine de *fluide*, parce qu'auſſitôt qu'il y enfonce le doigt, & qu'il commence à froter la farine entre deux doigts, il ſent à l'inſtant les parties dont elle eſt compoſée: mais, dès que cette farine devient infiniment plus fine, comme cela arive à l'égard du chyle dans nos inteſtins, elle ſe change alors en *fluide*.

La cauſe de la fluidité paroît conſiſter en ce que les parties des *fluides* ont bien moins d'adhérence entr'elles, que n'en ont celles des corps durs ou ſolides, & que leur mouvement n'eſt point

Digitized by Google

empêché par l'inégalité de la ſurface des parties, comme dans un tas de pouſſiere, de ſable, &c. car les particules dont les *fluides* ſont compoſés, ſont d'ailleurs de la même nature, & ont les mêmes propriétés que les particules des ſolides: cela s'apperçoit évidemment, quand on convertit les ſolides en *fluides* & les *fluides* en ſolides; par exemple, lorſqu'on change de l'eau en glace, & qu'on met des métaux en fuſion, *&c.* En effet, on ne peut raiſonablement révoquer en doute que les parties élémentaires de tous les corps ne ſoient de la même nature; ſavoir, des corpuſcules durs, ſolides, impénétrables, mobiles.

Si les parties d'un corps peuvent gliſſer aiſément les unes ſur les autres, ou être facilement agitées par la chaleur; ces parties, quoiqu'elles ne ſoient pas dans un mouvement actuel, pouront cependant conſtituer un corps *fluide*. Au reſte, les particules d'un pareil corps ont quelque adhérence entr'elles, comme il paroît évident par le mercure bien purgé d'air qui ſe ſoutient dans le barometre à la hauteur de 60 ou 70 pouces; par l'eau qui s'éleve dans les tuyaux capillaires, quoiqu'ils ſoient dans le vide; & par les goutes des liqueurs, qui prenent dans le vide une figure ſphérique, comme s'il y avoit entre leurs parties quelque cohéſion réciproque, ſemblable à celle de deux marbres plans & polis. De plus, ſi les *fluides* ſont compoſés de parties qui puiſſent facilement s'embaraſſer les unes dans les autres, comme l'huile, ou qu'elles ſoient ſuſceptibles de s'unir enſemble par le froid, comme l'eau & d'autres *fluides*, ils ſe changent aiſément en des corps ſolides; mais ſi leurs particules ſont telles qu'elles ne puiſſent jamais s'embaraſſer les unes dans les autres, comme celles de mercure, alors elles ne ſe fixeront jamais en un corps ſolide.

On peut conſidérer dans les *fluides* quatre choſes; 1°. leur nature ou ce qui conſtitue la fluidité, c'eſt l'objet de *l'article* FLUIDITÉ, qui appartient au Dictionaire de Phyſique; 2°. les loix de leur équilibre; 3°. celles de leur mouvement; 4°. celles de leur réſiſtance. Nous allons entrer dans le détail de ces trois derniers objets. Nous donnerons d'abord les principes généraux, tels à peu près qu'on les trouve dans les auteurs d'hydraulique; & nous ferons enſuite quelques réfléxions ſur ces principes.

La théorie de l'équilibre & du mouvement des *fluides* eſt en général l'objet de l'Hydrodynamique. La preſſion & la peſanteur des corps plongés dans les *fluides* & l'action des *fluides* ſur le corps qui y ſont plongés, ſont le ſujet de l'hydroſtatique. *Voyez* HYDROSTATIQUE.

Les loix hydroſtatiques des *fluides* ſont, I. que les parties ſupérieures de tous les *fluides*, comme l'eau, *&c.* peſent ſur les inférieures, ou, comme parlent quelques philoſophes, que les *fluides* peſent en eux-mêmes ou ſur eux-mêmes.

On a ſoutenu dans les écoles un principe tout-à-fait contraire à celui-ci; mais la vérité de cette preſſion eſt à préſent démontrée par mille expériences. Il ſuffira d'en raporter une bien ſimple. Une bouteille vide, bien bouchée, étant plongée dans l'eau, & ſuſpendue au bas d'une balance, qu'on mette des poids dans l'autre plat de la balance, juſqu'à ce qu'elle ſoit en équilibre; qu'on débouche enſuite la bouteille, & qu'on la rempliſſe d'eau, elle l'emportera, & ſera baiſſer l'extrémité de la balance où elle eſt atachée.

Il ſuit de cette peſanteur que les ſurfaces des *fluides* qui ſont en repos, ſont planes & paralleles à l'horizon ou plutôt que ce ſont des ſegmens de ſphere qui ont le même centre que la terre. Car, comme on ſuppoſe que les parties des *fluides* cedent à la moindre force, elles ſeront mûes par leur peſanteur, juſqu'à ce qu'aucune d'elles ne puiſſe plus deſcendre, & quand elles ſeront parvenues à cet état, le *fluide* demeurera en repos, à moins qu'il ne ſoit mis en mouvement par quelque cauſe extérieure: or il faut, pour établir ce repos, que la ſurface du *fluide* ſe diſpoſe comme nous venons de le dire. En effet, lorſqu'un corps *fluide* eſt diſpoſé de maniere que tous les points de ſa ſurface forment un ſegment de ſphere concentrique à la terre, chaque particule eſt preſſée perpendiculairement à la ſurface, & n'ayant pas plus de tendance à couleur vers un côté que vers un autre, elle doit reſter en repos.

II. Si un corps eſt plongé dans un *fluide* en tout ou en partie, ſa ſurface inférieure ſera preſſée de bas en haut par l'eau qui ſera au deſſous.

On ſe convaincra de cette preſſion des *fluides* ſur la ſurface inférieure des corps qui y ſont plongés, en examinant pourquoi les corps ſpécifiquement plus légers que les *fluides*, s'élevent à leur ſurface: cela vient évidemment de ce qu'il y a une plus forte preſſion ſur la ſurface inférieure du corps que ſur ſa ſurface ſupérieure, c'eſt-à-dire, de ce que le corps eſt pouſſé en en-haut avec plus de force qu'il ne l'eſt en en-bas par ſa peſanteur: en effet, le corps qui tend à s'élever à la ſurface, eſt continuélement preſſé par deux colonnes de *fluide*; ſavoir, par une qui agit ſur ſa partie ſupérieure, & par une ſeconde qui agit ſur ſa partie inférieure. La longueur de ces deux colonnes devant être priſe depuis la ſurface ſupérieure du *fluide*, celle qui preſſe la ſurface inférieure du corps ſera plus longue de toute l'épaiſſeur du corps, & par conſéquent le corps ſera pouſſé en en-haut par le *fluide* avec une force égale au poids de la quantité de *fluide* qui ſeroit contenue dans l'eſpace que le corps occupe. Donc, ſi le *fluide* eſt plus peſant que le corps, cette derniere force, qui tend à pouſſer le corps en en-haut, l'emportera ſur la force de la peſanteur du corps qui tend à le faire deſcendre, & le corps montera.

Par-là on rend raiſon pourquoi de très-petits corpuſcules, ſoit qu'ils ſoient plus peſans ou plus légers que le *fluide* dans lequel ils ſont mêlés, s'y ſoutiendront pendant fort long-temps, ſans qu'ils s'élevent à la ſurface du *fluide*, ni ſans qu'ils

Digitized by Google

ſe précipitent au fond. C'eſt que la différence qui ſe trouve entre ces deux colonnes eſt inſenſible, & que la force, qui tende à faire monter le corpuſcule, n'eſt pas aſſez grande pour ſurmonter la réſiſtance que font les parties du *fluide* à leur diviſion.

III. La preſſion des parties ſupérieures, qui ſe fait ſur celles qui ſont au deſſous, s'exerce également de tous côtés, & ſuivant toutes les directions imaginables, latéralement, horizontalement, obliquement & perpendiculairement. C'eſt une vérité d'expérience bien établie par M. Paſcal, dans ſon *Traité de l'équilibre des liqueurs*. Voyez *la ſuite de cet article*, où cette loi ſera dévelopée : nous ne pouvons la prouver qu'après en avoir déduit les conſéquences; car ce ſont ces conſéquences qu'on démontre par l'expérience, & qui aſſurent de la vérité du principe.

Toutes les parties des *fluides* étant ainſi également preſſées de tous côtés, il s'enſuit, 1°. qu'elles doivent être en repos, & non pas dans un mouvement continuel, comme quelques philoſophes l'ont ſuppoſé : 2°. qu'un corps étant plongé dans un *fluide* en eſt preſſé latéralement, & que cette preſſion eſt en raiſon de la diſtance de la ſurface du *fluide* au corps plongé : cette preſſion latérale s'exerce toujours ſuivant une ligne perpendiculaire à la ſurface du *fluide*; ainſi, elle eſt toujours la même à la même hauteur du *fluide*, ſoit que la colonne du *fluide* ſoit oblique ou non à la ſurface du corps.

IV. Dans les tubes qui communiquent enſemble, quelle que ſoit leur grandeur, ſoit qu'elle ſoit égale ou inégale, & quelle que ſoit leur forme, ſoit qu'elle ſoit droite, angulaire ou recourbée, un même *fluide* s'y élévera à la même hauteur, & réciproquement.

V. Si un *fluide* s'éleve à la même hauteur dans deux tuyaux qui communiquent enſemble, le *fluide* qui eſt dans un des tuyaux, eſt en équilibre avec le *fluide* qui eſt dans l'autre.

Car, 1°. ſi les tuyaux ſont de même diametre, & que les colonnes des *fluides* aient la même baſe & la même hauteur, elles ſeront égales; conſéquemment leurs peſanteurs ſeront égales, & ainſi elles agiront l'une ſur l'autre avec des forces égales : 2°. ſi les tuyaux ſont inégaux en baſe & en diametre, ſuppoſons que la baſe de *G I*, *Pl. d'hydrodyn. Fig.* 27, ſoit quadruple de la baſe de *H K*, & que le *fluide* deſcende dans le plus large tuyau de la hauteur d'un pouce, comme de *L* en *O*: il s'élévera donc de quatre pouces dans l'autre tuyau, comme de *M* en *N*. Donc la viteſſe du *fluide* qui ſe meut dans le tuyau *H K*, eſt à celle du *fluide* qui ſe meut dans le tuyau *G I*, comme la baſe du tuyau *G I* eſt à la baſe du tuyau *H K*. Mais puiſqu'on ſuppoſe que la hauteur des *fluides* eſt la même dans les deux tuyaux, la quantité de *fluide* qui eſt dans le tuyau *G I*, ſera à celle qui eſt dans le tuyau *H K*, comme la baſe du tuyau *G I* eſt à la baſe du tuyau *H K*: conſéquemment les quantités de mouvement de part & d'autre ſont égales, puiſque les viteſſes ſont en raiſon inverſe des maſſes. Donc il y aura équilibre. Cette démonſtration eſt aſſez ſemblable à celle que pluſieurs auteurs ont donnée de l'équilibre dans le levier. Sur quoi *voyez* LEVIER, *& la ſuite de cet article*.

On démontre aiſément la même vérité ſur deux tubes, dont l'un eſt incliné, l'autre perpendiculaire. Il ſuit encore de là que ſi des tubes ſe communiquent, le *fluide* péſera davantage dans celui où il ſera plus élevé.

VI. Dans les tubes qui communiquent, des *fluides* de différentes peſanteurs ſpécifiques ſeront en équilibre, ſi leurs hauteurs ſont en raiſon inverſe de leurs peſanteurs ſpécifiques.

Nous tirons de là un moyen de déterminer la gravité ſpécifique des *fluides*; ſavoir, en mettant un *fluide* dans un des tuyaux qui ſe communiquent comme *A B*, *Fig.* 28, & un autre *fluide* dans l'autre tuyau *C D*, & en meſurant les hauteurs *B G*, *H D*, auxquels les *fluides* s'arrêteront quand ils ſeront mis en équilibre; car la peſanteur ſpécifique du *fluide* contenu dans le tuyau *A B*, eſt à la peſanteur ſpécifique du *fluide* du tuyau *D C*, comme *D H* eſt à *B G*. (Si on craint que les *fluides* ne ſe mêlent, on peut remplir la partie horizontale du tuyau *B D* avec du mercure, pour empêcher le mélange des liqueurs.)

Puiſque les denſités des *fluides* ſont comme leurs peſanteurs ſpécifiques, leurs denſités ſeront auſſi comme les hauteurs des *fluides DH* & *BG*. Ainſi, nous pouvons encore tirer de là une méthode pour déterminer les denſités des *fluides*. *Voyez* DENSITÉ, dans le Dictionn. de *Phyſique*.

VII. Les fonds & les côtés des vaiſſeaux ſont preſſés de la même maniere, & par la même loi que les *fluides* qu'ils contiennent. C'eſt une ſuite de la premiere & de la ſeconde loi ci-deſſus.

VIII. Dans les vaiſſeaux cylindriques, ſitués verticalement, & qui ont des baſes égales, la preſſion des *fluides* ſur les fonds eſt en raiſon de leurs hauteurs; car, puiſque les vaiſſeaux ſont verticaux, il eſt évident que l'action ou la tendance des *fluides*, en vertu de leur peſanteur, ſe fera ſuivant des lignes perpendiculaires aux fonds : les fonds ſeront donc preſſés en raiſon des peſanteurs des *fluides*; mais les peſanteurs ſont comme les volumes, & les volumes ſont ici comme les hauteurs. Donc les preſſions ſur les fonds ſeront en raiſon des hauteurs. Remarquez qu'il eſt ici queſtion d'un même *fluide*, ou de deux *fluides* ſemblables & de même nature.

IX. Dans des vaiſſeaux cylindriques, ſitués verticalement, & qui ont des baſes inégales, la preſſion ſur les fonds eſt en raiſon compoſée des baſes & des hauteurs; car il paroît, par la démonſtration précédente, que les fonds ſont preſſés, dans cette hypotheſe, en raiſon des peſanteurs; or les peſanteurs des *fluides* ſont comme leurs maſſes, &

Digitized by Google

leurs maſſes ſont ici en raiſon compoſée des baſes & des hauteurs ; par conſéquent &c.

X. Si un vaiſſeau incliné *ABCD*, *Fig.* 29, a même baſe & même hauteur qu'un vaſe vertical *BEFG*, les fonds de ces deux vaſes ſeront également preſſés.

Car, dans le vaiſſeau incliné *ABCD*, chaque partie du fond *CD* eſt preſſée perpendiculairement, par la ſeconde loi ci-deſſus, avec une force égale à celle d'une colonne verticale de *fluide*, dont la hauteur ſeroit égale à la diſtance qui eſt entre le fond *CD*, & la ſurface *AB* du *fluide* : or la preſſion du fond *EF* eſt évidemment la même.

XI. Les *fluides* preſſent ſelon leur hauteur verticale, & non pas ſelon leur volume. Par exemple, ſi un vaſe a une figure conique, ou va en diminuant vers le haut, c'eſt-à-dire, s'il n'eſt pas large en haut comme en bas, cela n'empêche pas que le fond ne ſoit preſſé de la même maniere que ſi le vaſe étoit parfaitement cylindrique, en conſervant la même baſe inférieure : c'eſt une ſuite de tout ce qui a été dit ci-deſſus.

En général, la preſſion qu'éprouve le fond d'un vaiſſeau, quelle que ſoit ſa figure, eſt toujours égale au poids d'une colonne du *fluide*, dont la baſe eſt le fond du vaiſſeau, & dont la hauteur eſt la diſtance verticale de la ſurface ſupérieure de l'eau au fond de ce même vaſe.

Donc, ſi l'on a deux tubes ou deux vaſes de même baſe & de même hauteur, tous deux remplis d'eau, mais dont l'un aille tellement en diminuant vers le haut, qu'il ne contiene que vingt-onces d'eau, au lieu que l'autre s'élargiſſant vers le haut contiene deux cents onces, les fonds de ces deux vaſes ſeront également preſſés par l'eau, c'eſt-à-dire, que chacun d'eux éprouvera une preſſion égale au poids de l'eau renfermée dans un cylindre de même baſe que ces deux baſes, & de même hauteur.

M. Paſcal eſt le premier qui a découvert ce paradoxe hydroſtatique ; il mérite bien que nous nous arretions à l'éclaircir : une multitude d'expériences le mettent hors de toute conteſtation. On peut même en rendre raiſon par les principes de méchanique.

Suppoſons, par exemple, que le fond d'un vaſe *CD*, *Fig.* 30, ſoit plus petit que ſon extrémité ſupérieure *AB* ; comme le *fluide* preſſe le fond *CD*, que nous ſuppoſons horizontal, dans une direction perpendiculaire *EC*, il n'y a que la partie cylindrique intérieure *ECDF*, qui puiſſe preſſer ſur le fond, les côtés de ce vaſe ſoutenant la preſſion de tout le reſte.

La propoſition paroît plus difficile à démontrer, lorſque le vaſe va en ſe rétréciſſant de bas en haut ; mais on peut appliquer ici le raiſonement qu'on a fait pour le cas précédent ; en imaginant que la réaction des côtés du vaſe ſe fait maintenant de haut en bas, au lieu que, dans le cas précédent, elle ſe faiſoit de bas en haut.

Voici la preuve de cette même propoſition, par l'expérience.

Préparez un vaſe de métal *ACDB*, *Fig.* 31, fait de maniere que le fond *CD* puiſſe être mobile, & que, pour cette raiſon, il ſoit retenu dans la cavité du vaiſſeau, moyénant une bordure de cuir humide, afin de pouvoir gliſſer, ſans laiſſer paſſer une ſeule goute d'eau. Par un trou fait au haut du vaſe *AB*, appliquez ſucceſſivement différens tubes d'égales hauteurs, mais de différens diametres. Enfin, arachant une corde au bras d'une balance, & fixant l'autre extrémité de la corde au fond mobile, par un petit anneau *K*, mettez des poids dans l'autre baſſin, juſqu'à ce qu'il y en ait aſſez pour élever le fond *CD* : vous trouverez alors non ſeulement qu'il faut toujours le même poids, de quelque grandeur ou diametre que ſoit le tube, mais encore que le poids qui élévera le fond lorſque ce fond eſt preſſé par un *fluide* contenu dans un très-petit tube, l'élévera auſſi quand il ſera preſſé par le *fluide* qui ſeroit contenu dans tout le cylindre *ACDB*. Par la même raiſon, ſi un vaſe *ABCD*, *Fig.* 32, de figure quelconque, eſt plein de liqueur juſqu'en *GH*, par exemple, le fond *CD* ſera preſſé par la liqueur, comme ſi le vaſe étoit cylindrique : mais ce qui eſt bien à remarquer, il ne faudra, pour ſoutenir le vaſe, qu'une force égale au poids de la liqueur ; car la partie *Ff* eſt preſſée perpendiculairement à *HD* ſuivant *FO*, avec une force proportionele à la diſtance de *GH* à *EF*, & cet éfort tend à pouſſer le point *F* ſuivant *FV*, avec une force repréſentée par *FIXMP* : Or le point *K* eſt preſſé en en-bas avec une force $= FIXMN$: donc le fond *CD* étant ſuppoſé tenir au vaſe, ou ne former qu'un ſeul & même corps ſolide avec le vaſe, n'eſt pouſſé au point *K* que par une force $= FIXMN - FIXMP = FIXPN$. Il ne faut donc, pour ſoutenir le vaſe, qu'une force égale au poids du *fluide*.

XII. Un corps *fluide* peſant, lequel, placé vers la ſurface de l'eau, ſe précipiteroit en en-bas avec une grande viteſſe, étant placé néanmoins à une profondeur conſidérable, ne tombera point au fond.

Ainſi, plongez l'extrémité inférieure d'un tube de verre dans un vaſe de mercure, à la profondeur d'un demi-pouce ; & bouchant alors l'extrémité inférieure avec votre doigt, vous conſerverez, par ce moyen, environ un demi-pouce de mercure ſuſpendu dans le tube : enfin, tenant toujours le doigt dans cette même diſpoſition, plongez le tube dans un long vaſe de verre plein d'eau, juſqu'à ce que la petite colonne de mercure ſoit enfoncée dans l'eau à une profondeur treize ou quatorze fois plus grande que la longueur de cette même colonne : en ce cas, ſi vous ôtez le doigt, vous verrez que le mercure ſe tiendra ſuſpendu dans le tube, par l'action de l'eau qui preſſe en en-haut, mais, ſi vous élevez le tube, le mercure s'écoulera. Au reſte, cette expérience eſt dé-

Digitized by Google

licate, & demande de la dextérité pour être bien faite.

La preſſion des *fluides*, ſelon pluſieurs phyſiciens, nous donne la ſolution du phénomene de deux marbres polis, qui s'attachent fortement enſemble lorſqu'on les applique l'un à l'autre. L'atmoſphere, ſelon ces phyſiciens, preſſe ou gravite avec tout ſon poids ſur la ſurface inférieure & ſur les côtés du marbre inférieur; mais elle ne ſauroit exercer aucune preſſion ſur la ſurface ſupérieure de ce même marbre, qui eſt très-intimement contigué au marbre ſupérieur, auquel elle eſt ſuſpendue.

Sur l'aſcenſion des *fluides* dans les vaiſſeaux capillaires, *&c. voy.* Tuyaux Capillaires. *Voy.* auſſi *au mot* Hydrostatique, d'autres obſervations ſur l'équilibre des *fluides*.

Paſſons aux loix du mouvement des *fluides*: après quoi nous conſidérerons ſous un même point de vue ces loix & celles de leur équilibre. Nous donnerons d'abord les loix du mouvement des *fluides*, ſans en apporter preſqu'aucune raiſon, & telles que l'expérience les a fait découvrir.

Le mouvement des *fluides*, & particuliérement de l'eau, fait la matiere de l'hydraulique. *Voyez* Hydraulique.

Loix hydrauliques des fluides. 1°. La viteſſe d'un *fluide*, tel que l'eau, mis en mouvement par l'action d'un *fluide* qui peſe deſſus, eſt égale à des profondeurs égales, & inégale à des profondeurs inégales.

2°. La viteſſe d'un *fluide* qui vient de l'action d'un autre *fluide* qui peſe deſſus, eſt la même, à une certaine profondeur, que celle qui ſeroit acquiſe par un corps, en tombant d'une hauteur égale à cette profondeur, ainſi que les expériences le démontrent.

3°. Si deux tubes de diametres égaux ſont placés de quelque maniere que ce ſoit, droits ou inclinés, pourvu qu'ils ſoient de même hauteur, ils jetteront, en temps égaux, des quantités égales de *fluide*.

Il eſt évident que des tubes égaux en tout, ſe videroient également, placés dans les mêmes circonſtances; & il a été démontré que le fond d'un tube vertical eſt preſſé avec la même force que celui d'un tube incliné, quand les hauteurs de ces tubes ſont égales: d'où il eſt aiſé de conclure qu'ils doivent fournir des quantités d'eau égales.

4°. Si deux tubes de hauteurs égales, mais d'ouvertures inégales, ſont conſtamment entretenus pleins d'eau, les quantités d'eau qu'ils fourniront dans le même temps, ſeront comme les ouvertures de ces tubes: il n'importe que les tubes ſoient droits ou inclinés.

Par conſéquent, ſi les ouvertures ſont circulaires, les quantités d'eau vidées en même temps ſont en raiſon doublée des diametres.

Mariotte obſerve que cette loi n'eſt pas parfaitement conforme à l'expérience. On doit attribuer en partie cette irrégularité au frotement que l'eau éprouve contre la ſurface intérieure des tubes, frotement qui doit néceſſairement altérer l'effet naturel de la peſanteur.

5°. Si les ouvertures E, F de deux tubes AB, CD, *Fig.* 33 *&* 34, ſont égales, les quantités d'eau, qui s'écouleront dans le même temps, ſeront comme les viteſſes de l'eau.

6°. Si deux tubes ont des ouvertures égales E, F, & des hauteurs inégales Ab, Cd, la quantité d'eau qui s'écoulera du plus grand AB, ſera à celle qui ſortira de CD dans le même temps, en raiſon ſous-doublée des hauteurs Ab, Cd.

De là il s'enſuit: 1°. que les hauteurs Ab, Cd, des eaux au deſſus des ouvertures égales E, F, ſeront en raiſon doublée des eaux qui s'écoulent dans le même temps; & puiſque les quantités d'eau ſont, en ce cas, comme les viteſſes, les viteſſes ſont auſſi en raiſon ſous-doublée de leurs hauteurs.

2°. Que le raport des eaux qui s'écoulent par les deux tubes AB, CD, étant donné, de même que la hauteur de l'eau dans l'un des deux, on pourra aiſément trouver la hauteur de l'eau dans l'autre, en cherchant une quatrieme proportionele aux trois quantités données; & en multipliant par elle-même cette quatrieme proportionele, l'on a la hauteur cherchée.

3°. Que le raport des hauteurs de deux tubes d'ouvertures égales, étant donné, de même que la quantité d'eau écoulée de l'un d'eux, on peut aiſément déterminer la quantité d'eau qui s'écoulera de l'autre dans le même temps: car, cherchant une quatrieme proportionele aux hauteurs données & au carré de la quantité d'eau écoulée par une des ouvertures, la racine carrée de cette quatrieme proportionele ſera la quantité d'eau que l'on demande.

Suppoſons, par exemple, que les hauteurs des tubes ſoient entr'elles comme 9 eſt à 25, & que la quantité d'eau écoulée de l'un d'eux ſoit de trois pouces, celle qui s'écoulera par l'autre ſera $= \sqrt{(9.25:9)} = \sqrt{25} = 5$ pouces.

7°. Si les hauteurs de deux tubes AB, CD, ſont inégales, & les ouvertures E, F, auſſi inégales, les quantités d'eau écoulées dans le même temps ſeront en raiſon compoſée du raport des ouvertures, & du raport ſous-doublé des hauteurs.

8°. Il ſuit de là que, s'il y a égalité entre les quantités d'eau écoulées dans le même temps par deux tubes, les ouvertures ſeront réciproquement comme les racines des hauteurs, & par conſéquent les hauteurs en raiſon réciproque des carrés des ouvertures.

9°. Si les hauteurs de deux tubes, de même que leurs ouvertures, ſont inégales, les viteſſes des eaux écoulées ſont en raiſon ſous-doublée de leurs hauteurs: d'où il s'enſuit que les viteſſes des eaux qui ſortent par des ouvertures égales, quand les hauteurs ſont inégales, ſont auſſi en raiſon ſous-doublée des hauteurs; &, comme ce raport, eſt

Digitized by Google

égal, ſi les hauteurs ſont égales, il s'enſuit, en général, que les viteſſes des eaux qui ſortent des tubes, ſont en raiſon ſous-doublée des hauteurs.

10°. Les hauteurs & les ouvertures de deux cylindres remplis d'eau étant les mêmes, il s'écoulera dans le même temps une fois plus d'eau par l'un que par l'autre, ſi l'on entretient le premier toujours plein d'eau, tandis que l'autre ſe vide.

Car la viteſſe de l'eau dans le vaſe toujours plein, ſera uniforme, & celle de l'autre ſera continuellement retardée: on peut voir, n°. 2 *ci-deſſus*, quelle ſera la loi de la viteſſe de chacun. La viteſſe uniforme de l'eau, dans le premier vaſe, ſera égale à celle qu'un corps peſant auroit acquiſe en tombant d'une hauteur égale à celle du *fluide*, & la viteſſe variable de l'autre ſuivra une loi analogue. Les deux *fluides* ſont donc dans le cas de deux corps, dont l'un ſe meut uniformément avec une certaine viteſſe; & l'autre ſe meut de bas en haut, en commençant par cette même viteſſe. *Voyez* ACCÉLÉRÉ. Or il eſt démontré, *voyez le même article & l'article* DESCENTE, que le premier de ces deux corps parcourt un eſpace double de l'autre, dans le même temps: donc, *&c.*

11°. Si deux tubes ont des hauteurs & des ouvertures égales, les temps qu'ils emploîront à ſe vider ſeront dans le raport de leurs baſes.

12°. Des vaſes cylindriques & priſmatiques, comme *A B*, *C D*, *Fig.* 35, ſe vident en ſuivant cette loi, que les quantités d'eau écoulées en temps égaux, décroiſſent ſelon les nombres impairs 1, 3, 5, 7, 9, *&c.* dans un ordre renverſé.

Car la viteſſe de la ſurface *F G*, qui deſcend décroît continuellement en raiſon ſous-doublée des hauteurs décroiſſantes: mais la viteſſe d'un corps peſant qui tombe, croît en raiſon ſous-doublée des hauteurs croiſſantes: ainſi, le mouvement de la ſurface *F G*, lorſqu'elle deſcend de *G* en *D* avec un mouvement retardé, eſt la même que ſi elle étoit venue de *B* en *D*, avec un mouvement accéléré en ſens contraire: or, dans ce dernier cas, les eſpaces parcourus en temps égaux croîtront ſelon la progreſſion des nombres impairs. *Voyez* ACCÉLÉRÉ. Par conſéquent, les hauteurs de la ſurface *G F*, en temps égaux, décroiſſent ſelon la même progreſſion, priſe dans un ordre renverſé.

On peut démontrer, par ce principe, beaucoup d'autres loix particulieres du mouvement des *fluides*, que nous omettons ici pour n'être pas trop longs.

Pour diviſer un vaſe cylindrique en portions qui ſeront vidées dans l'eſpace de certaines diviſions de temps, *voyez* CLEPSYDRE.

13°. Si l'eau qui tombe par un tube *H E Fig.* 36, rejaillit à l'ouverture *G*, dont la direction eſt verticale, elle s'élévera à la même hauteur *G I*, à laquelle ſe tient le niveau de l'eau dans le vaiſſeau *A B C D*.

Car l'eau eſt chaſſée de bas en haut par l'ouverture, avec une viteſſe égale à celle d'un corps qui tomberoit d'une hauteur égale à celle du *fluide*: or ce corps s'éléveroit à la même hauteur en remontant (*Voy.* ACCÉLÉRÉ): donc, *&c.*

A la vérité on pourroit objecter qu'il paroît, par les expériences, que l'eau ne s'éleve pas tout-à-fait auſſi haut que le point *I*; mais cette objection n'empêche point que le théorême ne ſoit vrai: elle ſait voir ſeulement qu'il y a certains obſtacles extérieurs qui diminuent l'élévation; tels ſont la réſiſtance de l'air, & le frotement de l'eau au-dedans du tube.

14°. L'eau qui deſcend par un tube incliné ou par un tube courbé, d'une maniere quelconque, jaillira par une ouverture quelconque à la hauteur où ſe tient le niveau d'eau dans le vaſe: c'eſt une ſuite de la loi précédente, & de celle des corps peſans mûs ſur des plans inclinés. *Voyez* PLAN INCLINÉ.

15°. Les longueurs ou les diſtances *D E* & *D F*, *I H* & *I G*, *Fig.* 37, à laquelle l'eau jaillira par une ouverture, ſoit inclinée, ſoit horizontale, ſont en raiſon ſous-doublée des hauteurs priſes dans le vaſe ou dans le tube *A B*, *A C*.

Car puiſque l'eau qui a jailli par l'ouverture *D*, tend à ſe mouvoir dans la ligne horizontale *D F*, & que dans le même temps, en vertu de la peſanteur, elle tend en bas ſur une ligne perpendiculaire à l'horizon (une de ces puiſſances ne pouvant pas détruire l'autre, d'autant que leurs directions ne ſont pas contraires), il s'enſuit que l'eau en tombant arivera à la ligne *I G*, dans le même temps qu'elle y ſeroit arivée, quand il n'y auroit eu aucune impulſion horizontale: maintenant les lignes droites *I H* & *I G* ſont les eſpaces que la même eau auroit parcourus dans le même temps par l'impulſion horizontale; mais les eſpaces *I H*, *I G*, ſont comme les viteſſes, puiſque le mouvement horizontal eſt uniforme; & les viteſſes ſont en raiſon ſous-doublée des hauteurs *A B*, *A C*: c'eſt pourquoi les longueurs ou les diſtances auxquelles l'eau jaillira par des ouvertures horizontales ou inclinées, ſont en raiſon ſous-doublée des hauteurs *A B*, *A C*.

Puiſque tout corps jeté horizontalement ou obliquement dans un milieu qui ne réſiſte point, décrit une parabole, il eſt clair que l'eau qui ſort par un jet vertical & incliné, décrira une parabole. *Voyez* PROJECTILE.

L'on conſtruit différentes machines hydrauliques, pour l'élévation des *fluides*, comme les pompes, les ſiphons, les fontaines, les jets, *&c.* on peut en voir la deſcription *aux articles* POMPE, SIPHON, FONTAINE, VIS D'ARCHIMEDE.

Quant aux loix du mouvement des *fluides* par leur propre peſanteur le long des canaux ouverts, *&c*, *voyez* FLEUVE, *&c.* Pour les loix de la preſſion ou du mouvement de l'air conſidéré comme un *fluide*, *voyez* AIR & VENT.

Réflexions ſur l'équilibre & le mouvement des fluides. Si on connoiſſoit parfaitement la figure & la diſpoſition mutuelle des particules qui compoſent les *fluides*, il ne faudroit point d'autres principes que ceux de la méchanique ordinaire, pour déter-

Digitized by Google

miner les loix de leur équilibre & de leur mouvement: car c'eſt toujours un problême déterminé, que de trouver l'action mutuele de pluſieurs corps qui ſont unis entr'eux, & dont on connoît la figure & l'arangement reſpectif. Mais comme nous ignorons la forme & la diſpoſition des particules *fluides*, la détermination des loix de leur équilibre & de leur mouvement eſt un problême, qui, enviſagé comme purement géométrique, ne contient pas aſſez de données, & pour la ſolution duquel on eſt obligé d'avoir recours à de nouveaux principes.

Nous jugerons aiſément du plan que nous devons ſuivre dans cette recherche, ſi nous nous appliquons à connoître d'abord quelle différence il doit y avoir entre les principes généraux du mouvement des *fluides*, & les principes dont dépendent les loix de la méchanique des corps ordinaires. Ces derniers principes, comme on peut le démontrer, (*Voyez* MÉCHANIQUE & DYNAMIQUE,) doivent ſe réduire à trois; ſavoir, la force d'inertie, le mouvement compoſé, & l'équilibre de deux maſſes égales animées en ſens contraire de deux viteſſes virtuelles égales. Nous avons donc ici deux choſes à examiner: en premier lieu, ſi ces trois principes ſont les mêmes pour les *fluides* que pour les ſolides; en ſecond lieu, s'ils ſuffiſent à la théorie que nous entreprenons de donner.

Les particules des *fluides* étant des corps, il n'eſt pas douteux que le principe de la force d'inertie, & celui du mouvement compoſé, ne conviennent à chacune de ces parties: il en ſeroit de comparer ſéparément les particules *fluides* entr'elles: mais nous ne pouvons comparer enſemble que des maſſes, dont l'action mutuele dépend de l'action combinée de différentes parties qui nous ſont inconnues; l'expérience ſeule peut donc nous inſtruire ſur les loix fondamentales de l'Hydroſtatique.

L'équilibre des *fluides* animés par une force de direction & de quantité conſtante, comme la peſanteur, eſt celui qui ſe préſente d'abord, & qui eſt en effet le plus facile à examiner. Si on verſe une liqueur homogene dans un tuyau compoſé de deux branches cylindriques égales & verticales, unies enſemble par une branche cylindrique horizontale, la premiere choſe, qu'on obſerve, c'eſt que la liqueur ne ſauroit y être en équilibre, ſans être à la même hauteur dans les deux branches. Il eſt facile de conclure de là, que le *fluide* contenu dans la branche horizontale eſt preſſé en ſens contraire par l'action des colonnes verticales. L'expérience apprend de plus, que ſi une des branches verticales, & même, ſi l'on veut, une partie de la branche horizontale eſt anéantie, il faut, pour retenir le *fluide*, la même force qui ſeroit néceſſaire pour ſoutenir un tuyau cylindrique égal à l'une des branches verticales, & rempli de *fluide* à la même hauteur; & qu'en général, quelle que ſoit l'inclinaiſon de la branche qui joint les deux branches verticales, le *fluide* eſt également preſſé dans le ſens de cette branche & dans le ſens vertical.

Il n'en faut pas davantage pour nous convaincre que les parties des *fluides* peſans ſont preſſées & preſſent également en tout ſens. Cette propriété étant une fois découverte, on peut aiſément reconnoître qu'elle n'eſt pas bornée aux *fluides* dont les parties ſont animées par une force conſtante & de direction donnée, mais qu'elle appartient toujours aux *fluides*, quelles que ſoient les forces qui agiſſent ſur leurs différentes parties: il ſuffit, pour s'en aſſurer, d'enfermer une liqueur dans un vaſe de figure quelconque, & de la preſſer avec un piſton: car ſi l'on fait une ouverture en quelque point que ce ſoit de ce vaſe, il faudra appliquer en cet endroit une preſſion égale à celle du piſton, pour retenir la liqueur; obſervation qui prouve inconteſtablement que la preſſion des particules ſe répand également en tout ſens, quelle que ſoit la puiſſance qui tend à les mouvoir.

Cette propriété générale, conſtatée par une expérience auſſi ſimple, eſt le fondement de tout ce qu'on peut démontrer ſur l'équilibre des *fluides*. Néanmoins, quoiqu'elle ſoit connue & miſe en uſage depuis fort long-temps, il eſt aſſez ſurprenant que les loix principales de l'Hydroſtatique en aient été ſi obſcurément déduites.

Parmi une foule d'auteurs, dont la plupart n'ont fait que copier ceux qui les avoient précédés, à peine en trouve-t-on qui expliquent avec quelque clarté, pourquoi deux liqueurs ſont en équilibre dans un ſiphon; pourquoi l'eau contenue dans un vaſe qui va en s'élargiſſant de haut en bas, preſſe le fond de ce vaſe avec autant de force que ſi elle étoit contenue dans un vaſe cylindrique de même baſe & de même hauteur, quoiqu'en ſoutenant un tel vaſe, on ne porte que le poids du liquide qui y eſt contenu; pourquoi un corps d'une peſanteur égale à celle d'un pareil volume de *fluide*, s'y ſoutient en quelque endroit qu'on le place, *&c.* On ne viendra jamais à bout de démontrer exactement ces propoſitions, que par un calcul net & précis de toutes les forces qui concourent à la production de l'effet qu'on veut examiner, & par la détermination exacte de la force qui en réſulte. C'eſt ce que j'ai tâché de faire dans mon *Traité de l'équilibre & du mouvement des fluides*, Paris 1744, d'une maniere qui ne laiſsât dans l'eſprit aucune obſcurité, en employant pour unique principe le preſſion égale en tout ſens.

J'en ai déduit juſqu'à la propriété ſi connue des *fluides*, de ſe diſpoſer de maniere que leur ſurface ſoit de niveau, propriété qui juſqu'alors n'avoit peut-être pas été rigoureuſement prouvée.

Un auteur moderne a prétendu prouver l'égalité de preſſion des *fluides* en tous ſens, par la figure ſphérique & la diſpoſition qu'il leur ſuppoſe. Il prend trois boules dont les centres ſoient diſpoſés en un triangle équilatéral de baſe horizontale, & il fait voir aiſément que la boule ſupérieure preſſe avec la même force en en-bas qu'elle preſſe latéralement ſur les deux boules voiſines.

Digitized by Google

fines. On ſent combien cette démonſtration eſt inſuffiſante. 1°. Elle ſuppoſe que les particules du *fluide* ſont ſphériques, ce qui peut-être probable, mais n'eſt pas démontré. 2°. Elle ſuppoſe que les deux boules d'en-bas ſoient diſpoſées de maniere que leurs centres ſoient dans une ligne horizontale. 3°. Elle ne démontre l'égalité de preſſion avec la preſſion verticale que pour les deux directions qui ſont un angle de 60 degrés avec la verticale; & nullement pour les autres.

Les principes généraux de l'équilibre des *fluides* étant connus, il s'agit à préſent d'examiner l'uſage que nous en devons faire, pour trouver les loix de leur mouvement dans les vaſes qui les contiennent.

La méthode générale dont il eſt parlé, *article* DYNAMIQUE, pour déterminer le mouvement d'un ſyſtême de corps qui agiſſent les uns ſur les autres, eſt de regarder la viteſſe avec laquelle chaque corps tend à ſe mouvoir, comme compoſée de deux autres viteſſes, dont l'une eſt détruite, & l'autre ne nuit point au mouvement des corps adjacens. Pour appliquer cette méthode à la queſtion dont il s'agit ici, nous devons examiner d'abord quels doivent être les mouvemens des particules du *fluide*, pour que ces particules ne ſe nuiſent point les unes aux autres. Or l'expérience, de concert avec la théorie, nous fait connoître que quand un *fluide* s'écoule d'un vaſe, ſa ſurface ſupérieure demeure toujours ſenſiblement horizontale: d'où l'on peut conclure que la viteſſe de tous les points d'une même tranche horizontale, eſtimée ſuivant le ſens vertical, eſt la même dans tous ſes points, & que cette viteſſe, qui eſt à proprement parler la viteſſe d'une tranche, doit être en raiſon inverſe de la largeur de cette même tranche, pour qu'elle ne nuiſe point aux mouvemens des autres. Par ce principe combiné avec le principe général, on réduit fort aiſément aux loix d'Hydroſtatique ordinaire les problêmes qui ont pour objet le mouvement des *fluides*, comme on réduit les queſtions de Dynamique aux loix de l'équilibre des corps ſolides.

Il paroît inutile de démontrer ici fort au long le peu de ſolidité d'un principe employé autrefois par preſque tous les auteurs d'Hydraulique, & dont pluſieurs ſe ſervent encore aujourd'hui pour déterminer le mouvement d'un *fluide* qui ſort d'un vaſe. Selon ces auteurs, le *fluide*, qui s'échape à chaque inſtant, eſt preſſé par le poids de toute la colonne de *fluide* dont il eſt la baſe. Cette propoſition eſt évidemment fauſſe, lorſque le *fluide* coule dans un tuyau cylindrique entiérement ouvert, & ſans aucun fond. Car la liqueur y deſcend alors comme feroit une maſſe ſolide & peſante, ſans que les parties qui ſe meuvent toutes avec une égale viteſſe, exercent les unes ſur les autres aucune action. Si le *fluide* ſort d'un tuyau par une ouverture faite au fond, alors la partie qui s'échape à chaque inſtant, peut à la vérité ſouffrir quelque preſſion par l'action oblique & latérale de la colonne qui apuie ſur le fond; mais comment prouvera-t-on que cette preſſion eſt égale préciſément au poids de la colonne de *fluide* qui auroit l'ouverture du fond pour baſe?

Nous ne nous arrêterons point à faire voir ici dans un grand détail, avec quelle facilité on déduit de nos principes la ſolution de pluſieurs problêmes fort difficiles, qui ont raport à la matiere dont il s'agit, comme la preſſion des *fluides* contre les vaiſſeaux dans leſquels ils coulent, le mouvement d'un *fluide* qui s'échape d'un vaſe mobile & entraîné par un poids, *&c.* Ces différens problêmes qui n'avoient été réſolus juſqu'à nous que d'une maniere indirecte, ou pour quelques cas particuliers ſeulement, ſont des corollaires fort ſimples de la méthode dont nous venons de parler.

En effet, pour déterminer la preſſion mutuelle des particules du *fluide*, il ſuffit d'obſerver que ſi les tranches ſe preſſent les unes les autres, c'eſt parce que la figure & la forme du vaſe les empêche de conſerver le mouvement qu'elles auroient, ſi chacune d'elles étoit iſolée. Il faut donc, par notre principe, regarder ce mouvement comme compoſé de celui qu'elles ont réellement, & d'un autre qui eſt détruit. Or c'eſt en vertu de ce dernier mouvement détruit, qu'elles ſe preſſent mutuellement avec une force qui réagit contre les parois du vaſe. La quantité de cette force eſt donc facile à déterminer par les loix de l'Hydroſtatique, & ne peut manquer d'être connue dès qu'on a trouvé la viteſſe du *fluide* à chaque inſtant. Il n'y a pas plus de difficulté à déterminer le mouvement des *fluides* dans des vaſes mobiles.

Mais un des plus grands avantages qu'on tire de cette théorie, c'eſt de pouvoir démontrer que la fameuſe loi de méchanique, appelée la *conſervation des forces vives*, a lieu dans le mouvement des *fluides*, comme dans celui des corps ſolides.

Ce principe, reconu aujourd'hui pour vrai par tous les méchaniciens, & que j'expliquerai ailleurs au long (*Voyez* FORCES VIVES) eſt celui dont M. Daniel Bernoulli a déduit les loix du mouvement des *fluides* dans ſon *Hydrodynamique*. Dès l'année 1727, le même auteur avoit donné un eſſai de ſa nouvele théorie, c'eſt le ſujet d'un très beau mémoire imprimé dans le *tom. II de l'Académie de Petersbourg*. M. Daniel Bernoulli n'apporte dans ce mémoire d'autre preuve de la conſervation des forces vives dans les *fluides*, ſinon qu'on doit regarder un *fluide* comme un amas de petits corpuſcules élaſtiques qui ſe preſſent les uns les autres, & que la conſervation des forces vives a lieu, de l'aveu de tout le monde, dans le choc d'un ſyſtême de corps de cette eſpece. Il me ſemble qu'une pareille preuve ne doit pas être regardée comme d'une grande force: auſſi l'auteur ne paroît-il ne l'avoir donnée que comme une induction, & ne l'a même rapelée en aucune maniere dans ſon grand ouvrage ſur les *fluides*, qui n'a vu le jour que pluſieurs années après. Il paroît donc

qu'il étoit néceſſaire de prouver d'une maniere plus claire & plus exacte le principe dont il s'agit, appliqué aux *fluides*. Mais c'eſt ce qu'on ne peut faire ſans calcul ; & ſur quoi nous renvoyon à notre ouvrage : *Traité de l'équilibre & du mouvement des fluides*.

Les principes dont je me ſuis ſervi pour déterminer le mouvement des *fluides* non élaſtiques, s'appliquent avec une extrême facilité aux loix du mouvement des *fluides* élaſtiques.

Le mouvement d'un *fluide* élaſtique differe de celui d'un *fluide* ordinaire, principalement par la loi des viteſſes de ſes différentes couches. Ainſi, par exemple, lorſqu'un *fluide* non élaſtique coule dans un tuyau cylindrique, comme il ne change point de volume, ſes différentes tranches ont toutes la même viteſſe. Il n'en eſt pas de même d'un *fluide* élaſtique. Car il ne ſe dilate que d'un côté, les tranches inférieures ſe meuvent plus vîtes que les ſupérieures, à peu près comme il arrive à un reſſort attaché à un point fixe, & dont les parties parcourent, en ſe dilatant, moins d'eſpace qu'elles ſont plus proches de ce point. Telle eſt la différence principale qu'il doit y avoir dans la théorie du mouvement des *fluides* élaſtiques & de ceux qui ne le ſont pas. La méthode pour trouver les loix de leur mouvement, & les principes qu'on emploie pour cela, ſont d'ailleurs entiérement ſemblables.

C'eſt auſſi en ſuivant cette même méthode, que l'on peut examiner le mouvement des *fluides* dans des tuyaux flexibles.

Je ſuis au reſte bien éloigné de penſer que la théorie que l'on peut établir ſur le mouvement des *fluides* dans ces ſortes de tuyaux, puiſſe nous conduire à la connoiſſance de la méchanique du corps humain, de la viteſſe du ſang, de ſon action ſur les vaiſſeaux dans leſquels il circule, *&c.* Il faudroit, pour réuſſir dans une telle recherche, ſavoir exactement juſqu'à quel point les vaiſſeaux peuvent ſe dilater, connoître parfaitement leur figure, leur élaſticité plus ou moins grande, leurs différentes anaſtomoſes, le nombre, la force & la diſpoſition de leurs valvules, le degré de chaleur & de ténacité du ſang, les forces motrices qui le pouſſent, *&c.* Encore quand chacune de ces choſes ſeroit parfaitement connue, la grande multitude d'élémens qui entreroient dans une pareille théorie, nous conduiroit vrai-ſemblablement à des calculs impraticables. C'eſt en effet ici un des cas les plus compoſés d'un problême dont le cas le plus ſimple eſt fort difficile à réſoudre. Lorſque les effets de la nature ſont trop compliqués & trop peu connus pour pouvoir être ſoumis à nos calculs, l'expérience, comme nous l'avons déja dit, eſt le ſeul guide qui nous reſte : nous ne pouvons nous apuier que ſur des inductions déduites d'un grand nombre de faits. Voilà le plan que nous devons ſuivre dans l'examen d'une machine auſſi compoſée que le corps humain. Il n'apartient qu'à des phyſiciens oiſifs de s'imaginer qu'à force d'algebre & d'hypotheſes, ils viendront à bout d'en dévoiler les reſſorts, & de réduire en calcul l'art de guérir les hommes.

Ces réflexions ſont tirées de la Préface de l'ouvrage déja cité, *ſur l'équilibre & le mouvement des fluides* ; afin de ne point rendre cet article trop long, nous renvoyons, pour les réflexions que cette matiere peut fournir encore, *aux mots* HYDROSTATIQUE, HYDRAULIQUE, HYDRODYNAMIQUE, à l'*article* FIGURE DE LA TERRE, à l'ouvrage de M. Clairaut, ſur ce même objet, & à l'ouvrage que nous avons donné en 1752, qui a pour titre : *Eſſai d'une nouvelle théorie de la réſiſtance des fluides*. On trouvera, dans le *chap. ij* de cet ouvrage, & ſur-tout dans l'*appendice* à la fin du livre, des réflexions que je crois neuves & importantes ſur les loix de l'équilibre des *fluides*, conſidéré ſur-tout par raport à la figure de la terre ; on trouvera auſſi dans le *chap. iv* & *x* de ce même, des recherches ſur le mouvement des *fluides* dans des vaſes, & ſur celui des fleuves.

Après avoir donné une idée de la méthode pour trouver les loix du mouvement des *fluides*, il ne nous reſte plus qu'à examiner leur action ſur les corps ſolides qui y ſont plongés, & qui s'y meuvent.

Quoique la phyſique des anciens ne fût, ni auſſi déraiſonable, ni auſſi bornée que le penſent ou que le diſent quelques philoſophes modernes, il paroît cependant qu'ils n'étoient pas fort verſés dans les ſciences qu'on appele *phyſico-mathématiques*, & qui conſiſtent dans l'application du calcul aux phénomenes de la nature. La queſtion de la réſiſtance des *fluides* eſt une de celles qu'ils paroiſſent avoir le moins étudiées ſous ce point de vue. Je dis *ſous ce point de vue* ; car la connoiſſance de la réſiſtance des *fluides* étant d'une néceſſité abſolue pour la conſtruction des navires qu'ils avoient peut-être pouſſée auſſi loin que nous, il eſt difficile de croire que cette connoiſſance leur ait manqué juſqu'à un certain point : l'expérience leur avoit ſans doute fourni des regles pour déterminer le choc & la preſſion des eaux ; mais ces regles, d'uſage ſeulement & de pratique, &, pour ainſi dire, de pure tradition, ne ſont point parvenues juſqu'à nous.

A l'égard de la théorie de cette réſiſtance, il n'eſt pas ſurprenant qu'ils l'aient ignorée. On doit même, s'il eſt permis de parler ainſi, leur tenir compte de leur ignorance, de n'avoir point voulu atteindre à ce qu'il leur étoit impoſſible de ſavoir, & de n'avoir point cherché à faire croire qu'ils y étoient parvenus. C'eſt à la plus ſubtile Géometrie, qu'il eſt permis de tenter cette théorie ; & la Géométrie des anciens, d'ailleurs très-profonde & très-ſavante, ne pouvoir aller juſque-là. Il eſt vrai-ſemblable qu'ils l'avoient ſentie ; car leur méthode de philoſopher étoit plus ſage que nous ne l'imaginons communément. Les géometres modernes ont ſu ſe procurer à cet égard plus de ſecours, non parce qu'ils ont été ſupérieurs aux anciens,

Digitized by Google

mais parce qu'ils ſont venus depuis. L'invention des calculs, différentiel & intégral nous a mis en état de ſuivre, en quelque maniere, le mouvement des corps juſque dans leurs élémens ou dernieres particules. C'eſt avec le ſecours ſeul de ces calculs, qu'il eſt permis de pénétrer dans les *fluides*, & de découvrir le jeu de leurs parties, l'action qu'exercent les uns ſur les autres ces atomes innombrables dont un *fluide* eſt compoſé, & qui paroiſſent tout-à-la-fois unis & diviſés, dépendans & indépendans les uns des autres. Auſſi le méchaniſme intérieur des *fluides*, ſi peu analogue à celui des corps ſolides que nous touchons, & ſujet à des loix toutes différentes, devroit être pour les philoſophes un objet particulier d'admiration, ſi l'étude de la nature, des phénomenes les plus ſimples, des élémens même de la matiere, ne les avoit accoutumés à ne s'étoner de rien, ou plutôt à s'étoner également de tout. Auſſi peu éclairés que le peuple ſur la nature des objets qu'ils conſiderent, ils n'ont & ne peuvent avoir d'avantage que dans la combinaiſon qu'ils font du peu de principes qui leur ſont connus, & des conſéquences qu'ils en tirent; & c'eſt dans cette eſpece d'analyſe que les Mathématiques leur ſont utiles. Cependant avec ce ſecours même, la recherche de la réſiſtance des *fluides* eſt encore ſi difficile, que les efforts des plus grands hommes ſe ſont terminés juſqu'ici à nous en donner une légere ébauche.

Après avoir réfléchi long-temps ſur une matiere ſi importante, avec toute l'attention dont je ſuis capable, il m'a paru que le peu de progrès qu'on a fait juſqu'à préſent dans cette queſtion, vient de ce qu'on n'a pas encore ſaiſi les vrais principes d'après leſquels il faut la réſoudre; j'ai cru devoir m'appliquer à chercher ces principes, & la maniere d'y appliquer le calcul, s'il eſt poſſible; car il ne faut point confondre ces deux objets, & les géometres modernes ſemblent n'avoir pas été aſſez attentifs ſur ce point. C'eſt ſouvent le déſir de pouvoir faire uſage du calcul qui les détermine dans le choix des principes; au lieu qu'ils devroient examiner d'abord les principes en eux-mêmes, ſans penſer d'avance à les plier de force au calcul. La Géométrie, qui ne doit qu'obéir à la Phyſique quand elle ſe réunit avec elle, lui commande quelquefois: s'il arive que la queſtion qu'on veut examiner ſoit trop compliquée pour que tous les élémens puiſſent entrer dans la comparaiſon analytique qu'on veut en faire, on ſépare les plus incommodes, on leur en ſubſtitue d'autres moins gênans, mais auſſi moins réels; & on eſt étoné d'arriver, après un travail pénible, à un réſultat contre-dit par la nature; comme ſi après l'avoir déguiſée, tronquée ou altérée, une combinaiſon purement méchanique pouvoit nous la rendre.

Je me ſuis propoſé d'éviter cet inconvénient dans l'ouvrage que j'ai publié en 1752 ſur la *réſiſtance des fluides*. J'ai cherché les principes de cette réſiſtance, comme ſi l'analyſe ne devoit y entrer pour rien; & ces principes une fois trouvés, j'ai eſſayé d'y appliquer l'analyſe. Mais avant que de rendre compte de mon travail & du degré auquel je l'ai pouſſé, il ne ſera pas inutile d'expoſer en peu de mots ce qui a été fait juſqu'à préſent ſur cette matiere.

Newton, à qui la Phyſique & la Géométrie ſont ſi redevables, eſt le premier que je ſache, qui ait entrepris de déterminer, par les principes de la Méchanique, la réſiſtance qu'éprouve un corps mû dans un *fluide*, & de confirmer ſa théorie par des expériences. Ce grand philoſophe, pour ariver plus facilement à la ſolution d'une queſtion ſi épineuſe, & peut-être pour la préſenter d'une maniere plus générale, enviſage un *fluide* ſous deux points de vue différens. Il regarde d'abord comme un amas de corpuſcules élaſtiques, qui tendent à s'écarter les uns des autres par une force répulſive, & qui ſont diſpoſés librement à des diſtances égales. Il ſuppoſe, outre cela, que cet amas de corpuſcules, qui compoſe le milieu réſiſtant, ait fort peu de denſité par raport à celle du corps, en ſorte que les parties du *fluide* pouſſées par le corps, puiſſent ſe mouvoir librement, ſans communiquer aux parties voiſines le mouvement qu'elles ont reçu; d'après cette hypotheſe, M. Newton, trouve & démontre les loix de la réſiſtance d'un tel *fluide;* loix aſſez connues pour que nous nous diſpenſions de les raporter ici.

Le célebre Jean Bernoulli, dans ſon ouvrage qui a pour titre *; Diſcours ſur les loix de la communication du mouvement*, a déterminé, dans la même ſuppoſition, la réſiſtance des *fluides;* il repréſente cette réſiſtance par une formule aſſez ſimple, qui a été démontrée & généraliſée depuis; mais il faut avouer que cette formule eſt inſuffiſante. Dans tous les *fluides* que nous connoiſſons, les particules ſont immédiatement contiguës par quelques-uns de leurs points, ou du moins agiſſent les unes ſur les autres à peu près comme ſi elles l'étoient; ainſi, tout corps mû dans un *fluide*, pouſſe néceſſairement à la fois & au même inſtant un grand nombre de particules ſituées dans la même ligne, & dont chacune reçoit une viteſſe & une direction différente, eu égard à ſa ſituation: il eſt donc extrêmement difficile de déterminer le mouvement communiqué à toutes ces particules, &, par conſéquent, le mouvement que le corps perd à chaque inſtant.

Ces réflexions n'avoient pas échapé à M. Newton; il reconoît que ſa théorie de la réſiſtance d'un *fluide* compoſé de globules élaſtiques clair-ſemés, s'il eſt permis de s'exprimer de la ſorte, ne peut s'appliquer ni aux *fluides* denſes & continus dont les particules ſe touchent immédiatement, tels que l'eau, l'huile, & le mercure; ni aux *fluides* dont l'élaſticité vient d'une autre cauſe que de la force répulſive de leurs parties, par exemple de la compreſſion & de l'expanſion de ces parties, tel que paroît être l'air que nous reſpirons. Une conſidération ſi néceſſaire, à laquelle M. Newton en ajoute

Digitized by Google

d'autres non moins importantes, doit nous faire conclure que cette premiere partie de ſa théorie, & celle de M. Jean Bernoulli qui n'en eſt proprement que le commentaire, ſont plutôt une recherche de pure curioſité, qu'elles ne ſont applicables à la nature.

Auſſi l'illuſtre philoſophe anglois n'a pas cru devoir s'en tenir là. Il conſidere les *fluides* dans l'état de continuité & de compreſſion où ils ſont réellement, compoſés de particules contiguës les unes aux autres; & c'eſt le ſecond point de vue ſous lequel il les enviſage. La méthode qu'il emploie dans cette nouvele hypotheſe, pour réſoudre le problême propoſé eſt une eſpece d'approximation & de tâtonement dont il ſeroit difficile de donner ici l'idée. Nous en dirons autant de la maniere ingénieuſe & fine dont M. Newton déduit de ſa théorie la réſiſtance d'un cylindre & d'un globe, ou en général d'un ſphéroïde dans un *fluide* indéfini; & nous nous bornerons à dire, qu'après aſſez de combinaiſons & de calculs, il parvient à cette concluſion, que dans un *fluide* denſe & continu, la valeur abſolue de la réſiſtance & le rapport de la réſiſtance de deux corps, ſont tout autres que dans les *fluides* à globules élaſtiques de la premiere hypotheſe.

Mais cette ſeconde théorie de M. Newton, quoique plus conforme à la nature des *fluides*, eſt ſujete encore à beaucoup de difficultés. Nous ne les expoſerons point ici en détail, elles ſuppoſeroient pour être entendues, qu'on eût une idée fort préſente de cette théorie, idée que nous n'avons pu donner ici; mais l'on trouvera aſſez au long dans notre ouvrage & l'expoſition de la théorie Newtonienne, & les objections qu'on y peut oppoſer: c'eſt l'objet particulier d'une introduction qui ſe trouve à la tête, & dont ces réflexions ne ſont qu'un extrait. Il nous ſuffira d'obſerver ici que la théorie dont nous parlons, manque, ſans doute, de l'évidence & de la préciſion néceſſaire pour convaincre l'eſprit, puiſqu'elle a été attaquée pluſieurs fois & avec ſuccès par les plus habiles géometres. Il n'en faut pas moins admirer les efforts & la ſagacité de ce grand philoſophe, qui après avoir trouvé ſi heureuſement la vérité dans un grand nombre d'autres queſtions, a oſé entreprendre le premier la ſolution d'un problême, que perſone avant lui n'avoit tenté. Auſſi cette ſolution, quoique peu exacte, brille par-tout de ce génie inventeur, de cet eſprit fécond en reſſources que perſone n'a poſſédé dans un plus haut degré que lui.

Aidés par les ſecours que la Géométrie & la Méchanique nous fourniſſent aujourd'hui en plus grande abondance, eſt-il ſurprenant que nous faſſions quelques pas de plus dans une carriere vaſte & difficile qu'il nous a ouverte? Les erreurs même des grands hommes ſont inſtructives, non ſeulement par les vues qu'elles fourniſſent pour l'ordinaire, mais par les pas inutiles qu'elles nous épargnent. Les méthodes qui les ont égarés, aſſez ſéduiſantes pour les éblouir, nous auroient trompés comme eux. Il étoit néceſſaire qu'ils les tentaſſent, pour que nous en connuſſions les écueils. La difficulté eſt d'imaginer une autre méthode: mais ſouvent cette difficulté conſiſte plus à bien choiſir celle qu'on ſuivra, qu'à la ſuivre quand elle eſt bien choiſie. Entre les différentes routes qui menent à une vérité, les unes préſentent une entrée facile, ce ſont celles où l'on ſe jete d'abord; & ſi on ne rencontre des obſtacles qu'après avoir parcouru un certain chemin, alors, comme on ne conſent qu'avec peine à avoir fait un travail inutile, on veut du moins paroître avoir ſurmonté ces obſtacles, & on ne fait quelquefois que les éluder. D'autres routes, au contraire, ne préſentent d'obſtacles qu'à leur entrée; l'abord en peut être pénible; mais ces obſtacles une fois franchis, le reſte du chemin eſt facile à parcourir.

Il faut convenir au reſte que les géometres qui ont attaqué M. Newton ſur la réſiſtance des *fluides*, n'ont guere été plus heureux que lui. Les uns après avoir fondé ſur le calcul une théorie aſſez vague, & avoir même cru que l'expérience leur étoit favorable, ſemblent enſuite avoir reconnu & l'inſuffiſance de leurs expériences mêmes, & le peu de ſolidité de leur théorie, pour lui en ſubſtituer une nouvele auſſi peu ſatisfaiſante. Les autres reconoiſſant de bonne foi que leur théorie manquoit par les fondemens, nous ont donné, au lieu de vrais principes, beaucoup de calculs.

Ces conſidérations m'ont engagé à traiter cette matiere par une méthode entiérement nouvele, & ſans rien emprunter de ceux qui m'ont précédé dans le même travail.

La théorie que j'expoſe dans mon ouvrage, ou plutôt dont je donne l'eſſai, a, ce me ſemble, l'avantage de n'être apuié ſur aucune ſuppoſition arbitraire. Je ſuppoſe ſeulement, ce que perſone ne peut me conteſter, qu'un *fluide* eſt un corps compoſé de particules très-petites, détachées, & capables de ſe mouvoir librement.

La réſiſtance qu'un corps éprouve lorſqu'il en choque un autre, n'eſt, à proprement parler, que la quantité de mouvement qu'il perd. Lorſque le mouvement d'un corps eſt altéré, on peut regarder ce mouvement comme compoſé de celui que le corps aura dans l'inſtant ſuivant, & d'un autre qui eſt détruit. Il n'eſt pas difficile de conclure de là, que toutes les loix de la communication du mouvement entre les corps, ſe réduiſent aux loix de l'équilibre. C'eſt auſſi à ce principe que j'ai réduit la ſolution de tous les problêmes de Dynamique dans le premier ouvrage que j'ai publié en 1743. J'ai eu fréquemment l'occaſion d'en montrer la fécondité & la ſimplicité dans les différens traités que j'ai mis au jour depuis; peut-être même ne ſeroit-il pas inutile pour nous éclairer juſqu'à un certain point ſur la Métaphyſique de la percuſſion des corps, & ſur les loix auxquelles elle eſt aſſujétie. *Voyez* ÉQUILIBRE. Quoi qu'il en ſoit, ce principe s'applique naturélement à la réſiſtance d'un corps dans un

Digitized by Google

fluide ; c'eſt auſſi aux loix de l'équilibre entre le *fluide* & le corps, que je réduis la recherche de cette réſiſtance. Mais il ne faut pas s'imaginer que cette recherche, quoique très-facilitée par ce moyen, ſoit auſſi ſimple que celle de la communication du mouvement entre deux corps ſolides. Suppoſons, en effet, que nous euſſions l'avantage dont nous ſommes privés, de connoître la figure & la diſpoſition mutuele des particules qui compoſent les *fluides* ; les loix de leur réſiſtance & de leur action ſe réduiroient ſans doute aux loix connues du mouvement ; car la recherche du mouvement communiqué par un corps à un nombre quelconque de corpuſcules qui l'environnent, n'eſt qu'un problême de Dynamique, pour la reſolution duquel on a tous les principes néceſſaires. Cependant plus le nombre de corpuſcules ſeroit grand, plus le problême deviendroit compliqué, & cette méthode, par conſéquent, ne ſeroit guere praticable dans la recherche de la réſiſtance des *fluides*. Mais nous ſommes même bien éloignés d'avoir toutes les données néceſſaires, pour être à portée de faire uſage d'une pareille méthode, comme il a déja été dit. Non ſeulement nous ignorons la figure & l'arrangement des parties des *fluides*, nous ignorons encore comment ces parties ſont preſſées par le corps, & comment elles ſe meuvent entr'elles. Il y a d'ailleurs une ſi grande différence entre le *fluide* & un amas de corpuſcules ſolides, que les loix de la preſſion & de l'équilibre des ſolides ſont très-différentes des loix de la preſſion & de l'équilibre des *fluides* ; l'expérience ſeule a pu nous inſtruire de ces dernieres loix, que la théorie la plus ſubtile n'eût jamais pu nous faire ſoupçonner : & aujourd'hui même que l'obſervation nous les a fait connoître, on n'a pu trouver encore d'hypotheſe ſatisfaiſante pour les expliquer, & pour les réduire aux principes connus de la ſtatique des ſolides.

Cette ignorance n'a cependant pas empêché que l'on n'ait fait de grands progrès dans l'Hydroſtatique ; car les philoſophes ne pouvant déduire immédiatement & directement de la nature des *fluides* les loix de leur équilibre, ils les ont au moins réduites à un ſeul principe d'expérience, l'*égalité de la preſſion en tout ſens* ; principe qu'ils ont regardé (faute de mieux) comme la propriété fondamentale des *fluides*, & celle dont il falloit déduire tous les autres. En effet condamnés, comme nous le ſommes, à ignorer les premieres propriétés & la contexture intérieure des corps, la ſeule reſſource qui reſte à notre ſagacité, c'eſt de tâcher au moins de ſaiſir dans chaque matiere l'analogie des phénomenes, & de les rapeler tous à un petit nombre de faits primitifs & fondamentaux. La nature eſt une machine immenſe, dont les reſſorts principaux nous ſont cachés : nous ne voyons même cette machine qu'à travers un voile qui nous dérobe le jeu des parties les plus délicates. Entre les parties les plus frapantes que ce voile nous laiſſe apercevoir, il en eſt quelques-unes qu'un même reſſort met en mouvement, & ce méchaniſme eſt ce que nous devons principalement chercher à démêler.

Ne pouvant donc nous flater de déduire de la nature même des *fluides*, la théorie de leur réſiſtance & de leur action, bornons-nous à la tirer, s'il eſt poſſible, des loix hydroſtatiques, qui ſont depuis long-temps bien conſtatées. La découverte purement expérimentale de ces loix ſupplée en quelque ſorte à celle de la figure & de la diſpoſition des parties des *fluides*, & peut-être rend le problême plus ſimple, que ſi pour le réſoudre nous étions bornés à cette derniere connoiſſance ; il ne s'agit plus que de développer par quel moyen les loix de la réſiſtance des *fluides*, peuvent ſe déduire des loix de l'Hydroſtatique. Mais ce détail demande une aſſez longue ſuite de propoſitions, dont je ne pourois préſenter ici qu'une eſquiſſe fort imparfaite. Je me contenterai de dire, que voulant démontrer tout en rigueur, j'ai trouvé dans les propoſitions même les plus ſimples, plus de difficultés qu'on n'auroit dû en ſoupçoner, & que ce n'a pas été ſans peine que je ſuis parvenu à démontrer ſur cette matiere les vérités les plus généralement connues, & les moins rigoureuſement prouvées juſqu'ici. Mais après avoir, pour ainſi dire, ſacrifié à la ſûreté de principes la facilité du calcul, je devois naturélement m'attendre que l'application du calcul à ces mêmes principes ſeroit fort pénible ; & c'eſt auſſi ce qui m'eſt arrivé : je ne voudrois pas même aſſurer que, du moins en certains cas, la ſolution du problême dont il eſt queſtion, ne ſe refuſât entiérement à l'analyſe. C'eſt aux ſavans à prononcer ſur ce point ; je croirois avoir travaillé fort utilement, ſi j'étois parvenu dans une matiere ſi difficile, ſoit à fixer moi-même, ſoit à faire trouver à d'autres juſqu'où peut aller la théorie, & les limites où elle eſt forcée de s'arrêter.

Quand je parle ici des bornes que la théorie doit ſe preſcrire, je ne l'enviſage qu'avec les ſecours actuels qu'elle peut ſe procurer, non avec ceux dont elle pourra s'aider dans la ſuite, & qui ſont encore à trouver : car, en quelque matiere que ce ſoit, on ne doit pas trop ſe hâter d'élever entre la nature & l'eſprit humain un mur de ſéparation. Pour avoir appris à nous méfier de notre induſtrie, il ne faut pas nous en méfier avec excès. Dans l'impuiſſance fréquente que nous éprouvons de ſurmonter tant d'obſtacles qui ſe préſentent à nous, nous ſerions, ſans doute, trop heureux, ſi nous pouvions au moins juger du premier coup d'œil juſqu'où nos efforts peuvent atteindre. Mais telle eſt tout-à-la-fois la force & la foibleſſe de notre eſprit, qu'il eſt ſouvent auſſi dangereux de prononcer ſur ce qu'il ne peut pas que ſur ce qu'il peut. Combien de découvertes modernes dont les anciens n'avoient pas même l'idée ? Combien de découvertes perdues, que nous conteſterions peut-être trop légérement ? & combien d'autres que

Digitized by Google

nous jugerions impoſſibles, ſont réſervées pour notre poſtérité ?

Voilà les vues qui m'ont guidé, & l'objet que je me ſuis propoſé dans mon ouvrage qui a pour titre : *Eſſai d'une nouvelle théorie ſur la réſiſtance des fluides*. Pour rendre mes principes encore plus dignes de l'attention des phyſiciens & des géomètres, j'ai cru devoir indiquer en peu de mots, comment ils peuvent s'appliquer à différentes queſtions, qui ont un raport plus ou moins immédiat à la matiere que je traite ; telles que le mouvement d'un *fluide* qui coule ſoit dans un vaſe, ſoit dans un canal quelconque ; les oſcillations d'un corps qui flote ſur un *fluide*, & d'autres problêmes de cette eſpece.

J'aurois déſiré pouvoir comparer ma théorie de la réſiſtance des *fluides*, aux expériences que pluſieurs phyſiciens célebres ont faites pour la déterminer : mais, après avoir examiné ces expériences, je les ai trouvées ſi peu d'acord entr'elles, qu'il n'y a, ce me ſemble, encore aucun fait ſuffiſamment conſtaré ſur ce point. Il n'en faut pas davantage pour montrer combien ces expériences ſont délicates ; auſſi quelques perſones très-verſées dans cet art, ayant entrepris depuis peu de les recommencer, ont preſqu'abandoné ce projet par les difficultés de l'exécution. La multitude des forces, ſoit actives, ſoit paſſives, eſt ici compliquée à un tel degré, qu'il paroît preſqu'impoſſible de déterminer ſéparément l'effet de chacune ; de diſtinguer, par exemple, celui qui vient de la force d'inertie d'avec celui qui réſulte de la ténacité, & ceux-ci d'avec l'effet que peut produire la peſanteur & le frotement des particules : d'ailleurs quand on auroit démêlé dans un ſeul cas les effets de chacune de ces forces, & la loi qu'elles ſuivent, ſeroit-on bien fondé à conclure, que dans un cas où les particules agiroient tout autrement, tant par leur nombre que par leur direction, leur diſpoſition & leur viteſſe, la loi des effets ne ſeroit pas toute différente ? Cette matiere pouroit bien être du nombre de celles où les expériences faites en petit n'ont preſqu'aucune analogie avec les expériences faites en grand, & les contre-diſent même quelquefois, où chaque cas particulier demande preſqu'une expérience iſolée, & où par conſéquent les réſultats généraux ſont toujours très-fautifs & très-imparfaits.

Enfin la difficulté fréquente d'appliquer le calcul à la théorie, poura rendre ſouvent preſqu'impraticable la comparaiſon de la théorie & de l'expérience : je me ſuis donc borné à faire voir l'acord de mes principes avec les faits les plus connus, & les plus généralement avoués. Sur tout le reſte, je laiſſe encore beaucoup à faire à ceux qui pouront travailler d'après mes vues & mes calculs. On trouvera peut-être ma ſincérité fort éloignée de cet appareil, auquel on ne renonce pas toujours en rendant compte de ſes travaux ; mais c'eſt à mon ouvrage ſeul à ſe donner la place qu'il peut avoir. Je ne me flate pas d'avoir pouſſé à ſa perfection une théorie que tant de grands hommes ont à peine commencé. Le titre d'*Eſſai* que je donne à cet ouvrage, répond exactement à l'idée que j'en ai : je crois être au moins dans la véritable route ; & ſans oſer apprécier le chemin que je puis y avoir fait, j'applaudirai volontiers aux éforts de ceux qui pouront aller plus loin que moi ; parce que, dans la recherche de la vérité, le premier devoir eſt d'être juſte. Je crois encore pouvoir donner aux géometres, qui dans la ſuite s'appliqueront à cette matiere, un avis que je prendrai le premier pour moi-même ; c'eſt de ne pas ériger trop légérement des formules d'algebre en vérités ou propoſitions phyſiques. L'eſprit de calcul qui a chaſſé l'eſprit de ſyſtême, regne peut-être un peu trop à ſon tour : car il y a dans chaque ſiecle un goût de philoſophie dominant ; ce goût entraîne preſque toujours quelques préjugés, & la meilleure philoſophie eſt celle qui en a le moins à ſa ſuite. Il ſeroit mieux, ſans doute, qu'elle ne fût jamais aſſujétie à aucun ton particulier ; les différentes connoiſſances acquiſes par les ſavans en auroient plus de facilité pour ſe rejoindre & former un tout. Mais c'eſt un avantage que l'on ne peut guere eſpérer. La philoſophie prend, pour ainſi dire, la teinture des eſprits où elle ſe trouve. Chez un métaphyſicien, elle eſt ordinairement toute ſyſtématique ; chez un géometre, elle eſt ſouvent toute de calcul. La méthode du dernier, à parler en général, eſt, ſans doute, la plus ſûre ; mais il ne faut pas en abuſer, & croire que tout s'y réduiſe : autrement nous ne ferions de progrès dans la Géométrie tranſcendante que pour être à proportion plus bornés ſur les vérités de la Phyſique. Plus on peut rirer d'utilité de l'application de celle-là à celle-ci, plus on doit être circonſpect dans cette application. *Voyez* APPLICATION. *Voyez auſſi l'article* RÉSISTANCE, *& la Préface de mon Eſſai d'une nouvelle théorie de la réſiſtance des fluides*, d'où ces réflexions ſont tirées. On y trouvera un plus grand détail ſur cet objet ; car il eſt temps de mettre fin à cet article. (*O*).

FLUX ET REFLUX, ſ. m. (*Phyſiq. & Hydrogr.*) : mouvement journalier, régulier & périodique, qu'on obſerve dans les eaux de la mer, & dont le détail & les cauſes vont faire l'objet de cet article.

Dans les mers vaſtes & profondes, on remarque que l'océan monte & deſcend alternativement deux fois par jour. Les eaux, pendant environ ſix heures s'élevent & s'étendent ſur les rivages ; c'eſt ce qu'on appele le *flux* ou le flot : elles reſtent un très-petit eſpace de temps, c'eſt-à-dire, quelques minutes, dans cet état de repos ; on dit que la mer eſt étale, après quoi elles redeſcendent durant ſix autres heures, ce qui forme le *reflux*, l'*ebe* ou le *juſant* : au bout de ces ſix heures, & d'un très-petit temps de repos, elles remontent de nouveau ; & ainſi de ſuite.

Pendant le *flux*, les eaux des fleuves s'enflent

Digitized by Google

& remontent près de leur embouchure ; ce qui vient évidemment de ce qu'elles ſont refoulées par les eaux de la mer. Pendant le *reflux*, les eaux de ces mêmes fleuves recomencent à couler.

On a déſigné le *flux & reflux* par le ſeul mot *marée*, dont nous nous ſervirons ſouvent dans cet article. *Voyez* Marée. Le moment où finit le *flux*, lorſque les eaux ſont ſtationaires, s'appelle la *haute mer*, *mer pleine*, *mer étale* ; la fin du *reflux* s'appelle la *baſſe mer*.

Dans tous les endroits où le mouvement des eaux n'eſt pas retardé par des îles, des caps, des détroits, ou par d'autres obſtacles ſemblables, on obſerve trois périodes à la marée ; la période journaliere, la période menſtruele, la période annuele.

La période journaliere eſt de 24 heures 49 minutes, pendant leſquelles le *flux* arive deux fois, & le *reflux* deux fois, & cet eſpace de 24 heures 49 minutes, eſt le temps que la lune met à faire ſa révolution journaliere autour de la terre, ou, pour parler plus exactement, le temps qui qui s'écoule entre ſon paſſage par le méridien, & ſon retour au même méridien, abſtraction faite de ſes inégalités.

La période menſtruele conſiſte en ce que les marées ſont plus grandes dans les nouveles & pleines lunes, que quand la lune eſt en quartier ; ou, ſuivant ce qui arive plus communément, les marées ſont les plus grandes dans chaque lunaiſon, quand la lune eſt environ à 18 degrés au delà des pleines & nouveles lunes, & les plus petites, quand elle eſt environ à 18 degrés au delà du premier & du dernier quartier. Les nouveles ou pleines lunes s'appelent *ſyzygies*, les quartiers, *quadratures* : ces expreſſions nous ſeront quelquefois commodes, & nous en uſerons. *Voyez* Syzygies, Quadratures, *&c.*

La période annuele conſiſte en ce qu'aux équinoxes les marées ſont les plus grandes, ſuivant l'opinion commune, vers les nouveles & pleines lunes, & celles des quartiers ſont plus grandes qu'aux autres lunaiſons ; au contraire dans les ſolſtices, les marées des nouveles & pleines lunes ne ſont pas ſi grandes qu'aux autres lunaiſons.

On voit déja par ce premier détail, que le *flux & reflux* a une connexion marquée & principale avec les mouvemens de la lune, & qu'il en a même, juſqu'à un certainpoint, avec le mouvement du ſoleil, ou plutôt avec celui de la terre autour du ſoleil. *Voyez* le ſyſtême de Copernic. D'où l'on peut déja conclure en général, que la lune & le ſoleil, & ſur-tout le premier de ces deux aſtres, ſont la cauſe du *flux & reflux*, même avant que de ſavoir comment cette cauſe opere. Il ne reſtera plus rien à déſirer, quand nous entrerons dans le détail de la maniere dont ces deux aſtres agiſſent ſur les eaux : mais ſuivons les phénomenes *du flux & du reflux*.

Dans la période journaliere on obſerve encore 1°. que la haute mer arive aux rades orientales plutôt qu'aux rades occidentales : 2°. qu'entre les deux tropiques la mer paroît aller de l'eſt à l'oueſt : 3°. que dans la zône torride, à moins de quelque obſtacle particulier, la haute mer arive en même temps aux endroits qui ſont ſous le même méridien, au lieu que dans les zônes tempérées, elle arive plutôt à une moindre latitude qu'à une plus grande ; & au delà du ſoixante-cinquieme degré de latitude, le *flux* eſt moins ſenſible.

Dans la période menſtruele on obſerve, 1°. que les marées vont en croiſſant des quadratures aux ſyzygies, & en décroiſſant, des ſyzygies aux quadratures : 2°. quand la lune eſt aux ſyzygies ou aux quadratures, la haute mer arive dans les mers libres trois heures après le paſſage de la lune au méridien : ſi la lune va des ſyzygies aux quadratures, le temps de la haute mer arive plutôt que ces trois heures : c'eſt le contraire ſi la lune va des quadratures aux ſyzygies : 3°. ſoit que la lune ſe trouve dans l'hémiſphere auſtral ou dans le boréal, le temps de la haute mer n'arive pas plutard aux plages ſeptentrionales.

Enfin, dans la période annuele on obſerve, 1°. que les marées du ſolſtice d'hiver ſont plus grandes que celles du ſolſtice d'été : 2°. les marées ſont d'autant plus grandes que la lune eſt plus près de la terre ; & elles ſont les plus grandes, toutes choſes d'ailleurs égales, quand la lune eſt périgée, c'eſt-à-dire, à ſa plus petite diſtance de la terre : elles ſont auſſi d'autant plus grandes, que la lune eſt plus près de l'équateur ; & en général les plus grandes de toutes les marées arivent quand la lune eſt à la fois dans l'équateur, périgée, & dans les ſyzygies : 3°. enfin, dans les contrées ſeptentrionales, les marées des nouveles & pleines lunes ſont en été plus grandes le ſoir que le matin, & en hiver, plus grandes le matin que le ſoir.

Tels ſont les phénomenes principaux ; entrons à préſent dans leur explication.

Les anciens avoient déja conclu des phénomenes du *flux & reflux*, que le ſoleil & la lune en étoient la cauſe : *cauſa*, dit Pline, *in ſole lunaque*, *liv. II*, *c.* 97. Galilée jugea de plus que le *flux & reflux* étoit une preuve du double mouvement de la terre par raport au ſoleil : mais les démêlés qu'il eût avec le tribunal de l'Inquiſition, à l'occaſion de ſon opinion ſur le mouvement de la terre, ne l'encouragerent pas à approfondir, d'après ce principe, les cauſes du *flux & reflux* : ainſi, l'on peut dire que juſqu'à Deſcartes, perſone n'avoit entrepris de donner une explication détaillée de ce phénomene. Ce grand homme étoit parti pour cela de ſon ingénieuſe théorie des tourbillons. *Voyez* Cartésianisme & Tourbillon. Selon Deſcartes, lorſque la lune paſſe au méridien, le fluide qui eſt entre la terre & la lune, ou plutôt entre la terre & le tourbillon particulier de la lune, fluide qui

Digitized by Google

ſe meut auſſi en tourbillon autour de la terre ; ſe trouve dans un eſpace plus reſſerré : il doit donc y couler plus vîte ; il doit de plus y cauſer une preſſion ſur les eaux de la mer ; & de là vient le *flux* & le *reflux*. Cette explication, dont nous ſupprimons le détail & les conſéquences, a deux grands défauts ; le premier, d'être apuiée ſur l'hypotheſe des tourbillons, aujourd'hui reconnue inſoutenable, *voyez* TOURBILLONS ; le ſecond eſt d'être directement contraire aux phénomenes : car, ſelon Deſcartes, le fluide qui paſſe entre la terre & la lune, doit exercer une preſſion ſur les eaux de la mer ; cette preſſion doit donc refouler les eaux de la mer ſous la lune : ainſi, ces eaux devroient s'abaiſſer ſous la lune lorſqu'elle paſſe au méridien, or il arive préciſément le contraire. On peut voir dans les ouvrages de pluſieurs Phyſiciens modernes, d'autres difficultés contre cette explication : celles que nous venons de propoſer ſont les plus frapantes, & nous paroiſſent ſuffire.

Quelques carteſiens mitigés, atachés aux tourbillons, ſans l'être aux conſéquences que Deſcartes en a tirées, ont cherché à racomoder de leur mieux ce qu'ils trouvoient de défectueux dans l'explication que leur maître avoit donnée du *flux* & du *reflux* : mais indépendamment des objections particulieres qu'on pouroit faire contre chacune de ces explications, elles ont toutes un défaut général, c'eſt de ſuppoſer l'exiſtence chimérique des tourbillons : ainſi, nous ne nous y arrêterons pas davantage. Les principes que nous eſpérons donner aux *mots* HYDRODYNAMIQUE, HYDROSTATIQUE, & RÉSISTANCE, ſur la preſſion des fluides en mouvement, ſerviront à apprécier avec exactitude toutes les explications qu'on donne ou qu'on prétend donner du *flux & du reflux* par les loix du mouvement des fluides & de leur preſſion. Paſſons donc à une maniere plus ſatisfaiſante de rendre raiſon de ce phénomene.

La meilleure méthode de philoſopher en phyſique, c'eſt d'expliquer les faits les uns par les autres, & de réduire les obſervations & les expériences à certains phénomenes généraux dont elles ſoient la conſéquence. Il ne nous eſt guere permis d'aller plus loin, les cauſes des premiers faits nous étant inconnues : or c'eſt le cas où nous nous trouvons par raport au *flux & reflux* de la mer. Il eſt certain par toutes les obſervations aſtronomiques, qu'il y a une tendance mutuele des corps céleſtes les uns avec les autres : cette force dont la cauſe eſt inconnue, a *été* nommée par M. Newton, *gravitation univerſele*, ou *attraction*, *voyez ces deux mots*, & NEWTONIANISME : il eſt certain de plus, par les obſervations, que les planetes ſe meuvent du dans le vide, ou au moins dans un milieu qui ne leur réſiſte pas. *Voyez* PLANETE, TOURBILLON, RÉSISTANCE, *&c.* Il eſt donc d'un phyſicien ſage de faire abſtraction de tout fluide dans l'explication du *flux & reflux* de la mer, & de chercher uniquement à expliquer ce phénomene par le principe de la gravitation univerſele, que perſone ne peut refuſer d'admetre, quelque explication bonne ou mauvaiſe qu'il entreprene d'ailleurs d'en donner.

Mettant donc à part toute hypoteſe, nous poſerons pour principe, que comme la lune peſe vers la terre, *voyez* LUNE, de même auſſi la terre & toutes ſes parties peſent ou ſont attirées vers le ſoleil, ne donnant point ici d'autre ſens au mot *attraction*, que celui d'une tendance des parties de la terre vers la lune & vers le ſoleil, quelle qu'en ſoit la cauſe : c'eſt de ce principe que nous allons déduire les phénomenes des marées.

Kepler avoit conjecturé, il y a long-temps, que la gravitation des parties de la terre vers la lune & vers le ſoleil, étoit la cauſe du *flux & reflux*.

„ Si la terre ceſſoit, dit-il, d'attirer ſes eaux „ vers elle-même, toutes celles de l'océan s'éléve- „ roient vers la lune ; car la ſphere de l'attra- „ ction de la lune s'étend vers notre terre, & en „ attire les eaux „.

C'eſt ainſi que penſoit ce grand aſtronome dans ſa *Phyſique céleſte* ; ce ſoupçon, car ce n'étoit alors rien de plus, ſe trouve aujourd'hui vérifié & démontré par la théorie ſuivante, déduite des principes de Newton.

Théorie des marées. La ſurface de la terre & de la mer eſt ſphérique, ou du moins étant à peu près ſphérique, peut être ici regardée comme telle. Cela poſé, ſi l'on imagine que la lune *A*, *Planches d'Aſtronom. Fig.* 286, eſt au deſſus de quelque partie de la ſurface de la mer, comme *E*, il eſt évident que l'eau *E* étant le plus près de la lune, peſera vers elle plus que ne fait aucune autre partie de la terre & de la mer, dans tout l'hémiſphere.

Par conſéquent l'eau en *E* doit s'élever vers la lune, & la mer doit s'enfler en *E*.

Par la même raiſon, l'eau en *G* étant la plus éloignée de la lune, doit peſer moins vers cette planete que ne fait aucune autre partie de la terre ou de la mer dans l'hémiſphere *FGH*.

Par conſéquent l'eau de cet endroit doit moins s'approcher de la lune que toute autre partie du globe terreſtre ; c'eſt-à-dire, qu'elle doit s'élever du côté oppoſé comme étant plus légere, & par conſéquent elle doit s'enfler en *G*.

Par ces moyens, la ſurface de l'océan doit prendre néceſſairement une figure ovale dont le plus long diametre eſt *EG*, & le plus court *FH* ; de ſorte que la lune venant à changer ſa poſition dans ſon mouvement diurne autour de la terre, cette figure ovale de l'eau doit changer avec elle, & c'eſt-là ce qui produit ces deux *flux & reflux* que l'on remarque toutes les 25 heures.

Telle eſt d'abord en général, & pour ainſi dire en grôs, l'explication du *flux & reflux*. Mais pour faire entendre ſans figure, par le ſeul raiſonement, & d'une maniere encore plus préciſe, la cauſe de l'élévation des eaux en *G* & en *E*, imaginons

Digitized by Google

ginons que la lune soit en repos, & que la terre soit un globe solide en repos, couvert jusqu'à telle hauteur qu'on voudra d'un fluide homogene, rare, & *sans ressort*, dont la surface soit sphérique; supposons de plus que les parties de ce fluide pesent (comme elles sont en effet) vers le centre du globe, tandis qu'elles sont attirées par le soleil & par la lune; il est certain que si toutes les parties du fluide & du globe qu'il couvre, étoient attirées avec une force égale & suivant des directions paralleles, l'action des deux astres n'auroit d'autre effet que de mouvoir ou de déplacer toute la masse du globe & du fluide, sans causer d'ailleurs aucun dérangement dans la situation respective de leurs parties. Mais suivant les loix de l'attraction, les parties de l'hémisphere supérieur, c'est-à-dire, de celui qui est le plus près de l'astre, sont attirées avec plus de force que le centre du globe; & au contraire les parties de l'hémisphere inférieur sont attirées avec moins de force: d'où il s'ensuit que le centre du globe étant mû par l'action du soleil ou de la lune, le fluide qui couvre l'hémisphere supérieur, & qui est attiré plus fortement, doit tendre à se mouvoir plus vîte que le centre, & par conséquent s'élever avec une force égale à l'excès de la force qui l'attire sur celle qui attire le centre; au contraire le fluide de l'hémisphere inférieur étant moins attiré que le centre du globe, doit se mouvoir moins vîte: il doit donc fuir le centre pour ainsi dire, & s'en éloigner avec une force à peu près égale à celle de l'hémisphere supérieur. Ainsi, le fluide s'élevera aux deux points opposées qui sont dans la ligne par où passe le soleil ou la lune: toutes ses parties accourront, si l'on peut s'exprimer ainsi, pour s'approcher de ces points, avec d'autant plus de vitesse, qu'elles en seront plus proches.

On explique par-là, avec la derniere évidence, comment l'élévation & l'abaissement des eaux de la mer se fait aux mêmes instans dans les points opposées d'un même méridien. Quoique ce phénomene soit une conséquence nécessaire du système de Newton, & que ce grand géometre l'ait même expressément remarqué; cependant les cartésiens soutiennent depuis un demi-siecle, que si l'attraction produisoit le *flux & reflux*, les eaux de l'Océan, lorsqu'elles s'élevent dans notre hémisphere, devroient s'abaisser dans l'hémisphere opposé. La preuve simple & facile que nous venons de donner du contraire, sans figure, & sans calcul, anéantira peut-être enfin une objection aussi frivole, qui est pourtant une des principales de cette secte, contre la théorie de la gravitation universele.

Le mouvement des eaux de la mer, au moins celui qui nous est sensible & qui ne lui est point commun avec toute la masse du globe terrestre, ne provient donc point de l'action totale du soleil & de la lune, mais de la différence qu'il y a entre l'action de ces astres sur le centre de la terre, & leur action sur le fluide tant supérieur qu'inférieur: c'est cette différence que nous appelerons dans toute la suite de cet article, *action*, *force* ou *attraction* solaire ou lunaire. Newton nous a appris à calculer chacune de ces deux forces, & à les comparer avec la pesanteur. Il a démontré par la théorie des forces centrifuges, & par la comparaison entre le mouvement annuel de la terre & son mouvement diurne, (*Voyez* FORCE CENTRIFUGE & PESANTEUR), que l'action solaire étoit à la pesanteur, environ comme un à 128,682,000: à l'égard de l'action lunaire, il ne l'a pas aussi exactement déterminée, parce qu'elle dépend de la masse de la lune, qui n'est pas encore suffisamment connue; cependant, fondé sur quelques observations des marées, il suppose l'action lunaire, environ quadruple de celle du soleil; on verra bientôt qu'elle n'est pas si considérable. Il est au moins certain, tant par les phénomenes des marées que par d'autres observations (*Voyez* ÉQUINOXE, NUTATION, & PRÉCESSION), que l'action lunaire, pour soulever les eaux de l'Océan, est beaucoup plus grande que celle du soleil; & cela nous suffit quant à présent.

Voyons maintenant comment on peut déduire de ce que nous avons avancé, l'explication des principaux phénomenes du *flux & reflux*. Dans cette explication nous tâcherons d'abord de nous mettre à la portée du plus grand nombre de lecteurs, qu'il nous sera possible, & par cette raison nous nous contenterons d'abord de rendre raison des phénomenes en gros; mais nous donnerons ensuite les calculs & les principes, par le moyen desquels on pourra donner rigoureusement les explications que nous n'aurons fait qu'indiquer.

Nous avons vu que les eaux doivent s'élever en même temps au dessous de l'endroit où est la lune, & au point de la terre diamétralement opposé à celui-là; par conséquent, à 90 degrés de ces deux points, ces eaux doivent s'abaisser: de même l'action solaire doit faire élever les eaux à l'endroit au dessus duquel est le soleil, & au point de la terre diamétralement opposé; & par conséquent les eaux doivent s'abaisser à 90 degrés de ces points. Combinant ensemble ces deux actions, on verra que l'élévation des eaux en un même endroit doit être sujete à de grandes variétés, soit pour la quantité, soit pour l'heure à laquelle elle arrive, selon que l'action solaire & l'action lunaire se combinent entr'elles, c'est-à-dire, selon que la lune & le soleil sont différemment placés par rapport à cet endroit de la terre.

En général, dans les conjonctions & oppositions du soleil & de la lune, la force qui fait tendre l'eau vers le soleil, concourt avec la pesanteur qui la fait tendre vers la lune. Car dans les conjonctions du soleil & de la lune, ces deux astres passent en même temps au dessus du méridien; & dans les oppositions, l'un passe au dessus du méridien, dans le temps que l'autre passe au dessous;

Digitized by Google

& par conſéquent ils tendent dans ces deux cas à élever en même temps les eaux de la mer. Dans les quadratures au contraire, l'eau élevée par le ſoleil, ſe trouve abaiſſée par la lune; car dans les quadratures, la lune eſt à 90 degrés du ſoleil; donc les eaux qui ſe trouvent ſous la lune ſont à 90 degrés de celles au deſſus deſquelles ſe trouve le ſoleil; donc la lune tend à élever les eaux que le ſoleil tend à abaiſſer, & réciproquement; donc, dans les ſyzygies, l'action ſolaire conſpire avec l'action lunaire à produire le même effet, & au contraire elle tend à produire un effet oppoſé dans les quadratures: il faut par conſéquent en général, & toutes choſes d'ailleurs égales, que les plus grandes marées arivent dans les ſyzygies, & les plus baſſes dans les quadratures.

Dans le cours de chaque jour naturel, il y a deux *flux & reflux* qui dépendent de l'action du ſoleil, comme dans chaque jour lunaire il y en a deux qui dépendent de l'action de la lune, & toutes ces marées ſont produites ſuivant les mêmes loix; mais celles que cauſe le ſoleil ſont beaucoup moins grandes que celles que cauſe la lune: la raiſon en eſt, que quoique le ſoleil ſoit beaucoup plus gros que la terre & la lune enſemble, l'immenſité de la diſtance fait que l'action ſolaire eſt beaucoup plus petite que l'action lunaire.

En général, plus la lune eſt près de la terre, plus ſon action pour élever les eaux doit être grande, & il en eſt de même du ſoleil. C'eſt une ſuite des loix de l'attraction, qui eſt plus forte à une moindre diſtance.

Faiſant abſtraction pour un moment de l'action du ſoleil, la haute marée devroit ſe faire au moment du paſſage de la lune par le méridien, ſi les eaux n'avoient pas (ainſi que tous les corps en mouvement) une force d'inertie. (*V.* FORCE D'INERTIE), par laquelle elles conſervent l'impreſſion qu'elles ont reçue: mais cette force doit avoir deux effets; elle doit retarder l'heure de la haute marée, & diminuer auſſi en général l'élévation des eaux. Pour le prouver, ſuppoſons un moment la terre en repos; & la lune au deſſus d'un endroit quelconque de la terre; en faiſant abſtraction du ſoleil, dont la force pour élever les eaux eſt beaucoup moindre que celle de la lune, l'eau s'élévera certainement au deſſus de l'endroit où eſt la lune. Suppoſons maintenant que la terre viene à tourner; d'un côté, elle tourne fort vîte par raport au mouvement de la lune; & d'un autre côté l'eau qui a été élevée par la lune, & qui tourne avec la terre, tend à conſerver, autant qu'il ſe peut, par ſa force d'inertie, l'élévation qu'elle a acquiſe, quoiqu'en s'éloignant de la lune, elle tend en même temps à perdre une partie de cette élévation; ainſi ces deux effets contraires ſe combatant, l'eau tranſportée par le mouvement de la terre, ſe trouvera plus élevée à l'orient de la lune qu'elle ne devroit être ſans ce mouvement; mais cependant moins élevée qu'elle ne l'auroit été ſous la lune, ſi la terre étoit immobile. Donc le mouvement de la terre doit en général retarder les marées, & en diminuer l'élévation.

Après le *flux* & le *reflux*, la mer eſt un peu de temps ſans deſcendre ni monter, parce que les eaux tendent à conſerver l'état de repos & d'équilibre où elles ſont dans le moment de la haute marée, & dans celui de la marée baſſe, & qu'en même temps, le mouvement de la terre déplaçant ces eaux par raport à la lune, change l'action de cet aſtre ſur ces eaux, & tend à leur faire perdre l'équilibre: ces deux efforts ſe contre-balancent mutuélement pendant quelques momens. Il faut y joindre la ténacité des eaux, & les obſtacles de différentes eſpeces qui doivent en général retarder leur mouvement, & empêcher qu'elles ne le prenent tout-d'un-coup, & par conſéquent qu'elles ne paſſent bruſquement de l'état d'élévation à celui d'abaiſſement.

La lune paſſe au deſſus des rives orientales, avant que de paſſer au deſſus des rives occidentales: le *flux* doit donc ariver plutôt aux premieres.

Le mouvement général de la mer entre les tropiques de l'eſt à l'oueſt, eſt plus difficile à expliquer; ce mouvement ſe prouve par la direction conſtante des corps qui nagent à la merci des flots. On obſerve de plus que, toutes choſes d'ailleurs égales, la navigation vers l'occident eſt fort prompte, & le retour difficile. J'ai démontré dans mes *recherches ſur la cauſe des vents*, qu'en effet cela doit mouvoir les eaux de l'Océan ſous l'équateur d'orient en occident. Cette même action doit produire dans l'air un effet ſemblable; & c'eſt-là, ſelon moi, une des principales cauſes des vents aliſés. *Voyez* ALISÉ. Mais c'eſt-là un de ces phénomenes dont on ne peut rendre la raiſon ſans avoir recours au calcul. *Voyez donc l'ouvrage cité*; voyez *auſſi les articles* VENT & COURANT.

Si la lune reſtoit toujours dans l'équateur, il eſt évident qu'elle ſeroit toujours à 90 degrés du pole, & que par conſéquent, il n'y auroit au pole ni *reflux* ni *reflux*: donc dans les endroits voiſins des poles, le *flux* & le *reflux* ſeroit fort petit, & même tout-à-fait inſenſible, ſur-tout ſi l'on conſidere que ces endroits oppoſent beaucoup d'obſtacles au mouvement des eaux, tant par les glaces énormes qui y nagent, que par la diſpoſition des terres. Or quoique la lune ne ſoit pas toujours dans l'équateur, elle ne s'en éloigne que de 28 degrés: il ne faut donc point s'étoner que près des poles & à la latitude de 65 degrés, le *flux* & *reflux* ne ſoit pas ſenſible.

Suppoſons maintenant que la lune décrive pendant un jour un parallele à l'équateur, on voit, 1°. que l'eau ſera en repos au pole pendant ce jour, puiſque la lune demeurera toujours à la même diſtance du pole; 2°. que ſi le lendemain la lune décrit un autre parallele, l'eau ſera encore en repos au pole pendant ce jour-là, mais plus ou moins abaiſſée que le jour précédent, ſelon

Digitized by Google

que la lune ſera plus près ou plus loin du zénit ou du nadir des habitans du pole ; 3°. que ſi l'on prend un endroit quelconque entre la lune & le pole, la diſtance de la lune à cet endroit ſera plus différente de 90 degrés en défaut, lorſque la lune paſſera au méridien au deſſus de cet endroit, que la diſtance de la lune à ce même endroit ne différera de 90 degrés en excès, lorſque la lune paſſera au méridien au deſſous de ce même endroit. Voilà pourquoi en général, en allant vers le pole boréal, les marées de deſſus ſont plus grandes quand la lune eſt dans l'hémiſphere boréal, & celles de deſſous plus petites ; & en s'avançant même plus loin vers le pole, il ne doit plus y avoir qu'un *flux* & qu'un *reflux* dans l'eſpace de 24 heures ; parce que quand la lune eſt au deſſous du méridien, elle n'eſt pas à beaucoup près à 180 degrés de l'endroit dont il s'agit, & qu'elle ſe trouve au contraire à une diſtance aſſez peu différente de 90 degrés, pour que les eaux doivent s'abaiſſer alors au lieu de s'élever. Le calcul démontre évidemment toutes ces vérités, que nous ne pouvons ici qu'énoncer en général.

Comme il n'arive que deux fois par mois que le ſoleil & la lune répondent au même point du ciel, ou à des points oppoſés, l'élévation des eaux (telle qu'on la trouve même en négligeant l'inertie) ne doit ſe faire pour l'ordinaire ni immédiatement ſous la lune, ni immédiatement ſous le ſoleil, mais dans un point milieu entre ces points ; ainſi, quand la lune va des ſyzygies aux quadratures, c'eſt-à-dire, lorſqu'elle n'eſt pas encore à 90 degrés du ſoleil, l'élévation la plus grande des eaux doit ſe faire plus au couchant de la lune ; c'eſt le contraire quand la lune va des quadratures aux ſyzygies. Donc dans le premier cas, le temps de la haute mer doit précéder les trois heures lunaires ; car, d'un côté, l'inertie des eaux donne l'élévation trois heures après le paſſage de la lune au méridien ; & d'un autre côté, la poſition reſpective du ſoleil & de la lune donne cette élévation avant le paſſage de la lune au méridien. Au contraire, & par la même raiſon, dans le ſecond cas, le temps de la haute marée doit ariver plutard que les trois heures. On en trouvera la Table ci-après.

Les différentes marées qui dépendent des actions particulieres du ſoleil & de la lune, ne peuvent être diſtinguées les unes des autres, mais elle ſe confondent enſemble. La marée lunaire eſt changée tant ſoit peu par l'action du ſoleil, & ce changement varie chaque jour, à cauſe de l'inégalité qu'il y a entre le jour naturel & le jour lunaire.

Comme il arive quelque retard aux marées par l'inertie & le balancement des eaux, qui conſervent quelque temps l'impreſſion qu'elles ont reçue ; par la même raiſon les plus hautes marées n'arivent pas préciſément dans la conjonction & dans l'oppoſition de la lune, mais deux ou trois marées après : de même les plus petites marées ne doivent ariver qu'un peu après les quadratures.

Comme dans l'hiver le ſoleil eſt un peu plus près de la terre que dans l'été, on obſerve en général que les marées du ſolſtice ſont plus grandes, toutes choſes d'ailleurs égales, que celles du ſolſtice d'été.

Voilà l'explication des principaux phénomenes du *flux* & du *reflux* ; les autres ont beſoin du calcul, ou demandent quelques reſtrictions. C'eſt par le calcul qu'on peut prouver, 1°. que l'intervalle d'une marée à l'autre eſt le plus petit dans les ſyzygies, & le plus grand dans les quadratures : 2°. que dans les ſyzygies l'intervalle des marées eſt de 24 h. 35 min. qu'ainſi les marées priment de 14 m. ſur le mouvement de la lune : 3°. qu'au contraire dans les quadratures, les marées retardent de 35 min. ſur le mouvement de la lune ; *voyez* l'excellente piece de M. Daniel Bernoulli, ſur le *flux & reflux de la mer* : 4°. que l'intervalle moyen entre deux marées conſécutives, lequel intervalle eſt de 24 h. 49 m. arive beaucoup plus près des quadratures que des ſyzygies ; ces différentes loix ſouffrent quelque altération, ſelon que la lune eſt apogée ou périgée, *Ibid. ch. vj & vij.* 5°. Que les changemens dans la hauteur des marées ſont fort petits, tant aux ſyzygies qu'aux quadratures ; cela doit être en effet, car les marées ſont les plus grandes aux ſyzygies, & les plus petites aux quadratures : or quand des quantités paſſent par le *maximum* ou par le *minimum*, elles croiſſent ou décroiſſent pour l'ordinaire inſenſiblement avant & après l'inſtant où elles paſſent par cet état. *Voyez* MAXIMUM & MINIMUM. 6°. que les plus grands changemens dans la hauteur des marées ſe feront plus près des quadratures que des ſyzygies.

A l'égard des regles qu'on a établies ſur les grandes marées des équinoxes, M. Euler dans ſes ſavantes recherches ſur le *flux & reflux de la mer*, obſerve avec raiſon que quand la lune eſt dans l'équateur, ces regles n'ont lieu que pour les eaux ſituées ſous l'équateur même. C'eſt ce que la théorie & les obſervations confirment, comme on le peut voir dans l'ouvrage cité.

Les marées du matin & du ſoir ne ſont pas également fortes ; mais ce qu'il y a de remarquable, c'eſt que l'ordre de ce *marées* change au bout de ſix mois ; c'eſt-à-dire, que ſi les *marées* du matin ſont les plus fortes en hiver, en ſix mois ou un peu plus, elles ſeront les plus foibles. Ce ſon effectivement les *marées* du ſoir qui ſont les plus fortes en été. Mais au bout de ſix mois, les plus fortes *marées* deviennent les plus foibles, & les plus foibles deviennent les plus fortes. C'eſt encore une ſuite de la Théorie.

Telles ſeroient régulierement toutes les marées, ſi les mers étoient par-tout également profondes ; mais les bas fonds qui ſe trouvent en pluſieurs endroits, & le peu de largeur de certains détroits, où doivent paſſer les eaux, ſont cauſe de la grande variété que l'on remarque dans les hauteurs des marées.

Digitized by Google

L'eau de la mer, après avoir reçu l'impreſſion de la force lunaire, la conſerve long-temps, & continue de s'élever fort au deſſus du niveau de la hauteur ordinaire qu'elle a dans l'Océan, ſur-tout dans les endroits où elle trouve un obſtacle.

Les bas-fonds de la mer, & les continens qui l'entre-coupent, ſont auſſi cauſe en partie que la haute marée n'arive point en plein Océan dans le temps que la lune s'approche du méridien, mais toujours quelques heures après, comme on le remarque ſur toutes les côtes occidentales de l'Europe & de l'Afrique, depuis l'Irlande juſqu'au cap de Bonne-Eſpérance, où la lune placée entre le midi & le couchant, cauſe les hautes marées. On aſſure que la même choſe a lieu ſur les côtes occidentales de l'Amérique.

Les vents & les courans irréguliers contribuent auſſi beaucoup à altérer les phénomenes du *flux* & du *reflux*. *Voyez* VENT & COURANT.

On ne finiroit point, ſi l'on vouloit entrer dans le détail de toutes les ſolutions ou explications particulieres de ces effets, qui ne ſont que des corollaires aiſés à déduire des mêmes principes; ainſi, lorſqu'on demande, par exemple, pourquoi les mers Caſpiene, Méditerranée, Blanche & Baltique n'ont point de marées ſenſibles, la réponſe eſt que ces mers ſont des eſpeces de lacs qui n'ont point de communication réelle ou conſidérable avec l'Océan: or le calcul montre que l'élévation des eaux doit être d'autant moindre, que la mer a moins d'étendue. *Voyez les pieces de MM.* Daniel Bernoulli *&* Euler. Ainſi, les marées doivent être preſqu'inſenſibles dans la mer Caſpiene, & très-petites dans la Méditerranée. Elles doivent être encore moindres dans les mers Blanche & Baltique, à cauſe de leur éloignement de l'équateur, par les raiſons expoſées ci-deſſus. Dans le golfe de Veniſe la marée eſt plus ſenſible que dans le reſte de la Méditerranée, mais cela doit être attribué à la figure de ce golfe, qui le rend propre à élever davantage les eaux en les reſſerrant.

Nous dirons ici un mot des marées qui arivent dans le port de Tunking à la Chine; elles ſont différentes de toutes les autres, & les plus extraordinaires dont on ait jamais entendu parler. Dans ce port, on ne s'aperçoit que d'un *flux* & d'un *reflux* qui ſe fait en 24 heures de temps. Quand la lune s'approche de la ligne équinoxiale, il n'y a point de marée du tout, & l'eau y eſt immobile; mais quand la lune commence à avoir une déclinaiſon, on commence à s'apercevoir d'une marée, qui arive à ſon plus haut point, lorſque la lune approche des tropiques; avec cette différence, que la lune étant au nord de la ligne équinoxiale, la marée monte pendant que la lune eſt au deſſus de l'horizon, & qu'elle deſcend pendant que la lune eſt au deſſous de l'horizon, de ſorte que la haute marée y arive au coucher de la lune, & la baſſe marée au lever de la lune: au contraire, quand, la lune eſt au midi de la ligne équinoxiale, la haute marée arive au lever de la lune, & la baſſe à ſon coucher; de ſorte que les eaux ſe retirent pendant tout le temps que la lune eſt au deſſus de l'horizon.

On a donné différentes explications plauſibles de ce phénomene; M. Euler a prouvé, par le calcul, que cela devoit être ainſi. *Voyez* la fin de ſon excellente piece ſur le *flux* & *reflux*.

Newton a inſinué que la cauſe de ce fait ſinguliere réſulte du concours de deux marées, dont l'une vient de la grande mer du Sud, le long des côtes de la Chine; & l'autre de la mer des Indes. La premiere de ces marées venant des lieux dont la latitude eſt ſeptentrionale, eſt plus grande quand la lune ſe trouve au nord de l'équateur au deſſus de l'horizon, que quand la lune eſt au deſſous. La ſeconde de ces deux marées venant de la mer des Indes & des pays dont la latitude eſt méridionale, eſt plus grande quand la lune décline vers le midi, & ſe trouve au deſſus de l'horizon, que quand la lune eſt au deſſous; de ſorte que de ces marées alternativement plus grandes & plus petites, il y en a toujours ſucceſſivement deux des plus grandes & deux des plus petites qui viennent tous les jours enſemble.

La lune s'approchant de la ligne équinoxiale, & les *flux* alternatifs devenant égaux, la marée ceſſe, & l'eau reſte ſans mouvement; mais la lune ayant paſſé de l'autre côté de l'équateur, & *les flux*, qui étoient auparavant les moindres, étant devenus les plus conſidérables, le temps qui étoit auparavant celui des hautes eaux, devient le temps des eaux baſſes, & le temps des eaux baſſes devient celui des hautes eaux; de ſorte que tout le phénomene de cette marée ſinguliere du port de Tunking s'explique naturellement & ſans forcer la moindre circonſtance, par les principes ci-deſſus, & ſert infiniment à confirmer la certitude de toute la théorie des marées.

Ceux de nos lecteurs qui ſeront aſſez avancés dans la géométrie, pouront conſulter ſur la cauſe des marées, les excellentes diſſertations de MM. Maclaurin, Daniel Bernoulli & Euler, couronées par l'académie des Sciences, en 1740. Dans *mes réflexions ſur la cauſe générale des vents*, imprimées à Paris, en 1746, j'ai donné auſſi quelques remarques ſur les marées, cette matiere ayant beaucoup de raport à celle des vents réglés, en tant qu'ils ſont cauſés par l'action du ſoleil & de la lune.

Après avoir expliqué en gros les phénomenes du *flux* & *reflux* pour le commun des lecteurs, il nous paroît juſte de mettre ceux qui ſont plus verſés dans les ſciences, à portée de ſe rendre raiſon à eux-mêmes de ces phénomenes d'une maniere plus préciſe. Pour cela, nous allons donner la formule algébrique de l'élévation des eaux pour une poſition quelconque donnée du ſoleil & de la lune.

Si l'on nomme S la maſſe du ſoleil, L celle

Digitized by Google

de la lune, D la distance du soleil à la terre, δ celle de la lune, r le rayon de la terre, les forces du soleil & de la lune, pour mouvoir les eaux de la mer, sont entr'elles, toutes choses d'ailleurs égales, comme $\frac{S r}{D^3}$ à $\frac{L r}{\delta^3}$, ou plus simplement comme $\frac{S}{D^3}$ à $\frac{L}{\delta^3}$.

Pour nous expliquer plus exactement, soit z la distance de la lune au zénit d'un lieu quelconque, on aura à très-peu-près $\delta - r$ co-sin. z pour la distance de la lune à ce lieu; & $\frac{L}{(\delta - r \text{ co-sin. } z)^2}$ pour la force avec laquelle la lune tend à attirer l'eau de la mer en cet endroit-là; cette force se décompose en deux autres: l'une tend vers le centre de la terre, & par le principe de la décomposition des forces (*Voyez* DÉCOMPOSITION & COMPOSITION), elle est $\frac{Lr}{(\delta - r \text{ co-sin. } z)^2}$; l'autre est parallele à la ligne qui joint les centres de la terre & de la lune; & elle est, par les mêmes principes, égale à $\frac{\delta L}{(\delta - r \text{ co-sin. } z)^3} =$ à très-peu-près $\frac{L}{\delta^2} + \frac{3 Lr \text{ co-sin. } z}{\delta^3}$. *Voyez* SUITE, APPROXIMATION & BINOME, & sur-tout l'*article* NÉGLIGER, *en Algebre*. Il faut retrancher de cette force, suivant ce qui a été dit plus haut, la force $\frac{L}{\delta^2}$ qui agit également sur toutes les parties du globe terrestre, & qui tend à transporter toute cette masse par un mouvement commun à toutes les parties; ainsi (le centre de la terre étant, par ce moyen, regardé comme en repos par raport aux eaux de la mer), on aura $\frac{3 Lr \text{ co-sin. } z^2}{\delta^3}$ pour la force avec laquelle ces eaux tendent à s'élever vers la lune, suivant une ligne parallele à celle qui joint les centres du soleil & de la lune: cette force se décompose en deux autres; l'une dans la direction du rayon de la terre; elle est par le principe de la décomposition des forces, $\frac{3 Lr \text{ co-sin. } z^2}{\delta^3}$, & tend à éloigner les eaux du centre de la terre; l'autre est dirigée suivant une perpendiculaire au rayon, ou tangente à la terre; & elle est $\frac{3 Lr \text{ co-sin. } z \times \text{sin. } z}{\delta^3}$. Ainsi, comme nous avons déja trouvé qu'il y a une force $\frac{Lr}{\delta^3}$ qui tend à pousser les eaux vers le centre de la terre, il s'ensuit que les eaux tendront à s'éloigner de ce centre avec une force égale à $\frac{3 Lr (\text{co-sin. } z)^2 - Lr}{\delta^3}$, & à se mouvoir parallélement à la surface de la terre avec une force $= \frac{3 Lr \text{ sin. } z \text{ co-sin. } z}{\delta^3}$. Il en est de même de l'action du soleil; il n'y aura qu'à mettre, dans l'expression précédente, S au lieu de L, & D au lieu de δ.

De ces deux forces, on peut même négliger entiérement la premiere, comme je l'ai démontré dans *mes Réflexions sur la cause des vents*, & comme plusieurs géometres l'avoient démontré avant moi; car l'action de la pesanteur, pour pousser les particules de l'eau au centre de la terre, est comme infiniment plus grande que l'action qui tend à les écarter; nous l'avons déja observé ci-dessus, & nous le prouverons ainsi en peu de mots. La force de la pesanteur est $\frac{T}{r^2}$, en appelant T la masse de la terre; car chaque particule de la surface de la terre est attirée vers son centre avec une force égale à la masse de la terre divisée par le carré du rayon. *Voyez* ATTRACTION & GRAVITATION. Or $\frac{T}{r^2}$ est à $\frac{Lr}{\delta^3}$ comme $T \delta^3$ à Lr^3, c'est-à-dire, incomparablement plus grande, puisque T est plus grand que L, & que δ est égale à environ 60 fois r. *Voyez* LUNE, TERRE, *&c.* Ainsi l'action de la gravité sur les eaux de la mer est incomparablement plus forte que l'action de la lune: or on trouve, par le calcul, que l'action du soleil $\frac{Sr}{D^3}$ est beaucoup plus petite que l'action de la lune $\frac{Lr}{\delta^3}$. Donc l'action de la gravité est beaucoup plus grande que les actions du soleil & de la lune, pour élever les eaux de la mer dans une direction perpendiculaire à la terre. Donc, *&c.*

La force $\frac{3 Lr \text{ cosin. } z \text{ sin. } z}{\delta^3}$ est aussi beaucoup plus petite que la gravité, & par les mêmes raisons; mais l'effort de cette force n'étant point contraire à celui de la pesanteur, elle doit avoir tout son effet: or quel est son effet? de mouvoir les eaux de la mer horizontalement & avec des vitesses différentes, selon la différence de la distance z de la lune au zénit: & ce mouvement doit évidemment faire élever les eaux de la mer au dessous de la lune.

Pour le démontrer d'une maniere plus immédiate & plus directe, supposons une sphere fluide,

Digitized by Google

dont les parties pesent vers le centre avec une force égale à peu près à $\frac{T}{r^2}$, & soient, outre cela, poussées perpendiculairement au rayon par une force égale à $\frac{3\,Lr\,\text{co-sin.}\,z\,\text{sin.}\,z}{\delta}$; on démontre aisément, par les principes de l'Hydrostatique (*Voyez* FIGURE DE LA TERRE, *mes réflexions sur la cause des vents, & plusieurs autres ouvrages*), que cette sphere, pour conserver l'équilibre de ses parties, doit se changer en un sphéroïde dont la différence des axes seroit $\frac{3Lr}{3\delta^3}\frac{r^3}{T}\times = \frac{3Lr^4}{2T\delta^3}$; & que la différence d'un rayon quelconque au petit axe de ce sphéroïde seroit $\frac{3Lr^4}{2T\delta^3}\times$ co-sin. z^2.

Ce nouveau sphéroïde devant être égal en masse à la sphere primitive, il est facile, par les principes de Géométrie, de déterminer la différence des rayons de ce sphéroïde aux rayons correspondans de la sphere, de trouver par conséquent de combien le fluide sera élevé ou abaissé en chaque endroit, au-dessus du lieu qu'il occuperoit dans la sphere, si la lune n'avoit point d'action. Par-là on trouvera d'abord aisément l'élévation & l'abaissement des eaux en chaque endroit, en supposant la lune en repos. Car quoique ces hypotheses soient bien éloignées de la vérité, cependant il faut commencer par-là, pour aller ensuite du simple au composé.

Quand la terre ne seroit pas supposée primitivement sphérique, mais sphéroïde, pourvu qu'on la regardât comme en repos, ainsi que la lune, l'élévation de l'eau, en vertu de l'action de la lune, seroit sensiblement la même que sur une sphere parfaite. J'ai démontré cette proposition dans *mes réflexions sur la cause des vents*, art. 30 — 62.

On trouveroit de même, & par les mêmes principes, l'élévation des eaux sur la sphere ou sur le sphéroïde, en vertu de l'action seule du soleil; & l'on peut démontrer (comme je l'ai fait dans l'endroit même que je viens de citer) que l'élévation des eaux, en vertu de l'action conjointe des deux astres, est sensiblement égale à la somme des élévations qu'elles auroient en vertu des deux actions séparées.

Mettons en calcul les idées que nous venons d'exposer. Soit r le rayon de la sphere, r' le demi-petit axe du sphéroïde dans l'hypothese que la lune seule agisse; on aura, pour la différence des rayons de la sphere & du sphéroïde $r' + \frac{3Lr^4}{2T\delta^3}\times$ co-sin. $z^2 - r = ($*Voyez les articles* SINUS NÉGLIGER$)$ $r' + \frac{3Lr^4}{4D^3} + \frac{3Lr^4\,\text{co-sin.}\,2z}{4D^3} - r$: ainsi, la différence de la sphere & du sphéroïde aura pour élément $\left(r' - r + \frac{3\,D\,r^4}{4\delta^3} + \frac{3\,L\,r^4\,\text{co-sin.}\,2z}{4\,\delta^3}\right) rdz \times r\,\text{sin.}\,z \times 2\,z\,\varpi$, $2\,\varpi$ étant le raport de la circonférence au rayon. L'intégrale de cette quantité, qui doit être $= o$, lorsque $z = o$, est $2\,\varpi^2\left(r' - r + \frac{3Lr^4}{4\delta^3}\right) \times \left(1 - \text{co-sin.}\,z\right) + 2\varpi r^2 \times \frac{3Lr^4}{4\delta^3}\left(\frac{1}{3.2} + \frac{\text{co-sin.}\,z}{3.2} - \frac{z}{5} + \frac{\text{co-sin.}\,z}{2}\right)$, lorsque $z = 90$ degrés, & par conséquent co-sin. $z = o$, & co-sin. $3z = o$, cette quantité devient $2\,\varpi\,r^2 \cdot \left(r' - r + \frac{3\,Lr^4}{4\delta^3} + \frac{3\,Lr^4}{4\delta^3} \times - \frac{1}{9}\right)$; or la différence de la sphere & du sphéroïde, qui est le quadruple de cette derniere quantité, doit être égale à zéro: donc cette quantité elle-même doit être égale à zéro; on aura donc $r' - r = \frac{3Lr}{4\delta^3} \times - \frac{3}{9}$, ou $r' = r - \frac{Lr}{2\delta^3}$. Donc la différence des rayons du sphéroïde & des rayons correspondans de la sphere pour chaque angle z, sera $-\frac{Lr^4}{2\,\delta^3} + \frac{3\,Lr^4}{4\,\delta^3} + \frac{3\,Lr^4\,\text{co-sin.}^2\,z}{4\,\delta^3} = \frac{Lr^4}{4\,\delta^3} + \frac{3\,Lr^4\,\text{co-sin.}^2\,z}{4\,\delta^3}$.

Donc, si l'on nomme Z la distance du soleil au zénit, l'élévation des eaux, en vertu des actions réunies du soleil & de la lune, sera $\frac{Lr^4}{4\,\delta^3} + \frac{\mathcal{S}\,r^4}{4D^3} + \frac{3\,Lr^4\,\text{co-sin.}^2\,z}{4\,\delta^3} + \frac{3\,\mathcal{S}\,r^4\,\text{co-sin.}^2\,Z}{4\,D^3}$. C'est la formule de l'élévation des eaux de la mer, en faisant abstraction du mouvement de la terre & de celui des deux astres; & cette formule a lieu généralement, de quelque maniere qu'on suppose le soleil & la lune placés par raport à un point quelconque de la terre, sans qu'il soit nécessaire que ces astres soient, ni dans l'équateur, ni dans un même parallele à l'équateur.

En faisant la quantité précédente $= o$, on trouvera l'endroit où les eaux ne sont ni élevées, ni abaissées; en la faisant égale à un plus grand ou à un moindre (*Voyez* MAXIMUM & MINIMUM), on trouvera l'endroit où les marées sont les plus hautes & les plus basses; on trouvera de plus l'heure des hautes & basses marées par la même formule, en supposant, que le point des plus hautes & des plus basses marées soit le même que

Digitized by Google

ſi l'on conſidéroit le ſoleil & la lune comme en repos ; mais, quoique cette ſuppoſition ne ſoit pas parfaitement exacte, cependant elle répond, en général, aſſez bien aux phénomenes, comme on peut le voir dans les excellentes pieces de MM. Euler & Daniel Bernoulli ſur le *flux* & *reflux* de la mer. Au reſte, ces deux grands géometres, ainſi que M. Maclaurin, ont donné des méthodes d'approximation particulieres pour déterminer le moment précis de l'élévation des eaux, en ayant égard au mouvement de la terre & à celui de la lune.

La formule qu'on a donnée ci-deſſus pour les hauteurs des marées, donne les plus petites & les plus hautes, les premieres dans les quadratures, les ſecondes dans les ſyzygies ; & c'eſt par le raport de ces marées que Newton a déterminé celui de quantités $\frac{L}{S^3}$ & $\frac{S}{D^3}$. Mais M. Daniel Bernoulli croit qu'il vaut mieux le déterminer par les intervalles entre les marées conſécutives, aux ſyzygies & aux quadratures. Le premier de ces deux grands géometres trouve ce raport égal à environ 4, & M. Daniel Bernoulli à $\frac{1}{2}$; ce qui, comme l'on voit, eſt fort différent. Mais il faut avouer auſſi qu'eu égard aux circonſtances phyſiques, qui troublent & dérangent ici beaucoup le géométrique, la méthode d'employer les marées pour découvrir un tel raport, eſt fort incertaine. Les phénomenes de la nutation & de la préceſſion ſont bien préférables, *voy.* NUTATION & PRÉCESSION, & ces phénomenes donnent un raport aſſez approchant de celui de M. Daniel Bernoulli. *Voy. mes recherches ſur la préceſſion des équinoxes*, Paris, 1749.

Les trois pieces de MM. Bernoulli, Euler & Maclaurin ſur le *flux* & *reflux* de la mer, dont nous avons parlé pluſieurs fois dans le courant de cet article, ont chacune un mérite particulier, & ont paru avec raiſon aux commiſſaires de l'académie, dignes de partager leurs ſuffrages ; ils y ont joint (apparemment pour ne pas paroître adopter aucun ſyſtême) une piece du P. Cavalleri, jéſuite, qui eſt toute carteſienne, ou du moins toute fondée ſur la théorie des tourbillons, & dont nous n'avons tiré rien autre choſe que le détail des principaux phénomenes. C'eſt dans les trois autres pieces qu'il faut chercher les explications, ſurtout dans celles de MM. Euler & Bernoulli, car la piece de M. Maclaurin entre dans un moindre détail ; mais elle eſt remarquable par un très-beau théorême ſur la figure que doit prendre la terre en vertu de l'action du ſoleil & de la lune, combinée avec la peſanteur & la force centrifuge de ſes parties. *Voyez* FIGURE DE LA TERRE.

Dans la piece de M. Euler, on trouve un calcul ingénieux du mouvement des eaux, en ayant égard à leur inertie ; mais ce calcul eſt peut-être un peu trop hypothétique. Dans le premier chapitre de cette même piece, l'auteur paroît adopter les tourbillons ; mais il eſt aiſé de voir que ce n'eſt pas ſérieuſement, & qu'il ſe montre d'abord carteſien en apparence, pour être enſuite newtonien plus à ſon aiſe. M. Daniel Bernoulli eſt plus franc, & ſa piece n'en eſt par-là que plus eſtimable : elle joint d'ailleurs à ce mérite, celui d'être faite avec beaucoup d'intelligence & de clarté. Plus on relit ces trois excellens ouvrages, plus on eſt embaraſſé auquel on doit donner la préférence, & plus on applaudit au jugement que l'académie en a porté en les couronnant tous trois.

Je crois qu'on me permettra de donner auſſi dans cet article une idée de la maniere dont j'ai traité la queſtion dont il s'agit dans mes *réflexions ſur la cauſe des vents*, que l'académie royale des Sciences de Pruſſe a honorées de ſon ſuffrage en 1746. Comme je ne conſidere guere dans cette piece que l'attraction de la lune & du ſoleil ſur la maſſe de l'air, il eſt évident que les mêmes principes peuvent s'appliquer au *flux* & *reflux*. Je commence donc, ce que perſone n'avoit fait avant moi, par déterminer les oſcillations d'un fluide qui couvriroit la terre à une petite profondeur, & qui ſeroit attiré par la lune. On peut par cette théorie comparer ces oſcillations à celles d'un pendule, dont il eſt aiſé de déterminer la longueur. Je fais voir enſuite que le célebre M. Daniel Bernoulli s'eſt trompé dans l'équation qu'il a donnée pour l'élévation des eaux, en ſuppoſant la terre compoſée de couches différemment denſes ; & je démontre qu'il n'eſt point néceſſaire pour expliquer l'élévation des eaux, d'avoir recours à ces différentes couches ; qu'il ſuffit ſeulement de ſuppoſer que la partie fluide de la terre n'ait pas la même denſité que la partie ſolide : enfin je donne le moyen de déterminer la viteſſe & l'élévation des particules du fluide, en ayant égard à l'inertie, & d'une maniere, ce ſemble, beaucoup moins hypothétique que M. Euler. C'eſt par ce moyen que je trouve qu'un fluide qui couvriroit la terre, doit avoir de l'eſt à l'oueſt un mouvement continuel. *L'art.* VENT préſentera un plus grand détail ſur l'ouvrage dont il s'agit.

Ce mouvement de la mer d'orient en occident eſt très-ſenſible dans tous les détroits : par exemple, au détroit de Magellan le *flux* éleve les eaux à plus de 20 pieds de hauteur, & cette intumeſcence dure ſix heures ; au lieu que le *reflux* ne dure que deux heures, & l'eau coule vers l'occident : ce qui prouve que le reflux n'eſt pas égal au *flux* & que de tous deux il réſulte un mouvement vers l'occident, mais beaucoup plus fort dans le temps du *flux* que dans celui du *reflux* : c'eſt par cette raiſon que dans les mers éloignées de toute terre, les marées ne ſont guere ſenſibles que par le mouvement général qui en réſulte, c'eſt-à-dire, par ce mouvement d'orient en occident. Ce mouvement eſt ſur-tout remarquable dans certains détroits & certains golfes ; dans le détroit des Manilles, dans le golfe du Mexique, dans celui de Paria, *&c.* Voyez *Varenii geographia* & *l'hiſt. nat. de* M. de Buffon, *tome I, pag.* 439.

Digitized by Google

Les marées ſont plus fortes dans la Zône Torride, entre les Tropiques, que dans le reſte de l'Océan, ſans doute parce que la mer ſous la Zône Torride eſt plus libre & moins gênée par les terres. Elles ſont auſſi plus ſenſibles dans les lieux qui s'étendent d'orient en occident, dans les golfes qui ſont longs & étroits & ſur les côtes où il y a des îles & des promontoires. Le plus grand *flux* qu'on connoiſſe pour ces ſortes de détroits, eſt à l'une des embouchures du fleuve Indus, où l'eau s'éleve de 30 pieds. Il eſt auſſi fort remarquable auprès de Malaga, dans le détroit de la Sonde, dans la mer Rouge; dans la baie de Hudſon, à 55 degrés de latitude ſeptentrionale, où il s'éleve à 15 pieds; à l'embouchure du fleuve Saint-Laurent, ſur les côtes de la Chine & du Japon, *&c. Ibid.*

Il y a des endroits où la mer a un mouvement contraire, ſavoir d'occident en orient, comme dans le détroit de Gibraltar, & ſur les côtes de Guinée. Ce mouvement peut être occaſioné par des cauſes particulieres; mais il eſt bon de remarquer en général, comme je l'ai prouvé dans mes *réflexions ſur la cauſe des vents*, qu'à une certaine diſtance de l'équateur, le mouvement de l'eſt à l'oueſt doit ſe changer en un mouvement de l'oueſt à l'eſt, ou du moins en un mouvement qui participe de l'oueſt, avec quelques modifications que l'on peut voir dans la piece citée *art. lxx, n°.* 5. mais comme le mouvement de la mer vers l'occident eſt le plus conſtant & le plus général, il s'enſuit que la mer doit avec le temps gâgner du terrain vers l'occident.

Les alternatives du flux & reflux de ſix heures en ſix heures, ſont que les côtes ſont batues ſans ceſſe par les vagues qui enlevent de petites parties qu'elles emportent & qu'elles dépoſent au fond; de même les vagues portent ſur les côtes différentes productions comme des coquilles, des ſables qui s'accumulant peu à peu, produiſent les éminences.

Dans la principale des îles Orcades où les rochers ſont coupés à pic, 200 pieds au deſſus de la mer, la *marée* s'éleve quelquefois juſqu'à cette hauteur, lorſque le vent eſt fort. Dans ces violentes agitations, la mer rejete quelquefois ſur les côtes des matieres qu'elle apporte de fort loin, & qu'on ne trouve jamais qu'après les grandes tempêtes. On en peut voir le détail dans *l'hiſt. nat. générale & particuliere, t. I, p.* 438.

La mer, par ſon mouvement général d'orient en occident, doit porter ſur les côtes de l'Amérique les productions de nos côtes; & ce ne peut être que par des mouvemens fort irréguliers, & probablement par des vents, qu'elle porte ſur nos côtes les productions des Indes & de l'Amérique. On a vu ſouvent dans les hautes mers, à une très-grande diſtance des côtes, des plages entieres couvertes de pierres-ponces qui venoient probablement des volcans des îles & de la terre-ferme, *voyez* VOLCAN & PIERRE-PONCE, & qui paroiſſent avoir été emportées au milieu de la mer par des courans. Ce fut un indice de cette nature qui fit ſoupçoner la communication de la mer des Indes avec notre Océan, avant qu'on l'eût découverte. (*O*).

Méthode pour trouver l'heure de la pleine mer dans tous les pays du monde.

Après la théorie précédente de M. d'Alembert, je crois devoir ajouter que dans mon *Traité du flux & du reflux de la mer*, en 1781, l'on trouvera de plus grands détails de théorie & de pratique; mais je me contenterai d'en extraire ce qui eſt néceſſaire pour l'uſage des navigateurs ou des habitans de nos côtes, qui ont principalement beſoin de trouver l'heure de la marée dans un jour donné & pour un lieu quelconque.

L'ÉTABLISSEMENT du Port, ou l'heure de la pleine mer, le jour de la nouvele lune, eſt la premiere choſe qu'il faut connoître; comme cette heure varie dans chaque pays, on ne peut la connoître que par obſervation; & je vais en donner une table plus complete qu'on ne l'avoit cru avant la publication de mon *Traité du flux & du reflux de la mer*.

On trouve une table pareille dans l'Hydrographie du P. Fournier, imprimée à Paris en 1643; dans la Connoiſſance des temps de 1685; dans le quatrieme volume de l'Architecture hydraulique de Belidor; dans le Dictionaire de Mathématiques de M. Saverien, publié en 1753; enfin, dans les Élémens de navigation de Robertſon, publiés en anglois en 1772.

L'établiſſement du port, ou l'heure de la pleine mer dans ſes ſyzygies, n'eſt pas toujours exactement la même; ainſi, quoique l'heure des marées ſoit de 3^h. 28' à Breſt, dans le temps des Syzygies, par un milieu pris entre beaucoup d'obſervations, l'on voit quand les marées ſont fort grandes, que la pleine mer arive de meilleure heure & anticipe ſur le calcul; & quand les marées ſont fort petites, la pleine mer arive plutard, & retarde ſur le calcul (*mém. de l'acad. 1714*); mais notre table ne peut contenir que le milieu entre ces différentes circonſtances. Les pilotes expriment ſouvent l'établiſſement du port par les rumbs de vent: au lieu de dire qu'il eſt de ſix heures, ils diſent qu'il eſt Eſt & Oueſt; ils indiquent trois heures par ſud-eſt & nord-oueſt, &c. mais il vaut bien mieux l'exprimer en temps. L'établiſſement eſt ſuppoſé, dans notre table, exprimé en temps ſolaire vrai: par exemple, ſi le jour que la nouvele lune eſt arivée à midi, la marée eſt à ſix heures, cela veut dire que le ſoleil eſt éloigné du méridien de ſix heures au moment de la haute mer.

Il y a des auteurs qui penſent que l'établiſſement du port doit être calculé, en ſuppoſant que la nouvele lune arive au moment même de la pleine mer; mais il me paroît plus naturel de la ſuppoſer

Digitized by Google

ſuppoſer à midi ; j'en ai donné les raiſons dans mon Traité.

Il faudroit auſſi diſtinguer dans les pays où l'établiſſement du port eſt plus de ſix heures, ſi c'eſt la marée du matin ou la marée du ſoir; mais juſqu'à préſent ces obſervations n'ont pas été faites avec aſſez de préciſion, pour qu'on puiſſe avoir égard à ces petites différences.

Si l'on veut avoir l'heure de la marée, en ſuppoſant l'établiſſement bien connu, il faut connoître l'âge de la lune, & ajouter à l'établiſſement les quantités de la table ſuivante.

Dans un petit *Manuel de Pilote*, répandu dans les ports, on trouve ſoixante tables des marées pour les principaux lieux de l'Europe ; mais la table ſuivante peut diſpenſer de toutes les autres.

Jours après la N. lune.	Ajoutez.	Jours de la lune.
1	0h 48′	16
2	1 36	17
3	2 24	18
4	3 12	19
5	4 0	20
6	4 48	21
7	5 36	22
8	6 24	23
9	7 12	24
10	8 0	25
11	8 48	26
12	9 36	27
13	10 24	28
14	11 12	29
15	0 0	30

Lorſqu'on n'a point d'éphéméride pour y voir le jour de la nouvele lune, on peut y ſuppléer à peu près par le moyen des épactes. On ajoute l'épacte de l'année, le nombre des mois écoulés depuis le mois de Mars inclusivement, & le quantieme du mois; de la ſomme on ôtera 30 jours, ou un mois plein, on aura l'âge de la lune.

L'épacte 1780 eſt 23; celles des années ſuivantes ſont aiſées à trouver, en ajoutant toujours 11; & ôtant 30, excepté en 1786 & 1805, où il faudra ajouter 12. *Voyez* CALENDRIER.

Quand on connoît les phaſes de la lune, on peut ſe ſervir d'une petite table qui eſt dans le Traité de Navigation de M. Bouguer, 1753, & que nous allons placer ici : l'auteur y a tenu compte de l'inégalité que cauſe la diſtance entre la lune & le ſoleil.

Digitized by Google

Jours après la nouv. ou pleine lune.	Ajoutez à l'établiſſement.	Jours avant le quartier.	Ajoutez.	Jours après le quartier.	Ajoutez.	Jours avant la nouv. ou pleine lune.	Ôtez de l'établiſſement.
	H. M.		*H. M.*		*H. M.*		*H. M.*
0 $\frac{1}{2}$	0 17	6	0 54	0 $\frac{1}{2}$	5 39	6	5 22
1	0 36	5 $\frac{1}{2}$	1 11	1	6 19	5 $\frac{1}{2}$	4 42
1 $\frac{1}{2}$	0 54			1 $\frac{1}{2}$	6 58		
2	1 11	5	1 28	2	7 37	5	4 4
2 $\frac{1}{2}$	1 28	4 $\frac{1}{2}$	1 46	2 $\frac{1}{2}$	8 14	4 $\frac{1}{2}$	3 34
		4	2 3			4	2 58
3	1 46'	3 $\frac{1}{2}$	2 21	3	8 47	3 $\frac{1}{2}$	2 29
3 $\frac{1}{2}$	2 3	3	2 40	3 $\frac{1}{2}$	9 17	3	2 4
4	2 21			4	9 44		
4 $\frac{1}{2}$	2 40	2 $\frac{1}{2}$	3 1	4 $\frac{1}{2}$	10 9	2 $\frac{1}{2}$	1 39
5	3 1	2	3 21	5	10 32	2	1 17
		1 $\frac{1}{2}$	3 44			1 $\frac{1}{2}$	0 57
5 $\frac{1}{2}$	3 21	1	4 9	5 $\frac{1}{2}$	10 53	1	0 37
6	3 44	0 $\frac{1}{2}$	4 37	6	11 13	0 $\frac{1}{2}$	0 18
		Quartier.	5 6			N.L. ou P.L.	0 0

On voit dans cette table ce qu'il faut ajouter à l'établiſſement du port, pour les jours ou demi-jours écoulés depuis les ſyzygies & les quadratures, juſqu'aux jours donnés, ou qui reſtent depuis la marée dont il s'agit, juſqu'à la phaſe la plus prochaine; la ſomme de l'établiſſement, & de la quantité marquée dans cette table donne l'heure de la marée: c'eſt la différence, quand on ſe ſert de la derniere colonne de la table.

Seconde méthode. Cherchez dans une éphéméride l'heure du paſſage de la lune au méridien, ſoit ſur l'horizon, ſoit ſous l'horizon; ajoutez-y l'heure du port, la ſomme ſera l'heure de la pleine mer.

Troiſieme méthode plus exacte. Cherchez dans une éphéméride la diſtance de la lune au ſoleil. Cette diſtance vous donnera, avec le ſecours de la table ſuivante, le nombre d'heures qu'il faut ajouter à l'heure du port, ſi vous vous ſervez de la colonne qui a pour titre *retardement des marées*; ou qu'il en faut retrancher, ſi vous employez celle qui eſt intitulée *anticipation*. Il faut préférer celle-ci, lorſque l'on approche de la nouvele ou de la pleine lune ſuivante.

Exemple. On demande l'heure de la pleine mer au Havre-de-Grâce le 18 mai 1755. L'heure du port eſt 9 heures.

1°. Le 18 Mai à 9 heures du matin, il s'étoit écoulé environ 7 jours depuis la nouvele lune; 7 fois 48′ donnent 5^h 36′ qu'il faut ajouter à 9^h. La haute mer étoit donc à 5^h 36′ du ſoir.

2°. La lune paſſe au méridien ſous l'horizon le 18 mai matin à 5^h 32′. Ajoutez-y l'heure du port 9^h, & vous trouverez la pleine mer à 2^h 32′ du ſoir.

3°. Le 18 mai à 9^h du matin la diſtance de la lune au ſoleil eſt d'environ deux ſignes 21^d. A cette diſtance la retardement de la marée doit être, ſelon la table, de 4^h 16′. Ajoutez donc 4^h 16′ à 9^h, & l'heure de la pleine mer ſe trouvera réduite à 1^h 16′ du ſoir: on trouve ici 5 quarts d'heure de moins que par les deux autres méthodes, parce qu'on opere plus exactement.

Cette table contient non ſeulement le retardement de 49′ par jour, mais encore une inégalité de trois quarts d'heure en plus & en moins, qui a lieu dans les heures des marées, ſuivant que la lune eſt plus ou moins éloignée du ſoleil, ou ſuivant les diſtances de la lune aux ſyzygies; j'en ai donné les principes & le calcul dans mon *Traité du flux & du reflux de la mer*, page 58 & ſuiv. Cette inégalité eſt indiquée ci-deſſus, page 58.

Digitized by Google

TABLE pour le retardement ou l'anticipation des Marées.

Distance de ☽ au O.		Retardement.		Anticipation.		Distance de la ☽ au O.	
S.	*D.*	*H.*	*M.*	*H.*	*M.*	*S.*	*D.*
O.	6	0	18			VI.	6
	12	0	35				12
	18	0	52				18
	24	1	9				24
I.	0	1	26			VII.	0
	6	1	44				6
	12	2	2				12
	18	2	20				18
	24	2	39				24
II.	0	2	58			VIII.	0
	6	3	18				6
	12	3	40				12
	18	4	4				18
	24	4	29				24
III.	0	4	57			IX.	0
	6	5	29				6
	12	6	5	5	55		12
	18	6	45	5	15		18
	24	7	25	4	35		24
IV.	0	8	3	3	57	X.	0
	6	8	38	3	22		6
	12	9	8	2	52		12
	18	9	35	2	25		18
	24	10	0	2	0		24
V.	0	10	23	1	37	XI.	0
	6	10	44	1	16		6
	12	11	4	0	56		12
	18	11	23	0	37		18
	24	11	41	0	19		24
VI.	0	0	0	0	0	XII.	0

Voici l'explication des chifres qui servent de citations dans la table suivante.

1701. Éphémérides pour 1701, imprimées à Rouen.
1717. Connoiſſance des temps de 1717.
1753. Saverien, Dictionaire de Mathématiques.
1754. État du Ciel de M. Pingré, pour la même année.
1770. M. de Fourcroy, dans des notes manuſcrites.
1759. Connoiſſance des temps de la même année, & des années ſuivantes.

Table de marées imprimée vers 1743, & inſérée dans le petit Manuel des Pilotes.
Robertſon, Élémens de Navigation en Anglois, édition de 1772.

ÉTABLISSEMENT du Port, ou heure de la marée le jour de la nouvele lune, dans les différens pays de la Terre.

CÔTES D'ESPAGNE ET DE PORTUGAL.

	H.	M.
Gibraltar, ſuivant la table de Robertſon, ... 1772,	0	0
Cadis, ſuivant la table qui eſt dans M. Saverien 1753,	1	30
Suivant l'état du ciel de M. Pingré, 1754,	0	0
Suivant M. de Fleurieu, voyage de la Flore, tom. I, pag. 466, & ſuivant Robertſon,	4	30
Suivant la table des marées,	2	0
Par vingt-quatre obſervations que j'ai reçues de Cadis, faites, en 1773, par M. Tofigno	1	10
La hauteur des grandes marées y eſt de 10 à 11 pieds, excepté par les vents de l'équinoxe qui la font augmenter. Suivant M. de Fleurieu, elle va juſqu'à 15 pieds; elle n'alla pas à 11 pieds dans la nouvele lune périgée de l'équinoxe d'autone 1773, mais le vent étoit à l'eſt.		
Port de Caraque, rade de Pontal, chenal de Trocadero, près de Cadis, ſuivant M. de Fleurieu, le 2 mars 1769	3	0
Sur toute la côte juſqu'au cap Sainte-Marie, ... 1753,	1	30
San-Lucar de Barameda 1754,	1	45
Palos & Guelva 1754,	0	45
Lepe, Aymonte en Andalouſie, Tavilla, ... 1754, & la table,	1	30
Faras ou Farao 1754,	2	15
Rade de Faras 1753	2	30
Cap Saint-Vincent, ſuivant la table des marées citée ci-deſſus	3	0
Setuval 1753	4	15
1754, & la table,	4	30
Liſbone 1754,	4	0
Suivant Robertſon,	2	15
Suivant le Neptune Flamand, ſuivant les obſervations d'Euſébio da Veig S. Jeſu, & celles de M. Ciera, Aſtronome. . .	2	30
Mais, le ſecond & le troiſieme jour, on obſerve une différence conſidérable. Les grandes marées ſont de 10 pieds anglois dans la partie étroite de l'embouchure du port, mais de 5 pieds ſeulement ſur les côtes.		
La marée eſt ſenſible dans le Tage, 13 lieues au deſſus de Lisbone & d'Alméida.		
Riviere de Liſbone. 1753,	3	30
Côtes occidentales des deux royaumes, &		

Digitized by Google

côtes septentrionales d'Eſpagne, juſqu'à la riviere de Montego, 1753, 1754, table des marées . . . . . H. M. 3 0

Ports & Havres des deux royaumes, 1754, table des marées 3 45

Toute la côte, depuis la riviere de Liſbone, juſqu'à Rio-Minho 1753, 3 0

Depuis Caminha juſqu'à Ribadeos, & ſur les côtes de Galice 1753, 3 45

Depuis Ribadeos juſqu'à Fontarabie, 1753, 3 0

Cap Coriane, Corunna, ou Groin, près du cap Finiſterre . . . . . Robertſon, 3 0

Sur les côtes d'Eſpagne, depuis le détroit de Gibraltar, juſqu'au cap Sainte-Marie, la mer monte de 10 pieds; juſqu'au cap Finiſterre de 12 pieds, & de là juſqu'à Saint-Jean-de-Luze de 15 pieds.

Côtes de France.

Gaſcogne & Guienne.

Sur toutes les côtes de Gaſcogne en général 3 0

Saint-Jean-de-Luze, Mimiſſan, 15 lieues au Nord de Baïone, 1753, 1759, Robertſon, ... 3 30
1754, & la table, 3 15

Baïone, Mém. Acad. 1710, pag. 383 . . 3 30
1754, & la table, 3 45

Embouchure de la Garonne, 1701, 1717, ... 1753, 1759, 3 0
1754, & la table, 4 30

Bourdeaux, ſuivant les obſervations de M. l'abbé Dupont de Jumeaux 6 40

Au Nord de la tour de Cordouan, ſuivant la table 4 30

Au Sud de la tour de Cordouan, 1754, & . . . . . la table, 3 45

Royan & Baſſin d'Arcaſſon 3 45

Le long de toutes ces côtes la mer monte de 15 pieds, ainſi qu'à Bourdeaux & à Baïone; dans la Garonne, l'élévation eſt ſenſible juſqu'à Langon, & même environ 4 lieues plus haut, à la Réole, 10 lieues au deſſus de Bourdeaux, du moins dans les grandes marées du mois d'Août.

Aunis et Poitou.

Sur toutes les côtes de ces provinces en général 1759, 3

La Rochelle, 1753, 1754, 1759, Robertſon, ... 3 45
Suivant la Table, 3 0

Brouage 1754, 1759, 3 45

Embouchures de la Seudre & de la Charente 1753, 3 45

Rochefort . . . . . 1754, 1759, Robertſon, 4 15
Suivant la table, 3 30

Île de Ré, 1701, 1717, 1753, 1759, ... Robertſon, 3 0
1754, & la table, 3 15

Pertuis d'Antioche & Pertuis Breton, ... 1753, & 1754, 3 0
Suivant la table, 3 30

Olone 1754, 3 30

Île-Dieu . . . . . 1753, & la table, 3 0

Beauvoir, vis-à-vis de l'île de Noirmoutier, ... 1753, 1759, 3 15
1754, & la table, 3 30

Au Chapus . . . . . 1754, & la table, 3 30

La mer monte ſur toutes ces côtes de 18 pieds, ſuivant M. Pingré, & cela eſt conforme aux obſervations faites à l'embouchure de la Charente. Mais, ſuivant Bélidor, ſur toutes ces côtes, ainſi qu'à la Rochelle & aux rades de l'île de Ré & de Chef-de-Bois, la mer monte de 15 pieds.

Bretagne.

Côtes méridionales de Bretagne, 1753, ... 1754, 3 0

Cela a lieu depuis le Raz excluſivement, juſqu'à la pointe de Minden incluſivement.

Île de Noirmouſtier 1754, 3 15

Bourgneuf 1754, 4 0

Embouchure de la Loire, 1759, Robertſon, 3 0
1753 . . . . . 3 15
1754, & ſuivant M. Lévêque, 3 45

Pain-bœuf 1753, 5 15
1754, 5 0

Nantes . . . . . Bélidor, 3 45

Mais ſuivant M. Lévêque 6 0

Le Croiſic 1717, 1753, 1759, 3 0
1754. . . . . 3 45
Dans la table des marées, 3 30

La Bonne-Ance 1753, 3 15

La Roche-Bernard . . 1753, 1754, 1759, 4 30

Port Blanc . . 1701, 1717, 1754, 1759, 4 15

Embouchure de la Villaine 1754, 3 45

Pennerf . . . . . 1717, . . 1753, 1759, 3 45

Le Morbihan, 1717, 1753, 1759, & la . . . . . table, 3 0
1754, 3 45

Vannes, 1701, 1717, 1753, 1759, la . . . . . table, & Robertſon, 3 45
1754, 1 45

Auray 1717, 1753, 1754, 1759, 3 45

Belle-Île, 1701, 1717, 1753, 1759, Robertſon, ... 3 30

On a mis par erreur, dans quelques livres, 1ᵈ 30′; mais, ſuivant l'aſſemblée des Pilotes que j'ai conſultés, c'eſt 3 36

Île de Groix 1754, 1 45

L'Orient (*Mém. de l'Acad.* 1720) 3 30

La marée va juſqu'à 16 pieds dans les ſyzygies périgées.

Digitized by Google

H. M.

Port-Louis , ou Blavet , 1717 , 1753, ... 1759, Robertſon, 3 0
1754, & la table, 4 0
Concarneau , 1717 , 1753 , 1759, & Ro- ..... bertſon, 3 0
1754, & la table, 3 45
Benaudet ..... 1754, & la table, 3 30
Penmark , Hodierne , 1717, 1753, 1759, 2 15
1754 .... 3 0
Suivant la table des marées, 3 30
Raz de Fontenay , 1717 , 1753, 1759, 2 15
1754, & la table, 4 0
Port & rade de Breſt (*Mém. de l'Acad.* 1714, p. 248) 3 28
Suivant mes calculs, 3 37
Rade de Berthéaume 1753, 3 0
Paſſage de l'Iroiſe 1753, 3 45
Dans l'Iroiſe , 1754 , & ſuivant la table, 4 15
Conquet, 1717, 1753 , 1759, & Robertſon, 2 15
1754, 3 0
Cap du Four, 1701, 17017, 1753, 1759, 2 45
Paſſage du Four, entre la Bretagne & l'Ile d'Oueſſant 1754, 4 0
Entre Oueſſant & Terre-ferme 1753, 3 45
Île d'Oueſſant , en Anglois *Uſhant* , Ro- ..... bertſon, 4 30
En dehors d'Oueſſant , en mer , 1754, 4 30
Porſal 1754, 5 0
Abreverak , côte ſeptentrionale de Bretagne, ... 1753, 3 30
Robertſon, 4 30
Île de Bas , près S. Paul de Léon, 1753, 3 15
1754, & ſuivant la table, 5 15
Robertſon, 3 45
Saint-Paul de Léon , 1701 , 1717 , 1753, ... 1759, Robertſon, 4 0
1754, & ſuivant la table, 5 15
Morlaix , l'embouchure de la riviere, ... 1753, 4 0
1754, & ſuivant la table, 5 15
Les ſept îles, au nord de Treguier, 1753, 5 0
Treguier 1754, 5 30
Îles de Brehat 1753, 5 0
1754, & ſuivant la table, 6 0
Rade de la Frenaye , près Saint-Caſt, entre Saint-Brieuc & Saint-Malo, 1754, 6 0
Saint-Malo , Cancale, 1701 , 1717 , 1753 , 1754 , 1759, Ro- ..... bertſon, 6 0

La mer monte de 18 pieds ſur les côtes méridionales de Bretagne , depuis l'embouchure de la Loire , juſqu'au Raz de Fontenay , dans l'Iroiſe & au paſſage du Four ; de 20 pieds dans les rades de Douarnenez & de Berthéaume ; de 25 pieds à l'île de Bas ; de 30 pieds au ſept îles ; de 45 pieds à Brehat , Saint-Malo & Cancale.

Les marées de Saint-Malo paroiſſent être les plus grandes qu'on ait obſervées dans aucun pays du monde ; on aſſure qu'elles vont juſqu'à 50 pieds.

NORMANDIE.

H. M.

Mont Saint-Michel , Pontorſon , 1754 , ... 1759 , 6 30
Granville , 1701 , 1717 , 1753 , 1759 , 6 45
1754 , 6 30
Barneville , 1701 , 1717 , 1753, 1759 , 7 0
Caskets , dans l' Île de Greneſey ou Guernſey , comme l' appelent les anglois , ... Robertſon , 8 15
Île de Greneſey ..... Robertſon , 1 30
Îles de Greneſey & d' Aurigny . . 1754, 9 30
Île d' Alderney ; lat. 49° 48' , long. 15° 34' . ..... Robertſon , 12 0
Ance de Vauville 1753, 6 30
Dans le Raz de Blanchart , entre le Cap de la Hague & l' île d' Aurigny , 1754, 12 45
Robertſon , 0 0
Anſe de Saint Martin , à l'Orient du Cap de la Hague 1753, 6 45
Cap de la Hague , ou de la Hougue , 1754, 12 30
Cherbourg ..... 1759 , Robertſon , 7 30
1754, & la table, 7 45
Au large de Cherbourg .... 1754 , 10 15
Barfleur , 1701 , 1707 , 1753 , 1759 , Robertſon , 7 30
1754, & ſuivant la table, 10 30
La Hougue , au midi de Barfleur , 1753 , 8 15
1754, & la table, 8 0
Au large de la Hougue , 1754, & la table, 10 30
Iſigny .... 1701, 1717 , 1753, 1759 , 8 0
1754, & ſuivant la table , 10 0
Port en Beſſin , au nord de Baïeux , 1759, 8 0
Etrehan .. 1701 , 1717 , 1753, 1759 , 8 30
1754, & la table , 10 0
Dive .... 1701 , 1717 , 1753 , 1759, 8 30
1754, 9 0
Caen , embouchure de la Seine , le Havre , ... 1753 , 1754 , 1759 ,
Suivant la table & ſuivant Robertſon , 9 0
Le Havre , 9h 26' du matin (*Mém. Acad.* 1710) ; mais ; ſuivant ma maniere de compter , c'eſt 9h 40' du ſoir 9 40
Quilleboeuf , ſur la Seine 1754, 10 30
Rouen , 1701 , 1717 , 1753 , 1754 , 1759, ... Table des marées, 1 15
1754, 2 15
Honfleur .. 1701 , 1717 , & Robertſon, 9 0
1754, & ſuivant la table, 9 15
Toute la côte , depuis la Hougue juſqu'au Cap de Caux 1753, 9 0
Fécamp , Saint-Valéri-en-Caux , 1701 , ... 1717, 1753, 1759, 9 45
1754, & ſuivant la table, 10 0
Dieppe , 1701 , 1717 , 1753 , 1759 , ... Robertſon , 10 30
1754, & ſuivant la table , 10 15
Tréport , à l'orient de Dieppe , en Nor- ..... mandie, 10 30

Digitized by Google

La mer monte de 36 à 40 pieds à Granville, au Mont Saint Michel & aux îles angloiſes ; de 18 pieds depuis la Hougue, juſqu'au chef de Caux.

Ainſi, depuis Breſt juſqu'au Mont Saint-Michel, la hauteur augmente de 8 pouces par lieue.

PICARDIE.

	H. M.
Côtes depuis Tréport en Normandie, juſqu'à Ambleteuſe 1753,	11 0
1754,	10 30
À l'entrée de la Somme, ſuivant la table,	10 30
1701, Robertſon,	11 0
1754,	10 3
Saint-Valéri en Somme, Étaples, l'embouchure de la Canche, ſuivant la table,	10 45
Suivant Robertſon, Saint-Valéri . . .	10 30
Étaples	11 0
Boulogne	11 0
Ambleteuſe, les Marins les plus exercés la jugent à 11h du matin, 1753, 1754, ... 1759,	11 0
Calais . . . . 1754, 1759, & Robertſon,	11 30
Par les calculs de M. de Fourcroy . .	11 48

La mer monte de 15 pieds, depuis le chef de Caux, juſqu'au pas de Calais. À Calais, la hauteur moyene, dans les ſyzygies, eſt de 18 pieds & demi, & à Dunkerque 17 pieds & demi; mais il y a juſqu'à 3 pieds & demi de plus dans des tempêtes extraordinaires.

FLANDRE.

	H. M.
Sur toutes les côtes près de terre . . 1754,	12 0
Hors les bancs en mer, & dans le canal entre l'Angleterre & la Flandre, 1753, ... 1754,	3 0
Gravelines, 1754, & ſuivant la table des . . . . . marées,	11 30
1770,	11 45
Robertſon.	0 0
Dunkerque, le matin (*Mém. de l'Acad.* 1710, page 336)	11 54
Robertſon,	0 0
Suivant M. de Fourcroy,	11 48

Sur les côtes de Flandre, près de terre, ſuivant Bélidor, la mer monte de 18 pieds, de même à Calais & ſur toute la côte, juſques & compris le Texel, & de 15 pieds au large des bancs.

PAYS-BAS.

	H. M.
Oſtende & Nieuport, 1754, 1759, & . . . . . Robertſon,	12 0
Lécluſe (Sluis), 1701, 1717, 1759,	12 30
1754, & ſuivant la table des marées . .	12 0
Côtes & îles de Zéeland, 1717, 1754, ... 1759,	1 0
Côtes de Jutland 1754,	12 0
Fleſſingue, Vliſſingen, ou Flushing, 1659,	12 30
Robertſon,	0 45
Anvers 1754,	6 45
Robertſon,	6 0
Armuyden 1754,	1 45
Véere, ou Ter-Veere en Zélande, 1754,	1 30
Robertſon,	0 45
Veſt-Capel 1754,	12 15
Brouvers-Haven 1754,	3 30
Embouchure de la Meuſe, la Brille & Bergue . . . . 1759, & Robertſon,	1 30
1754,	1 45
Devant la Meuſe, ſuivant la table des . . . . . marées,	1 45
Devant la vieille Meuſe 1754,	3 0
Dordrecht, 1701, 1717, 1759, Robertſon,	3 0
1754, & la table,	4 30
Roterdam . . . . 1759, Robertſon,	3 0
Bélidor, & la table des marées,	3 45
1754,	4 45
Goérée 1754,	2 15
Hors le Texel 1754,	6 0
Paſſage du Texel 1754,	6 45
Rade des Marchands	7 30
Île de Texel . . . . . Robertſon,	7 30
Sur le Vlack de Vieringen, table des . . . . . marées,	9 0
Près Medenblick, ſuivant la table des . . . . . marées,	10 30
1754,	11 30
Enchuyſen 1754,	11 45
Robertſon,	0 0
Horn 1754,	12 15
Amſterdam . . 1754, 1759, Robertſon,	3 0
Haarlem . . . . . Robertſon,	9 0
Urck . . . . . table des marées,	12 0
Sur le Vlack de Friſe 1754,	9 30
Awreck & Delfzyl 1754,	12 0
Dans le paſſage de Vlie 1754,	9 0
Hors le Vlie 1754,	8 15
Île d'Ameland au nord de la Friſe, 53° 30' de laritude, île de Fly, 53° 16', Ro- . . . . . bertſon,	7 30
Embden 1754,	12 15
Robertſon,	0 0

La mer monte de 20 pieds le long de la côte hors le Texel; de 15 pieds en dedans du Texel, & dans la rade des Marchands; de 7 pieds à Amſterdam; de 15 pieds ſur toutes les côtes de Hollande.

ALLEMAGNE.

	H. M.
Hambourg 1754,	6 15
Robertſon,	6 0
Devant le Weſer, & à l'embouchure de l'Elbe	0 0

Digitized by Google

	H.	M.
Bremen ſur le Weſer . . . . 1754, Robertſon,	5	45
Bréeſound, banc, lat. 53° 12' long. 22° 50' . . . . . Robertſon,	4	30
Camfer, banc, lat. 53° 33', long. 23° 5', ... Robertſon,	1	30
Dans le Jade 1754,	12	45
Entrée orientale de l'Embs, près de l'île de Rottum. 1754,	10	45
Entrée occidentale entre l'île de Borcum & l'île de Juyſl. 1754,	9	0
Table des marées,	9	45

DANEMARCK.

Suyderzée ou Suyderſyd 1754,	1	30
Canal de Sylt 1754,	12	15
Dans l'Eider 1754,	12	30
Île d'Anholt dans le détroit du Sund, latit. 56° 40', long. 29° 35', Robertſon,	0	0

La mer monte de 15 pieds en Allemagne & Danemarck juſqu'à la pointe de Scangen. Voyez ci-après la Lapponie & l'Islande.

ANGLETERRE.

Sur la côte d'Angleterre au nord-eſt, près du golfe d'Edimbourg, entrée de la riviere de Tyne 1754,	3	45
Ardbrod 1717, 1754,	3	0
Berwick, ſur la côte orientale, 1701, ... 1717, 1759, Robertſon,	3 2	0 30
Île de Cocket, lat. 55° 20', long. 16° 10', ... Robertſon,	3	0
Tinmouth . . . . . Robertſon,	3	0
Newcaſtle . . . 1754, & Robertſon, Suivant la table,	3 5	15 15
Sunderland . . . . . Robertſon,	3	30
Hartlepool & dans le Tées, 1754; & ſuivant la table, Robertſon,	3 3	15 0
Whitby . . . . . Robertſon,	3	0
Stockton . . . . . Robertſon,	5	15
Scarborough-Head . . . . . 1754, Robertſon,	4 3	15 45
Flamborough . . . . . 1754, Robertſon,	4 4	30 0
Baie de Bridlington . . . . Robertſon,	3	45
Hull . . . . . 1754, & Robertſon,	6	0
Spurn . . . . . Robertſon,	5	15
Entrée de la riviere de Humber, 1754, Robertſon,	5 5	15 13
Lynn dans le Havre de Boſton, Robertſon,	6	0
Wells . . . . . Robertſon,	6	0
Blackney . . . . . 1754, Suivant la table, Robertſon,	6 6 6	45 15 0
Foulneſſ . . . . . Robertſon,	6	45
Cromer . . . . . Robertſon,	7	0
Wintertoneſſ . . . . . Robertſon,	9	0
Devant Yarmouth, à l'orient de la province de Norfolk, hors les bancs, 1754, ... la table, Robertſon,	9	15
Rade d'Yarmouth, à l'orient de la province de Norfolk 1759,	10	30
Havre d'Yarmouth . . . . . 1770, 1754, 1759, & la table,	1 10	0 30
Léoſtaff ou Leyſtaff, ſuivant Robertſon,	9	45
Orford 1754,	10	45
Orfordneſſ, ou Cap d'Orford, Robertſon,	9	45
Aldborough, entre Orford & Harwich, ... Robertſon,	9	45
Harwich . . . . . 1770, & Robertſon,	11	15
Longſand-Héad, à l'entrée de la Tamiſe, ... Robertſon,	10	30
Margate, au midi des entrées de la Tamiſe, vers le nord Foreland. . . . Robertſon,	12	15
Depuis Yarmouth juſqu'à la Tamiſe, le long de la côte 1753,	10	0
Entrée de la Tamiſe, 1701, 1717, 1753, ... 1759, 1754, 1770, & la table,	12 1	0 30
Bane de Swin, à l'entrée de la Tamiſe,	12	0
Voyez, ſur les marées de la Tamiſe, des obſervations dans les Tranſactions Philoſophiques de 1726.		
Nore dans la Tamiſe . . . . . Robertſon,	0	0
Sheerneſſ . . . . . Robertſon,	0	0
Rocheſter . . . . . Robertſon,	0	45
Graveſend dans la Tamiſe . . . Robertſon,	1	30
Londres	3	0
Downs . . . . . Robertſon,	1	15
North-Foreland, Cap le plus avancé au midi . . . . . Robertſon,	9	45
Sandwich . . . . . Robertſon,	11	30
Rade des Dunes, ou aux Dunes, 1754, ... & la table, 1770,	10 10	45 30
Douvres, en Anglois Dover, vis-à-vis de Calais, côte méridionale d'Angleterre, ... 1759, Robertſon, 1753, 1754, & ſuivant la table, 1770,	11 12 11 10	30 0 45 30
Dungeneſſ, ou pointe des Dunes, Robert- . . . . . ſon,	9	45
Winchelſea . . . . . Robertſon,	0	45
La Rye & Haſting, 1701, 1717, 1759, 1754,	11 11	0 30
Rye, ſuivant la table . . . . . Suivant Robertſon,	12 11	30 15
Peveneſay 1717, 1759,	11	0
Cap Beveſter, ou Béachy Héad & Newhaven 1754,	12	0
Béachy-Héad . . . . . Robertſon,	0	0
Brilhelmſton ou Bright-Helimſton & Shoreham . . . . . Robertſon,	10	30
Arundel 1754,	12	45

Digitized by Google

	H.	M.
Sur les bancs de Véenbrug 1754,	10	30
Rade de Sainte-Hélene ou de Portſmouth, & au nord de l'île de Wight ou Wicht, ... 1770,	10	30
Portſmouth, ſuivant Robertſon (qui avoit profeſſé à Portſmouth)	11	15
Île de Wight . . . . . Robertſon,	0	0
1717, 1759,	9	0
Southampton, au nord de l'île de Wight & de la rade de Spithead, ſuivant Robertſon	0	0
Toute la côte, depuis Douvres juſqu'à l'île de Winght 1753,	11	30
Sous le ſignal, à l'eſt de l'île de Wight,	9	15
Yarmouth, dans l'île de Wight, 1759,	10	30
Aux aiguilles de l'île de Wight, 1753,	9	15
1754, & la table,	9	0
Dunnoſe, dans l'île de Wight, Robertſon,	9	45
Needles, dans l'île de Wight, Robertſon,	10	15
Havre de Pool ou de la pole, 1754,	9	15
Weymouth . . . . . Robertſon,	7	0
1717, 1759,	8	0
1754, & la table,	9	0
1770,	6	4
Raz de Portland . . . . . Robertſon,	8	15
1754, & la table,	8	45
Le long de la côte, depuis l'île de Wight juſqu'à Portland 1753,	9	0
Lime 1717, 1759,	8	0
Robertſon,	7	0
Topſham, près d'Exeter . . . . Robertſon,	6	0
Exmouth 1753,	5	15
1754, & la table,	5	30
Torbay . . . . . 1753 & Robertſon,	5	15
1770,	6	0
Côtes près le cap Gouſtard, ou Start-point, ... 1753,	7	0
Darmouth 1701, 1717, 1759,	6	0
1753,	5	45
1754, & la table,	5	15
Robertſon,	6	30
Start-point ou Cap Gouſtard, Robertſon,	6	45
Édyſtone . . . . . Robertſon,	5	30
Plymouth, 1701, 1717, 1759, Robertſon,	6	0
1753,	5	45
1754, 1770, & la table,	5	15
Fowey (on écrit auſſi Fawie, Faye & Fauvie) 1717, 1759,	5	30
1754, la table & Robertſon,	5	15
Falmouth, au nord du cap Lézard, Robertſon,	5	30
1754, & la table,	6	0
Helford 1753,	7	0
Cap Lizard ou Lézard . . . . . Robertſon,	7	30
Mount's-Bay ou Baie de Saint Michel, Robertſon,	5	30
1754,	4	45
Entrée de la Manche d'Angleterre, 1753,	3	0
Land's-end, cap vis-à-vis de Sorlingues, au ſud-oueſt de l'Angleterre, Robertſon,	7	30

	H.	M.
Île de Scilly, ou les Sorlingues, 1754, ... & la table,	4	30
1770, & Robertſon,	3	45
Les ſept îles, Seven-Stones, Robertſon,	4	30
Baie de Saint-Yves, au nord du cap Cornwal 1753,	4	30
Toute la côte, depuis le cap Cornwal & l'extrémité de l'Angleterre, juſqu'à la pointe de Hartland 1753,	4	30
Padeſtow . . . . . 1753, 1754, & la table,	4	30
	4	45

Les lieux où la mer eſt haute à la même heure en Angleterre & en France, ſont, en général, nord & ſud.

Canal ou Manche de Briſtol, ou de Saint-Georges, à l'occident de l'Angleterre.

	H.	M.
Île Lundy ou Lundey, entrée du canal de Briſtol . . . . . Robertſon,	5	15
Beddiſort 1754,	6	30
Suivant la table,	5	30
Hilfercambe ou Ilfracomb 1753,	5	30
Rade de Briſtol 1753,	6	15
1754, & la table,	6	45
Briſtol . . . . . Robertſon,	6	45
Embouchure du Sévern, au deſſous de Glocester . . . . . Robertſon,	6	0
Rade de Cardif, au nord du canal....1753,	6	15
Cardif, dans le pays de Glamorgan....1753,	6	0
Caermarthen ou Carmarten, dans la riviere de Toury . . . . . 1754, & la table,	5	45
Île Caldy, au midi de Pembroke, Robertſon,	5	45
Milfort, ſur la côte occidentale d'Angleterre . . . . . Robertſon,	5	15
Baie, entre l'île Scarline & la pointe Saint-David 1753,	5	45
Saint-David, extrémité occidentale de l'Angleterre . . . . . Robertſon,	6	0
Holy-Héad, cap de l'île d'Angleſey, au nord-oueſt d'Angleterre, . . . Robertſon,	1	30
Caernarvan . . . . . 1754, & la table,	7	0
Leverpool ou Liverpool, à l'embouchure du Merſey, dans la mer d'Irlande, Robertſon,	11	15

La mer monte de 20 pieds aux Sorlingues, à l'oueſt de l'Angleterre juſqu'au cap Lézard; de 24 pieds le long de la côte, depuis le cap Lézard juſqu'au cap Gouſtard, & depuis Portland juſqu'à l'île de Wight; de 16 pieds ſeulement le long de la côte vers les Dunes; de 12 pieds dans la rade des Dunes, & depuis l'île Tanet juſque devant la Tamiſe; de 15 pieds depuis l'entrée de la Tamiſe, juſque devant Yarmouth & la pointe de Winterton; de 18 pieds au nord d'Yarmouth, depuis la pointe de Winterton juſqu'à celle de Trimyng-Kampton, & aux entrées des rivieres de Tay,

Digitized by Google

Tay, près de Perth, & de Tyne près de Newcastle.

Écosse & Iles voisines.

	H.	M.
Îles Shetland, lat. 59° 54', long. 16° 4', ... Robertſon	3	0
Table des marées,	1	30
Îles Orcades, Orkney, lat. 58° 44', & 59° 24', long. 14° ½ ..... Robertſon,	3	0
Sur les marées des îles qui ſont à l'oueſt de l'Écoſſe, (Voyez Moray, Tranſ. Philoſ. 1665 & 1673, Collection Académique, tom. VI, pag. 1).		
Île Lewes, pointe Nord, latitude 58° 35', longitude 10° 58'..... Robertſon,	6	30
Île Sky, lat. 57° 15', long. 11° 29', Ro- ..... bertſon,	5	30
À l'oueſt de l'Écoſſe, 1717, 1754, 1759.	3	0
Île Féro ..... table des marées,	12	0
1754,	12	30
Carhneſſ-Point ou Dinnet-Héad, lat. 58° 46', long. 14° 18'..... Robertſon,	9	0
Aberdéene, Birden ou Berdone, 1754,	3	15
Table des marées,	3	0
..... Robertſon,	0	15
Lundée, dans le golfe du Tay, & Saint-Andrew ..... Robertſon,	2	15
Boecheneſſ ou Boecheneff, ou Buchaneſſ, ... Robertſon,	3	0
1754,	3	45
Entrée de la riviere d'Édimbourg, 1754,	3	30
Table des marées,	3	45
Edimbourg ou Édinburgh, 1754, & Ro- ..... bertſon,	4	30
Leith, près d'Édimbourg ... Robertſon,	4	30
Dunbar, au dehors de la riviere, Robert- ..... ſon,	4	30

Les marées ſont de 18 pieds le long des côtes d'Écoſſe & aux îles Orcades.

Irlande & îles adjacentes.

	H.	M.
Dublin, à la partie orientale de l'Écoſſe, ... Robertſon,	9	15
Molineux (Philoſ. Tranſ. 1686, n°. 184)...	11	0
Carlingfort ..... 1754, & la table,	10	45
Strangfort ..... 1754, & Robertſon,	10	30
Knocfergus ou Carickfergus 1754,	10	15
Île Raghlin 1754,	7	15
Côtes du nord de l'Irlande 1753,	6	30
Lac Foyle 1754,	6	45
Île Tory, lat. 59° 9', long. 9° 5', Ro- ..... bertſon,	5	30
Belfaſt ..... Roberiſon,	10	0
Lac Willy 1754,	6	30
Scheeps-Haven, Havre des Brebis, 1754,	6	0
Île d'Arran, latit. 54°, 48', long. 8° 36', ... Robertſon,	11	0
Dunghall ou Dunnagall, à la côte occidentale 1754,	4	30

	H.	M.
Moyeknifal, Gallway, Endrigo .. 1754,	4	15
Havres, rivieres, & toute la côte à l'oueſt de l'Irlande	4	0
Havre de Smirwich ou Smerich .. 1754,	3	15
Îles Blaſques 1753,	3	0
Portnifadoy	5	0
Baie de Béterbuy & de Dingle ... 1754,	4	30
Dingle 1753, 1759,	3	30
Dans la baie de Dingle, ſuivant la table,	4	30
Baie de Kilmare 1754,	4	45
Shillocks ..... Robertſon,	5	0
Baie de Bantry ou de Beer, au midi de l'Irlande	4	30
Crook, près du cap Clare ou Cléare, ... 1754,	4	30
Cap Cléare & côtes méridionales d'Irlande, ... 1754, Robertſon,	4	30
Baltimore, latit. 51° 16', longit. 8° 9', 1717, 1753, 1759,	5	15
Caſtelhaven ou Caſtehavre 1753,	5	15
Roſſ 1717, 1753, 1759,	5	15
Kingſale ..... Robertſon,	5	15
1754, & la table,	4	30
Corke ..... 1717, 1759, Robertſon,	6	30
1753,	5	15
1754, & la table,	4	45
Lochul ou Iochul 1754,	4	45
Dungarvan ou Dougarvan .. 1717, 1759,	6	0
Roberiſon,	4	30
Youghhall ..... Roberiſon,	4	30
Waterford ..... Robertſon,	6	30
Balatec 1754,	5	30
Le long de la côte juſqu'au cap Carnaroort, ... 1753,	6	30
Cap Carnaroort ou Carnaror, à l'entrée méridionale du canal de Saint George, au ſud-eſt de l'Irlande, 1717, 1754, ... 1759,	6	15
Côtes orientales d'Irlande, depuis Grenord juſqu'à l'île d'Alque 1754,	10	30
Wicklow, au midi de Dublin ... 1759,	7	30
Île Lambay ..... Robertſon,	8	15
Île de Man, entre l'Irlande, l'Écoſſe & l'Angleterre ..... 1754, Robertſon,	9	0

La mer monte de 18 à 20 pieds ſur les côtes d'Irlande; de 18 pieds le long de la côte orientale de l'Irlande, depuis le Cap Carnaroort juſqu'à l'île de Raghlins, comme ſur les côtes occidentales d'Écoſſe & d'Angleterre, depuis le cap Cantir juſqu'à l'île d'Angleſey, entre 55 ½ & 53 ¾ degrés de latitude.

Sur les côtes des Royaumes du Nord.

	H.	M.
Naze en Norwege, lat. 57° 50', long. 25° 7', ... Robertſon,	11	15
Islande, Patrix Fiord, baie Patrice, lat. 65° 36', long. 353° 45', 5h 30, ou ..	6	0

Digitized by Google

H. M.

La hauteur de la marée va de 9 à 12 pieds, suivant les obſervations faites au mois de juillet 1772, par M. de Verdun.

Dans le Journal des Savans du 6 Mai 1675, on dit que les marées d'Autone vont juſqu'à 20 pieds, & que le reſte de l'année, elles ne paſſent guere 16 pieds.

Île Kilduin en Lapponie, lat. 69° 30' long. 48° 55' . . . . . Robertſon, 7 30

Cap Nord, latit. 71° 10', long. 43° 30' . . . . . Robertſon, 3 0

Suivant Bayley, 3 44

La mer monte juſqu'à 7½ pieds, & les marées ſont régulieres (*Philoſ. Tranſ.* 1769, pag. 270.)

Archangel . . . . . Robertſon, 6 0

AFRIQUE & *Iles voiſines.*

H. M.

Barbarie, le long des côtes, depuis le détroit de Gibraltar juſqu'au cap de Geer, 10 pieds.

Açores, dans l'Île de Tercere, rade d'Angra, latit. 38° 39', long. 350° 27', ſuivant M. de Fleurieu, pag. 553 . . . . . 11 45

La mer y monte de 5 à 6 pieds, ſelon le vent; mais l'élévation ne paſſe jamais 8 pieds.

A Fayal, latit. 38° 32', long. 349° 0', M. Wales, le 17 juillet 1775, trouva la haute mer à 2ʰ 49'; la lune paſſoit au méridien à 4ʰ 20'; de là je conclus l'heure de la haute mer le jour de la nouvele lune 11 7

Différence de hauteur 3 pieds 11 pouces d'Angleterre, ou 3 pieds 8 pouces de France, M. Wales, pag. 140.

Cap Cantin, Barbarie, latit. 32° 49' N. long. 8° 26' . . . . . Robertſon, 0 0

Funchal, dans l'île de Madere, 32° 38' N. long. 0° 44' . . . . . ſuivant Robertſon, 12 0

Suivant M. de Verdun, 21 décembre 1771. 1 0

La mer y monte de 10 à 12 pieds, ſuivant un Mémoire de M. de Chezac, au depôt de la Marine; M. de Bory étoit de cette expédition en 1754. Suivant ce Mémoire, l'établiſſement du port eſt de 11 30

Le Capitaine Cook dit que les marées y ſont de 7 pieds (Tom. II, pag. 227.)

Îles Canaries, dans la baie de Sainte Croix de Ténériffe, latit. 28° 27', longit. 1° 45' . . . . . Robertſon, 3 0

Suivant le raport des Habitans 0 0

Suivant M. de Fleurieu, c'eſt à 3ʰ, & la mer monte de 12 pieds, tom. I, pag. 288.

Voyage de la Flore, par M. de Verdun, tom. I, pag. 113 . . . . . 3 0

Aux îles Canaries, la mer monte de 7 à 8 pieds, ſuivant M. de Verdun.

H. M.

Cap Bojador, lat. 26° 12' N. long. 4° 8', ... Robertſon, 0 0

Cap Blanc, lat. 20° 45' N. long. 0° 12', ... Robertſon, 9 45

Îles du cap Vert, dans la rade de la Praia, au ſud de l'île de Saint Yago, où réſide le Gouverneur Portugais, lat. 14° 53', long. 354° 7' 6 0

La hauteur fut d'environ 3 pieds, ſuivant M. de Verdun, le 2 février 1772, tom. I, pag. 171.

Île de Gorée, lat. 14° 40'; il y a 5 à 6 pieds de marée, ſuivant M. de Fleurieu, pag. 237; 5 pieds ſuivant MM. des Gaies, de Glos, &c. & l'*établiſſement* du Port eſt à 7 30

Suivant M. Adanſon, la hauteur de la marée eſt de 2 à 3 pieds; & l'établiſſement du Port 7 48

Sénégal . . . . . ſuivant Robertſon, 10 30

Guinée, le long des côtes, la mer monte aſſez généralement de 3 pieds, & de 5 à 6 aux embouchures des rivieres & entre les îles. Voyez *Tranſ. Philoſ.* de 1684, no. 158.

Sierra Loona, latit. 8° 30' N. long. 5° 28', ... Robertſon, 8 15

Cap Corſe, Guinée, latit. 5° 12' N. 17, 12' . . . . . Robertſon, 3 30

La mer monte de 6 à 6 pieds pour le moins, *Tranſ. Philoſ.* 1684.

Golfe de Bandi, ſur la côte de Guinée . . 4 0

Île de Sainte Hélene, 16° ſud, ſuivant les obſervations de M. Maskelyne, *Tranſ. Philoſ.* 1762, 2 15

La plus grande marée 39 pouces anglois, la plus petite 20 pouces; il faut en ôter un ſeizieme pour l'avoir en pouces françois.

Île de Loanda, entre l'île & la côte d'Angola, la mer monte de 4 à 5 pieds, & de 8 à l'embouchure de la riviere de Quanza.

Dans l'île de la Géorgie auſtrale, découverte, en 1775, par le Capitaine Cook, entre 54 & 55° de latit. ſud, à 340° de long. hauteur 4 à 5 pieds 11 0

Cap de Bonne-Eſpérance, latit. 33° 55' ſud, long. 36° 4'.

Suivant M. de la Caille (*Mém. de l'Acad.* 1751, pag. 456.) 2 30

La marée n'excede jamais 3 pieds, à moins qu'il n'y ait des tempêtes cauſées par les vents de N. O.; alors les rues même de la ville ſont inondées. M. Bayley trouva la haute mer à 2ʰ 26' le 10 avril 1774, jour de la nouvele lune; & la marée fut de 5 pieds anglois (Wales, pag. 80.)

Falſebay, 34° 12 de latit. méridionale, ſuivant l'obſervation de M. Dagelet, dans ſon voyage aux Terres auſtrales 2 0

Digitized by Google

H. M.

Le 21, 22 & 23 juin 1773, la mer y montoit de 4 pieds 9 pouces à 5 pieds.

Île de Madagascar à Foulpointe, 17° 40′ de latit. 67 ½ de long. 1 20

La marée eſt de 3 pieds, ſuivant M. le Gentil.

Île de France, latit. 20° 10′, long. 75° 8′, ſuivant M. le Gentil 0 30

La mer monte d'environ 3 pieds ; mais, dans des coups de vent qui viennent du large, la mer s'éleve quelquefois de 5 pieds.

Île Rodrigue, latit. 19° 41, long. 80° 51′, ... ſuivant M. Pingré, 0 40

Hauteur de la marée, environ 6 pieds.

Amérique septentrionale.

Île de Charles, latit. 62° 47′, long. 302° 43′ . . . . . Robertſon, 10 15

Cap Walſingham, latit. 62° 39′, long. 299° 47′ 12 0

Îles Salvages, détroit d'Hudſon, latit. 62° 32′, long. 306° 47′ . . . . . Robertſon, 11 10

Île Cove, détroit d'Hudſon, latit. 62° 20′, long. 308° 35′ . . . . . Robertſon, 10 0

Terre-neuve, latit. 62° 4′ N. long. 310° 33′ . . . . . Robertſon, 9 50

Île de Button, dans le détroit d'Hudſon, latit. 60° 35′, long. 312° 15′, Ro- . . . . . bertſon, 6 50

Riviere & cap Churchill, dans la baie d'Hudſon, latit. 59°, long. 284, Ro- . . . . . bertſon, 7 20

Fort Nelſon, latit. 57° 35′, long. 285° 5′, ... Robertſon, 8 20

York-Fort, latit. 57° 14′, long. 284° 38′. 9 10

Cap-Marie-Henriette, vers la baie d'Hudſon, latit. 55° 10′, long. 293° 25′ . . . . . Robertſon, 12 0

Baie d'Hudſon, lat 54° ½, long. 294° 35′, ... Robertſon, 12 0

La mer monte juſqu'à 16 pieds dans la baie d'Hudſon.

Baie de Gaſpey dans l'Acadie, latit. 49° 51′, long. 313° 51′ . . . . . Roberrſon, 1 30

Île du Bic, latit. 480 30′, long. 310° 47′, ... Robertſon, 2 0

Île de Hare, dans la riviere Saint-Laurent, latit. 48o 0′, long. 314° 11′ . . . Robertſon, 3 30

Fort Saint-Jean, 47° 39′, long. 327 30′, ... Robertſon, 6 0

Placentia, 47° 36′, long. 325° 49′, Ro- . . . . . bertſon, 9 0

Québec, latit. 46° 55, long. 307° 47′, Ro- . . . . . bertſon, 7 30

Cheigneeto, dans la baie Fundi, nouvele Écoſſe, latit. 46° 15′ N. long. 314° 24′ . . . . . Robertſon, 0 45

Louisbourg, 45° 55′ de latit. & 317° 44′ de long 7 15

La mer monte de 5 pieds 8 pouces. M. de Chabert, voyage dans l'Amér. ſept.

Entre l'Île Royale & l'Acadie, au détroit de Fronſac, 45° 30′ de latit. 316° 30′ de long. 8 30

La mer y monte de 5 pieds ½, ſuivant M. de Chabert.

Au paſſage de Bacareau, ſur la côte d'Acadie 8 15

La mer au ſolſtice monte à près de 9 pieds, ſuivant M. de Chabert.

Au fond de la baie Françoiſe, l'eau monte, à ce qu'on aſſure, de 60 à 70 pieds (M. de Chabert, pag. 137).

Dans le Port des Trépaſſés, 46° 43′ de latit. 324° 15′ de long. (M. de Chabert, pag. 163) 6 30

Saint-Pierre de Miquelon, ſuivant les obſervations de M. de Verdun 9 0

Les marées ſont de 7 à 8 pieds.

Halifax, dans la nouvele Écoſſe, latit. 44° 36′ N. long. 314° 11′ . . . . Robertſon, 7 30

Fort de Pentagouet, environ 12 jieues dans la riviere de même nom, 44o 22′ latit. 0 0

Marée de 10 pieds, ſuivant Richer.

Peſcatouć, Port de la nouvele Angleterre, 43° 7′ de latit. ſuivant Richer, en 1670. . . . 11 15

Nouvele Londres, New London, latit. 41° 50′, long. 305° 21′ . . . . . Robertſon, 1 30

Île Longue, latit. 41° 0′, long. 304 ½, Ro- . . . . . bertſon, 3 0

New-York, latit. 41° 5′, long. 302° 44′, ... Robertſon, 3 0

Cap Henri, dans la Virginie, latit. 36° 57′, long. 301o 12′ . . . . . Robertſon, 11 15

Charles-Town, ſur la riviere d'Ashley, dans la Caroline, latit. 33° 22′, long. 297° 45′ . . . . . Robertſon, 3 0

Floride, Saint-Auguſtin, latit. 30° 10′, long. 295°. . . . . Robertſon, 4 30

Cap Floride, latit. 25° 50′ long. 297° 15′ . . . . . Robertſon, 7 30

Îles de l'Amérique et Golfe du Mexique.

Dans les Antilles, les marées ne ſont, en général, que de 3 pieds, comme dans les mers libres.

Îles Bermudes, latit. 32o 25′, long. 311° 3′, ... Robertſon, 7 0

Marées de 4 à 5 pieds. Voyez *Tranſ. Philoſ.* 1667 & 1668.

À la Guadeloupe, lat. 16o 2 0

Les marées des ſyzygies, ſont pour l'ordinaire, de 9 pouces, ſuivant les obſervations de M. de Foulquier, Intendant de la Guadeloupe, & de M. Tondu, faites en 1783.

Les coups de vent produiſent quelquefois

Digitized by Google

H. M.

3 pieds de différence ; d'autres fois il n'y a qu'une marée en 24 heures ; enfin la marée eſt ſouvent à 3 heures, ou à $1^h\frac{1}{2}$, ſuivant qu'il y a deux marées, ou qu'il n'y en a qu'une ſeule.

La Martinique, latit. 14° 36', ſuivant les obſervations de M. de Verdun, le 18 mars 1772. . . . . 7 30

Il n'y eut ce jour-là que 9 pouces de marée au Fort Royal ; elle va juſqu'à 16 pouces dans les équinoxes, quelquefois même juſqu'à 3 pieds.

Île Saint-Domingue, au cap François, latit. 19° 46', long. 305° 22', la mer monte de 3 pieds ou $3\frac{1}{2}$, ſuivant M. de Fleurieu.

Au Mole Saint-Nicolas, latit. 19° 49', long. 304° 10', la mer monte de 3 pieds le jour de la pleine lune, ſuivant M. d'Amblimont, 19 mai 1767.

Île de la Tortue, près Saint-Domingue, dans le baſſin 6 0

La mer monte de 5 pieds, ſuivant M. d'Amblimont, 5 mai 1767.

A l'embouchure du Miſſiſſipi, latit. 29°, long. 288°, les grandes marées de mars ſont de 18 pouces.

Carthagene, latit. 10° 27' N. long. 302° 14' 2 0

Eaux vives 10 pieds ; eaux mortes $5\frac{1}{2}$ pieds.

Portobelo, latit. 9°. 33' ſud, long. 297° 50' 8 0

Eaux mortes une vare & demie, ou 50 pouces ; eaux vives 3 vares ou 8 pieds 4 pouces.

Ces Villes étant ſituées dans le fond du golfe du Mexique, les eaux y ſont arrêtées par les îles & les preſqu'îles, & doivent s'y élever un peu plus que dans les îles.

Amérique Méridionale.

Cayenne, ſuivant Richer (Obſervations Aſtronom. 1679, pag. 67) 3 45

La mer monte de 6 pieds dans les ſyzygies, ſuivant des obſervations faites pendant une année entiere.

Riviere des Amazones . . . . . Robertſon, 6 0

Et à 200 lieues dans la riviere, il y a encore quelques pouces de marée, ſuivant M. de la Condamine.

Sainte-Hélene, Camarones, baie de Saint-Grégoire, 45° latit. ſud, 309° de long. 4 0

Marées de 24 pieds, ſuivant M. Tofino, Chef d'Eſcadre des Armées Navales d'Eſpagne.

Port Déſiré, 48 degrés de latit. 314° de long 4 15

H. M.

Marées de 25 pieds.

Saint-Julien, 48° 51', ou 49° 24' ſud, long. 312° 25' 5 0

Marées de 37 pieds.

Suivant d'autres Mémoires, $6\frac{1}{2}$ braſſes, ou 39 pieds Anglois, & dans les quadratures 30 à 32, & la même choſe au Port Déſiré.

M. Pingré dit que l'élévation des eaux y eſt de 20 à 25 pieds.

Îles Malouines $51\frac{2}{3}$ degrés de latit. ſud, 42° de long. dans le Port de la Solidad... 5 0

Marée de 7 pieds.

Ces cinq articles ont été fournis à M. Tofino par un habile Pilote Eſpagnol.

Détroit de Magellan, à l'entrée orientale 11 0

Marée de 22 pieds.

Terre de Feu, détroit de Noël, 55° ſud, 307° 38' de long 2 30

Marées de 3 pieds.

Chiloe, latit. 44°, long. 324° 0 30

L'eau monte juſqu'à 32 pieds, & avec une force étonante.

Callao, Port de Lima 6 30

Marées de 2 pieds.

Guayaquil, marée de 10 pieds 6 0

Panama, marée de 6 à 7 pieds 5 0

Îles de la Mer du Sud.

Ohitaoo, l'une des Marquiſes, latit. 10° ſud, long. $238°\frac{1}{2}$ 3 0

Marée de 4 pieds.

Île de Taïti, latit. $17°\frac{1}{2}$ ſud, long. $228°\frac{1}{2}$ . . . 0 15

Suivant le Capitaine Cook, la hauteur eſt d'environ 15 pouces.

Île d'Ulietea, latit. 16° 45' ſud, long. 226° 3', 11h 36' du matin.

Marée de 7 pouces.

Nouvele Zélande, ou Terre des États ; baie de Tologa, $380°\frac{1}{2}$ de latit. ſud, 197° de long. 6 0

La marée eſt de 5 à 6 pieds, ſuivant le voyage de Cook, de Banks & Solander, tom. III, pag. 95.

Tanna, Port de la Réſolution, latit. 19° 32' ſud, long. 187° 25', marée de 3 pieds 5 45

Nouvele Hollande, latit. 15° ſud, 164° de longitude 9 15

Marée de 8 pieds.

Entre la nouvele Hollande & la nouvele Guinée, la marée n'arive qu'à une ou deux heures, & monte de 12 pieds.

Asie.

Île de Socotora, vis-à-vis le cap Guardafui,

Digitized by Google

	H.	M.
près de l'entrée de la mer Rouge, suivant M. Pingré	6	0
Mer Rouge. Au dessus de Suaquem, dit M. Pingré, la mer monte de 10 pieds; dans la baie de Suaquem 4 pieds; sur les côtes 6 pieds. On a dit qu'à 7 lieues au nord de Suaquem, la mer montoit jusqu'à 22 coudées, & bien plus haut encore vers Suez; mais, suivant la description de l'Arabie par Niebuhr, Amst. 1774, il n'y pas plus de 4 $\frac{1}{2}$ pieds.		
Près de la Mecque	6	20
Marée d'un pied.		
Aden en Arabie, la hauteur des eaux est de 6 à 7 pieds.		
Surate	4	0
La mer monte de 14 pieds.		
Pondichéri, la bâre est si forte, qu'on ne distingue pas toujours la marée; mais, quand la mer est tranquille, on juge qu'elle monte de 8 pieds au moins. Voyage aux Indes par M. le Gentil, tome I, pag. 700.		
Aux Moluques, & sur la côte occidentale de l'île Formose, la mer ne monte que de 3 ou 4 pieds.		
Tamarin, île de Sokotra, latit. 12° 30' nord, long. 70° 49', Pingré, Robertson.	9	0
La mer y monte jusqu'à 12 pieds.		

La table qu'on vient de voir, est le résultat de toutes les observations que j'ai pu rassembler; je ne puis la terminer qu'en invitant les navigateurs à l'étendre de plus en plus, & à la compléter par de nouvelles observations; on trouvera de plus grands détails dans mon *Traité du flux & du reflux de la mer*.

J'ai donné dans le même ouvrage une collection considérable d'observations faites sur les marées, comparées avec la théorie; les observations de Brest sont les plus nombreuses & les plus complètes; j'en donnerai ici le tableau dans une échelle sur laquelle on voit toutes les hauteurs supérieures & inférieures des grandes & petites marées, & des marées extraordinaires, *Fig.* 170 *des Planches d'astronomie*. Les extrêmes sont d'élévation extraordinaire du 26 février 1713, de 21 pieds au dessus du point fixe ou du zéro de l'échele placée dans le bassin de Brest entre l'Intendance & le Contrôle, du côté du nord, & le plus grand abaissement qu'on ait vu, de 3 pieds 6 pouces au dessous du même point. La haute mer moyene de syzygies y est à dix-sept pieds dix pouces. La basse mer moyene dans les quadratures, 5 pieds 8 pouces, & dans les syzygies, 5 pouces au dessous de zéro. Pour les grandes marées, quand la lune est périgée, 19 pieds 5 pouces d'élévation, & 1 pied 4 pouces d'abaissement, ce qui fait pour les marées totales 20 pieds 9 pouces, ou 2 pouces de plus, si le soleil est périgée; je mets de côté l'effet des vents, que j'ai évalué dans mon *Traité du flux & du reflux de la mer* (art. 105). Les marées totales moyenes sont donc de 18 pieds 3 pouces, pour les syzygies, 8 pieds 5 pouces pour les quadratures. L'effet du soleil 4, 11, & celui de la lune 13, 4; ainsi, la force de la lune est 2, 7, celle du soleil étant 1; ce qui donne $\frac{1}{3}$ pour la masse de la lune, par raport à celle de la terre. Le niveau de la mer est à 5 pieds 8 pouces de cette échele; ainsi, dans les marées moyenes des quadratures, la mer reste toute la journée au dessus de son niveau naturel, ou du moins ne s'abaisse que de 4 pouces, tandis qu'elle le surmonte de 5 pieds 7 pouces.

Les hauteurs extraordinaires sont l'effet des vents, dont on trouvera l'évaluation dans mon *Traité*, *page* 104. D'après les observations même, je fais voir que la masse des eaux est transportée par le vent, d'un pied & demi au dessus ou au dessous de son état moyen, & que l'action des luminaires produit les marées régulieres sur ce volume d'eau ainsi déplacé; en sorte que les hauteurs absolues changent & que les différences restent les mêmes. (*D. L.*)

FLUXIO - DIFFÉRENTIEL, adj. (*Géomètr. transcend.*) M. Fontaine appele ainsi, dans les *Mémoires de l'acad. de* 1734, une méthode par laquelle on considere dans certains cas, sous deux aspects très-distingués, la différentiele d'une quantité variable. Imaginons, par exemple, un corps qui descend le long d'un arc de courbe; on peut considérer à l'ordinaire la différentiele de cet arc comme représentée par une des parties infiniment petites dont il est composé, ou dont on l'imagine composé; en sorte que l'arc total sera l'intégrale de cette différentiele: mais on peut considérer de plus la différence d'un arc total descendu à un arc total descendu qui differe infiniment peu de celui-là; & c'est une autre maniere d'envisager la différence: dans le premier cas, l'arc total est regardé comme une quantité constante dont les parties seulement sont considérées comme variables, & comme croissant ou décroissant d'une quantité différentiele: dans le second cas, l'arc total est lui-même regardé comme variable par raport à un arc total qui en differe infiniment peu. On peut, pour distinguer, appeler *fluxion*, la différence dans le second cas, & retenir le nom de *différence* dans le premier: ou bien on peut se servir, dans le premier cas, du mot *fluxion*, & de *différence* dans le second. *Voyez l'article* TAUTOCHRONE, & les *Mémoires de l'Académie de* 1734, où M. Fontaine a donné un savant essai de cette méthode, qu'il nomme *fluxio-différentiele*, par les raisons qu'on vient d'expofer. (*O*).

FLUXION, s. f. (*Géomètr. transcend.*) Newton appele ainsi dans la Géométrie de l'infini, ce que Leibnitz appele *différence*. *Voyez* DIFFÉRENCE & DIFFÉRENTIEL.

Newton s'est servi de ce mot de *fluxion*, parce

qu'il conſidere les quantités mathématiques comme engendrées par le mouvement : il cherche le raport des viteſſes variables avec leſquelles ces quantités ſont décrites ; & ce ſont ces viteſſes qu'il appele *fluxion des quantités* : par exemple, on peut ſuppoſer une parabole engendrée par le mouvement d'une ligne qui ſe meut uniformément, parallélement à elle-même, le long de l'abſciſſe, tandis qu'un point parcourt cette ligne avec une viteſſe variable, telle que la partie parcourue eſt toujours une moyene proportionele entre une ligne donnée quelconque & la partie correſpondante de l'abſciſſe, *voyez* ABSCISSE. Le raport qu'il y a entre la viteſſe de ce point à chaque inſtant, & la viteſſe uniforme de la ligne entiere, eſt celui de la *fluxion* de l'ordonée à la *fluxion* de l'abſciſſe ; c'eſt-à-dire, de y à x : car Newton déſigne la *fluxion* d'une quantité par un point mis au deſſus.

Les géometres anglois, du moins pour la plupart, ont adopté cette idée de Newton, & ſa caractériſtique : cependant la caractériſtique de Léibnitz qui conſiſte à mettre un d au devant, paroît plus commode, & moins ſujete à erreur. Un d ſe voit mieux & s'oublie moins dans l'impreſſion qu'un ſimple point. À l'égard de la méthode de conſidérer comme des *fluxions* ce que Léibnitz appele *différences*, il eſt certain qu'elle eſt plus ſujete & plus rigoureuſe. Mais il eſt, ce me ſemble, encore plus ſimple & plus exact de conſidérer les différences, ou plutôt le raport des différences, comme la limite du raport des diſférences finies, ainſi qu'il a été expliqué au *mot* DIFFÉRENTIEL. Introduire ici le mouvement, c'eſt y introduire une idée étrangere, & qui n'eſt point néceſſaire à la démonſtration : d'ailleurs on n'a pas d'idée bien nette de ce que c'eſt que la viteſſe d'un corps à chaque inſtant, lorſque cette viteſſe eſt variable. La viteſſe n'eſt rien de réel, *voyez* VITESSE ; c'eſt le raport de l'eſpace au temps, lorſque la viteſſe eſt uniforme : ſur quoi *voyez l'art.* ÉQUATION, *à la fin*. Mais lorſque le mouvement eſt variable, ce n'eſt plus le raport de l'eſpace au temps, c'eſt le raport de la différentiele de l'eſpace à celle du temps ; raport dont on ne peut donner d'idée nette, que par celle des *limites*. Ainſi, il faut néceſſairement en revenir à cette derniere idée, pour donner une idée nette des *fluxions*. Au reſte, le calcul des *fluxions* eſt abſolument le même que le calcul différentiel ; *voyez donc le mot* DIFFÉRENTIEL, où les opérations & la métaphyſique de ce calcul ſont expliquées de la maniere la plus ſimple & la plus claire. (*O*).

FOIS, (*Arith.*). Terme, qui étant précédé d'un nombre, ſert à déſigner la réitération ou la répétition d'une quantité : ainſi, on dit prendre *quatre fois* un nombre ; le nombre 30 contient *ſix fois* le nombre 5.

FOLIUM de Deſcartes, ou ſimplement *FOLIUM*, ſ. m. (*Géométrie*) ; nom latin, & qui ſignifie *feuille*. On appele ainſi une courbe du ſecond genre ou ligne du troiſieme ordre $KAODR$, repréſentée, *Analyſ. Fig.* 45, & dont la partie AOD reſſemble à peu près à une feuille ; ce qui lui a fait donner le nom de *folium*.

Soient les coordonées AB, x, BC ou BD, y ; l'équation de cette courbe eſt $x^3+y^3=axy$; les axes AB, AF, touchant la courbe en A. Pour donner à cette équation une forme plus commode, qui faſſe découvrir aiſément la figure de la courbe, je diviſe en deux également l'angle FAB par la ligne AO, & j'imagine les nouveles coordonées reſtangles AP, z, & PC, u, j'aurai, comme il eſt très-aiſé de le prouver, $x=\frac{z+u}{\sqrt{2}}$ & $y=\frac{z-u}{\sqrt{2}}$ (*V.* TRANSFORMATION DES AXES) ; &, faiſant la ſubſtitution, il vient $u^2=\left(azz-\frac{2z^3}{\sqrt{2}}\right):\left(a+\frac{6z}{\sqrt{2}}\right)$ pour l'équation de la courbe raportée aux axes AO, GAM perpendiculaires l'un à l'autre. D'où l'on voit, 1°. que ſi z eſt infiniment petite, on a $u=\pm z$, & qu'ainſi la courbe coupe de part & d'autre l'axe AO ſous un angle de 45d ; 2°. que u a toujours deux valeurs égales, & qu'ainſi les deux parties de la courbe ſont égales, & ſemblables des deux côtés de l'axe AO ; 3°. que, ſi $a=\frac{2z}{\sqrt{2}}$, on a $u=0$; & que, ſi $a<\frac{2z}{\sqrt{2}}$, on a u imaginaire ; qu'ainſi, faiſant $2AO=a\sqrt{2}$, la courbe ne va pas au delà du point O, du côté des z poſitives : 4°. que, ſi $z=-\frac{a\sqrt{2}}{6}$, u eſt infinie ; & que, ſi z eſt $<-\frac{a\sqrt{2}}{6}$, u eſt imaginaire.

Donc, prenant $AN=\frac{a\sqrt{2}}{6}=\frac{AO}{3}$, & menant KNR perpendiculaire à AN, cette ligne KNR ſera aſymptote de la courbe. *V.* ASYMPTOTE.

Cette courbe eſt auſſi carrable. Pour le prouver de la maniere la plus ſimple, je reprends l'équation $x^3+y^3=axy$, & je fais $y=xz$, j'aurai ydx élément de l'aire de la courbe $=xzdx$, dont l'intégrale eſt $\frac{xxz}{2}-\int\frac{xxdz}{2}$. Or $y=xz$ donne $x=\frac{az}{1+z^3}$, & $xxdz=\frac{aazzdz}{(1+z^3)^2}$, dont l'intégrale eſt aiſée à trouver. Car, ſoit $1+z^3=u^3$, on aura $zzdz=undu$; & $\frac{aazzdz}{(1+z^3)^2}=\frac{aadu}{4^3}$, dont l'intégrale eſt fort ſimple. *Voyez* INTÉGRAL & TRANSFORMATION. Donc, *&c.*

M. de l'Hôpital, *analyſe des infiniment petits*,

Digitized by Google

fect. 2, donne une méthode de trouver les asymptotes de cette courbe par les tangentes. *Voyez* TANGENTE, *&c.* (*O*).

FOMALHAUT, (*Astron.*); étoile de la premiere grandeur, située à la bouche du poisson austral, c'eſt ainſi que l'écrit Flamſtéed. Hévélius écrit *fomahandt*; Tycho, *fomahant*; Bayer, *fumalhant*; Hyde, *pham-al-hût*; la Caille, *phomalhaut*; Schikardus l'appele *fomolcuti*. Ces variations ſont ordinaires pour les noms Arabes que l'on écrit en caracteres Européens. (*D. L.*)

FONCTION, ſ. f. (*Analyſe.*) Les anciens géometres, ou plutôt les anciens analyſtes ont appelé *fonctions* d'une quantité quelconque x les différentes *puiſſances* de cette quantité (*Voyez* PUISSANCE); mais aujourd'hui on appele *fonction* de x, ou en général d'une quantité quelconque, une quantité compoſée de tant de termes qu'on voudra & dans laquelle x ſe trouve d'une maniere quelconque, mêlée, ou non, avec des conſtantes; ainſi, $x^2 + x^3$, $\sqrt{aa+xx}$, $\sqrt{\frac{aa+x^2}{bb+x^2}}$, $\int dx\sqrt{a^2-x^2}$, *&c.* ſont des fonctions de x.

De même x^2y+ay^3, *&c.* eſt une fonction de x & de y, ainſi des autres.

Tous les termes d'une *fonction* de x ſont cenſés avoir la même *dimenſion*; quand ils ne l'ont pas, c'eſt qu'il y a une conſtante ſous-entendue qu'on prend pour l'unité: ainſi, dans x^2+x^3, on doit regarder x^2 comme égale à ax^2, a étant l'unité.

Quand la *fonction* n'eſt ni fraction ni radical, ſa dimenſion eſt égale à celle d'un de ſes termes. Ainſi, la *fonction* x^2+x^3 eſt de trois dimenſions.

Quand la *fonction* eſt une fraction, la dimenſion eſt égale à celle du numérateur moins celle du dénominateur. Ainſi, $\frac{a^2+x^3}{a^2+x^2}$ eſt de dimenſion 1, $\frac{a^2+x^2}{a^2+x^2}$ eſt de dimenſion $=1$, & $\frac{aa+xx}{aa-xx}$ eſt de *dimenſion nulle*. *Voyez* TAUTOCHRONE & INTÉGRAL.

Quand la *fonction* eſt radicale, ſa dimenſion eſt égale à celle de la quantité qui eſt ſous le ſigne, diviſée par l'expoſant du radical; ainſi, $\sqrt{aa+xx}$ eſt d'une dimenſion, $x\sqrt{aa+xx}$ & $\int dx\sqrt{aa+x^2}$ ſont de $1+\frac{2}{2}=\frac{1}{2}$ dimenſions, *&c.* & ainſi des autres.

Fonction homogene eſt une *fonction* de deux ou pluſieurs variables, x, y, &c. dans laquelle la ſomme des dimenſions de x, y, &c. eſt la même.

Ainſi, $x^3y+ax^3+by^3$ eſt une *fonction* homogene; il en eſt de même de $\sqrt{\left(axx+\frac{by^3}{x}+\frac{cx^4}{xx+yy}\right)}$, &c. *Voyez* HOMOGENE & INTÉGRAL.

Fonctions ſemblables ſont celles dans leſquelles les variables & les conſtantes entrent de la même maniere; ainſi $aa+xx$ & $AA+XX$ ſont des *fonctions* ſemblables des conſtantes a, A, & des variables x, X. (*O*).

FONTAINE, ſ. f. (*Hyd.*): quantité d'eau raſſemblée au pied ou ſur le penchant d'une montagne, dans un réſervoir creuſé ordinairement par la nature, & alimenté par les eaux pluviales qui filtrent à travers les terres, ou qui s'inſinuent par les fentes des rochers. *Voyez* FLEUVE.

Il y a des *fontaines* qui ne tariſſent jamais; il y en a d'autres qui ſont ſujetes à s'épuiſer: car ſoit *ABCDEK*, *Pl. Hyd. Fig.* 24, le profil d'une montagne; *GME*, celui d'un réſervoir dans lequel les eaux pluviales ſe rendent par les ouvertures *Bb*, *Cc*, *Dd*: il eſt évident que ſi l'orifice *E*, par lequel les eaux s'échapent du réſervoir, eſt fort petit, l'écoulement pourra être continuel, parce qu'à meſure que les eaux ſortent, il en arrive, au moins de temps en temps, par les fentes *Bb*, *Cc*, *Dd*; mais, ſi l'orifice *E* eſt grand, la *fontaine* ne donnera de l'eau que par intervalles. On appele ces ſortes de *fontaines*, *fontaines intermittentes*. Sur quoi il faut remarquer que pluſieurs de ces *fontaines* ne commencent à couler qu'un peu de temps après la pluie, parce que les eaux pluviales ont de la peine à paſſer par les conduits étroits *Bb*, *Cc*, *Dd*. C'eſt par cette même raiſon, pour le dire en paſſant, que l'eau d'une riviere avant filtré à travers les terres dans les caves voiſines, ne s'en retire que lentement, après que la riviere a baiſſé.

Les phénomenes des *fontaines réciproques* s'expliquent par le méchaniſme des ſiphons. *Voyez* SIPHON. Voici en général à quoi ces phénomenes ſe réduiſent.

Soit *HGM*, *Fig.* 25, un réſervoir, nouri, comme tout-à-l'heure, par les eaux pluviales, ou par une conduite d'eau *AB*: imaginons que d'un point inférieur *G*, s'éleve un tuyau *GOSK* compoſé de deux branches inégales, & dont le bout *K* de la plus longue, ſoit ouvert pour donner iſſue à l'eau. Le réſervoir *HGM*, ſuppoſé vide au premier inſtant, recevant de l'eau par le canal *AB*, cette eau s'accumulera, & ne commencera à couler par la branche *SK* du ſiphon, que lorſque la ſurface ſera arivée à la ligne horizontale *NMS* qui paſſe par le ſommet du ſyphon. Suppoſons maintenant que la quantité d'eau fournie par le tuyau nouricier *AB*, ſoit moindre que celle qui peut ſortir par *K*, la ſurface *NM* de l'eau du réſervoir s'abaiſſera, & néanmoins l'écoulement par *K* continuera (*Voyez* SIPHON) juſqu'à ce que la quantité d'eau fournie par *AB*, ſoit égale à celle qui ſort par *K*: quand cette égalité a lieu, l'écoulement par *K* finit; l'eau contenue dans la

Digitized by Google

branche *SOG* du ſiphon *GOSK*, retombe par ſon poids dans le réſervoir *HGM*; mais ce réſervoir continuant à recevoir de l'eau par le tuyau *AB*, ſa ſurface revient de nouveau à la ligne horizontale *NMS*, & l'écoulement par *K* recommence, pour finir de même, & ainſi de ſuite.

FONTAINE ARTIFICIELLE. On appele ainſi une machine, par le moyen de laquelle l'eau eſt verſée ou lancée. De ces machines, les unes agiſſent par la peſanteur de l'eau, les autres par le reſſort de l'air. Du nombre des premieres ſont les jets d'eau, qui tirant l'eau d'un réſervoir plus élevé, & la recevant par le moyen des tuyaux pratiqués ſous terre, élevent cette eau à une hauteur à peu près égale à celle du réſervoir. *Voyez* JET D'EAU & AJUTAGE. En diſpoſant ces ajutages ſelon différentes directions, on aura une *fontaine* ou jet d'eau, qui lancera l'eau ſuivant des directions différentes, *Voyez Planche Hyd. Fig.* 38. On peut même, au lieu de différens ajutages, ſe contenter de pratiquer des ouvertures différentes à un même tuyau, comme on le voit *Fig.* 39. Ouvrant le robinet qui eſt en *C*, l'eau s'échapera par ces ouvertures & couvrira les ſpectateurs qui ne s'y attendent pas. Si l'on place ſur l'orifice de l'ajutage une petite boule *A*, *Fig.* 40, elle ſera élevée par l'eau qui monte, & ſe ſoutiendra toujours en l'air, pourvu qu'on ſoit dans un lieu ou il ne faſſe point de vent. Si à l'orifice de l'ajutage on ajuſte une eſpece de couvercle lenticulaire *AB*, *Fig.* 41, percé d'un grand nombre de petits trous, l'eau jaillira en forme de petits filets, & s'éparpillera en goutes très-fines. Enfin, ſi l'on ſoude au tube *AB*, *Fig.* 42, deux ſegmens de ſphere ſéparés, mais aſſez proches l'un de l'autre, & qu'on puiſſe éloigner ou raprocher par le moyen d'une vis, l'eau ſortira en forme de nappe.

Conſtruction d'une fontaine qui joue par le reſſort de l'air. DD BB, Pl. Hyd. Fig. 43, eſt un vaiſſeau cylindrique, percé en bas dans le fond *BB*, d'un petit trou, par lequel on verſe l'eau dans la *fontaine*, & que l'on peut fermer à l'aide d'une vis. Il y a en haut ſur le couvercle *DD*, un robinet *E*, par le moyen duquel on peut ouvrir ou fermer ce vaſe. A ce robinet tient un tuyau *KC*, qui pénetre le milieu du vaſe & va ſe rendre juſqu'au fond où il s'ouvre en *C*. On enchâſſe au haut du robinet un petit tuyau *M*, qui a une petite ouverture par laquelle l'eau jaillit. On met de l'eau dans ce vaſe, ſans l'emplir entiérement, mais ſeulement juſqu'à la hauteur *AA*; on preſſe enſuite l'air par le tuyau *KC* dans le vaſe, par le moyen d'une pompe foulante, atachée proche du robinet en *M*; l'air qui eſt beaucoup plus léger que l'eau, paſſe à travers en montant en haut, & remplit l'eſpace *ADDA*. Lorſqu'on a ainſi preſſé une grande quantité d'air dans ce vaſe, on le ferme avec le robinet *E*; & après en avoir retiré la pompe foulante, on y met le petit tuyau. L'air enfermé dans l'eſpace *DADA*, comprimant l'eau proche d'*AA*, il la pouſſe en bas, & la fait entrer & monter enſuite dans le tuyau *CK*; lors donc qu'on tourne le robinet *E*, l'eau ſort par la petite ouverture, & forme un jet qui s'éleve avec beaucoup de rapidité, qui va toujours en diminuant de hauteur & de force, à meſure que l'eau du vaſe baiſſe & que l'air en ſe dilatant la comprime moins. Quand toute l'eau eſt ſortie, l'air s'élance lui-même avec bruit & ſiflement par le tuyau.

La *Figure* 44 repréſente une machine à peu près ſemblable, mais en petit. Cette boule ſe remplit d'eau juſqu'à la moitié, & fait entrer dans la partie vide de la boule, de l'air comprimé, qui oblige l'eau à monter par le tuyau *DAC*, & à jaillir par l'extrémité *C*.

Fontaine qui commence à jouer dès que l'on alume des bougies, & qui ceſſe quand on les éteint. Prenez un vaſe cylindrique *CD*, *Fig.* 45; appliquez-y des tubes *AC*, *BF*, *&c.* ouverts par-en-bas dans le cylindre, de maniere que l'air puiſſe y deſcendre. Soudez à ces tubes les chandeliers *H*, *&c.* & ajuſtez au couvercle ceux du vaſe inférieur *CF* un petit tube ou ajutage *FE*, avec un robinet *G*, qui aille preſque juſqu'au fond des vaſes. Il y a en *G* une ouverture garnie d'une vis, afin que par cet orifice l'on puiſſe verſer l'eau en *CD*.

Dans cet état, ſi l'on alume les bougies *H*, *&c.* leur chaleur raréfiant l'air contenu dans les tubes contigus, l'eau renfermée dans la vaſe commence à jaillir par *EF*.

Fontaine de Héron, ainſi nommée de ſon inventeur Héron d'Alexandrie, & qui a été perfectionée enſuite par Nieuventit.

AB, *Fig.* 46, eſt un tuyau par lequel on verſe de l'eau dans le baſſin inférieur *C*, lequel étant plein de même que le tuyau *AB*, l'air eſt pouſſé du baſſin *C* par le tuyau *DE*, dans le baſſin *F*; cet air eſt par conſéquent comprimé par le poids de l'eau *AB*, de ſorte que ſa force élaſtique pouſſe en bas par le tuyau *GL* l'eau qui ſe trouve dans le baſſin *F*. L'eau coulant alors par le tuyau *GL* dans le ſecond baſſin inférieur *M* (qui eſt ſéparé du baſſin *C* par une cloiſon *OQ*, placée entre les deux tuyaux), pouſſe en haut l'air qu'il contient par le tuyau *NP*; cet air paſſe dans le ſecond baſſin ſupérieur, & étant alors comprimé par l'eau qui eſt dans le tuyau *GL*, il pouſſe l'eau par ſa force élaſtique dans le tuyau *RS* en forme de jet.

Fontaine ou vaſe dont on tire autant de vin que l'on y verſe d'eau, de ſorte que l'eau paroît changée en vin. Le petit vaſe *BM*, *Fig.* 47, a une cloiſon *CD*. On emplit d'abord la caviré inférieure avec du vin par un petit trou qui eſt dans le fond, & que l'on ferme à l'aide d'une vis *N*. Le tuyau ſupérieur *ABP*, s'étend juſqu'à la cloiſon *CD*; on y verſe de l'eau, qui comprime par ſon poids l'air renfermé dans cette caviré ſupérieure, & le force de paſſer par l'autre petit tuyau *SR*, qui pénetre à travers la cloiſon juſqu'à la cavité inférieure;

Digitized by Google

inférieure ; cet air comprime par conſéquent le vin de la cavité inférieure, lequel il fait monter dans le petit tuyau *GC*, & coule enſuite par le petit robinet *O*.

Fontaine de Sturmius, laquelle joue ou s'arrête à la volonté de celui qui la fait aller. ABC, Fig. 48, eſt un vaſe hexagone, haut & creux, fermé en haut & en bas : il y a au milieu un tuyau *DC*, ouvert de chaque côté, & qui monte preſque juſqu'en haut dans le vaſe proche de *C* : on voit au bas ſur les côtés ſix petits tuyaux fort menus *KK*, qui ſortent hors du vaſe, & par leſquels l'eau s'écoule. Le bout inférieur du tuyau proche de *D*, s'ajuſte exactement en *E* dans un autre tuyau *EF*, fermement attaché au baſſin *M* ; ce tuyau *EF* eſt percé en bas & de côté proche de *F* : il ſe trouve encore dans le baſſin directement au deſſous du tuyau *EF*, une autre ouverture comme *G*, par laquelle l'eau qui eſt tombée dans le baſſin, après s'être écoulée par le trou *F*, commence à ſe dégorger dans un autre vaiſſeau *N* : on peut fermer exactement cette ouverture *G* à l'aide d'une longue couliſſe *GL*. Lorſqu'on veut emplir d'eau cette *fontaine*, on la tire du tuyau *EF*, en ôtant le tuyau *EC* de l'ouverture *E*, & après l'avoir renverſée, on y verſe de l'eau par le tuyau *DC* juſqu'à ce qu'elle ſoit pleine : on la retourne enſuite, & on la remet dans le tuyau *E F* ; le poids de l'eau la fait alors couler par les petits tuyaux *KK*. Lorſqu'on tire la couliſſe *GL* dehors, de ſorte que le trou de la couliſſe & le trou *G* s'ajuſtent l'un ſur l'autre, alors l'eau qui vient des tuyaux *KK* peut paſſer librement par ces trous & tomber dans le baſſin *N*, & la *fontaine* continuera de couler auſſi long-temps que le baſſin *ABB* peut fournir de l'eau. Mais quand on bouche un peu le trou *G* par la couliſſe *L*, en ſorte que l'eau qui tombe par *KK* ne puiſſe paſſer en même quantité par *G*, le trou *F* ſe trouve enfin bouché par l'eau, ce qui empêche en même temps que l'air ne puiſſe pénétrer dans le tuyau *DC*, ni dans le vaſe *ABB* ; l'eau cependant ne ceſſe de s'écouler par les tuyaux *KK*, juſqu'à ce que l'eau du vaſe *ABB* avec l'élaſticité de l'air raréfié dans ce vaſe, ſe trouve en équilibre avec la preſſion de l'atmoſphere, qui agit contre les ouvertures des tuyaux *KK*, & empêche alors l'eau de s'en écouler : durant ce temps, l'eau continue de s'écouler par les ouvertures *FG*, dans le tuyau *N* ; auſſi-tôt que l'eau du baſſin *MM* commence à devenir ſi baſſe, qu'il peut s'introduire de nouvel air par l'ouverture *F* dans le tuyau *DC* & dans le vaſe *ABB*, il agit de nouveau ſur l'eau qui s'écoule par les petits tuyaux *KK*, comme auparavant, en plus grande quantité que les ouvertures *G* & *F* n'en peuvent abſorber, ce qui eſt cauſe qu'elles ſe bouchent une ſeconde fois, & ainſi de ſuite ; de ſorte que le tariſſement & l'écoulement de l'eau ſe font ainſi alternativement.

La deſcription de la plupart de ces *fontaines*, *Mathématiques*. *Tome II.*

eſt tirée ſoit en entier, ſoit par extrait, du Cours de phyſique de M. Muſſchenbroëk.

Les propriétés des ſiphons fourniſſent auſſi des *fontaines* curieuſes.

Soit, par exemple, un vaſe *AGBF*, *Figure 49*, *Hydraul.*, dans lequel on ait ajuſté un ſiphon ou tuyau recourbé à branches inégales, dont la plus longue branche *DE* ſorte du vaſe, & dont l'autre ſoit ouverte en *C* près du fond du vaſe, ſans toucher à ce fond ; qu'on verſe de l'eau dans ce vaſe, elle montera en même temps dans le ſiphon *CD* par l'ouverture *C* ; & dès que l'eau en s'élevant ſera arrivée dans le ſiphon & dans le vaſe au niveau du point *D*, alors, par la propriété du ſiphon, toute l'eau du vaſe s'écoulera par la jambe la plus longue *DE*. Si donc on place ſur le haut du vaſe une figure dont les levres ſoient au niveau du coude *D*, il eſt évident que l'eau s'écoulera dès qu'elle ſera arrivée à la hauteur des levres de cette figure : ainſi, la figure pourra repréſenter une eſpece de Tantale. Voilà le principe général, dont on peut varier l'application en autant de manieres qu'on voudra. Il eſt facile, par la conſtruction de la *fontaine*, de dérober le jeu du ſiphon aux ſpectateurs.

On peut voir, dans les livres de phyſique, différentes autres eſpeces de *fontaines artificielles* ; mais voilà les principales. (*O*).

FORCE ; terme fort uſité en *Méchanique*, & auquel les Méchaniciens attachent différens ſens, dont nous allons détailler les principaux.

FORCE D'INERTIE, eſt la propriété qui eſt commune à tous les corps de reſter dans leur état, ſoit de repos ou de mouvement, à moins que quelque cauſe étrangere ne les en faſſe changer.

(II) Cette force par laquelle un corps perſévere, ſelon les Phyſiciens dans ſon état de repos ou de mouvement, ils l'appelent *force d'inertie* ; & dès qu'ils lui ont donné un nom, ils croient en avoir une idée. Voyons s'il ſeroit poſſible de mieux concevoir la choſe.

Quoique j'ignore la nature du mouvement, je ne puis douter que le mouvement ne ſoit autre choſe que le repos. Pour mouvoir, il faut donc produire un effet. Or, tout effet demande une cauſe, & quoique cette cauſe ſoit d'une nature dont je n'ai point d'idée, je puis lui donner le nom de *force* ; il ſuffit pour cela que je ſois aſſuré de ſon exiſtence.

Si donc une force eſt néceſſaire pour mouvoir, ce n'eſt pas qu'il y ait dans ce corps une force qui réſiſte, mais c'eſt que le mouvement eſt un effet à produire. D'ailleurs, qu'eſt-ce que cette force d'inertie qui réſiſteroit au mouvement ? Eſt-elle moindre que la force motrice, ou lui eſt-elle égale ? Si elle eſt moindre, la quantité par laquelle la force motrice lui eſt ſupérieure, eſt une force qui ne trouve point de réſiſtance. Si elle lui eſt égale, nous ne concevons plus qu'un corps puiſſe être mû ; car deux forces oppoſées ne ſauroient rien produire, qu'autant que l'une ſurpaſſe l'autre ;

Digitized by Google

& dans les cas d'égalité, il y auroit néceſſairement équilibre.

Pour rendre le repos à un corps en mouvement, c'eſt un effet à détruire; & ſi ce corps perſévere dans ſon mouvement, ce n'eſt pas par une force d'inertie, c'eſt par une force motrice, qui lui a été communiquée. Auſſi voyons nous que le mouvement n'eſt retardé ou anéanti, que lorſqu'un corps rencontre des obſtacles. Si les forces qui agiſſent dans des directions oppoſées, ſont égales, il n'y a plus de mouvement; ſi la premiere force communiquée continue d'être ſupérieure, le mouvement ne ceſſe pas, il ſe fait ſeulement avec moins de viteſſe. (Condillac, *Cours d'Etudes. Art de Raiſoner.*)

Les corps ne manifeſtent cette *force*, que lorſqu'on veut changer leur état; & on lui donne alors le nom de *réſiſtance* ou d'*action*, ſuivant l'aſpect ſous lequel on la conſidere. On l'appele *réſiſtance*, lorſqu'on veut parler de l'effort qu'un corps fait contre ce qui tend à changer ſon état; & on la nomme *action*, lorſqu'on veut exprimer l'effort que le même corps fait pour changer l'état de l'obſtacle qui lui réſiſte. *Voyez* ACTION, COSMOLOGIE, & *la ſuite de cet article*.

Dans la définition de la *force d'inertie*, je me ſuis ſervi du mot de *propriété*, plutôt que de celui de *puiſſance*; parce que le ſecond de ces mots ſemble déſigner un être métaphyſique & vague, qui réſide dans le corps, & dont on n'a point d'idée nette; au lieu que le premier ne déſigne qu'un effet conſtamment obſervé dans les corps.

Preuves de la force d'inertie. On voit d'abord fort clairement qu'un corps ne peut ſe donner le mouvement à lui-même: il ne peut donc être tiré du repos que par l'action de quelque cauſe étrangere. De là il s'enſuit que ſi un corps reçoit du mouvement par quelque cauſe que ce puiſſe être, il ne poura de lui-même accélérer ni retarder ce mouvement. On appele en général *puiſſance* ou *cauſe motrice*, tout ce qui oblige un corps à ſe mouvoir. *Voyez* PUISSANCE, *&c.*

Un corps mis une fois en mouvement par une cauſe quelconque, doit y perſiſter toujours uniformément & en ligne droite, tant qu'une nouvele cauſe différente de celle qui l'a mis en mouvement, n'agira pas ſur lui, c'eſt-à-dire, qu'à moins qu'une cauſe étrangere & différente de la cauſe motrice n'agiſſe ſur ce corps, il ſe mouvra perpétuélement en ligne droite, & parcourra en temps égaux des eſpaces égaux.

Car, ou l'action indiviſible & inſtantanée de la cauſe motrice au commencement du mouvement, ſuffit pour faire parcourir au corps un certain eſpace, ou le corps a beſoin pour ſe mouvoir de l'action continuée de la cauſe motrice.

Dans le premier cas, il eſt viſible que l'eſpace parcouru ne peut être qu'une ligne droite décrite uniformément par le corps mû: car (*hyp.*) paſſé le premier inſtant, l'action de la cauſe motrice n'exiſte plus, & le mouvement néanmoins ſubſiſte encore: il ſera donc néceſſairement uniforme, puiſqu'un corps ne peut accélérer ni retarder ſon mouvement de lui-même. De plus, il n'y a pas de raiſon pour que le corps s'écarte à droite plutôt qu'à gauche; donc dans ce premier cas, où l'on ſuppoſe qu'il ſoit capable de ſe mouvoir de lui-même pendant un certain temps, indépendamment de la cauſe motrice, il ſe mouvra de lui-même pendant ce temps uniformément & en ligne droite.

Or un corps qui peut ſe mouvoir de lui-même uniformément & en ligne droite pendant un certain temps, doit continuer perpétuélement à ſe mouvoir de la même maniere, ſi rien ne l'empêche: car ſuppoſons le corps partant de *A*, *Pl. Méch. Fig. 78*, & capable de parcourir de lui-même uniformément la ligne *AB*; ſoient pris ſur la ligne *AB* deux points quelconques *C*, *D*, entre *A* & *B*; le corps étant en *D* eſt préciſément dans le même état que lorſqu'il eſt en *C*, ſi ce n'eſt qu'il ſe trouve dans un autre lieu. Donc il doit ariver à ce corps la même choſe que quand il eſt en *C*. Or étant en *C*, il peut (*hyp.*) ſe mouvoir de lui-même uniformément juſqu'en *B*. Donc étant en *D*, il poura ſe mouvoir de lui-même uniformément juſqu'au point *G*, tel que $DG = CB$, & ainſi de ſuite.

Donc ſi l'action premiere & inſtantanée de la cauſe motrice eſt capable de mouvoir le corps, il ſera mû uniformément & en ligne droite, tant qu'une nouvele cauſe ne l'en empêchera pas.

Dans le ſecond cas, puiſqu'on ſuppoſe qu'aucune cauſe étrangere & différente de la cauſe motrice n'agit ſur le corps, rien ne détermine donc la cauſe motrice à augmenter ni à diminuer; d'où il s'enſuit que ſon action continuée ſera uniforme & conſtante, & qu'ainſi, pendant le temps qu'elle agira, le corps ſe mouvra en ligne droite & uniformément. Or la même raiſon qui a fait agir la cauſe motrice conſtamment & uniformément pendant un certain temps, ſubſiſtant toujours tant que rien ne s'oppoſe à ſon action, il eſt clair que cette action doit demeurer continuélement la même, & produire conſtamment le même effet. Donc, *&c.*

Donc en général un corps mis en mouvement par quelque cauſe que ce ſoit, y perſiſtera toujours uniformément & en ligne droite, tant qu'aucune cauſe nouvele n'agira pas ſur lui.

La ligne droite qu'un corps décrit ou tend à décrire, eſt nommée *ſa direction*. *Voyez* DIRECTION.

Nous nous ſommes un peu étendus ſur la preuve de cette ſeconde loi, parce qu'il y a eu & qu'il y a peut-être encore quelques philoſophes qui prétendent que le mouvement d'un corps doit de lui-même ſe ralentir peu à peu, comme il ſemble que l'expérience le prouve. Il faut convenir au reſte, que les preuves qu'on donne ordinairement de la *force d'inertie*, en tant qu'elle eſt le principe de la conſervation du mouvement, n'ont point le degré d'évidence néceſſaire pour convaincre l'eſ-

Digitized by Google

prit ; elles ſont preſque toutes fondées, ou ſur une *force* qu'on imagine dans la matiere, par laquelle elle réſiſte à tout changement d'état, ou ſur l'indifférence de la matiere au mouvement comme au repos. Le premier de ces deux principes, outre qu'il ſuppoſe dans la matiere un être dont on n'a point d'idée nette, ne peut ſuffire pour prouver la loi dont il eſt queſtion : car lorſqu'un corps ſe meut, même uniformément, le mouvement qu'il a dans un inſtant quelconque, eſt diſtingué & comme iſolé du mouvement qu'il a eu ou qu'il aura dans les inſtans précédens ou ſuivans. Le corps eſt donc en quelque maniere à chaque inſtant dans un nouvel état ; il ne fait, pour ainſi dire, continuellement que commencer à ſe mouvoir, & on pourroit croire qu'il tendroit ſans ceſſe à retomber dans le repos, ſi la même cauſe qui l'en a tiré d'abord, ne continuoit en quelque ſorte à l'en tirer toujours.

À l'égard de l'indifférence de la matiere au mouvement ou au repos, tout ce que ce principe préſente, ce me ſemble, de bien diſtinct à l'eſprit, c'eſt qu'il n'eſt pas eſſentiel à la matiere de ſe mouvoir toujours, ni d'être toujours en repos ; mais il ne s'enſuit pas de cette loi, qu'un corps en mouvement ne puiſſe tendre continuellement au repos, non que le repos lui ſoit plus eſſentiel que le mouvement, mais parce qu'il pouroit ſembler qu'il ne faudroit autre choſe à un corps pour être en repos, que d'être un corps, & que, pour le mouvement, il auroit beſoin de quelque choſe de plus, & qui devroit être pour ainſi dire continuellement reproduit en lui.

La démonſtration que j'ai donnée de la conſervation du mouvement, a cela de particulier, qu'elle a lieu également, ſoit que la cauſe motrice doive toujours être appliquée au corps, ou non. Ce n'eſt pas que je croie l'action continuée de cette cauſe, néceſſaire pour mouvoir le corps ; car, ſi l'action inſtantanée ne ſuffiſoit pas, quel ſeroit alors l'effet de cette action ? & ſi l'action inſtantanée n'avoit point d'effet, comment l'action continuée en auroit-elle ? Mais comme on doit employer à la ſolution d'une queſtion le moins de principes qu'il eſt poſſible, j'ai cru devoir me borner à démontrer que la continuation du mouvement a lieu également dans les deux hypotheſes : il eſt vrai que notre démonſtration ſuppoſe l'exiſtence du mouvement, & à plus forte raiſon ſa poſſibilité ; mais nier que le mouvement exiſte, c'eſt ſe refuſer à un fait que perſone ne révoque en doute.

Voilà, ſi je ne me trompe, comment on peut prouver la loi de la continuation du mouvement, d'une maniere qui ſoit à l'abri de toute chicane. Dans le mouvement il ſemble, comme nous l'avons déja obſervé, qu'il y ait en quelque ſorte un changement d'état continuel ; & cela eſt vrai dans ce ſeul ſens, que le mouvement du corps, dans un inſtant quelconque, n'a rien de commun avec ſon mouvement dans l'inſtant précédent ou ſuivant. Mais on auroit tort d'entendre par *changement d'état*, le *changement de place* ou *de lieu* que le mouvement produit : car quand un examine ce prétendu changement d'état avec des yeux philoſophiques, on n'y voit autre choſe qu'un changement de relation, c'eſt-à-dire, un changement de diſtance du corps mû aux corps environans.

Nous ſommes fort enclins à croire qu'il y a dans un corps en mouvement un éfort ou énergie, qui n'eſt point dans un corps en repos. La raiſon pour laquelle nous avons tant de peine à nous détacher de cette idée, c'eſt que nous ſommes toujours portés à tranſférer aux corps inanimés les choſes que nous obſervons dans notre propre corps. Ainſi, nous voyons, que quand notre corps ſe meut, ou frape quelque obſtacle, le choc ou le mouvement eſt accompagné en nous d'une ſenſation qui nous donne l'idée d'une *force* plus ou moins grande ; or en tranſportant aux autres corps ce même mot *force*, nous apercevrons avec une légere attention, que nous ne pouvons y attacher que trois différens ſens : 1°. celui de la ſenſation que nous éprouvons, & que nous ne pouvons pas ſuppoſer dans une matiere inanimée : 2°. celui d'un être métaphyſique, différent de la ſenſation, mais qu'il nous eſt impoſſible de concevoir, & par conſéquent de définir : 3°. enfin (& c'eſt le ſeul ſens raiſonable) celui de l'effet même, ou de la propriété qui ſe manifeſte par cet effet, ſans examiner ni rechercher la cauſe. Or en atachant au mot *force* ce dernier ſens, nous ne voyons rien de plus dans le mouvement, que dans le repos, & nous pouvons regarder la continuation du mouvement, comme une loi auſſi eſſentiele que celle de la continuation du repos. Mais, dira-t-on, un corps en repos ne mettra jamais un corps en mouvement ; au lieu qu'un corps en mouvement meut un corps en repos. Je réponds que ſi un corps en mouvement meut un corps en repos, c'eſt en perdant lui-même une partie de ſon mouvement ; & cette perte vient de la réſiſtance que fait le corps en repos au changement d'état. Un corps en repos n'a donc pas moins une *force* réelle pour conſerver ſon état, qu'un corps en mouvement, quelque idée qu'on atache au mot *force*. *Voyez* COMMUNICATION *de mouvement*, &c.

Le principe de la *force d'inertie* peut ſe prouver auſſi par l'expérience. Nous voyons 1°. *que les corps en repos y demeurent tant que rien ne les en tire* ; & ſi quelquefois il arive qu'un corps ſoit mû ſans que nous connoiſſions la cauſe qui le meut, nous ſommes en droit de juger, & par l'analogie, & par l'uniformité des loix de la nature, & par l'incapacité de la matiere à ſe mouvoir d'elle-même, que cette cauſe, quoique non apparente, n'en eſt pas moins réelle. 2°. Quoiqu'il n'y ait point de corps qui conſerve éternellement ſon mouvement, parce qu'il y a toujours des cauſes qui le ralentiſſent peu à peu, comme le frotement & la réſiſtance de l'air ; cependant nous voyons qu'un corps en mouvement y perſiſte d'autant plus long-temps, que les cauſes qui

Digitized by Google

retardent ce mouvement ſont moindres : d'où nous pouvons conclure que *le mouvement ne finiroit point, ſi les forces retardatrices étoient nulles*.

L'expérience journaliere de la peſanteur ſemble démentir le premier de ces deux principes. La multitude a peine à s'imaginer qu'il ſoit néceſſaire qu'un corps ſoit pouſſé vers la terre pour s'en approcher ; accoutumée à voir tomber un corps dès qu'il n'eſt pas ſoutenu, elle croit que cette ſeule raiſon ſuffit pour obliger le corps à ſe mouvoir. Mais une réflexion bien ſimple peut déſabuſer de cette opinion. Qu'on place un corps ſur une table horizontale ; pourquoi ce corps ne ſe meut-il pas horizontalement le long de la table, puiſque rien ne l'en empêche ? pourquoi ce corps ne ſe meut-il pas de bas en haut, puiſque rien n'arrête ſon mouvement en ce ſens ? Donc, puiſque le corps ſe meut de haut en bas, & que par lui-même il eſt évidemment indifférent à ſe mouvoir dans un ſens plutôt que dans un autre, il y a quelque cauſe qui le détermine à ſe mouvoir en ce ſens. Ce n'eſt donc pas ſans raiſon que les Philoſophes s'étonent de voir tomber une pierre ; & le peuple qui rit de leur étonement, le partage bientôt lui-même pour peu qu'il réfléchiſſe.

Il y a plus : la plupart des corps que nous voyons ſe mouvoir, ne ſont tirés du repos que par l'impulſion viſible de quelque autre corps. Nous devons donc être naturélement portés à juger que le mouvement eſt toûjours l'effet de l'impulſion : ainſi, la premiere idée d'un philoſophe qui voit tomber un corps, doit être que ce corps eſt pouſſé par quelque fluide inviſible. S'il arrive cependant qu'après avoir aprofondi davantage cette matiere, on trouve que la peſanteur ne puiſſe s'expliquer par l'impulſion d'un fluide, & que les phénomenes ſe refuſent à cette hypotheſe ; alors le philoſophe doit ſuſpendre ſon jugement, & peut-être même doit-il commencer à croire qu'il peut y avoir quelque autre cauſe du mouvement des corps que l'impulſion ; ou du moins (ce qui eſt auſſi contraire aux principes communément reçus) que l'impulſion des corps, & ſur-tout de certains fluides inconnus, peut avoir des loix toutes différentes de celles que l'expérience nous a fait découvrir juſqu'ici. *Voyez* ATTRACTION.

Un ſavant géometre de nos jours (*Voyez Euleri opuſcula*, Berlin, 1746,) prétend que l'attraction quand on la regarde comme un principe différent de l'impulſion, eſt contraire au principe de la *force d'inertie*, & par conſéquent ne peut appartenir au corps ; car, dit ce géometre, un corps ne peut ſe donner le mouvement à lui-même, & par conſéquent ne peut tendre de lui-même vers un autre corps, ſans y être déterminé par quelque cauſe. Il ſuffit de répondre à ce raiſonement, 1°. que la tendance des corps les uns vers les autres, quelle qu'en ſoit la cauſe, eſt une loi de la nature conſtatée par les phénomenes. *Voyez* GRAVITATION. 2°. Que ſi cette tendance n'eſt point produite par l'impulſion, ce que nous ne décidons pas, en ce cas la préſence d'un autre corps ſuffit pour altérer le mouvement de celui qui ſe meut ; & que comme l'action de l'âme ſur le corps n'empêche pas le principe de la *force d'inertie* d'être vrai, de même l'action d'un corps ſur un autre, exercée à diſtance, ne nuit point à la vérité de ce principe, parce que dans l'énoncé de ce principe, on fait abſtraction de toutes les cauſes (quelles qu'elles puiſſent être) qui peuvent altérer le mouvement du corps, ſoit que nous puiſſions comprendre ou non la maniere d'agir de ces *forces*.

Le même géometre va plus loin ; il entreprend de prouver que la *force d'inertie* eſt incompatible avec la faculté de penſer, parce que cette derniere faculté entraîne la propriété de changer de ſoi-même ſon état : d'où il conclut que la *force d'inertie*, étant une propriété reconue de la matiere, la faculté de penſer n'en ſauroit être une. Nous applaudiſſons au zele de cet auteur pour chercher une nouvele preuve d'une vérité que nous ne prétendons pas combatre : cependant, à conſidérer la choſe uniquement en philoſophes, nous ne voyons pas que par cette nouvele preuve il ait fait un grand pas en Métaphyſique. La *force d'inertie* n'a lieu, comme l'expérience le prouve, que dans la matiere brute, c'eſt-à-dire, dans la matiere qui n'eſt point unie à un principe intelligent dont la volonté la meut : ainſi, ſoit que la matiere reçoive par elle-même la faculté de penſer (ce que nous ſommes bien éloignés de croire), ſoit qu'un principe intelligent & d'une nature différente lui ſoit uni, dès-lors elle perdra la *force d'inertie*, ou, pour parler plus exactement, elle ne paroîtra plus obéir à cette *force*. Sans doute il n'eſt pas plus aiſé de concevoir comment ce principe intelligent, uni à la matiere & différent d'elle, peut agir ſur elle pour la mouvoir, que de comprendre comment la *force d'inertie* peut ſe concilier avec la faculté de penſer, que les Matérialiſtes attribuent fauſſement au corps : mais nous ſommes certains par la religion, que la matiere ne peut penſer ; & nous ſommes certains, par l'expérience, que l'âme agit ſur le corps. Tenons-nous-en donc à ces deux vérités inconteſtables, ſans entreprendre de les concilier.

Outre les raiſons par leſquelles nous avons tâché de prouver ci-deſſus & dans les *Mémoires de l'académie des Sciences de Paris 1769*, le principe de la *force d'inertie*, en voici quelques autres qui nous paroiſſent mériter attention.

Tous les philoſophes conviennent qu'un corps mis une fois en mouvement par une cauſe quelconque, doit ſe mouvoir dans la ligne droite, ſuivant la direction de laquelle il a été tiré du repos, par la raiſon qu'il n'y a point de cauſe qui doive l'écarter de cette direction à droite plutôt qu'à gauche ; de ſorte que la premiere direction du mouvement détermine celle ſuivant

Digitized by Google

laquelle le mouvement doit ſe faire. Or il ſemble que par la même raiſon, la direction de la tangente qui touche à ſon origine, la courbe des x & des y; c'eſt-à-dire, des temps & des eſpaces, & qui détermine la valeur de la viteſſe initiale, c'eſt-à-dire, du raport initial de dy à dx, doit déterminer de même la valeur de $\frac{dy}{dx}$ dans la ſuite du mouvement. En effet, ſoit AO cette tangente, *Méch. Fig.* 80, $AP=x$, $PM=y$, comme il n'y a point de raiſon pour que le corps s'écarte de la direction AO à droite ou à gauche vers M, s'il eſt pouſſé d'abord ſuivant cette direction AO, il ne paroît pas non plus y avoir de raiſon pour que cette ligne AO, dont la direction détermine la valeur de la viteſſe initiale, s'écarte enſuite de cette direction à droite ou à gauche, c'eſt-à-dire, pour que le mouvement s'accélere plutôt que de ſe retarder, ou ſe retarde plutôt que de s'accélérer. En un mot, ſi un corps mis en mouvement avec une viteſſe initiale dont la valeur fût déterminée par la direction AO, accéléroit ou retardoit de lui-même cette viteſſe, en ſorte que l'équation entre les x & les y fût repréſentée par la courbe AM, & non par la ligne droite AO, je ne vois pas pourquoi ce même corps, étant ſuppoſé avoir la direction initiale AO, ne s'en écarteroit pas de lui-même à droite ou à gauche vers M. Comme il n'y a rien dans le corps qui doive le détourner à droite plutôt qu'à gauche, il n'y a rien non plus qui doive l'accélérer plutôt que le retarder.

Nous avons expoſé dans les *Mém. de 1769*, déja cités, les raiſons qui portent à croire que la *force* qui altéreroit le mouvement du corps, s'il pouvoit y en avoir une, ne pouroit être proportionele à une fonction de la viteſſe; nous y joindrons celle-ci: la viteſſe a peut être regardée comme compoſée de deux viteſſes quelconques b & c; donc s'il y avoit une *force* réſidente dans le corps, proportionele à φa, & réſultante de la viteſſe a, il devroit y avoir par la même raiſon deux *forces*, auſſi réſidentes dans le corps, égales l'une à φb, l'autre à φc, toutes deux réſultantes des viteſſes b & c, & telles que $\varphi b + \varphi c$ fût $= \varphi a$. Or cela ne peut être que dans le cas où $\varphi a = Ba$, étant une conſtante. On objectera peut-être contre ce raiſonnement qu'on prouveroit par le même principe que la réſiſtance d'un milieu ne peut jamais être que proportionele à la ſimple viteſſe, ce qui eſt contraire à l'expérience. A cela je réponds que la reſiſtance d'un milieu étant une cauſe compliquée, compoſée de l'action de pluſieurs cauſes réunies, & différente d'une cauſe ſimple & unique d'altération qu'on ſuppoſe ici réſidente dans le corps, il eſt très-poſſible que dans le premier cas φa ne ſoit pas la même que $\varphi b + \varphi c$; au lieu que dans le ſecond cas, on ne voit pas ce qui pouroit empêcher l'identité de ces *forces*. On peut donc conclure que la *force* qui altéreroit le mouvement, ne pouroit être que proportionele à fu; mais il reſteroit à prouver encore que $f=o$, pour établir le principe de la *force d'inertie*, & c'eſt ce qu'on peut prouver par les autres raiſonemens que nous avons employés en faveur de ce principe.

Nous ne prétendons pas donner les preuves précédentes pour auſſi concluantes que des démonſtrations géométriques; mais nous croyons qu'à ne les conſidérer que comme des preuves métaphyſiques, elles peuvent ſervir à établir le principe de la *force d'inertie*, qui ne paroît pas devoir être regardé comme un ſimple principe d'expérience.

FORCE VIVE, *ou* FORCE DES CORPS EN MOUVEMENT; c'eſt un terme qui a été imaginé par M. Léibnitz, pour diſtinguer la *force* d'un corps actuelement en mouvement, d'avec la *force* d'un corps qui n'a que la tendance au mouvement, ſans ſe mouvoir en effet: ce qui a beſoin d'être expliqué plus au long.

Suppoſons, dit M. Léibnitz, un corps peſant apuié ſur un plan horizontal. Ce corps fait un éfort pour deſcendre; & cet éfort eſt continuelement arrêté par la réſiſtance du plan; de ſorte qu'il ſe réduit à une ſimple tendance au mouvement. M. Léibnitz appele cette *force* & les autres de la même nature, *forces mortes*.

Imaginons au contraire, ajoute le même philoſophe, un corps peſant qui eſt jeté de bas en haut, & qui, en montant, ralentit toujours ſon mouvement à cauſe de l'action de la peſanteur, juſqu'à ce qu'enfin ſa *force* ſoit totalement perdue, ce qui arive lorſqu'il eſt parvenu à la plus grande hauteur à laquelle il peut monter; il eſt viſible que la *force* de ce corps ſe détruit par degrés & ſe conſume en s'exerçant. M. Léibnitz appele *force vive*, cette derniere *force*, pour la diſtinguer de la premiere, qui naît & meurt au même inſtant; & en général, il appele *force vive* la *force* d'un corps qui ſe meut d'un mouvement, continuelement retardé & ralenti par des obſtacles, juſqu'à ce qu'enfin ce mouvement ſoit anéanti, après avoir été ſucceſſivement diminué par des degrés inſenſibles. M. Léibnitz convient que la *force* morte eſt comme le produit de la maſſe par la viteſſe *virtuele*, c'eſt-à-dire, avec laquelle le corps tend à ſe mouvoir, ſuivant l'opinion commune. Ainſi, pour que deux corps qui ſe choquent ou qui ſe tirent directement, ſe faſſent équilibre, il faut que le produit de la maſſe par la viteſſe *virtuele* ſoit le même de part & d'autre. Or en ce cas, la *force* de chacun de ces deux corps eſt une *force* morte, puiſqu'elle eſt arrêtée tout-à-la-fois & comme en ſon entier par une *force* contraire. Donc dans ce cas, le produit de la maſſe par la viteſſe doit repréſenter la *force*. Mais, M. Léibnitz ſoutient que la *force vive* doit ſe meſurer autrement, & qu'elle eſt comme le produit de la maſſe par le carré de la viteſſe; c'eſt-à-dire, qu'un corps qui a une certaine *force* lorſqu'il ſe meut avec une viteſſe donnée, aura

Digitized by Google

une *force* quadruple, s'il ſe meut avec une viteſſe double ; une *force* neuf fois auſſi grande, s'il ſe meut avec une viteſſe triple, *&c.* & qu'en général, ſi la viteſſe eſt ſucceſſivement 1, 2, 3, 4, *&c.* la *force* ſera comme 1, 4, 9, 16, *&c.* c'eſt-à-dire, comme les carrés des nombres 1, 2, 3, 4 : au lieu que ſi ce corps n'étoit pas réellement en mouvement, mais tendoit à ſe mouvoir avec les viteſſes 1, 2, 3, 4, *&c.* ſa *force* n'étant alors qu'une *force* morte, ſeroit comme 1, 2, 3, 4, *&c.*

Dans le ſyſtême des adverſaires des *forces vives*, la *force* des corps en mouvement eſt toujours proportionele à ce qu'on appele autrement *quantité de mouvement*, c'eſt-à-dire, au produit de la maſſe des corps par la viteſſe ; au lieu que dans le ſyſtême oppoſé, elle eſt le produit de la quantité de mouvement par la viteſſe.

Pour réduire cette queſtion à ſon énoncé le plus ſimple, il s'agit de ſavoir ſi la *force* d'un corps qui a une certaine viteſſe, devient double ou quadruple quand ſa viteſſe devient double. Tous les Méchaniciens avoient cru juſqu'à M. Leibnitz qu'elle étoit ſimplement double : ce grand philoſophe ſoutint le premier qu'elle étoit quadruple ; & il le prouvoit par le raiſonement ſuivant. La *force* d'un corps ne ſe peut meſurer que par ſes effets & par les obſtacles qu'elle lui fait vaincre. Or ſi un corps peſant étant jeté de bas en haut avec une certaine viteſſe, monte à la hauteur de quinze pieds, il doit, de l'aveu de tout le monde, monter à la hauteur de 60 pieds, étant jeté de bas en haut avec une viteſſe double, *voyez* ACCÉLÉRATION. Il fait donc dans ce dernier cas quatre fois plus d'effet, & ſurmonte quatre fois plus d'obſtacles : ſa *force* eſt donc quadruple de la premiere. M. Jean Bernoulli dans ſon *diſcours ſur les loix de la communication du mouvement*, imprimé en 1726, & joint au recueil général de ſes œuvres, a ajouté à cette preuve de M. Leibnitz une grande quantité d'autres preuves. Il a démontré qu'un corps qui ferme ou bande un reſſort avec une certaine viteſſe, peut avec une viteſſe double, fermer quatre reſſorts ſemblables au premier ; neuf avec une viteſſe triple, &c. M. Bernoulli fortifie ce nouvel argument en faveur des *forces vives*, par d'autres obſervations très-curieuſes & très-importantes, dont nous aurons lieu de parler plus bas, à l'*article* CONSERVATION DES FORCES VIVES. Cet ouvrage a été l'époque d'une eſpece de ſchiſme entre les ſavans ſur la meſure des *forces*.

La principale réponſe qu'on a faite aux objections des partiſans des *forces vives*, *voyez les mém. de l'Académie de* 1728, conſiſte à réduire le mouvement retardé en uniforme, & à ſoutenir qu'en ce cas la *force* n'eſt que comme la viteſſe : on avoue qu'un corps qui parcourt quinze pieds de bas en haut, parcourra ſoixante pieds avec une viteſſe double : mais on dit qu'il parcourra ces ſoixante pieds dans un temps double du premier. Si ſon mouvement étoit uniforme, il parcourroit dans ce même temps double cent vingt pieds, *voyez* ACCÉLÉRATION. Or dans le cas où il parcourroit quinze pieds d'un mouvement retardé, il parcourroit trente pieds dans le même temps, & ſoixante pieds dans un temps double avec un mouvement uniforme : les effets ſont donc ici comme 120 & 60, c'eſt-à-dire, comme 2 & 1 ; & par conſéquent la *force*, dans le premier cas, n'eſt que double de l'autre, & non pas quadruple. Ainſi, conclut-on, un corps peſant parcourt quatre fois autant d'eſpace avec une viteſſe double, mais il le parcourt en un temps double ; & cela équivaut à un effet double & non pas quadruple. Il faut donc, dit-on, diviſer l'eſpace par le temps pour avoir l'effet auquel la *force* eſt proportionele, & non pas faire la *force* proportionele à l'eſpace. Les défenſeurs des *forces vives* répondent à cela, que la nature d'une *force* plus grande eſt de durer plus longtemps, & qu'ainſi il n'eſt pas ſurprenant qu'un corps peſant qui parcourt quatre fois autant d'eſpace, le parcoure en un temps double : que l'effet réel de la *force* eſt de faire parcourir quatre fois autant d'eſpace : que le plus ou moins de temps n'y fait rien ; parce que ce plus ou moins de temps vient du plus ou moins de grandeur de la *force* ; & qu'il n'eſt point vrai de dire, comme il paroît réſulter de la réponſe de leurs adverſaires, que la *force* ſoit d'autant plus petite, toutes choſes d'ailleurs égales, que le temps eſt plus grand, puiſqu'au contraire il eſt infiniment plus naturel de croire qu'elle doit être d'autant plus grande qu'elle eſt plus long-temps à ſe conſumer.

Au reſte, il eſt bon de remarquer, que pour ſuppoſer la *force* proportionele au carré de la viteſſe, il n'eſt pas néceſſaire, ſelon les partiſans des *forces vives*, que cette *force* ſe conſume réellement & actuellement en s'exerçant ; il ſuffit d'imaginer qu'elle puiſſe être conſumée & anéantie peu à peu par degrés infiniment petits. Dans un corps mû uniformément, la *force* n'en eſt pas moins proportionele au carré de la viteſſe, ſelon ces Philoſophes, quoique cette *force* demeure toujours la même ; parce que ſi cette *force* s'exerçoit contre des obſtacles qui la conſumaſſent par degrés, ſon effet ſeroit alors comme le carré de la viteſſe.

Nous renvoyons nos lecteurs à ce qu'on a écrit pour & contre les *forces vives* dans les *mémoires de l'acad.* 1728, dans ceux de Petersbourg, *tome* I, & dans d'autres ouvrages. Mais au lieu de rapeler ici tout ce qui a été dit ſur cette queſtion, il ne ſera peut-être pas inutile d'expoſer ſuccinctement les principes qui peuvent ſervir à la réſoudre.

Quand on parle de la *force* des corps en mouvement, ou l'on n'attache point d'idée nette au mot que l'on prononce, ou l'on ne peut entendre par-là en général que la propriété qu'ont les corps qui ſe meuvent, de vaincre les obſtacles qu'ils rencontrent, ou de leur réſiſter. Ce n'eſt donc ni par l'eſpace qu'un corps parcourt uniformément, ni

Digitized by Google

par le temps qu'il emploie à le parcourir, ni enfin par la considération simple, unique, & abstraite de sa masse & de sa vitesse, qu'on doit estimer immédiatement la *force*; c'est uniquement par les obstacles qu'un corps rencontre, & par la résistance que lui font ces obstacles. Plus l'obstacle qu'un corps peut vaincre, ou auquel il peut résister, est considérable, plus on peut dire que sa *force* est grande; pourvu que sans vouloir représenter par ce mot un prétendu être qui réside dans le corps, on ne s'en serve que comme d'une maniere abrégée d'exprimer un fait; à peu près comme on dit, qu'un corps a deux fois autant de vitesse qu'un autre, au lieu de dire qu'il parcourt en temps égal deux fois autant d'espace, sans prétendre pour cela que ce mot de *vitesse* représente un être inhérent au corps.

Ceci bien entendu, il est clair qu'on peut opposer au mouvement d'un corps trois sortes d'obstacles; ou des obstacles invincibles qui anéantissent tout-à-fait son mouvement, quel qu'il puisse être; ou des obstacles qui n'aient précisément que la résistance nécessaire pour anéantir le mouvement du corps, & qui l'anéantissent dans un instant, c'est le cas de l'équilibre; ou enfin des obstacles qui anéantissent le mouvement peu à peu; c'est le cas du mouvement retardé. Comme les obstacles insurmontables anéantissent également toutes sortes de mouvemens, ils ne peuvent servir à faire connoître la *force*: ce n'est donc que dans l'équilibre, ou dans le mouvement retardé, qu'on doit en chercher la mesure. Or tout le monde convient qu'il y a équilibre entre deux corps quand les produits de leurs masses par leurs vitesses virtuelles, c'est-à-dire, par les vitesses avec lesquelles ils tendent à se mouvoir, sont égaux de part & d'autre. Donc dans l'équilibre, le produit de la masse par la vitesse, ou, ce qui est la même chose, la quantité de mouvement peut représenter la *force*. Tout le monde convient aussi que dans le mouvement retardé, le nombre des obstacles vaincus est comme le carré de la vitesse: en sorte qu'un corps qui a fermé un ressort, par exemple, avec une certaine vitesse, pourra avec une vitesse double fermer, ou tout-à-la-fois ou successivement, non pas deux, mais quatre ressorts semblables au premier, neuf avec une vitesse triple, & ainsi du reste. D'où les partisans des *forces vives* concluent que la *force* des corps qui se meuvent actuellement, est en général comme le produit de la masse par le carré de la vitesse. Au fond, quel inconvénient pouroit-il y avoir à ce que la mesure des *forces* fût différente dans l'équilibre & dans le mouvement retardé, puisque si on veut ne raisoner que d'après des idées claires, on doit n'entendre par le mot de *force*, que l'effet produit en surmontant l'obstacle ou en résistant? Il faut avouer cependant, que l'opinion de ceux qui regardent la *force* comme le produit de la masse par la vitesse, peut avoir lieu non seulement dans le cas de l'équilibre, mais aussi dans celui du mouvement retardé, si dans ce dernier cas on mesure la *force* non par la quantité absolue des obstacles, mais par la somme des résistances de ces mêmes obstacles. Car cette somme de résistances est proportionele à la quantité de mouvement, puisque, de l'aveu général, la quantité de mouvement que le corps perd à chaque instant, est proportionele au produit de la résistance par la durée infiniment petite de l'instant; & que la somme de ces produits est évidemment la résistance totale. Toute la difficulté se réduit donc à savoir si on doit mesurer la *force* par la quantité absolue des obstacles, ou par la somme de leurs résistances. Il me paroîtroit plus naturel de mesurer la *force* de cette derniere maniere: car un obstacle n'est tel qu'en tant qu'il résiste, & c'est, à proprement parler, la somme des résistances qui est l'obstacle vaincu. D'ailleurs en estimant ainsi la *force*, on a l'avantage d'avoir pour l'équilibre, & pour le mouvement retardé une mesure commune: néanmoins, comme nous n'avons d'idée précise & distincte du mot de *force*, qu'en restreignant ce terme à exprimer un effet, je crois qu'on doit laisser chacun le maître de se décider comme il voudra là-dessus, & toute la question ne peut plus consister que dans une discussion métaphysique très-futile, ou dans une dispute de mots plus indigne encore d'occuper des Philosophes.

Ce que nous venons de dire sur la fameuse question des *forces vives*, est tiré de la préface de notre *traité de Dynamique*, imprimé en 1743, dans le temps que cette question étoit encore fort agitée parmi les Savans. Il semble que les Géometres conviennent aujourd'hui, assez unanimement de ce que nous soutenions alors, que c'est une dispute de mots: & comment n'en seroit-ce pas une, puisque les deux partis sont d'ailleurs entiérement d'acord sur les principes fondamentaux de l'équilibre & du mouvement? En effet, qu'on propose un problême de Dynamique à résoudre à deux géometres habiles, dont l'un soit adversaire, & l'autre partisan des *forces vives*, leurs solutions, si elles sont bonnes, s'acorderont parfaitement entr'elles: la mesure des *forces* est donc une question aussi inutile à la Méchanique, que les questions sur la nature de l'étendue & du mouvement: sur quoi on peut voir ce que nous avons dit *au mot* ELÉMENS DES SCIENCES, *tome V, page* 493, *col.* 1 *&* 2. Dans le mouvement d'un corps nous ne voyons clairement que deux choses; l'espace parcouru, & le temps qu'il emploie à le parcourir. C'est de cette seule idée qu'il faut déduire tous les principes de la Méchanique, & qu'on peut en effet les déduire. *Voyez* DYNAMIQUE.

Une considération qu'il ne faut pas négliger, & qui prouve bien qu'il ne s'agit ici que d'une question de nom tout pure; c'est que soit qu'un corps ait une simple tendance au mouvement, arrêtée par quelque obstacle, soit qu'il se meuve d'un mouvement uniforme avec la vitesse que cette tendance suppose, soit enfin que commençant à se mouvoir

Digitized by Google

avec cette viteſſe, ſon mouvement ſoit anéanti peu à peu par quelque obſtacle; dans tous ces cas, l'effet produit par le corps eſt différent: mais le corps en lui-même ne reçoit rien de nouveau; ſeulement ſon action eſt différemment appliquée. Ainſi, quand on dit que la *force* d'un corps eſt dans certains cas comme la viteſſe, dans d'autres comme le carré de la viteſſe; on veut dire ſeulement que l'effet dans certains cas eſt comme la viteſſe, dans d'autres comme le carré de cette viteſſe: encore doit-on remarquer que le mot *effet* eſt ici lui-même un terme aſſez vague, & qui a beſoin d'être défini avec d'autant plus d'exactitude, qu'il a des ſens différens dans chacun des trois cas dont nous venons de parler. Dans le premier, il ſignifie l'éfort que le corps fait contre l'obſtacle; dans le ſecond, l'eſpace parcouru dans un temps donné & conſtant; dans le troiſieme, l'eſpace parcouru juſqu'à l'extinction totale du mouvement, ſans avoir d'ailleurs aucun égard au temps que la *force* a mis à ſe conſumer.

On peut remarquer par tout ce que nous venons de dire, qu'un même corps, ſelon que ſa tendance au mouvement eſt différemment appliquée, produit différens effets; les uns proportionels à ſa viteſſe, les autres au carré de ſa viteſſe. Ainſi, ce prétendu axiôme, que *les effets ſont proportionels à leurs cauſes*, eſt au moins très-mal énoncé, puiſque voilà une même cauſe qui produit différens effets. Il faudroit mettre cette reſtriction à la propoſition dont il s'agit que *les effets ſont proportionels à leurs cauſes, agiſſantes de la même maniere*. Mais nous avons déjà fait voir aux *mots* ACCÉLÉRATRICE & CAUSE, que ce prétendu axiôme eſt un principe très-vague, très-mal exprimé, abſolument inutile à la Méchanique, & capable de conduire à bien des paralogiſmes, quand on n'en fait pas uſage avec précaution.

CONSERVATION DES FORCES VIVES. C'eſt un principe de Méchanique que M. Huyghens ſemble avoir aperçu le premier, & dont M. Bernoulli, & pluſieurs autres géometres après lui, ont fait voir depuis, l'étendue & l'uſage dans la ſolution des problêmes de Dynamique. Voici quel eſt ce principe; il conſiſte dans les deux lox ſuivantes.

1°. Si des corps agiſſent les uns ſur les autres, ſoit en ſe tirant par des fils ou des verges inflexibles, ſoit en ſe pouſſant, ſoit en ſe choquant, pourvu que dans ce dernier cas, ils ſoient à reſſort parfait, la ſomme des produits des maſſes par les carrés des viteſſes fait toujours une quantité conſtante. 2°. Si les corps ſont animés par des puiſſances quelconques, la ſomme des produits des maſſes par les carrés des viteſſes à chaque inſtant, eſt égale à la ſomme des produits des maſſes par le carré des viteſſes initiales, plus les carrés des viteſſes que les corps auroient acquiſes, ſi étant animés par les mêmes puiſſances, il étoient mûs librement chacun ſur la ligne qu'il a décrite.

Nous avons dit *ſoit en ſe pouſſant, ſoit en ſe choquant*, & nous diſtinguons *la pulſion* d'avec le *choc*, parce que la conſervation des *forces vives* a lieu dans les mouvemens des corps qui ſe pouſſent, pourvu que ces mouvemens ne changent que par degrés inſenſibles, ou plutôt infiniment petits; au lieu qu'elle a lieu dans les corps élaſtiques qui ſe choquent, dans le cas même où le reſſort agiroit en un inſtant indiviſible, & les feroit paſſer ſans gradation d'un mouvement à un autre.

M. Huyghens paroît être le premier qui ait aperçu cette loi de la conſervation des *forces vives* dans le choc des corps élaſtiques. Il paroît auſſi avoir connu la loi de la conſervation des *forces vives* dans le mouvement des corps qui ſont animés par des puiſſances. Car le principe dont il ſe ſert pour réſoudre le problême des centres d'oſcillation, n'eſt autre choſe que la ſeconde loi exprimée autrement. M. Jean Bernoulli dans ſon diſcours ſur les loix de la communication du mouvement dont nous avons parlé, a développé & étendu cette découverte de M. Huyghens, & il n'a pas oublié de s'en ſervir pour prouver ſon opinion ſur la meſure des *forces*, à laquelle il croit ce principe très-favorable; puiſque dans l'action mutuelle de deux corps, ce n'eſt preſque jamais la ſomme des produits des maſſes, par les viteſſes qui fait une ſomme conſtante, mais la ſomme des produits des maſſes par les carrés des viteſſes. Deſcartes croyoit que la même quantité de *force* devoit toujours ſubſiſter dans l'univers, & en conſéquence il prétendoit fauſſement que le mouvement ne pouvoit pas ſe perdre, parce qu'il ſuppoſoit la *force* proportionele à la quantité de mouvement. Ce philoſophe n'auroit peut être pas été éloigné d'admetre la meſure des *forces vives* par les carrés des viteſſes, ſi cette idée lui fut venue dans l'eſprit. Cependant ſi on fait attention à ce que nous avons dit-ci-deſſus ſur la notion qu'on doit atacher au mot de *force*, il ſemble que cette nouvele preuve en faveur des *forces vives*, ou ne préſente rien de net à l'eſprit, ou ne lui préſente qu'un fait & une vérité avoués de tout le monde.

Dans mon traité de Dynamique imprimé en 1743, j'ai démontré le principe de la conſervation des *forces vives* dans tous les cas poſſibles; & j'ai fait voir qu'il dépend de cet autre principe, que quand des puiſſances ſe ſont équilibre, les viteſſes *virtueles* des points où elles ſont appliquées, eſtimées ſuivant la direction de ces puiſſances, ſont en raiſon inverſe de ces mêmes puiſſances. Ce dernier principe eſt reconu depuis longs-temps par les Géometres pour le principe fondamental de l'équilibre; ou du moins pour une conſéquence néceſſaire de l'équilibre.

M. Daniel Bernoulli dans ſon excellent ouvrage, intitulé: *Hydrodynamica*, a appliqué le premier au mouvement des fluides le principe de la conſervation des *forces vives*, mais ſans le démontrer. J'ai publié à Paris en 1744, *un traité de l'équilibre & du mouvement des fluides*, où je crois avoir démontré le premier la conſervation des

Digitized by Google

des *forces vives* dans le mouvement des fluides. C'eſt aux ſavans à juger ſi j'y ai réuſſi. Je crois auſſi avoir prouvé que M. Daniel Bernoulli s'eſt ſervi quelquefois du principe de la conſervation des *forces vives* dans certains cas où il n'auroit pas dû en faire uſage. Ce ſont ceux où la viteſſe du fluide, ou d'une partie du fluide change bruſquement & ſans gradation, c'eſt-à-dire, ſans diminuer par des degrés inſenſibles. Car le principe de la conſervation des *forces vives*, n'a jamais lieu lorſque les corps qui agiſſent les uns ſur les autres paſſent ſubitement d'un mouvement à un mouvement différent, ſans paſſer par les degrés de mouvement intermédiaires, à moins que les corps ne ſoient ſuppoſés à reſſort parfait. Encore dans ce cas le changement ne s'opere-t-il que par des degrés infiniment petits; ce qui le fait rentrer dans la regle générale. *Voyez* HYDRODINAMIQUE & FLUIDE.

Dans les *mém. de l'académie des Sciences*, de 1742. M. Clairaut a démontré auſſi d'une maniere particuliere, le principe de la conſervation des *forces vives*; & je dois remarquer à ce ſujet, que quoique le mémoire de M. Clairaut ſoit imprimé dans le vol. de 1742, & que mon traité de Dynamique n'ait paru qu'en 1743, cependant ce mémoire & ce traité, ont été préſentés tous deux le même jour à l'académie.

On peut voir par différens mémoires répandus dans les volumes des académies des Sciences de Paris, de Berlin, de Petersbourg, combien le principe de la conſervation des *forces vives* facilite la ſolution d'un grand nombre de problêmes de Dynamique; nous croyons même qu'il a été un temps où on auroit été fort embaraſſé de réſoudre pluſieurs de ces problêmes ſans employer ce principe; & il me ſemble, ſi une prévention trop favorable pour mon propre travail ne m'en impoſe point, que j'ai donné le premier dans mon traité de Dynamique une méthode générale & directe, pour réſoudre toutes les queſtions imaginables de ce genre, ſans y employer le principe de la conſervation des *forces vives*, ni aucun autre principe indirect & ſecondaire. Cela n'empêche pas que je ne conviene de l'utilité de ces derniers principes pour faciliter, ou plutôt pour abréger en certains cas les ſolutions, ſur-tout lorſqu'on aura eu ſoin de démontrer auparavant ces mêmes principes.

Du rapport de la force vive avec l'action. Nous avons vu *au mot* COSMOLOGIE, que les partiſans modernes des *forces vives* avoient imaginé l'action comme le produit de la maſſe, par l'eſpace & par la viteſſe, ou ce qui revient au même, comme le produit de la maſſe, par le carré de la viteſſe & par le temps, car dans le mouvement uniforme tel qu'on le ſuppoſe ici, l'eſpace eſt le produit de la viteſſe par le temps. *Voyez* VITESSE.

Nous avons dit auſſi aux *mots* ACTION & COSMOLOGIE, que cette définition de l'action priſe en elle-même, eſt abſolument arbitraire; cependant nous craignons que les partiſans modernes des *forces vives*, n'aient prétendu attacher par cette définition quelque réalité à ce qu'ils appellent *action*. Car ſelon eux la force inſtantanée d'un corps en mouvement, eſt le produit de la maſſe par le carré de la viteſſe; & ils paroiſſent avoir regardé l'action comme la ſomme des *forces inſtantanées*, puiſqu'ils font l'action égale au produit de la *force vive* par le temps. On peut voir ſur cela un mémoire, d'ailleurs aſſez médiocre, du feu profeſſeur Wolf, inſéré dans le *I volume de Petersbourg*; & l'on ſe convaincra que ce profeſſeur croyoit en effet avoir fixé dans ce mémoire la véritable notion de l'action; mais il eſt aiſé de voir que cette notion, quand on voudra la regarder autrement que comme une définition de nom, eſt tout-à-fait chimérique & en elle-même & dans les principes des partiſans des *forces vives*; 1°. en elle-même, parce que dans le mouvement uniforme d'un corps, il n'y a point de réſiſtance à vaincre ni par conſéquent d'action, à proprement parler; 2°. dans les principes des partiſans des *forces vives*, parce que ſelon eux, la *force vive* eſt celle qui ſe conſume, ou qu'on ſuppoſe pouvoir ſe conſumer en s'exerçant. Il n'y a donc proprement d'action que lorſque cette *force* ſe conſume réellement en agiſſant contre des obſtacles. Or dans ce cas, ſelon les défenſeurs même des *forces vives*, le temps doit être compté pour rien, parce qu'il eſt de la nature d'une *force* plus grande d'être plus long-temps à s'anéantir. Pourquoi donc veulent-ils faire entrer le temps dans la conſidération de l'action? L'action ne devroit être dans leurs principes que la *force vive* même en tant qu'elle agit contre des obſtacles; & cette maniere de la conſidérer ne doit rien changer à ſa meſure, puiſque ſelon eux cette *force* n'eſt regardée comme proportionele au carré de viteſſe, qu'autant qu'on ſuppoſe cette *force* anéantie inſenſiblement par des obſtacles contre leſquels elle agit.

Reconoiſſons donc que cette définition de l'action donnée par les partiſans des *forces vives*, eſt purement arbitraire, & même peu conforme à leurs principes. A l'égard de ceux qui comme M. de Maupertuis, n'ont point pris de parti dans la diſpute des *forces vives*, on ne peut leur conteſter la définition de l'action, ſur-tout lorſqu'ils paroiſſent la donner comme une définition de nom; M. de Maupertuis dit lui-même à la page 26 du premier volume de ſes nouveles œuvres imprimées à Lyon: *Ce que j'ai appelé* action, *il auroit peut-être mieux valu l'appeler* force: *mais ayant trouvé ce mot tout établi par Léibnitz & par Wolf, pour exprimer la même idée, & trouvant qu'il y répond bien, je n'ai pas voulu changer les termes.* Ces paroles ſemblent faire connoître que M. de Maupertuis, quoiqu'il croie que l'action peut être repréſentée par le produit du carré de la viteſſe & du temps, croit en même

temps qu'on pouroit attacher à ce mot une autre notion ; à quoi nous ajouterons relativement aux *articles* ACTION & COSMOLOGIE, que quand il regarde l'action enviſagée ſous ce point de vue, comme la *dépenſe* de la nature, ce mot de *dépenſe* ne doit point ſans doute être pris dans un ſens métaphyſique & rigoureux, mais dans un ſens purement mathématique, c'eſt-à-dire, pour une quantité mathématique, qui dans pluſieurs cas eſt égale à un *minimum*.

Par les mêmes raiſons, je crois qu'on peut adopter également toute autre définition de l'action, par exemple celle que M. d'Arcy en a donnée dans les Mém. de l'acad. des Sciences de 1747 & 1752, pourvu (ce qui ne contre-dit en rien les principes de M. d'Arcy) qu'on regarde auſſi cette définition comme une ſimple définition de nom. On peut dire dans un ſens avec M. d'Arcy, que l'action d'un ſyſtême de deux corps égaux qui ſe mouvent en ſens contraire avec des viteſſes égales, eſt nulle, parce que l'action qui feroit équilibre à la ſomme de ces actions ſeroit nulle, mais on peut auſſi dans un autre ſens regarder l'action de ce ſyſtême comme la ſomme des actions ſéparées, & par conſéquent comme réelle. Ainſi, on peut regarder comme très-réelle l'action des deux boulets de canon qui vont en ſens contraires. Au reſte, M. d'Arcy remarque avec raiſon que la conſervation de l'action, priſe dans le ſens qu'il lui donne, a lieu en général dans le mouvement des corps qui agiſſent les uns ſur les autres, & il s'eſt ſervi avantageuſement de ce principe pour faciliter la ſolution de pluſieurs problèmes de Dynamique.

Comme l'idée qu'on attache ordinairement au mot *action* ſuppoſe de la réſiſtance à vaincre, & que nous ne pouvons avoir d'idée de l'action que par ſon effet, j'ai cru pouvoir définir l'*action* dans l'Encyclopédie, en diſant qu'elle eſt le mouvement qu'un corps produit, ou qu'il tend à produire dans un autre corps. Un auteur qui m'eſt inconnu prétend dans les *mém. de l'acad. de Berlin* de 1753, que cette définition eſt *vague*. Je ne ſai s'il a prétendu m'en faire un reproche ; en tout cas, je l'invite à nous donner une définition mathématique de l'action qui repréſente d'une maniere plus exacte & plus préciſe, non la notion métaphyſique du mot *action*, qui eſt une chimere, mais l'idée qu'on attache vulgairement à ce mot.

Tout ce que nous venons de dire ſur l'action, avoit un rapport néceſſaire au mot *force*, & peut être regardé comme un ſupplément aux *mots* ACTION & COSMOLOGIE, auxquels nous renvoyons.

Réflexions ſur la nature des forces mortes, & ſur leurs différentes eſpeces. En adoptant comme une ſimple définition de nom l'idée que les défenſeurs des *forces vives* nous donnent de la *force morte*, on peut diſtinguer deux ſortes de *forces mortes*; les unes ceſſent d'exiſter dès que leur effet eſt arrêté, comme il arive dans le cas de deux corps durs égaux qui ſe choquent directement en ſens contraires avec des viteſſes égales. La ſeconde eſpece de *forces mortes* renferme celles qui périſſent, & renaiſſent à chaque inſtant, en ſorte que ſi on ſupprimoit l'obſtacle, elles auroient leur plein & entier effet; telle eſt celle de deux reſſorts bandés, tandis qu'ils agiſſent l'un contre l'autre; telle eſt encore celle de la peſanteur. *Voyez la fin de l'article* ÉQUILIBRE, (*Méchan.*), où nous avons remarqué que le mot *équilibre* ne convient proprement qu'à l'action mutuele de cette derniere ſorte de *forces mortes*.

Cette diſtinction entre les *forces mortes* nous donnera lieu d'en faire encore une autre : ou la *force morte* eſt telle qu'elle produiroit une viteſſe finie, s'il n'y avoit point d'obſtacle ; ou elle eſt telle que l'obſtacle ôté, il n'en réſulteroit d'abord qu'une viteſſe infiniment petite, ou pour parler plus exactement, que le corps commenceroit ſon mouvement par zéro de viteſſe, & augmenteroit enſuite cette viteſſe par degrés. Le premier cas eſt celui de deux corps égaux qui ſe choquent, ou qui ſe pouſſent, ou qui ſe tirent en ſens contraire avec des viteſſes égales & finies ; le ſecond eſt celui d'un corps peſant qui eſt apuié ſur un plan horizontal. Ce plan ôté, le corps deſcendra ; mais il commencera à deſcendre avec une viteſſe nulle, & l'action de la peſanteur fera croître enſuite à chaque inſtant cette viteſſe; c'eſt du moins ainſi qu'on le ſuppoſe. *Voyez* ACCÉLÉRATION & DESCENTE. De là les Méchaniciens ont conclu que la force de la percuſſion étoit infiniment plus grande que celle de la peſanteur, puiſque la premiere eſt à la ſeconde comme une viteſſe finie à une viteſſe infiniment petite, ou plutôt à zéro; & par-là ils ont expliqué pourquoi un poids énorme qui charge un clou à moitié enfoncé dans une table ne fait pas avancer ce clou, tandis que ſouvent une percuſſion aſſez légere produit cet effet. Sur quoi *voyez l'article* PERCUSSION.

FORCES ACCÉLÉRATRICES. Les *forces mortes* priſes dans le dernier ſens, deviennent des *forces accélératrices* ou *retardatrices*, lorſqu'elles ſont en pleine liberté de s'exercer ; car alors leur action continue, ou accélere le mouvement, ou le retarde, ſi elle agit en ſens contraire. *Voyez* ACCÉLÉRATRICE. Mais cette maniere de conſidérer les *forces accélératrices* paroît ſujete à de grandes difficultés. En effet, poura-t-on dire, ſi le mouvement produit par une *force accélératrice* quelconque, comme la peſanteur, commence par zéro de viteſſe, pourquoi un corps peſant ſoutenu par un fil fait-il éprouver quelque réſiſtance à celui qui le ſoutient ? Il devroit être abſolument dans le même cas qu'un corps placé ſur un plan horizontal, & ataché à un fil auſſi horizontal à l'extrémité duquel on placeroit une puiſſance. Cette puiſſance n'auroit aucun éfort à faire pour retenir le corps, parce que ce corps eſt en repos, ou ce qui revient au même, parce que la viteſſe avec laquelle il tend à ſe mouvoir eſt zéro. Or ſi la premiere viteſſe avec laquelle un corps peſant tend à

Digitized by Google

ſe mouvoir eſt auſſi égale à zéro comme on le ſuppoſe, pourquoi l'effort qu'il faut faire pour le retenir n'eſt-il pas abſolument nul ? Ce corps en deſcendant prendra ſans doute une viteſſe finie au bout d'un temps quelconque, mais l'effort qu'on fait pour le ſoutenir n'agit pas contre la viteſſe qu'il prendra, il agit contre celle avec laquelle il tend actuellement à ſe mouvoir, c'eſt-à-dire, contre une viteſſe nulle. En un mot, un corps peſant ſoutenu par un fil tend à ſe mouvoir horizontalement & verticalement avec zéro de viteſſe ; d'où vient donc, faut-il un effort pour l'empêcher de ſe mouvoir verticalement, & n'en faut-il point pour l'empêcher de ſe mouvoir horizontalement ? On ne peut répondre à cette objection que de deux manieres, dont ni l'une ni l'autre n'eſt capable de ſatisfaire pleinement.

On peut dire en premier lieu que l'on a tort de ſuppoſer que la viteſſe initiale d'un corps qui deſcend ſoit zéro abſolu ; que cette viteſſe eſt finie quoique très-petite, & auſſi petite qu'on voudra le ſuppoſer ; qu'il paroît difficile de concevoir comment une viteſſe qui a commencé par zéro abſolu deviendroit enſuite réelle ; comment une puiſſance dont le premier effet eſt zéro de mouvement pourroit produire un mouvement réel par la ſucceſſion du temps ; que la peſanteur eſt une *force* du même genre que la *force* centrifuge, ainſi qu'on le verra dans la ſuite de cet article ; & que cette derniere *force* telle qu'elle a lieu dans la nature, n'eſt point une *force* infiniment petite, mais une *force* finie très-petite, les corps qui ſe meuvent ſuivant une courbe, ne décrivant point réellement des courbes rigoureuſes, mais des courbes polygones, compoſées d'une quantité *finie*, mais très-grande, de petites lignes droites contiguës entr'elles à angles très-obtus. Voilà la réponſe.

Sur quoi je remarque, 1°. que s'il eſt difficile & peut-être impoſſible de comprendre comment une *force* qui a commencé par produire dans un corps zéro de viteſſe, peut par des coups ſucceſſifs & réitérés à l'infini, produire dans ce corps une viteſſe finie, on ne comprend pas mieux comment un ſolide eſt formé par le mouvement d'une ſurface ſans profondeur, comment une ſuite de points indiviſibles peut former l'étendue, comment une ſucceſſion d'inſtans indiviſibles forme le temps, comment même des points & des inſtans indiviſibles ſe ſuccedent, comment un atome en repos dans un point quelconque de l'eſpace peut-être tranſporté dans un point différent ; comment enfin l'ordonée d'une courbe qui eſt zéro au ſommet, devient réelle par le ſeul tranſport de cette ordonée le long de l'abſciſſe : toutes ces difficultés & d'autres ſemblables, tiennent à l'eſſence toujours inconnue & toujours incompréhenſible du mouvement, de l'étendue & du temps. Ainſi, comme elles ne nous empêchent point de reconoître la réalité de l'étendue, du temps & du mouvement, la difficulté propoſée contre le paſſage de la viteſſe nulle à la viteſſe finie, ne doit pas non plus être regardée comme déciſive. 2°. Sans doute la *force* centrifuge, ſoit dans les courbes rigoureuſes, ſoit dans les courbes conſidérées comme des polygones *infinis*, eſt comparable, quant à ſes effets, à la peſanteur : mais pourquoi veut-on qu'aucune portion de courbe décrite par un corps dans la nature, ne ſoit rigoureuſe, & que toutes ſoient des polygones d'un nombre de côtés fini, mais très-grand ? Ces côtés en nombre fini, & très-petits, ſeroient des lignes droites parfaites. Or, pourquoi trouve-t-on moins de difficulté à ſuppoſer dans la nature des lignes droites parfaites très-petites, que des lignes courbes parfaites auſſi très-petites ? Je ne vois point la raiſon de cette préférence, la rectitude abſolue étant auſſi difficile à concevoir dans une portion d'étendue ſi petite qu'on voudra, que la courbure abſolue. 3°. Et c'eſt ici la difficulté principale à la 1re réponſe, ſi la nature de la *force* accélératrice eſt de produire au 1er inſtant une viteſſe très-petite, cette *force* agiſſant à chaque inſtant pendant un temps fini, produiroit donc au bout de ce temps une viteſſe infinie ; ce qui eſt contre l'expérience. On dira peut-être que la nature de la peſanteur n'eſt point d'agir à chaque inſtant, mais de donner de petits coups finis qui ſe ſuccedent comme par ſecouſſes dans des intervalles de temps finis, quoique très-petits : mais on ſent bien que cette ſuppoſition eſt purement arbitraire ; & pourquoi la peſanteur agiroit-elle ainſi par ſecouſſes & non pas par un effort continu & non interrompu ? On ne pouroit tout au plus admettre cette hypotheſe, que dans le cas où l'on regarderoit la peſanteur comme l'effet de l'impulſion d'un fluide ; & l'on fait combien il eſt douteux que la peſanteur vienne d'une pareille impulſion, puiſque juſqu'ici les phénomenes de la peſanteur n'ont pu s'en déduire, ou même y paroiſſent contraires. *Voyez* PESANTEUR, GRAVITÉ & GRAVITATION. On voit, par toutes ces réflexions, que la premiere réponſe à la difficulté que nous avons propoſée ſur la nature des *forces* accélératrices, eſt elle-même ſujete à des difficultés conſidérables.

On pouroit dire en ſecond lieu pour répondre à cette difficulté, qu'à la vérité un corps peſant, ou tout autre corps mû par une *force* accélératrice quelconque, doit commencer ſon mouvement par zéro de viteſſe ; mais que ce corps n'en eſt pas moins en diſpoſition de ſe mouvoir verticalement ſi rien ne l'en empêche ; au lieu qu'il n'a aucune diſpoſition à ſe mouvoir horizontalement ; qu'il y a par conſéquent dans ce corps un *niſus*, une tendance au mouvement vertical, qu'il n'a point pour le mouvement horizontal ; que c'eſt ce *niſus*, cette tendance qu'on a à ſoutenir dans le premier cas, & qu'on n'a point à ſoutenir dans le ſecond, qu'elle ne peut être contre-balancée que par un *niſus*, une tendance pareille ; que l'effort que l'on fait pour ſoutenir un poids, eſt de même nature que la peſanteur ; que cet effort produiroit, à la vérité, au premier inſtant une viteſſe infiniment petite, mais

Digitized by Google

qu'il eſt très-différent d'un effort nul, parce qu'un effort nul ne produiroit aucun mouvement, & que l'effort dont il s'agit en produiroit un fini, au bout d'un temps fini. Cette ſeconde réponſe n'eſt guere plus ſatisfaiſante que l'autre; car qu'eſt-ce qu'un *nifus*, au mouvement, qui ne produit pas une viteſſe finie dans le premier inſtant? Quelle idée ſe former d'un pareil effort? D'ailleurs pourquoi l'effort qu'il faut faire pour ſoutenir un grand poids, eſt-il beaucoup plus conſidérable que celui qu'il faut faire pour arrêter une boule de billard qui ſe meut avec une viteſſe finie? Il ſemble au contraire que ce dernier devroit être beaucoup plus grand, ſi en effet la *force* de la peſanteur étoit nulle par raport à celle de la percuſſion.

Il réſulte de tout ce que nous venons de dire, que la difficulté propoſée mérite l'attention des Phyſiciens & des Géometres. Nous les invitons à chercher des moyens de la réſoudre plus heureuſement que nous ne venons de faire, ſuppoſé qu'il ſoit poſſible d'en trouver.

Loix des forces accélératrices, & maniere de les comparer. Quoi qu'il en ſoit des ces réflexions ſur la nature des *forces accélératrices*, il eſt au moins certain dans le ſens qu'on l'a expliqué *au mot* Accélératrice, que ſi on appele φ la *force* accélératrice d'un corps, dt l'élément du temps, du celui de la viteſſe, on aura $\varphi\,dt = du$; & ſi la *force* eſt retardatrice, au lieu d'être accélératrice, on aura $\varphi\,dt = -du$, parce qu'alors φ croiſſant u diminue; ſur quoi *voyez mon traité de Dynamique, articles* 19 & 20. Or nommant e l'eſpace parcouru, on a $du = \frac{de}{dt}$, (*Voyez* Viteſſe); donc l'équation $\varphi\,dt = \pm du$, donne auſſi celle-ci $\varphi\,dt^2 = \pm d\,de$; c'eſt-à-dire, que les petits eſpaces que fait parcourir à chaque inſtant un *force* accélératrice ou retardatrice, ſont entr'eux comme les carrés des temps.

Cette équation $\varphi\,dt^2 = \pm d\,de$, ou, ce qui revient au même, l'équation $\varphi\,dt = \pm du$ n'eſt point un principe de Méchanique, comme bien des auteurs le croient, mais une ſimple définition; la *force* accélératrice ne ſe fait connoître à nous que par ſon effet: cet effet n'eſt autre choſe que la viteſſe qu'elle produit dans un certain temps, & quand on dit, par exemple, que la *force* accélératrice d'un corps eſt réciproquement proportionèle au carré de la diſtance, on veut dire ſeulement que $\frac{du}{dt}$ eſt réciproquement proportionel à ce carré; ainſi, φ n'eſt que l'expreſſion abrégée de $\frac{du}{dt}$, & le ſecond membre de l'équation qui exprime la valeur de $\frac{du}{dt}$. *Voyez l'Article* Accélératrice *& mon traité de Dynamique* déja cités.

L'équation $\frac{d\,de}{dt^2} = \varphi$ fait voir que pendant un inſtant l'effet de toute *force* accélératrice quelconque eſt comme le carré du temps; car la *force* variable φ pouvant être cenſée conſtante pendant un inſtant, $\frac{d\,de}{dt^2}$ eſt donc conſtant pendant cet inſtant, & par conſéquent $d\,de$ eſt comme dt^2. Ainſi, pendant un inſtant quelconque les petits eſpaces qu'une *force* accélératrice quelconque fait parcourir, ſont entr'eux comme les carrés des temps, ou plutôt des inſtans correſpondans; toute cauſe accélératrice agit donc dans un inſtant de la même maniere & ſuivant les mêmes loix que la peſanteur agit dans un temps fini; car les eſpaces que la peſanteur fait parcourir, ſont comme les carrés des temps. *Voyez* Accélération & Deſcente. Donc ſi on nomme a l'eſpace que la peſanteur p feroit parcourir pendant un temps quelconque ϑ, on aura $p : \varphi :: \frac{a}{\vartheta^2} : \frac{d\,de}{dt^2}$, & par conſéquent $\varphi = \frac{p\,d\,de\,\vartheta^2}{a\,dt^2}$, formule générale pour comparer avec la peſanteur p une force accélératrice quelconque φ.

Mais il y a ſur cette formule une remarque importante à faire; elle ne doit avoir lieu que quand on regarde comme courbe rigoureuſe la courbe qui auroit les temps t pour abciſſes & les eſpaces e pour ordonées; ou, ce qui revient au même, qui repréſenteroit par l'équation entre ſes coordonnées l'équation entre e & t. *Voyez* Équation. Car, ſi on regarde cette courbe comme poligone, alors $d\,de$ priſe à la maniere ordinaire du calcul différentiel aura une valeur double de celle qu'elle a dans la courbe rigoureuſe, & par conſéquent il faudra ſuppoſer $\varphi = \frac{p\,d\,de\,\vartheta^2}{2\,a\,dt^2}$, afin de conſerver à φ la même valeur. *Voyez ſur cela les mots* Courbe polygone & Différentiel, *page* 988, *col.* 1. C'étoit faute d'avoir fait cette attention, que le célebre M. Newton s'étoit trompé ſur la meſure des *forces* centrales dans la premiere édition de ſes *Principes*; M. Bernoulli l'a prouvé dans les *mémoires de l'accadémie des Sciences de* 1711; on faiſoit alors en Angleterre une nouvele édition des *principes* de M. Newton; & ce grand homme ſe corrigea ſans répondre. Pour mieux faire ſentir par un exemple ſimple combien cette diſtinction entre les deux équations eſt néceſſaire, je ſuppoſe φ conſtante & égale à p; on aura donc $d\,dt = \frac{a\,dt^2}{\vartheta^2}$ par la premiere équation; & en intégrant $e = \frac{at^2}{2\vartheta^2}$. Donc ſi t eſt $= \vartheta$, on

Digitized by Google

auroit $e = \frac{a}{2}$; ce qui eſt contre l'hypotheſe, puiſqu'on a ſuppoſé que a eſt l'eſpace décrit dans le temps ϑ, & que par conſéquent ſi $t = \vartheta$, on aura $e = a$; au contraire en faiſant $dde = \frac{2adt^2}{\vartheta^2}$, on trouvera, comme on le doit, $e = a$.

Cette remarque eſt très-eſſentielle pour éviter bien des paralogiſmes.

L'équation $\varphi dt = du$, donne $\varphi de = udu$, à cauſe de $dt = \frac{de}{u}$ donc $uu = 2\int \varphi de$; autre équation entre les viteſſes & les eſpaces pour les *forces* accélératrices. Donc, ſi par exemple, φ eſt conſtant, on aura $uu = 2\varphi e$; c'eſt l'équation entre les eſpaces & les viteſſes, dans le mouvement des corps que la peſanteur anime.

FORCES CENTRALES & CENTRIFUGES. Nous avons donné la définition des *forces centrales au mot* CENTRAL, & nous y renvoyons, ainſi qu'à la diviſion des *forces centrales* en *centripetes* & *centrifuges*, ſelon qu'elles tendent à approcher ou à éloigner les corps du point fixe ou mobile auquel on raporte l'action de la *force centrale*. Ce même mot de *force centrifuge*, ſignifie encore plus ordinairement cette *force* par laquelle un corps mû circulairement tend continuellement à s'éloigner du centre du cercle qu'il décrit. Cette *force* ſe manifeſte aiſément à nos ſens dans le mouvement d'une fronde ; car nous ſentons que cette fronde eſt d'autant plus tendue par la pierre, que cette pierre eſt tournée avec plus de viteſſe ; & cette tenſion ſuppoſe dans la pierre un éfort pour s'éloigner de la main, qui eſt le centre du cercle que la pierre décrit. En effet, la pierre mue circulairement tend continuélement à s'échaper par la tangente, en vertu de la *force* d'inertie, comme on l'a prouvé *au mot* CENTRIFUGE. Or, l'éfort pour s'échaper par la tangente, tend à éloigner le corps du centre, comme cela eſt évident, puiſque ſi le corps s'échapoit par la tangente, il s'éloigneroit toujours de plus en plus de ce même centre. Donc l'éfort de la pierre, pour s'échaper par la tangente, doit tendre la fronde. Veut-on le voir d'une maniere encore plus diſtincte? Le corps arivé au point A, *Fig.* 24. *Méchaniq.*, tend à ſe mouvoir par la tangente ou portion de tangente infiniment petite AD. Or, par le principe de la décompoſition des *forces* (*Voyez* DÉCOMPOSITION & COMPOSITION), on peut regarder ce mouvement ſuivant AD comme compoſé de deux mouvemens, l'un ſuivant l'arc AE du cercle, l'autre ſuivant la ligne ED, qu'on peut ſuppoſer dirigée au centre. De ces deux mouvemens, le corps ne conſerve que le mouvement ſuivant AE ; donc le mouvement ſuivant ED eſt détruit ; & comme ce mouvement eſt dirigé du centre à la circonférence, c'eſt en vertu de la tendance à ce mouvement que la fronde eſt bandée.

Un corps qui ſe meut ſur toute autre courbe que ſur un cercle, fait éfort de même à chaque inſtant pour s'échaper par la tangente ; ainſi, on a nommé en général cet éfort *force centrifuge*, quelle que ſoit la courbe que le corps décrit.

Pour calculer la *force centrifuge* d'un corps ſur une courbe quelconque, il ſuffit de la ſavoir calculer dans un cercle ; car une courbe quelconque peut être regardée comme compoſée d'une infinité d'arcs de cercle, dont les centres ſont dans la développée. *Voyez* DÉVELOPÉE & OSCULATEUR. Ainſi, connoiſſant la loi des *forces centrifuges* dans le cercle, on connoîtra celle des *forces centrifuges* dans une courbe quelconque. Or il eſt facile de calculer la *force centrifuge* dans un cercle ; car, ſuivant ce que nous avons dit ci-deſſus, ſi on nomme φ la *force centrifuge*, & dt le temps employé à parcourir AE ou DE, *Fig.* 79, *Méchanique*, on aura $\varphi : p :: \frac{DE}{dt^2} : \frac{a}{\vartheta^2}$, en regardant le cercle comme rigoureux. Or, dans cette hypotheſe, on a $DE = \frac{AE^2}{AB}$ par la propriété du cercle ; donc $\varphi = \frac{p.AE^2.\vartheta^2}{adt^2.AB}$.

Dans le cercle polygone, on a $DE = \frac{2AE^2}{AB}$; parce que, regardant AD comme le prolongement d'un petit côté du cercle, on a $DE : AE :: AE$ eſt au rayon $\frac{AB}{2}$, &, dans cette même hypotheſe, on a $\varphi : p :: \frac{DE}{dt^2} : \frac{2a}{\vartheta^2}$; donc on aura $\varphi = \frac{p.2AE^2.\vartheta^2}{2adt^2.AB} = \frac{p\vartheta^2.AE^2}{adt^2.AB}$; équation qui eſt la même que la précédente. On voit donc qu'en s'y prenant bien, la valeur de la *force centrifuge* ſe trouve la même dans les deux cas.

Si on appelle u la viteſſe du corps, & ſi on ſuppoſe u égale à la viteſſe que le corps auroit acquiſe en tombant de la hauteur h, en vertu de la peſanteur p, on aura $uu = 2ph$. *Voy.* ACCÉLÉRATION, PESANTEUR, *& ce que nous avons dit ci-deſſus* à l'occaſion de l'équation $\varphi de = udu$.

De plus on aura par la même raiſon $\sqrt{2pa}$ pour la viteſſe que le corps acquerroit en tombant de la hauteur a pendant le temps ϑ, & comme cette viteſſe feroit parcourir uniformément l'eſpace $2a$ pendant le même temps ϑ (*Voyez* ACCÉLÉRATION & DESCENTE), on aura $AE : 2a :: udt : \vartheta\sqrt{2pa} :: dt\sqrt{2ph} : \vartheta\sqrt{2pa}$; donc

Digitized by Google

$\frac{AE}{dt} = \frac{2a\sqrt{h}}{3\sqrt{a}} = \frac{2\sqrt{ah}}{3}$; donc $\frac{AE^2}{dt^2} = \frac{4ah}{3^2}$; donc $\varphi = \frac{p3^2}{a.AB} \times \frac{4ah}{3^2} = \frac{4ph}{AB}$, & voilà la démonstration du théorême que nous avons donné, d'après M. Huyghens, au *mot* CENTRAL; car on aura $\varphi : p :: 2b : \frac{AB}{2}$. On peut voir les conséquences de ce théorême au même *mot* CENTRAL.

On lit dans certains ouvrages que la *force centrifuge* est *égale* au carré de la vitesse divisé par le rayon, & dans d'autres qu'elle est égale au carré de la vitesse divisé par le diametre : cette différence d'expressions ne doit point surprendre; car le mot *égale* ne signifie ici que *proportionele*, comme on l'a expliqué dans l'*article* ÉQUATION; cela signifie donc seulement que les *forces centrifuges* dans deux cercles différens, sont comme les carrés des vitesses divisés par les rayons, ou ce qui est la même chose, par les diametres. *Voyez le mot* ÉQUATION *à la fin*.

Au reste, la raison de cette différence apparente de valeur que les auteurs de Méchanique ont donnée à la *force centrifuge*, vient de ce qu'ayant pris la ligne DE pour représenter la *force centrifuge*, le temps dt étant constant, les uns ont considéré DE dans la courbe polygone, les autres dans la courbe rigoureuse. Dans le premier cas $DE = AE^2$ divisé par le rayon; & dans le second $DE = AE^2$ divisé par le diametre. Or AE est ici comme la vitesse, puisqu'on suppose dt constant; donc au lieu de AE^2, on peut mettre le carré de la vitesse. Donc, *&c.* Ces différentes observations contribueront beaucoup à éclaircir ce que les différens auteurs ont écrit sur les *forces* centrales & centrifuges.

Puisque $2ph = uu$, & que $\frac{AB}{2}$ est le rayon du cercle, il s'ensuit que, si on fait ce rayon $= r$, on aura $\varphi = \frac{uu}{r}$, soit que u & r soient constans ou non; c'est-à-dire, que l'équation $\varphi = \frac{uu}{r}$, ou $\varphi = \frac{2ph}{r}$, aura lieu dans toutes les courbes, u étant la vitesse en un point quelconque, & r le rayon de la développée. Remarquez que la *force centrifuge* φ est ici supposée dirigée par raport au centre du cercle osculateur, qui est le point où le rayon osculateur touche la développée. Si on veut que la *force*, *centrifuge* ou *centrale*, soit dirigée vers un autre point quelconque, soit F cette nouvelle *force*, soit k le co-sinus de l'angle que le rayon mené à ce point fait avec le rayon osculateur; alors regardant la *force* φ comme composée de la *force* F, & d'une autre dirigée suivant la courbe, on trouvera facilement par le principe de la décomposition des *forces*, $F : \varphi :: 1 : k$, en prenant 1 pour le *sinus* total; donc $F = \frac{\varphi}{k}$; donc $F = \frac{2ph}{rk}$: c'est la formule générale des *forces centrales* & *centrifuges* dans une courbe quelconque.

Qu'on nous permette à ce sujet une réflexion philosophique sur les progrès de l'esprit humain. Huyghens a découvert la loi des *forces centrales* dans le cercle; le même géometre a découvert la théorie des développées. L'on vient de voir qu'en réunissant ces deux théories, on en tiroit par un corollaire très-facile, la loi des *forces centrales* dans une courbe quelconque: cependant Huyghens n'a pas fait ce dernier pas qui paroît aujourd'hui si simple; & cela est d'autant plus étonant, que les deux pas qu'il avoit faits, étoient beaucoup plus difficiles. Newton, en généralisant la théorie de Huyghens, a trouvé le théorême général des *forces centrales* qui l'a conduit au vrai système du monde; comme il a trouvé le calcul différentiel, en ne faisant que généraliser la méthode de Barrow pour les tangentes; méthode qui étoit, pour ainsi dire, infiniment proche du calcul différentiel. C'est ainsi que les corollaires les plus simples des vérités connues, qui ne consistent qu'à rapprocher ces vérités, échapent souvent à ceux qui sembleroient avoir le plus de facilité & le droit de les déduire; & rien n'est plus propre que l'exemple dont on vient de faire mention, pour confirmer les réflexions que nous avons faites sur ce point au *mot* DÉCOUVERTE.

Dans la formule que nous avons donnée ci-dessus pour les *forces centrales*, nous faisons abstraction de la masse du corps; & si on veut faire attention à cette masse, il est évident qu'il faudra multiplier l'expression de la *force centrale* par la masse du corps; ou ce qui peut être encore plus simple, au lieu de regarder p comme la pesanteur, on regardera cette quantité comme le poids du corps, qui n'est autre chose que le produit de la pesanteur ou gravité par la masse. Nous faisons cette remarque, afin qu'on ne soit point embarassé à la lecture de l'*article* CENTRAL, par la considération de la masse que nous avons fait entrer dans le calcul des *forces* dont il s'agit.

Ajoutons que, si on veut une autre expression de la *force centrifuge* φ, que celle que nous avons donnée, on peut se servir de celles-ci, qui seront commodes en plusieurs cas.

On a trouvé $\varphi = \frac{p.AE^2.3^2}{4dt^2.AB}$; or, comme le cercle est supposé décrit uniformément, on peut, au lieu de $\frac{AE}{dt}$, mettre un arc quelconque fini A divisé par le temps t employé à le parcourir; donc on aura $\varphi = \frac{p.A^2.3^2}{4.AB.t^2}$.

Digitized by Google

Si on fait $t = 3$, ce qui eſt permis, on aura $p = \frac{p.A^3}{AB.a}$. De plus, ſi on nomme l la longueur d'un pendule qui fait une vibration dans le temps 3, & 2π le raport de la circonférence au rayon, on aura $\pi^2 l = 2a$. *Voyez* PENDULE & VIBRATION. Donc $p = \frac{2p.A^3}{AB.\pi^2 l}$; & ſi on ſuppoſoit de plus $l = \frac{AB}{2}$, ce qui eſt permis, on auroit $p = \frac{4A^3}{\pi^2.AB^2}$.

C'eſt par ces formules qu'on trouve le raport de la *force* centrifuge à la peſanteur ſous l'équateur. *Voyez* PESANTEUR & GRAVITÉ.

FORCE MOTRICE, eſt la cauſe qui meut un corps. Après tout ce que nous avons dit dans cet *article* ſur la notion du mot *force*, il eſt évident que la *force motrice* ne peut ſe définir que par ſon effet, c'eſt-à-dire, par le mouvement qu'elle produit.

FORCE MOUVANTE, eſt proprement la même choſe que *force motrice*; cependant on ne ſe ſert guere de ce mot que pour déſigner des *forces* qui agiſſent avec avantage par le moyen de quelque machine. Ainſi, on appele parmi nous *forces mouvantes*, ce que d'autres appelent *puiſſances méchaniques*. Ce ſont les machines ſimples dont on fait mention dans les élémens de Statique, & de la combinaiſon deſquelles on compoſe toutes les autres machines; ſavoir, le levier, le plan incliné, la vis, le coin, la poulie. On peut même les réduire à deux, le levier & le plan incliné; car la vis ſe réduit au plan incliné & au levier, la poulie & le coin au levier. *Voyez* VIS, COIN, POULIE, *&c.*

Ces différentes machines facilitent l'action des puiſſances pour mouvoir des poids, ſoit parce qu'elles diminuent en effet l'action que la puiſſance ſeroit obligée d'exercer pour mouvoir le poids immédiatement, ſoit parce que la maniere dont la puiſſance eſt appliquée favoriſe ſon action. Ainſi, dans la poulie, par exemple, la puiſſance doit être égale au poids; cependant la poulie aide la puiſſance, parce que la maniere dont la puiſſance y eſt appliquée facilite ſon action, & la met en état d'agir commodément & ſans gêne. *Voyez* POULIE, *&c.* A ces cinq *forces mouvantes* ou machines ſimples, M. Varignon, dans ſon *projet de Méchanique*, en ajoute une ſixieme, qu'il appele *la machine funiculaire*, & qui n'eſt qu'un aſſemblage de cordes par le moyen deſquelles différentes puiſſances tirent un poids. *Voyez* FUNICULAIRE. Pour connoître l'effet de ces différentes machines, il faut le calculer dans le cas de l'équilibre; car, dès qu'on a la puiſſance capable de ſoutenir un poids, alors, en augmentant tant ſoit peu cette puiſſance, on fera mouvoir le poids. Or, pour calculer le cas de l'équilibre, il ſuffit d'employer le principe de la compoſition & de la décompoſition des *forces*. Il faut pour cela prolonger d'abord, s'il eſt néceſſaire, les directions de deux *forces* quelconques, & chercher celle qui en réſulte; enſuite chercher la réſultante de cette derniere & d'une troiſieme *force*, & ainſi de ſuite, juſqu'à ce qu'on ſoit arivé à une derniere *force*, qui doit ou être = 0, ou au moins paſſer par un point fixe, pour qu'il y ait équilibre. En effet, ſi cette derniere *force*, qui réſulte de la réunion de toutes les autres, n'étoit pas égale à zéro, ou ne paſſoit pas par un point fixe dont la réſiſtance anéantit ſon action, il n'y auroit pas d'équilibre, comme on le ſuppoſe, puiſque cette *force* produiroit alors quelque mouvement. Ce principe de la réduction de toutes les *forces* à une ſeule, renferme toute la Statique, & on peut en voir l'application aux articles des différentes machines.

FORCE RÉSULTANTE. C'eſt ainſi, que quelques auteurs ont nommé la *force* unique qui réſulte de l'action de pluſieurs autres. Cette *force réſultante* ſe trouve par le principe de la diagonale du parallélogramme. *Voyez* COMPOSITION. Quand deux ou pluſieurs *forces* ſont paralleles, on ſuppoſe que leurs directions concourent à l'infini, & par ce moyen on trouve toujours la *réſultante*; car deux paralleles peuvent être cenſées concourir à l'infini. *Voyez* PARALLELE. (*O*).

FORCE DES ANIMAUX. Le premier auteur qui ait examiné la *force* de l'homme avec quelque préciſion, & qui l'ait comparée avec celle des autres animaux, c'eſt ſans doute M. de la Hire, dont l'écrit, ſur ce ſujet, eſt imprimé parmi les mémoires de l'académie des Sciences, *année* 1699. M. Deſaguliers a traduit & critiqué pluſieurs endroits de ce mémoire, dans les notes ſur la quatrieme leçon de la phyſique expérimentale, *pag.* 246 *& ſuiv. de l'original des Anglois*. Je vais donner un réſultat des obſervations de ces deux célebres méchaniciens.

M. de la Hire ſuppoſe qu'un homme ordinaire, mais fort, peſe 140 livres. Cet homme ayant les jarets un peu pliés, peut ſe redreſſer, quoique chargé d'un poids de 152 livres. Les muſcles des jambes & des cuiſſes élevent donc un poids de 290 liv. mais ſeulement de deux ou trois pouces. M. Deſaguliers trouve cette eſtimation fauſſive & trop médiocre, puiſqu'il eſt ordinaire de voir des porte-faix monter un eſcalier, ayant un fardeau de 250 livres. Ils ne peuvent le deſcendre à la vérité étant chargés d'un auſſi grand poids. La livre *averdupois* des Anglois eſt entre un onzieme & un douzieme moindre que la nôtre. Dans un homme chargé qui marche, le centre de gravité de ſon corps & du fardeau reunis, décrit un arc de cercle, qui a pour centre le pied immobile; & la jambe mobile qui pouſſe en avant ce centre de gravité, décrit auſſi un arc de cercle de même étendue. M. de Fontenelle (*Hiſt. de la même année, pag.* 97) a très-bien remarqué, que plus cet arc eſt grand par raport au ſinus verſe de ſa moi-

Digitized by Google

tié, plus la force mouvante a d'avantage à cauſe de ſa viteſſe & du peu d'élévation du poids. C'eſt ce qui a fait penſer à M. de la Hire, qu'un homme chargé de 150 liv. ne pouroit monter un eſcalier dont les marches ſeroient de cinq pouces, comme elles ſont ordinairement; ce qu'on a déja vu être contraire à l'obſervation de M. Defaguliers.

Si un homme, qui peſe 140 livres, ſaiſit un point fixe placé ſur ſa tête, il peut, par l'effort des muſcles des bras & des épaules, élever tout ſon corps, & même un poids de 20 livres, dont il ſeroit chargé. Suſpendu alors à une corde, qui, paſſant ſur une poulie, ſoutient par ſon autre extrémité un poids de 160 livres, il fait équilibre avec ce poids, & le ſurmonte, ſi l'on augmente un peu ſon fardeau de 20 livres.

Ce même homme prenant avec les mains un poids de 100 livres, placé entre les jambes, l'éleve en ſe redreſſant. Comme les muſcles des lombes ſoutienent la moitié ſupérieure de ſon corps, on peut évaluer leur éfort à 170 liv. Mais M. Defaguliers aſſure que les travailleurs, en général, élevent avec leurs mains un poids de 150, & quelquefois de 200 livres.

Un homme, le corps penché & ſes genoux pliés, ne poura lever de terre un poids de 160 liv. que ſes bras ſoutienent d'ailleurs; les muſcles des jambes & des cuiſſes devroient alors ſoutenir le poids de 160 liv. & celui de tout le corps. Or ils ne le peuvent pas ſuivant M. de la Hire, parce que, dans cette diſpoſition de tout le corps, la *force* ſe diſtribue par la diſtribution des eſprits dans toutes les parties. Cette raiſon n'éclaire pas l'eſprit; il ſemble que, pour ſe former une idée plus nette des réſiſtances immenſes que la nature auroit à ſurmonter dans cette ſituation, il faut rapeler les propoſitions de Borelli ſur une ſuite d'articulations fléchies. Je me contenterai de citer la propoſition 54, *I part. du traité de motu animal.* où Borelli prouve que, dans un porte-faix penché en avant, qui auroit les jarets pliés & qui s'apuieroit ſur la pointe d'un pied (ce qui eſt leur atitude ordinaire en marchant); l'éfort combiné de tous les muſcles qui concourent à ſoutenir ſon fardeau, ſeroit cinquante fois plus grand que ce fardeau.

M. de la Hire avoit vu à Veniſe un homme jeune & foible, qui ſoutenoit un âne en l'air par un moyen ſinguliер. Ses cheveux étoient liés de côté & d'autre par des cordelettes, auxquelles on atachoit par des crochets les deux extrémités d'une ſangle large qui paſſoit par-deſſous le ventre de cet âne. Monté ſur une petite table, il ſe baiſſoit pendant qu'on atachoit les crochets à la ſangle; il ſe redreſſoit enſuite, & élevoit l'âne en apuiant ſes mains ſur ſes genoux. Il élevoit de même des fardeaux qui paroiſſoient plus peſans, & il diſoit qu'il y trouvoit moins de peine, à cauſe que l'âne ſe débatoit en perdant terre.

M. de la Hire a conſidéré dans ce jeune homme la grande *force* des muſcles des épaules & des lombes. M. Deſaguliers prétend, avec beaucoup de vrai-ſemblance, que les muſcles des lombes ſont incapables d'un pareil éfort; il aime mieux avoir recours à la *force* des extenſeurs des jambes, qu'il dit être ſix fois plus conſidérable. Il aſſure que ce jeune homme avoit le corps droit & les genoux pliés; de ſorte qu'il mettoit les treſſes de ſes cheveux dans le même plan que les treſſes des os des cuiſſes, & les chevilles. La ligne de direction du corps & de tout le poids paſſoit ainſi entre les plus fortes parties des pieds qui ſupportoient la machine; alors il ſe relevoit ſans changer la ligne de direction. La raiſon pour laquelle l'âne en ſe débatant, rendoit le fardeau plus incommode, c'eſt qu'il faiſoit vaciller la ligne de direction. Quand elle étoit portée en avant ou en arriere, les muſcles des lombes ſe mettoient en jeu pour la rétablir dans ſa premiere ſituation.

M. Deſaguliers raconte des tours d'adreſſe, qu'un allemand montroit à Londres pour des tours de *force*, & dont il fut ſpectateur avec MM. Stuart, Pringle & milord Tullibardin. Cet homme aſſis ſur une planche horizontale (inclinée en arriere, elle l'auroit ſituée plus avantageuſement), & apuiant ſes pieds contre un ais vertical immobile, avoit un peu au deſſous des hanches une forte ceinture, terminée par des anneaux de fer; à ces anneaux étoit atachée par un crochet une corde, qui, paſſant entre ſes jambes, ſortoit par une ouverture pratiquée dans l'apui vertical. Pluſieurs hommes, ou deux chevaux même, en tirant cette corde, ne pouvoient l'ébranler. Il ſe plaçoit encore dans une eſpece de châſſis de bois, préparée pour cet effet, & prétendoit élever, quoiqu'il ne fît réellement que ſoutenir un canon de deux ou trois mille livres peſant, porté ſur le plat d'une balance, dont les cordes étoient atachées à la chaîne qui pendoit de ſa ceinture. Les cordes étant bien tendues & ſes jambes bien affermies, on pouſſoit les rouleaux qui ſupportoient le plat de balance, & le canon reſtoit ſuſpendu. M. Deſaguliers fit une ſemblable expérience devant le roi Georges I, & pluſieurs la répéterent après lui.

Tout cela s'explique aiſément par la réſiſtance des os du baſſin, qui ſont arc-boutés contre un apui vertical ou horizontal, par la preſſion de la ceinture qui affermit les grands trochanters dans leurs articulations; par la *force* des jambes & des cuiſſes, qui, lorſqu'elles ſont parfaitement droites, prétentent deux fortes colonnes capables de ſoutenir au moins quatre ou cinq mille livres. On ſait qu'une puiſſance eſt inefficace, quand ſon action ſe dirige par le centre du mouvement; & M. Deſaguliers fait une application ingénieuſe de la ceinture dont nous avons parlé plus haut, dont un ou pluſieurs hommes pouroient ſe ſervir pour hauſſer ou abaiſſer le grand perroquet d'un navire, en s'apuiant contre les échelons d'une forte échele couchée ſur le tillac.

Les autres détails du Docteur Deſaguliers ſur les tours d'adreſſe, qui paſſent pour des tours de *force* extraordinaires,

Digitized by Google

extraordinaires, ſont aſſez curieux ; mais je les ſupprime de crainte d'être trop long.

Pour donner une idée de la *force* des extenſeurs des jambes, M. Deſaguliers dit qu'on voit à Londres les fiacres s'élancer hors de leurs ſiéges dans un embarras, & ſoulever leur voiture avec leur dos ſans le ſecours de qui que ce ſoit, quoiqu'ils aient quatre perſones dans leur caroſſe, & le train chargé de trois ou quatre coffres. Nos fiacres font de même à Paris, & appelent cela *porter leur derriere*. Les porte-faix en Turquie portent ſept, huit, & juſqu'à neuf cents livres peſant. Ils s'apuient ſur un bâton quand on les charge : on prend ſoin auſſi de les décharger. M. Deſaguliers croit que c'eſt à une ſituation ſemblable qu'étoit due la réſiſtance étonante de cette fameuſe tortue, que formoient les ſoldats romains avec leurs boucliers. V. Fortice.

Il doit paroître ſurprenant que des charges de 8 ou 9 quintaux n'écraſent pas le dos des porte-faix de Conſtantinople ; ſans doute les vertebres ſe ſoutienent mutuellement, & leurs muſcles ſe roidiſſent chez eux, pour aſſujétir l'épine à une courbure conſtante : mais cette *force* paroît bien médiocre, & il faut avoir recours à une troiſieme eſpece de réſiſtance qu'on n'a pas encore appliquée ici, je veux dire à la réſiſtance des cartilages intermédiaires des vertebres. Je crois que tous ceux qui ont lu Borelli & Parent ſur la *force* de ces cartilages, ſeront de mon avis ; & je remarquerai ſeulement que les auteurs n'ont pas fait aſſez d'attention aux poids immenſes que peut ſoutenir la réſiſtance des ligamens & des cartilages. En calculant d'après la propoſition 61 de Borelli, l'imagination ſeroit éfrayée de la *force* prodigieuſe que la nature emploie pour la réſiſtance de ces cartilages dans les porte-faix de Conſtantinople.

Tout le monde connoît la réſiſtance des os du crâne aux fardeaux qu'on lui fait ſupporter. M. Hunauld a expliqué cette réſiſtance très-méchaniquement, dans les *Mém. de l'Acad.* 1730 ; mais il ne ſavoit peut-être pas qu'un poids de 9 quintaux ne ſuffit point pour la vaincre : or c'eſt ce qu'on obſerve tous les jours à Marſeille.

Les porte-faix y ſoutienent à quatre un poids de 36 quintaux ; ils ont la tête envelopée d'une eſpece de ſac qui leur ceint les tempes, & qui ſe termine en un bourelet qui tombe ſur les épaules ; ſur ce bourelet portent des longues perches, où ſont ſuſpendues les cordes qui élevent le plan ſur lequel eſt le fardeau. Ainſi, non ſeulement la réſiſtance de la voûte du crâne, mais même celle de l'atlas & des autres cartilages du cou, eſt ſupérieur à l'éfort d'un poids de 900 liv. agiſſant par un levier aſſez long.

Deſaguliers, qui ne conſidere que le travail des muſcles dans un homme qui ſupporte un poids ſur ſes épaules, remarque que les porte-faix de Londres qui travaillent ſur les quais, & qui chargent ou déchargent des navires, portent quelquefois des fardeaux qui ſueroient un cheval. Il n'en donne point la raiſon ; elle ſuit de ce que nous venons de dire, & il ne faut conſidérer que la ſituation perpendiculaire, ou du moins peu inclinée à l'horizon dans les vertebres de l'homme, & la ſituation horizontale des vertebres du cheval, qui rend leur luxation beaucoup plus facile.

Deſaguliers raconte des tours de *force* prodigieux que faiſoit un nommé Topham, ſans employer aucun art pour les rendre étonans. Je l'ai vu, dit-il, lever un rouleau du poids de 800 livres, étant debout dans un châſſis au deſſus, faiſiſſant avec ſes mains une chaîne qui y étoit atachée. Comme il ſe courboit un peu en avant pour cette opération, il faut ajouter le poids du corps au poids élevé, & conſidérer ici principalement les muſcles des lombes : d'où il ſuit que ce Topham étoit preſque une fois auſſi fort, à cet égard, que les hommes qui le ſont le plus, ceux-ci n'élevant guere plus de 400 livres de cette maniere. Je dis *à cet égard*, car les différentes parties du corps peuvent avoir des proportions de *force* très-peu ſemblables, ſuivant le genre de travail & d'exercice auquel chaque homme eſt habitué.

M. George Graham a eu la premiere idée d'une machine, que Deſaguliers a perfectionée, & qui ſert à meſurer dans chaque homme la *force* des bras du cou, des jambes, des doigts & d'autres parties du corps.

Un cheval eſt égal en *force*, pour tirer, à cinq travailleurs anglois, ſuivant les *obſervations de* Jonas Moore ; à ſix ou ſept françois, ſuivant nos auteurs ; ou à ſept hollandois, ſelon Deſaguliers : mais, pour porter une charge ſur le dos, deux hommes ſont auſſi forts, & quelquefois plus qu'un cheval. Un porte-faix de Londres tranſportera 200 liv. allant aſſez vîte pour faire trois milles par heure : les porteurs de chaiſes, en portant 150 livres chacun, marchent fort vîte & ſur le pied, de quatre milles par heure ; tandis qu'un cheval de meſſager, qui fait environ deux milles par heure, porte ſeulement 224 livres ou 270 livres, quand il eſt vigoureux, & que les chemins ſont bons.

Le cheval eſt plus propre pour pouſſer en avant ; l'homme, pour monter. Un homme chargé de 100 livres, montera plus vîte & plus facilement une montagne un peu roide, qu'un cheval chargé de 300 livres, ne les tire. Les parties du corps de l'homme ſont mieux ſituées pour grimper, que celles du cheval. On voit à Londres des chevaux de haute taille, lorſqu'ils ſont atachés à des charetes portées ſur des roues fort hautes, traîner juſqu'à deux milles en montant la rue de *S. Dunſtan's Hill* ; mais le charetier épaule la voiture dans les pas un peu difficiles.

L'application aux différentes machines fait extrêmement varier la comparaiſon de la *force* des hommes & des chevaux. M. de la Hire détermine d'une maniere très-juſte & très-ingénieuſe, l'éfort de l'homme pour tirer ou pouſſer horizontalement : il conſidere la *force* comme appliquée à la manivele d'un rouleau dont l'axe eſt horizontal, & ſur

Digitized by Google

lequel s'entortille une corde qui ſoutient un poids : il fait abſtraction de l'avantage méchanique qu'on peut donner à ce cabeſtan, des frotemens, & de la difficulté qu'a la corde à ſe ployer.

Si le coude de la manivele eſt placé verticalement à la hauteur des épaules, ſi la direction des bras eſt horizontale, & ſait un angle droit avec la poſition du corps, il eſt clair qu'on ne peut faire tourner la manivele : mais, ſi la manivele eſt au deſſus ou au deſſous des épaules, la direction du bras & celle du tronc feront enſemble un angle obtus ou aigu ; & l'homme aura pour tirer ou pour pouſſer la manivele, cette *force* qui dépend de la ſeule peſanteur du corps. On doit conſidérer cette peſanteur comme réunie dans le centre de gravité, qui eſt à peu près à la hauteur du nombril au dedans du corps. Si le coude de la manivele eſt placé horizontalement à la hauteur des genoux, l'homme qui la releve en tirant, peut élever le poids de 150 livres, qui ſera ataché à l'extrémité de la corde, en prenant tous les avantages poſſibles, puiſque ſon éfort eſt le même que pour élever ce poids (*Voyez ci-deſſus*) : mais, pour abaiſſer la manivele, il ne peut y appliquer qu'un éfort de 140 livres, qui eſt le poids de tout ſon corps, à moins qu'il ne ſoit chargé.

Si le corps étant fort incliné vers la manivele, elle eſt à la hauteur des épaules, il faudra conſidérer, 1°. le bout des pieds comme le point d'appui d'un levier, qui paſſant par le centre de gravité de tout le corps, ſe termine à la ligne des bras, prolongée s'il eſt néceſſaire : 2°. que le centre de gravité étant chargé du poids de tout le corps, de 140 livres, avec ſa direction naturele, l'extrémité du levier ſuppoſé eſt ſoutenue dans la ligne horizontale des bras. Cela poſé :

Soit ce levier de 140 parties, la diſtance du point d'apui au centre de gravité, de 80 ; l'éfort de tout le corps à l'extrémité du levier ſera le même que ſi un poids de 80 livres y étoit ſuſpendu avec ſa direction naturele & perpendiculaire à la ligne des bras : donc ſi l'on mene du point d'apui une perpendiculaire ſur la ligne des bras, cette perpendiculaire ſera à la *coupée* depuis l'extrémité du levier, comme le poids de 80 livres avec ſa direction naturele, eſt à ſon éfort ſur la manivele, ſuivant la direction horizontale : donc ſi le levier fait un angle de 70 degrés avec la ligne des bras, la poſition du corps ſera inclinée à l'horizon d'un angle de plus de 60 degrés, qui eſt tout au plus l'inclinaiſon où un homme peut marcher : le ſinus de 70 degrés ſera au ſinus de ſon complément comme 3 à 1, à très-peu-près ; & par conſéquent l'éfort du poids de 80 livres, ſelon la direction horizontale, ſera un peu moins de 27 livres. L'éfort ne ſera pas plus grand dans la même inclinaiſon, ſoit que la corde ſoit atachée vers les épaules ou au milieu du corps, le raport des ſinus demeurant le même. Si le levier ſuppoſé faiſoit avec la ligne des bras un angle de 45 degrés, on voit que le poids du corps ſoutiendroit 80 livres : mais la ligne du corps étant alors beaucoup plus inclinée à l'horizon, que de 45 degrés, un homme pouroit à peine ſe ſoutenir.

Un homme panché en arriere, tire avec bien plus de force, que lorſqu'il eſt courbé en avant : le levier ſuppoſé dans le cas précédent eſt au contraire dans celui-ci plus incliné à l'horizon que la ligne du corps : c'eſt pour cette raiſon que les rameurs tirent les rames de devant en arriere. M. de la Hire n'a pas remarqué qu'ils ne ſe renverſent qu'après s'être panchés en avant : le poids de leur corps acquiert plus de *force* par cette eſpece de chute. D'ailleurs l'homme en voguant, agit avec plus de muſcles à la fois pour ſurmonter la réſiſtance, que dans aucune autre poſition.

Après avoir égalé l'éfort continuel d'un homme, qui pouſſe, à 27 livres, M. de la Hire remarque qu'un cheval tire horizontalement autant que ſept hommes ; & en conſéquence il eſtime la *force* d'un cheval à 189 livres, ou un peu moins de 200 livres : les chevaux chargés peuvent tirer un peu plus, cet effet dépendant en partie de leur peſanteur. Cependant il faut prendre garde dans les machines, que ſi on combine l'effet de la peſanteur du cheval avec l'effet de ſon impulſion, on ralentira ſa viteſſe, puiſqu'à chaque pas il eſt obligé de monter effectivement.

Defaguliers diviſe le cercle que décrit la manivele d'un vindas en quatre parties principales ; il donne 160 livres de *force* à un homme qui la fait tourner lorſqu'elle eſt à la hauteur de ſes genoux ; 27 livres lorſqu'elle eſt plus élevée ; 130 livres lorſqu'il l'oblige à deſcendre, en y apuiant le poids de ſon corps ; & 30 livres, lorſqu'elle eſt au point le plus bas. Ces *forces* ſont 347 livres, qui, diviſées par 4, donnent 86 $\frac{1}{2}$; c'eſt le poids qu'un homme pouroit élever continuellement, s'il n'étoit obligé de s'arêter pour reprendre haleine : ce qui fait que le poids l'emporte au premier point foible, ſur-tout quand la manivele ſe meut lentement, comme cela doit être, ſi l'homme veut employer toute la *force* dans toute la circonférence du cercle qu'il décrit. Il faudroit encore qu'il agît toujours par la tangente de ce cercle ; ce qui n'arive point. Il faut de plus que la viteſſe ſoit aſſez grande pour que ſa *force* appliquée aux points avantageux ne ſoit pas éteinte avant que d'ariver aux points foibles ; ce qui rendroit ce mouvement irrégulier & difficile à continuer. De là Defaguliers conclut qu'un homme appliqué à la manivele d'un vindas, ne peut ſurmonter plus de 30 livres, travaillant dix heures par jour, & élevant le poids de trois pieds & demi par ſeconde ; ce qui eſt la viteſſe ordinaire des chevaux. Il veut qu'on augmente cette viteſſe d'un ſixieme, & même d'un tiers, ſi l'on ſe ſert du volant, & qu'on diminue le poids à proportion. On ſuppoſe toujours que le coude de la manivele ne décrive pas un cercle plus grand que la circonférence du rouleau ; ce qui donneroit à l'homme un avantage méchanique. Dans cette ſup-

Digitized by Google

position, ſi deux hommes travailleut aux extrémités d'un treuil horizontal, ils ſoutiendront plus aiſément 70 livres, qu'ils n'en auroient porté 30 chacun ſéparément, pourvu que le coude de l'une des manivelles ſoit à angles droits avec l'autre. On ſe contente de placer les manivelles dans une direction oppoſée : mais on ſent que la compenſation qui réſulte de cette coutume eſt bien moins avantageuſe que l'arangement propoſé par Deſaguliers : ce phyſicien célebre corrige les inégalités de la révolution du treuil, quand le mouvement eſt rapide, comme de 4 ou 5 pieds par ſeconde, par l'application d'un volant, ou plutôt d'une roue peſante qui faſſe des angles droits avec l'eſſieu du vindas. Par-là un homme poura quelque temps ſurmonter une réſiſtance de 80 livres, & travailler un jour entier, quand la réſiſtance eſt ſeulement de 40 livres.

La plus grande *force* des chevaux & la moindre *force* des hommes, eſt lorſqu'ils tirent horizontalement en ligne droite. M. de la Hire nous apprend, *mém. de l'acad. des Sciences*, *ann.* 1702, *p.* 261, que les chevaux atachés aux bateaux qui remontent la Seine, lorſqu'ils ne ſont point retardés par pluſieurs empêchemens qui ſurvienent dans la navigation, ſoutienent chacun 158 livres, en faiſant un pied & demi par ſeconde, & travaillant dix heures par jour.

M. Amontons raporte des obſervations curieuſes dans ſon *mémoire ſur le moulin à feu*, parmi ceux de l'académie des Sciences, *ann.* 1699, *page* 120-121, *expérience ſixieme*. Les ouvriers qui poliſſent les glaces, ſe ſervent pour preſſer leurs poliſſoirs, d'une fleche ou arc de bois, dont un bout arondi poſe ſur le milieu du poliſſoir; l'autre qui eſt une pointe de fer, preſſe contre une planche de chêne arrêtée au deſſus de leur travail. Par des expériences faites avec des poliſſoirs de différentes grandeurs preſſés par des fleches de différentes *forces*, il a trouvé que la *force* moyene néceſſaire pour les tirer, eſt de 25 liv.; que par conſéquent la volée de leurs fleches étant d'un pied & demi, & le temps qu'ils emploient à pouſſer & à retirer leur poliſſoir étant d'une ſeconde, leur travail équivaut à l'élévation continuele d'un fardeau de 25 liv. à 3 pieds par ſeconde; il ne faut guere compter que ſur dix heures de leur travail.

On lit dans les *réflexions de* M. Couplet *ſur le tirage des charetes & des traîneaux*, *mém. acad.* 1727, *p.* 63-4, que les charetes ordinaires, atelées de trois chevaux, menent habituélement ſur le pavé une charge de pierres de taille d'environ 50 pieds cubiques, & par conſéquent de près de 7 milliers. Il remarque auſſi que nos haquets de braſſeurs à Paris, atelés d'un ſeul cheval grand & fort, & à Rome, les charetes montées ſur leurs roues de ſix pieds de diametre, atelées d'un ſeul cheval, portent des charges qu'un éfort moyen de 200 liv. ne pourroit pas ſurmonter. M. Couplet entend ici l'éfort moyen des chevaux, qu'il a ſuppoſé plus haut, d'après la détermination de M. de la Hire : mais il eſt étonant qu'il n'ait pas pris garde que M. de la Hire ne parle point des charois, où l'on n'a que les frotemens à ſurmonter; en ſorte qu'un cheval de taille médiocre tirera ſouvent plus de mille livres, s'il eſt ataché ſans déſavantage à une charete. M. de la Hire & Deſaguliers après lui, conſiderent l'action des chevaux qui élevent un fardeau hors d'un puits, par exemple, par le moyen d'un poulie ou d'un cylindre qui a le moindre frotement poſſible. C'eſt dans ce cas que les chevaux tireront environ 200 liv. l'un dans l'autre, en travaillant huit heures par jour, & faiſant à peu près deux milles & demi par heure, c'eſt-à-dire, environ trois pieds & demi par ſeconde. Le même cheval, s'il tire 240 livres, ne peut travailler que ſix heures par jour, & ne va pas tout-à-fait auſſi vîte dans les deux cas: s'il porte quelque poids, il tirera mieux que s'il n'en porte point.

On doit eſtimer de même le travail des chevaux dans les moulins & les machines hydrauliques. Il faut donner au trotoir des chevaux qui font mouvoir les cabeſtans de ces machines, un aſſez grand diametre; parce que dans des cercles trop petits, la tangente ſuivant laquelle le cheval devroit tirer, fait un trop grand angle avec ces cercles; & le cheval pouſſe le rayon ſuivant la corde du cercle: il fait avec le rayon des angles ſi aigus par-derriere, que dans un trotoir de 19 pieds de diamètre. Deſaguliers a éprouvé qu'un cheval perd les deux cinquiemes de la *force* qu'il auroit eue dans un trotoir de quarante pieds de diametre; ce qui le détermine à lui donner au moins cette étendue.

Les Meûniers s'imaginent qu'il ſuffit de conſerver la proportion des viteſſes de la puiſſance & du poids qui a lieu dans les plus grands trotoirs; ou que diminuant le diametre de la roue en couteau, de même qu'on diminue la diſtance du cheval au centre, la difficulté du tirage ſera la même, n'ayant point égard à l'entortillement du cheval: mais ces ouvriers ne prenent pas garde à l'éfort qu'ils font faire au cheval par cette diſpoſition.

Deſaguliers croit que la maniere la plus efficace d'employer les hommes à des machines qui produiſent leur effet par le jeu des pompes qu'elles renferment, eſt de faire agir ces hommes en marchant, tout le poids du corps étant ſucceſſivement appliqué aux piſtons des pompes, *&c.*

M. Daniel Bernoulli, *p.* 181-2 *de ſon hydrodinamique*, regarde comme le plus avantageux de tout l'effet que produit dans les machines la preſſion d'un homme qui marche, vu que c'eſt le genre de travail auquel nous ſommes le plus acoutumés. Il croit, *ibid. p.* 198, que cet avantage peut augmenter l'effet du double.

Deſaguliers, à la fin du *II tome*, termine ainſi le *maximum* de la perfection des machines hydrauliques. Un homme, dit-il, avec la meilleure machine hydraulique, ne peut pas élever plus d'un muid d'eau par minute à dix pieds de hauteur, en

Digitized by Google

travaillant tout le jour : mais il peut en élever presque le double en ne travaillant qu'une ou deux minutes. M. Dan. Bernoulli établit qu'un homme, avec la machine la plus parfaite, pourra élever à chaque seconde un pied cubique d'eau à la hauteur d'un pied.

Il n'en eſt pas des *forces des animaux* comme des *forces* des corps inanimés. Une *force animale* donnée ne peut produire tous les mouvemens où le poids & la viteſſe ſont en raiſon réciproque. Un homme ne peut parcourir qu'un certain eſpace dans un certain temps, quand même il ne tireroit aucun poids. Celui qui éleve 100 livres à dix pieds de hauteur, ne pourroit élever dans le même temps, une livre à 1000 pieds de hauteur.

Si deux hommes également robuſtes ſont d'abord le même éfort avec la même viteſſe; que l'un des deux enſuite double ſon éfort, & l'autre ſa viteſſe; l'effet produit ſera toujours le même: mais la difficulté qu'éprouvera le ſecond, pourra être beaucoup plus conſidérable. Cette remarque de M. Dan. Bernoulli éclaircit ce que nous venons de dire touchant la différence des *forces* animées & inanimées.

S'Graveſande a très-bien vu, *phyſices elementa mathematica*, *tom. I*, *n°.* 1856, que ſi on cherche *le maximum* de l'effet qu'un animal peut produire, il faut d'abord déterminer un degré de viteſſe avec laquelle il puiſſe agir commodément: il faut enſuite chercher le *maximum* d'intenſité d'une action qui puiſſe être continuée un temps aſſez long.

M. Bouguer dit fort bien, dans ſon *traité du navire*, *p.* 109, qu'il ſeroit de la derniere importance dans pluſieurs rencontres, de connoître combien la *force* des hommes diminue, lorſqu'ils ſont obligés d'agir avec plus de promptitude: c'eſt ce que l'Anatomie, quoiqu'extrêmement aidée de la Géométrie dans ces derniers temps, ne nous a point encore appris. On peut exprimer, pourſuit-il, cette relation par les concordances d'une ligne courbe, dont quelques-uns des ſymptômes ſe préſentent: mais, cela n'empêche pas qu'elle ne ſoit également inconnue. *Voyez* MOUVEMENT DES ANIMAUX.

M. Martine, *prop.* 24 *&* 25 de ſon livre *de ſimilibus animalibus*, aſſure que les *forces* contractives des muſcles, & les *forces* abſolues des membres mis en mouvement dans des animaux ſemblables, ſont comme les racines cubes des quatriemes puiſſances de leurs maſſes. Il me paroît que l'auteur fonde ſes preuves ſur un grand nombre d'hypotheſes douteuſes, ou qui n'ont point d'application dans la nature; mais je crois qu'il réuſſit très-bien à détruire la prétendue démonſtration de Cheyne, dont l'opinion adoptée par Freind & par Wainewright, eſt que les *forces* des animaux de la même eſpece, ou du même animal, en différens temps, ſont en raiſon triplée des quantités de la maſſe du ſang. (*g*).

FORMULE, ſ. f. (*Algebre*) eſt un réſultat général tiré d'un calcul algébrique, & renfermant une infinité de cas; en ſorte qu'on n'a plus à ſubſtituer que des nombres particuliers aux lettres, pour trouver le réſultat particulier dans quelque cas propoſé que ce ſoit. Une *formule* eſt donc une méthode facile pour opérer; & ſi l'on peut la rendre abſolument générale, c'eſt le plus grand avantage qu'on puiſſe lui procurer; c'eſt ſouvent réduire à une ſeule ligne toute une ſcience. Mais, pour qu'une *formule* générale ſoit vraiment utile, & qu'il y ait du mérite à l'avoir trouvée, il faut que la *formule* générale ſoit plus difficile à trouver que la *formule* particuliere, c'eſt-à-dire, que le problême énoncé généralement renferme des difficultés plus grandes que le problême particulier, qui a donné occaſion de chercher la méthode générale. Feu M. Varignon, géometre de l'académie des Sciences, aimoit à généraliſer ainſi des *formules*; mais malheureuſement ſes *formules* générales étoient preſque toujours privées de l'avantage dont nous parlons: & dans ce cas, une *formule* générale n'eſt qu'une puérilité ou une charlatanerie. M. Bernoulli, ou un autre géometre, réſolvoit-il un problême difficile? M. Varignon auſſi-tôt le généraliſoit, de maniere que l'énoncé plus général renfermoit en apparence plus de difficultés, mais en effet n'en avoit aucune de plus, & n'exigeoit pas qu'on ajoutât la moindre choſe à la méthode particuliere: auſſi M. Bernoulli diſoit-il quelquefois, après avoir réſolu un problême, qu'*il le laiſſoit à généraliſer à M. Varignon*. (*O*)

FOURNEAU, (*Aſtronom.*) *fornax*; conſtellation méridionale, introduite par la Caille: on y voit un *fourneau* chimique avec ſon alembic & ſon récipient. Cette conſtellation renferme quarante-huit étoiles dans le catalogue des étoiles auſtrales: il y en a une de troiſieme grandeur, qui avoit, en 1750, 45° 22′ d'aſcenſion droite, & 29° 59′ de déclinaiſon auſtrale; en ſorte qu'elle eſt élevée de plus de onze degrés à Paris. (*D L.*)

FOYER, ſ. m. ce mot a deux acceptions, l'une en *Géométrie*, l'autre en *Optique*, & ces deux acceptions ont quelque choſe d'analogue.

En *Géométrie* il s'emploie principalement en parlant des ſections coniques: on dit *le foyer de la parabole*, les *foyers de l'Ellipſe*, les *foyers de l'hyperbole*; & on a expliqué au mot CONIQUE ce que c'eſt que ces *foyers*. On a appelé ces points *foyers*, par la propriété qu'ils ont de réunir les rayons qui viennent fraper la courbe ſuivant certaines directions. Cette propriété eſt détaillée au *mot* CONIQUE. *Voyez auſſi* ELLIPSE, HYPERBOLE *&* PARABOLE.

Les points qu'on appele aujourd'hui *foyers*, s'appeloient autrefois *umbilics* ou *nombrils*, *umbilici*; parce qu'on peut les regarder comme les points les plus remarquables qui ſe raportent à la courbe, & qu'on peut même déterminer l'équation de la courbe par des rayons tirés à ces points, ainſi qu'on l'a vu au *mot* ELLIPSE.

Il eſt quelquefois plus commode de repréſenter une courbe par l'équation entre les rayons tirés d'un point fixe à cette courbe, & les angles que forment ces rayons, que de la repréſenter par l'équation entre les co-ordonées rectangles (*Voyez*, COURBE *&* ÉQUATION); en ce cas on donne quel-

Digitized by Google

quefois par extenſion, le nom de *foyer* à ce point fixe, duquel on ſuppoſe que les rayons ſoient tirés, quoique ce point n'ait pas la propriété de raſſembler les rayons qui tomberoient ſur la courbe. Tel ſeroit, par exemple, le point *F*, *Sect. con. Fig.* 18, par raport à la courbe *A Mm*, ſi on déterminoit l'équation de cette courbe, non par le raport entre les variables *A P* & *P M*, mais par le raport entre la variable *F M*, & l'angle variable *A F M*, que la ligne *F M* fait avec la ligne fixe *F A*. *Voyez la ſection des infiniment petits* de M. de l'Hôpital, *vers la fin*.

En *Optique* on appele *foyer d'un miroir*, *foyer d'un verre*, *foyer d'une lunette*, le point où les rayons réfléchis par le miroir, ou rompus par le verre ou la lunete, ſe réuniſſent, ſoit exactement, ſoit phyſiquement : ſur quoi *voyez l'article* ARDENT. On trouve dans les *mém. de l'acad. des Sciences de* 1710, une formule générale pour connoître le *foyer* des miroirs & dans ceux de 1704, une formule pour déterminer celui des verres. Nous donnerons ces formules aux *mots* LENTILLE & MIROIR, où eſt leur véritable place.

M. Bouguer a remarqué dans ſon ouvrage ſur la *figure de la terre*, *page* 203 & *ſuiv.* que le *foyer* des grandes lunetes eſt différent, 1°. ſelon la conſtitution des yeux de l'obſervant ; 2°. ſelon qu'on enfonce ou retire l'oculaire ; 3°. ſelon la conſtitution actuele de l'atmoſphere ; & il donne des moyens de ſe précautionner contre ces variations. *Voyez l'article* LUNETE.

Lorſque les rayons réfléchis ou rompus ſont divergens, mais de maniere que ces rayons prolongés ſoient ſe réunir, ſoit exactement, ſoit phyſiquement, en un même point, ce point eſt appelé *foyer virtuel* ou *imaginaire*, & par d'autres, *point de diſperſion*. Ainſi, *Optiq. Fig.* 11, ſi les rayons *f a* paralleles à l'axe *d e*, ſont rompus par le verre *a b* ſuivant *a K*, en ſorte qu'ils concourent en *e* étant prolongés, ce point *e* eſt le *foyer* virtuel de ces rayons.

Comme les rayons qui partent du *foyer* d'une hyperbole ſont réfléchis par cette hyperbole, de maniere qu'étant prolongés, ils paſſeroient par le *foyer* de l'hyperbole oppoſée ; on peut regarder ce ſecond *foyer* comme un *foyer* virtuel.

Sur les propriétés des différentes eſpeces de *foyers*, *voyez la dioptrique* de Deſcartes, celle de Huyghens, & beaucoup d'autres ouvrages. (*O*).

FRACTION, ſ. f. (*Arith. & Alg.*) : partie d'un tout.

Nous allons expoſer la théorie & le calcul des *fractions* ſoit numériques, ſoit littérales. Commençons par les premieres.

Des fractions numériques.

On appele *unité fractionaire*, une partie de l'unité principale ſuppoſée partagée en pluſieurs parties égales ; & *fraction* ou *nombre fractionaire*, la collection de pluſieurs de ces parties. Par exemple, que l'unité principale ſoit diviſée en quatre parties égales, & qu'on en prene trois : on formera la *fraction trois quarts*, qui a pour unité *un quart* de l'unité principale. Il eſt clair que l'unité fractionaire eſt à l'égard des fractions qui en dérivent, ce que l'unité principale eſt à l'égard des nombres qu'elle produit, en s'ajoutant continuelement à elle-même.

Quelquefois on appele ſimplement *fraction* l'unité fractionaire.

II. POUR exprimer une *fraction*, on emploie deux nombres : l'un qui marque en combien de parties égales l'unité principale eſt diviſée, & qu'on appele *dénominateur* ; l'autre qui marque combien on prend de ces parties, & qu'on appele *numérateur*. On diſtingue ces deux nombres l'un de l'autre, en les ſéparant par une petite bâre horizontale ; le numérateur s'écrit au deſſus de cette bâre, le dénominateur au deſſous. Ainſi, pour exprimer la *fraction trois quarts*, on écrit $\frac{3}{4}$. Pour exprimer la *fraction cinq huitiemes*, qui marque que l'unité principale eſt partagée en huit parties égales, & qu'on en prend cinq ; on écrit $\frac{5}{8}$. Ainſi des autres.

Le numérateur & le dénominateur s'appelent les *termes* de la *fraction*.

III. Une *fraction* eſt *concrete* ou *abſtraite*, ſelon que l'unité principale, dont elle fait partie, eſt *concrete* ou *abſtraite*.

IV. Toute *fraction* peut être conſidérée comme le quotient de ſon numérateur diviſé par ſon dénominateur. Par exemple, la fraction $\frac{5}{8}$ n'eſt autre choſe que le quotient 5 diviſé par 8 ; car diviſer 5 par 8, c'eſt prendre la huitieme partie du *tout* repréſenté par 5, ou partager ce même *tout* en 8 parties égales. Or il eſt viſible que chacune des unités du nombre 5 produira une de ces nouveles parties. Donc les cinq unités du même nombre produiront 5 nouveles parties, c'eſt-à-dire, *cinq huitiemes parties* de l'unité principale, ou la *fraction* $\frac{5}{8}$.

V. Puiſque le numérateur d'une *fraction* exprime le nombre de ſes unités, il eſt clair que ſi, ſans toucher au dénominateur, on rend le numérateur un certain nombre de fois plus grand ou plus petit, c'eſt-à-dire, ſi on le multiplie ou ſi on le diviſe par un certain nombre ; il eſt clair, dis-je, que la nouvele *fraction* ſera égale au produit de la premiere multipliée ou diviſée par le nombre qui a multiplié ou diviſé le numérateur. Par exemple ſoit la *fraction* $\frac{2}{13}$: ſi, ſans toucher à ſon dénominateur 13 l'on multiplie ou l'on diviſe ſon numérateur 6 par 2 ; on formera ou la *fraction* $\frac{12}{13}$ qui eſt égale au produit de $\frac{6}{13}$ par 2, ou la *fraction* $\frac{3}{13}$ qui eſt égale au quotient de $\frac{6}{13}$ diviſé par 2.

VI. Si au contraire, ſans toucher au numérateur d'une *fraction*, on multiplie ou l'on diviſe ſon dénominateur par un certain nombre, la nouvele *fraction* ſera égale à la premiere diviſée ou multipliée par le nombre qui a multiplié ou diviſé

Digitized by Google

le dénominateur ; car le dénominateur exprime en combien de parties égales l'unité principale eſt partagée, & par conſéquent le nombre de ces parties demeurant le même, la *fraction* eſt d'autant plus petite ou plus grande, que le dénominateur eſt plus grand ou plus petit. Soit, par exemple, la *fraction* $\frac{1}{12}$: ſi, ſans toucher au numérateur, on multiplie ou l'on diviſe le dénominateur 12 par 3, on formera, ou la *fraction* $\frac{1}{4}$, qui eſt égale au quotient de la *fraction* $\frac{1}{12}$ diviſée par 3, ou la *fraction* $\frac{3}{4}$ qui eſt égale au produit de la *fraction* $\frac{1}{12}$ multipliée par 3.

VII. Il ſuit des deux cas, qu'on ne change point la valeur d'une *fraction*, en multipliant tout-à-la-fois, ou en diviſant tout-à-la-fois ſon numérateur & ſon dénominateur, par un même nombre. Par exemple, ſi on a la *fraction* $\frac{1}{4}$, & qu'on multiplie ſon numérateur & ſon dénominateur par le même nombre 2, on formera la nouvele *fraction* $\frac{2}{8}$ qui a la même valeur que la premiere. De même, ſi on a la *fraction* $\frac{8}{12}$, & qu'on diviſe ſon numérateur & ſon dénominateur par le même nombre 8, on aura la nouvele *fraction* $\frac{1}{2}$ qui eſt de même valeur que $\frac{8}{12}$.

VIII. Lorſque le numérateur d'une *fraction* eſt égal à ſon dénominateur, la *fraction* vaut 1. Ainſi, les *fractions* $\frac{5}{5}$, $\frac{7}{7}$ valent chacune 1, puiſque le quotient de tout le nombre diviſé par lui-même, eſt néceſſairement 1.

IX. Si le numérateur d'une *fraction* eſt plus grand que ſon dénominateur, cette *fraction* vaut plus de 1, & contient une ou pluſieurs unités principales. Pour déterminer ces unités, il faut diviſer le numérateur par le dénominateur. Soit par exemple, la *fraction* $\frac{58}{9}$. Je diviſe 58 par 9, & j'ai 6 pour quotient, & 4 pour reſte. Ce reſte doit être auſſi diviſé par 9, ou partagé en 9 nouveles parties, & le quotient eſt la *fraction* $\frac{4}{9}$. La *fraction* primitive $\frac{4}{9}$ vaut donc 6 $\frac{4}{9}$, c'eſt-à-dire, 6 unités principales, plus la *fraction* $\frac{4}{9}$.

X. Tout nombre entier peut être réduit en une *fraction* qui ait tel dénominateur qu'on voudra ; & cela en multipliant ce nombre par le dénominateur qu'on veut avoir. Par exemple le nombre 3 eſt la même choſe que la *fraction* $\frac{3}{1}$ qui a 1 pour dénominateur ; ou que la *fraction* $\frac{6}{2}$ qui a 2 pour dénominateur, & pour numérateur le produit de 3 par 2 ; ou que la *fraction* $\frac{9}{3}$ qui a 3 pour dénominateur, & pour numérateur le produit de 3 par 3, &c. Car dans tous les cas, en diviſant le numérateur par le dénominateur, on retrouvera le nombre 3.

XI. La fonction de numérateur d'une *fraction* eſt ſimplement d'indiquer le nombre des unités fractionaires dont elle eſt compoſée ; mais l'eſpece ou la grandeur de ces unités, par raport à l'unité principale, dépend du dénominateur. C'eſt donc ce dernier nombre qui caractériſe la nature d'une *fraction*. Ainſi, lorſqu'on voudra combiner enſemble pluſieurs *fractions*, pour ſavoir quelle eſt la plus grande, ou pour les ajouter, ou pour ſoustraire les unes des autres, il faudra commencer par les réduire au même dénominateur, afin qu'ayant, par ce moyen, des unités de même eſpece, l'uſage qu'on en veut faire, ne dépend plus que de leurs numérateurs.

XII. Problème I. *Réduire pluſieurs fractions au même dénominateur.*

Multipliez le numérateur & le dénominateur de chacune d'elles, par le produit des dénominateurs de toutes les autres : vous formerez ainſi de nouveles *fractions* (qu'on peut appeler *fractions compoſées*) qui auront pour dénominateur commun le produit de tous les dénominateurs, & qui auront mêmes valeurs que les *fractions primitives* (VII), puiſque le numérateur, & le dénominateur de chacune de celles-ci auront été multipliés par un même nombre. Soient, par exemple, les deux *fractions* $\frac{1}{2}$ & $\frac{2}{3}$ qu'il s'agit de réduire au même dénominateur. Je multiplie les deux termes de la premiere par 3, & les deux termes de la ſeconde par 2 ; ce qui me donne les deux *fractions* compoſées, $\frac{3}{6}$ & $\frac{4}{6}$, qui ont le même dénominateur, & mêmes valeurs que les deux *fractions primitives*. Qu'on ait trois *fractions* $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$ à réduire au même dénominateur : on multipliera les deux termes de la premiere par 24, produit des deux derniers dénominateurs ; les deux termes de la ſeconde, par 56, produit du premier & du troiſieme dénominateur ; les deux termes de la troiſieme, par 21, produit des deux premiers dénominateurs. Ces opérations donneront les *fractions* compoſées $\frac{12}{24}$, $\frac{112}{168}$, $\frac{63}{168}$, qui ont le même dénominateur, & mêmes valeurs que les *fractions* primitives $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$.

XIII. Corollaire. Deux *fractions* étant réduites au même dénominateur, il eſt évident que la plus grande eſt celle qui a le plus grand numérateur. Or, comme le numérateur de la premiere *fraction* compoſée eſt le produit du numérateur de la premiere *fraction* ſimple, par le dénominateur de la ſeconde *fraction* ſimple, & que le numérateur de la ſeconde *fraction* compoſée eſt le produit du numérateur de la ſeconde *fraction* ſimple, par le dénominateur de la premiere *fraction* ſimple, concluons que *de deux fractions qui ont des dénominateurs différens, la plus grande eſt celle dont le numérateur multiplié par le dénominateur de l'autre donne un produit plus grand que celui du numérateur de cette derniere fraction, par le dénominateur de la premiere.* Par exemple, je vois que des deux *fractions* $\frac{4}{7}$, $\frac{5}{6}$, la premiere eſt plus grande que la ſeconde, parce que le produit de 6 par 4, c'eſt-à-dire, 24, eſt plus grand que le produit de 3 par 7, c'eſt-à-dire, 21. Des deux *fractions* $\frac{9}{11}$, $\frac{7}{8}$, la ſeconde eſt plus grande que la premiere, parce que le produit de 5 par 13, c'eſt-à-dire, 65, eſt plus grand que le produit de 9 par 6, c'eſt-à-dire, 54.

XIV. Problème II. *Additionner enſemble pluſieurs fractions.*

On ne peut ajouter enſemble que des nombres de même eſpece. Et comme l'eſpece d'une *fraction*

Digitized by Google

dépend, ainſi que nous l'avons remarqué, de ſon dénominateur; ſi les *fractions* qu'on propoſe d'ajouter enſemble, n'ont pas le même dénominateur, on les réduira d'abord au même dénominateur. Cela poſé, on ajoutera enſemble tous les numérateurs; & à la ſomme on appliquera le dénominateur commun. La raiſon en eſt claire; car les numérateurs marquent les nombres d'unités; & la ſomme doit contenir des unités de même eſpece que celles des parties dont elle eſt compoſée. Ainſi, par exemple, la ſomme des deux *fractions* $\frac{2}{5}$ & $\frac{1}{5}$ eſt $\frac{3}{5}$. Qu'on propoſe d'ajouter enſemble les trois *fractions* $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$; ces *fractions* étant réduites d'abord au même dénominateur, & devenant ainſi $\frac{12}{24}$, $\frac{16}{24}$, $\frac{18}{24}$: on ajoutera enſemble les trois numérateurs, & on trouvera la ſomme 361, ſous laquelle on écrira le dénominateur commun 168. Par ce moyen on aura $\frac{12+16+18}{24}$ pour la ſomme des trois *fractions* propoſées.

XV. *Remarque*. Quand, après avoir ajouté enſemble pluſieurs *fractions*, le numérateur de la ſomme eſt plus grand que le dénominateur, comme dans le dernier exemple; cette ſomme contient une ou pluſieurs unités principales ou entieres, qu'on détermine (IX), en diviſant le numérateur par le dénominateur. Ainſi, dans la *fraction* $\frac{12+16+18}{24}$, diviſant le numérateur par le dénominateur, on trouvera que cette *fraction* vaut $2\frac{2+1}{24}$, c'eſt-à-dire, 2 entiers plus la *fraction* $\frac{2+1}{24}$.

XVI. Problème III. *Soustraire une fraction d'une autre*.

Les deux *fractions* doivent être de même eſpece, & avoir par conſéquent le même dénominateur. Ainſi, ſi dans l'état où on les propoſe, elles n'avoient pas le même dénominateur, on commenceroit par les réduire au même dénominateur. Cela poſé, retranchez le plus petit numérateur du plus grand; & appliquez au reſte le dénominateur commun: la *fraction* que vous formerez ainſi, ſera la différence des deux *fractions* propoſées. Par exemple, pour retrancher de la *fraction* $\frac{2}{3}$, la *fraction* $\frac{1}{3}$, je retranche 5 de 7, & j'ai pour reſte le nombre 2, ſous lequel j'écris le dénominateur 9; je forme ainſi la *fraction* $\frac{2}{9}$, qui eſt la différence des deux *fractions* $\frac{7}{9}$, $\frac{5}{9}$. Si de la *fraction* $\frac{1}{2}$, il falloit retrancher la *fraction* $\frac{2}{10}$, je réduirois les deux *fractions* au même dénominateur, & j'aurois $\frac{5}{10}$, $\frac{4}{10}$, dont la différence eſt $\frac{5-4}{10}$.

XVII. Problème IV. *Multiplier un nombre quelconque, entier ou rompu, par une fraction*.

La multiplication par une *fraction* n'eſt pas une opération ſimple, comme pour les nombres entiers: elle renferme réellement deux opérations, ſavoir, une multiplication par le numérateur de la *fraction* & une diviſion par ſon dénominateur. En effet, ſoit, par exemple, le nombre quelconque *A* à multiplier par la *fraction* $\frac{3}{4}$. En multipliant le nombre *A* par le numérateur 3, on a un produit quatre fois trop grand, puiſqu'on ne doit multiplier que par le quart de trois. Ainſi, pour réduire ce produit à ſa juſte valeur, il faut en prendre le quart, c'eſt-à-dire, le diviſer par 4. Le même raiſonnement s'applique à tous les autres cas; & nous pouvons conclure en général, que pour multiplier un nombre donné par une *fraction*, il faut multiplier d'abord ce nombre par le numérateur de la *fraction*, & diviſer le produit par le dénominateur de la même *fraction*.

Cela poſé, ſoit, 1°. le multiplicande un nombre entier. Alors multipliez cet entier par le numérateur de la *fraction* multiplicateur, & appliquez au produit le dénominateur de la même *fraction*. Ainſi, qu'on ait à multiplier le nombre 8 par la *fraction* $\frac{7}{2}$: on multipliera 8 par 7, & on formera la *fraction* produit $\frac{56}{2}$; cette *fraction* vaut $6\frac{2}{2}$.

2°. Soit le multiplicande une *fraction*. Je multiplie les deux numérateurs l'un par l'autre, & les deux dénominateurs auſſi l'un par l'autre; je forme enſuite une *fraction* qui ait pour numérateur le premier produit, & pour dénominateur le ſecond; elle ſera le produit des deux *fractions* propoſées. Ainſi, qu'on ait à multiplier la *fraction* $\frac{3}{4}$ par la *fraction* $\frac{2}{3}$: je multiplie 6 par 3; le produit eſt 18; je multiplie 7 par 8; le produit eſt 56. Avec ces deux produits, je forme la *fraction* $\frac{18}{56}$, qui eſt le produit des deux *fractions* données. Car, en multipliant le numérateur de la *fraction* $\frac{3}{4}$ par 3, on multiplie (V) cette *fraction* par 3; & en multipliant ſon dénominateur 7 par 8, on diviſe (VI) cette *fraction* par 8. Donc, par les deux opérations, la *fraction* $\frac{3}{4}$ eſt multipliée par le numérateur de la *fraction* multiplicateur, & diviſée par le dénominateur de la même *fraction*, ce qui eſt conforme à la regle preſcrite.

XVIII Problème V. *Diviſer un nombre quelconque par une fraction*.

Diviſer un nombre quelconque *A*, par une fraction, eſt encore une opération compoſée qui conſiſte à diviſer ce nombre par le numérateur & à le multiplier par le dénominateur de la fraction. Que la fraction ſoit, par exemple, $\frac{3}{4}$. En diviſant le nombre *A* par 3, on a un quotient quatre fois trop petit, puiſqu'on ne doit diviſer que par le quart de 3. Ainſi, pour réduire ce quotient à ſa juſte valeur, il faut le multiplier par 4. La queſtion eſt donc la même que s'il s'agiſſoit de multiplier le nombre *A* par la fraction $\frac{4}{3}$.

On voit par-là que la diviſion par une fraction, ſe réduit à la multiplication par la fraction inverſe. Quand on vous propoſera donc de diviſer un nombre par une fraction: renverſez cette fraction; c'eſt-à-dire, faites du numérateur le dénominateur, & du dénominateur le numérateur; enſuite opérez comme dans l'article précédent. Par exemple, ſoit le nombre 3 à diviſer par la fraction $\frac{2}{3}$; l'opération revient à multiplier 3 par $\frac{3}{2}$; ce qui donne $\frac{9}{2}$ pour le quotient cherché. Qu'il faille diviſer $\frac{7}{9}$ par $\frac{4}{3}$; l'opération ſe réduit à

Digitized by Google

multiplier $\frac{1}{7}$ par $\frac{1}{3}$; ce qui donne $\frac{1}{21}$ pour le quotient cherché.

XIX. Problème VI. *Évaluer une fraction par rapport à un tout d'une eſpece donnée?*

Soit, par exemple, la fraction $\frac{1}{4}$ d'une livre qu'on veuille évaluer en ſous. Multipliez cette fraction par le nombre de ſois que la livre contient le ſou, c'eſt-à-dire, par 20 ; vous aurez la nouvele fraction $\frac{1}{4}\frac{0}{0}$, qui repréſente évidemment des parties de ſou : en effectuant la diviſion du numérateur par le dénominateur, on trouvera que cette fraction vaut 16 ſous & $\frac{4}{4}$ d'un ſou.

Si on veut évaluer les $\frac{4}{4}$ d'un ſou en deniers, on multipliera cette fraction par le nombre de ſois que le ſou contient le denier, c'eſt-à-dire, par 12, ce qui donnera $\frac{4}{4}\frac{8}{0}$, fraction de deniers ; & diviſant réellement 48 par 6, on trouvera que la fraction $\frac{4}{4}$ de ſou vaut 8 deniers. Ainſi, la valeur de la fraction primitive $\frac{1}{4}$ d'une livre, étant exprimée en ſous & deniers, eſt 16 ſous 8 deniers.

En opérant de la même maniere, on trouvera que la fraction $\frac{1}{4}$ d'une livre vaut 8 ſous 6 deniers & $\frac{4}{4}$ de denier. La fraction $\frac{1}{4}$ d'une toiſe, vaut 2 pieds 6 pouces 10 $\frac{4}{4}$ lignes. La fraction $\frac{1}{4}$ d'une heure, vaut 25 minutes 42 $\frac{6}{4}$ ſecondes.

XX. *Remarque.* Les parties décimales ſont des fractions qui ont pour dénominateur l'unité ſuivie d'un ou de pluſieurs zéros ; elles peuvent donc *s'évaluer* par la méthode précédente ; mais la forme ſous laquelle on les écrit, facilite & abrege le calcul. Veut-on ſavoir, par exemple combien le nombre décimal 0,458, relatif à la toiſe qui eſt l'unité principale, vaut en pieds, pouces & lignes ? Comme la toiſe vaut 6 pieds, il eſt évident qu'en multipliant ce nombre par 6 on aura un produit qui exprimera des pieds & des parties décimales de pied. Ce produit eſt 2,748, c'eſt-à-dire, 2 pieds & 0,748 de pied. Je multiplie la partie 0,748 par 12, afin de l'évaluer en pouces ; le produit eſt 8,976, c'eſt-à-dire, 8 pouces & 0,976 de pouce. Multipliant la partie 0,976 par 12, afin de l'évaluer en lignes ; le produit eſt 11,712, c'eſt-à-dire, 11 lignes & 0,712 de ligne. On peut pouſſer l'évaluation plus loin, en ſous-diviſant continuellement la ligne en 12 parties égales. Mais en s'arrêtant aux opérations précédentes, on voit que ce nombre décimal, 0,458 de toiſe, vaut 2 pieds 8 pouces 11 lignes & 0,712 ou $\frac{7}{1}\frac{1}{0}\frac{2}{0}\frac{2}{0}$ de ligne.

XX. Problème VII. *Abaiſſer une fraction, c'eſt-à-dire, exprimer cette fraction par les plus petits nombres poſſibles, ſans changer ſa valeur.*

Nous avons vu qu'on ne changeoit point la valeur d'une fraction, en diviſant ſon numérateur & ſon dénominateur par un même nombre. Si donc, on diviſe les deux termes d'une fraction par le plus grand commun diviſeur qu'ils peuvent avoir, on ne changera point la valeur de la fraction, & en même temps on la réduira à ſa plus ſimple expreſſion. Or, pour trouver le plus grand commun diviſeur de deux nombres, *voyez* Diviſeur.

XXI. Problème VIII. *Former les puiſſances & tirer les racines d'une fraction.*

On forme les puiſſances d'une fraction, en élevant ſon numérateur & ſon dénominateur au carré, au cube, à la quatrieme puiſſance, &c ; & on tire la racine carrée, ou la racine-cube, ou la racine quatrieme, &c., d'une fraction, en tirant la racine carrée, ou la racine cube, ou la racine quatrieme, &c., de ſon numérateur & de ſon dénominateur. *Voyez* Extraction.

XXII. *Fractions décimales.* Ce ſont les fractions dont les dénominateurs ſont les puiſſances ſucceſſives de 10. *Voyez* Décimal.

XXIII. *Fractions ſexagéſimales :* Fractions dont les dénominateurs ſont les puiſſances ſucceſſives du nombre 60. Elles ont été employées par des aſtronomes, & entr'autres par Régiomontanus, à cauſe que le cercle ſe diviſe en 360 degres, & que $360 = 6 \text{ } 60$, que le degré vaut 60 minutes, la minute 60 ſecondes, &c.

Il eſt clair qu'on peut imaginer tant de fractions qu'on voudra de ſemblable eſpece.

Des fractions de fractions.

XXIV. De même que les fractions ordinaires ſe forment de parties de l'unité principale (1) ; ſi nous concevons qu'une fraction ſoit partagée en pluſieurs parties égales, le nombre qui exprimera une ou pluſieurs de ces parties, ſera une fraction de nouvele eſpece, qu'on appele *fraction de fraction*. Par exemple, ſi on a la fraction $\frac{1}{2}$, & qu'on en prene les $\frac{3}{4}$, on formera la fraction de fraction $\frac{3}{4}$ de $\frac{1}{2}$, qui s'énonce ainſi : *deux tiers de trois quarts*. On met, comme on voit, l'article *de* entre les deux fractions par leſquelles une fraction de fraction eſt exprimée.

XXV. Rien n'empêche de former, ſuivant la même loi, des fractions de fraction de fraction, & de pouſſer cette diviſion auſſi loin qu'on voudra. Telle eſt la fraction de fraction de fraction, $\frac{2}{3}$ *de* $\frac{3}{4}$ *de* $\frac{1}{2}$, qui ſignifie qu'on prend les *quatre cinquiemes* de la fraction de fraction *trois quarts de deux tiers*. Telle eſt encore la fraction de fraction de fraction de fraction, $\frac{5}{6}$ *de* $\frac{2}{3}$ *de* $\frac{3}{4}$ *de* $\frac{1}{2}$; qui ſignifie qu'on prend *les ſix ſeptiemes* de la fraction de fraction de fraction *quatre cinquiemes de trois quarts de deux tiers*, &c.

XXVI. *Propriété générale des Fractions de Fraction.* Les fractions de fraction, en quelque nombre qu'elles ſoient combinées enſemble, peuvent toujours être réduites à des fractions ſimples. Il faut, pour cela, multiplier les unes par les autres, les fractions ſimples qui entrent dans leurs expreſſions. Par exemple, la fraction de fraction $\frac{2}{3}$ *de* $\frac{1}{2}$ eſt égale au produit de $\frac{2}{3}$ par $\frac{1}{2}$. Car pour avoir les deux tiers de trois quarts, il faut d'abord diviſer *trois quarts* par 3, & prendre enſuite *deux fois* le quotient ; ce qui ſe réduit

(XVII)

Digitized by Google

(XVII) à multiplier la fraction $\frac{2}{3}$ par la fraction $\frac{3}{4}$. La fraction produit est $\frac{6}{12}$ ou $\frac{1}{2}$, qui eſt équivalente à $\frac{2}{3}$ de $\frac{3}{4}$. De même, la fraction de fraction de fraction $\frac{1}{2}$ *de* $\frac{1}{2}$ *de* $\frac{1}{2}$ peut être réduite en une fraction ſimple. Car d'abord $\frac{1}{2}$ *de* $\frac{1}{2}$ revient à $\frac{1}{4}$; & $\frac{1}{2}$ *de* $\frac{1}{4}$ revient à $\frac{1}{8}$; ou $\frac{1}{1\times 2\times 4}$. Ainſi des autres.

Des Fractions littérales ou algébriques.

XXVII. Les fractions littérales ſont comme les fractions numériques, les quotiens des numérateurs diviſés par les dénominateurs. Ainſi, tout ce que nous avons dit au ſujet des fractions numériques, s'applique également aux fractions littérales, en ſubſtituant aux opérations arithmétiques les opérations algébriques correſpondantes, c'eſt-à-dire, addition à addition, ſouſtraction à ſouſtraction, &c. On verra, par cette correſpondance, la raiſon de la plupart des calculs que je vais faire ſur les fractions littérales; & cela nous épargnera beaucoup de raiſonemens.

XXVIII. Problème I. *Réduire une quantité entiere en une fraction qui ait un dénominateur donné.*

Soit la quantité a qu'il s'agit de réduire en une fraction qui ait le dénominateur b. Je multiplie a par b, & j'applique ſous le produit ab, le dénominateur b; en ſorte que a eſt la même choſe que $\frac{ab}{b}$.

XXIX. Corollaire. On voit ſemblablement que toute fraction peut être transformée en une autre de même valeur, en multipliant ou diviſant ſon numérateur & ſon dénominateur par une même quantité. Ainſi, la fraction $\frac{a}{b}$ devient (en multipliant haut & bas par c), $\frac{ac}{bc}$; la fraction $\frac{aa+ab}{aa-bb}$ devient (en diviſant haut & bas par $a+b$), $\frac{a}{a-b}$.

XXX. Problème II. *Réduire en une ſeule fraction une quantité compoſée d'un entier & d'une fraction.*

Multipliez l'entier par le dénominateur de la fraction, & appliquez ſous le tout ce dénominateur. Ainſi, $a+\frac{bd}{c}$ devient $\frac{ac+bd}{c}$; $a+\frac{ac\cdot cd\cdot ad}{c+d}$ devient $\frac{ac+ad+ac-cd-ad}{c+d}$, ou $\frac{2ac-cd}{c+d}$, en faiſant la réduction du numérateur.

XXXI. Problème III. *Tirer les entiers qui peuvent ſe trouver dans une fraction.*

Diviſez le numérateur par le dénominateur, autant que cela ſera poſſible. Ainſi, ayant la fraction $\frac{aa+ab-cd}{a}$, je diviſe les deux premiers termes du numérateur par a, & je la réduis, par ce moyen, à cette quantité $a+b-\frac{cd}{a}$. De même la fraction $\frac{a^3-2ab+b^2+c^2}{a-b}$ devient $a-b+\frac{c^2}{a-b}$, diviſant les trois premiers termes du numérateur, par $a-b$.

XXXII. Problème IV. *Réduire pluſieurs fractions au même dénominateur.*

Multipliez le numérateur & le dénominateur de chacune d'elles, par le produit des dénominateurs de toutes les autres, & appliquez ſous chaque nouveau numérateur, le produit de tous les dénominateurs. Ainſi, les fractions $\frac{a}{b}, \frac{c}{d}, \frac{e}{f}$, ſe changent reſpectivement en celles-ci : $\frac{adf}{bdf}$, $\frac{bcf}{bdf}, \frac{bde}{bdf}$, qui ont le même dénominateur.

L'opération ſe feroit de même, ſi le numérateur ou le dénominateur, ou tous les deux, étoient des quantités complexes. Ainſi, les deux fractions $\frac{a-b}{b+c}, \frac{g+h}{f+e}$ deviennent $\frac{(a-b)\times(f+e)}{(b+c)\times(f+e)}$, $\frac{(g+h)\times(b+c)}{(b+c)\times(f+e)}$, ou bien (en effectuant les multiplications) $\frac{af-bf+ae-be}{bf+cf+be+ce}, \frac{bg+bh+cg+ch}{bf+cf+be+ce}$.

XXXIII. Remarque. Lorſque les *fractions* ont des facteurs communs à leurs dénominateurs, elles peuvent être réduites à la même dénomination, d'une maniere abrégée, qui eſt utile dans la pratique du calcul. Soient, par exemple, les deux *fractions* $\frac{a}{bc}, \frac{dfg}{bh}$, dont les dénominateurs ont le facteur commun b: je vois qu'en multipliant la premiere, haut & bas, par le facteur non commun h du dénominateur de la ſeconde, & la ſeconde, auſſi haut & bas, par le facteur non commun c du dénominateur de la premiere, je les réduirai tout de ſuite au même dénominateur. Elles deviendront ainſi $\frac{ah}{bch}, \frac{cdfg}{bch}$.

XXXIV. Problème V. *Ajouter des fractions avec d'autres quantités entieres ou rompues.*

Écrivez toutes les quantités à ajouter, les unes à la ſuite des autres, avec les ſignes qu'elles ont, & faites les réductions dont la ſomme peut être ſuſceptible. Qu'on ait à ajouter enſemble la quan-

Digitized by Google

tité entiere $a-b$, & la *fraction* $\frac{b^2}{a+b}$: j'écris $a-b+\frac{b^2}{a+b}$; & en réduisant l'entier en une *fraction* qui ait le dénominateur $a+b$, j'ai $\frac{a^2-b^2+b^2}{a+b}$, c'eſt-à-dire, $\frac{a^2}{a+b}$. Pour ajouter enſemble les trois *fractions* $+\frac{a}{b}$, $-\frac{c}{d}$, $+\frac{e}{f}$, j'écris $\frac{a}{b}-\frac{c}{d}+\frac{e}{f}$. Si on réduit ces trois *fractions* au même dénominateur, on aura $\frac{adf}{bdf}-\frac{bcf}{bdf}+\frac{bde}{bdf}$, ou bien $\frac{adf-bcf+bde}{bdf}$.

XXXV. Problème VI. *Faire la ſouſtraction des quantités où il ſe trouve des fractions.*

Changez les ſignes de la quantité que vous devez ſouſtraire, &, en cet état, écrivez-la à la ſuite de celle dont elle doit être ſouſtraite. Ainſi, pour retrancher $\frac{b^2}{a+b}$ de $a-b$, j'écris $a-b-\frac{b^2}{a+b}$, & en réduiſant tout en *fraction*, je trouve $\frac{a^2-b^2-b^2}{a+b}$, ou bien $\frac{a^2-2b^2}{a+b}$. Pour ſouſtraire $-a$ de $\frac{aa}{a-b}$, j'écris $\frac{aa}{a-b}+a$, ou bien $\frac{aa+aa-ab}{a-b}$ ou $\frac{2aa-ab}{a-b}$. Pour ſouſtraire la *fraction* $-\frac{c}{d}$ de la *fraction* $\frac{a}{b}$, j'écris $\frac{a}{b}+\frac{c}{d}$, & en réduiſant les deux *fractions* au même dénominateur, on aura $\frac{ad+bc}{bd}$ pour réſultat de la ſouſtraction.

XXXVI. Problème VII. *Multiplier enſemble un entier & une fraction, ou une fraction par une fraction.*

1°. Soit à multiplier l'entier $-3a$ par la *fraction* $\frac{m}{n}$, ou la *fraction* $\frac{m}{n}$ par l'entier $-3a$: je multiplie enſemble l'entier & le numérateur de la *fraction*, & j'applique le dénominateur ſous le produit ; ce qui donne $-\frac{3am}{n}$.

2°. Soit à multiplier enſemble les deux *fractions* $-\frac{5a}{b}$ & $\frac{4f}{c}$; je multiplie numérateur par numérateur, & dénominateur par dénominateur ; ce qui donne $-\frac{20af}{bc}$ pour le produit demandé.

3°. Soit à multiplier la *fraction* radicale $\sqrt[m]{\frac{p}{q}}$ par la *fraction* radicale $\sqrt[n]{\frac{g}{h}}$: j'obſerve que $\sqrt[m]{\frac{p}{q}}=\frac{\sqrt[m]{p}}{\sqrt[m]{q}}$, & que $\sqrt[n]{\frac{g}{h}}=\frac{\sqrt[n]{g}}{\sqrt[n]{h}}$: alors il s'agit de multiplier $\frac{\sqrt[m]{p}}{\sqrt[m]{q}}$ par $\frac{\sqrt[n]{g}}{\sqrt[n]{h}}$, ce qui ſe fait comme pour les *fractions* rationeles, en multipliant numérateur par numérateur, & dénominateur par dénominateur ; le produit demandé eſt donc $\frac{\sqrt[m]{p}.\sqrt[n]{g}}{\sqrt[m]{q}.\sqrt[n]{h}}$, ou $\frac{\sqrt[mn]{p^n g^m}}{\sqrt[mn]{q^n h^m}}$, ou $\sqrt[mn]{\frac{p^n g^m}{q^n h^m}}$.

XXXVII. Problème VIII. *Diviſer une fraction par un entier ; ou un entier par une fraction, ou une fraction par une fraction.*

1°. Soit la fraction $\frac{m}{n}$ à diviſer par l'entier $-3a$; je conſerve le numérateur de la *fraction*, & je multiplie le dénominateur par $-3a$; ce qui donne $\frac{m}{-3an}$ ou $-\frac{m}{3an}$ pour le quotient cherché.

2°. Soit à diviſer l'entier $-3a$ par la *fraction* $\frac{m}{n}$: je renverſe la *fraction* diviſeur, & alors il s'agit de multiplier $-3a$ par $\frac{n}{m}$, ce qui donne $-\frac{3an}{m}$ pour le quotient cherché.

3°. De même, pour diviſer la *fraction* $\frac{p}{q}$ par $\frac{m}{n}$, il faut renverſer la *fraction* diviſeur, & multiplier enſemble les deux *fractions* $\frac{p}{q}$, $\frac{n}{m}$; le quotient cherché eſt donc $\frac{pn}{mq}$.

4°. Soit à diviſer $\sqrt[m]{\frac{p}{q}}$ par $\sqrt[n]{\frac{g}{h}}$: la *fraction* di-

Digitized by Google

vidende eſt la même choſe que $\frac{\sqrt[m]{p}}{\sqrt[n]{q}}$, & la *fraction* $\frac{\sqrt[n]{g}}{\sqrt[m]{h}}$ diviſeur eſt la même choſe que $\frac{\sqrt[n]{g}}{\sqrt[m]{h}}$; je renverſe cette derniere *fraction*, & alors il s'agit de multiplier $\frac{\sqrt[m]{p}}{\sqrt[n]{q}}$ par $\frac{\sqrt[n]{h}}{\sqrt[m]{g}}$; ce qui donne $\frac{\sqrt[mn]{p^n h^m}}{\sqrt[mn]{q^n g^m}}$, ou $\sqrt[mn]{\frac{p^n h^m}{q^n g^m}}$ pour le quotient cherché.

XXVIII. Problème IX. *Réduire une fraction à ſes moindres termes.*

Cette opération ſe fait, en cherchant le plus grand commun diviſeur que le numérateur & le dénominateur peuvent avoir, & en diviſant ces deux termes par le diviſeur. Sur quoi *voyez* Diviseur.

XXIX. Problème X. *Former les puiſſances & extraire les racines d'une fraction.*

Voyez Extraction. (*L. B.*)

Fractions décimales périodiques, (*Arith.*). Quand on réduit en décimales une *fraction* dont le dénominateur n'eſt pas de la forme $2^a.5^\beta$, ou n'eſt commenſurable avec aucune puiſſance de 10, la *fraction décimale* qui en réſulte doit néceſſairement aller à l'infini; mais il ne s'enſuit pas qu'on ſoit obligé de faire continuellement la diviſion effective pour approcher toujours davantage de la valeur réelle de la *fraction* propoſée; car les mêmes chifres doivent revenir au bout d'un certain nombre de diviſions, & doivent ſe préſenter dans le même ordre: en effet, quel que ſoit le dénominateur D, non diviſible par 2 ni par 5, il ne peut y avoir dans la diviſion que $D-1$ réſidus différens; or, dès qu'on retombe dans un réſidu qu'on a déja eu, il eſt clair qu'on retrouve auſſi dans le quotient les mêmes décimales, de ſorte qu'on n'aura jamais beſoin que de faire tout au plus $D-1$ diviſions pour connoître la *fraction décimale* équivalente à une *fraction* ordinaire donnée. Ces *fractions* ſe nomment *périodiques* ou *circulantes*; on s'apercevra facilement qu'elles fourniſſent matiere à pluſieurs recherches, non ſeulement de curioſité, mais fort utiles en même temps, vu le grand uſage qu'on fait de plus en plus du calcul décimal en général; cependant je ne connois que Wallis & MM. Euler, Lambert & Robertſon qui s'en ſoient occupés: le premier, dans le *chap.* 89 de ſon *Algebre*; M. Euler, dans le *chapitre* 12 du *livre I* de ſon *Introduction à l'Algebre*; M. Lambert, dans le *vol. III des Acta Helvetica*, & dans les *Nova Acta Eruditorum*, *du mois de mars* 1769; enfin M. Robertſon, dans les *Tranſactions philoſophiques*, pour 1768. Sans avoir recours à ces différens ouvrages, on pourra cependant bientôt ſe faire une idée de tout ce qui a été écrit ſur cette matiere, en conſultant un *mémoire* que j'ai donné dans le *vol. II des nouveaux mémoires de l'académie des Sciences de Berlin*. Ainſi, je me contenterai de raſſembler ici les remarques les plus eſſentielles qu'elle fournit, & ſurtout celles qui peuvent le plus faciliter la continuation des deux tables qui ſuivront, & que j'ai conſtruites moi-même ſans en regréter la peine.

Si on commence à conſidérer la *fraction* $\frac{D}{1}$ à laquelle ſe raporte ma premiere table, & où D ſignifie un nombre premier quelconque autre que 2 ou 5, on ne tardera pas à remarquer que le problême de déterminer combien de chifres ſe trouveront dans la période de la *fraction décimale* équivalente à $\frac{D}{1}$ ſe réduit à aſſigner le plus petit nombre s, tel que $\frac{10^s-1}{D}$ ſoit un nombre entier; car il eſt clair que ſi avant que de parvenir au reſte 1, on a ajouté s zéros ou multiplié s fois par 10, il faut que le quotient qui ſuit la virgule ait s chifres, & ſoit de plus $=\frac{10^s-1}{D}$; or, on peut faire abſtraction du nombre 10^s qui multiplie D. Mais, quoique cette formule $\frac{10^s-1}{D}$ ſoit très-ſimple, & que s, ſuivant la remarque que j'ai déja faite, ne puiſſe pas paſſer $D-1$, cette lettre ne laiſſe pas d'être très-difficile à déterminer: on ſait ſeulement que pour que $\frac{10^s-1}{D}$ ſoit un nombre entier, il faut que s ſoit ou $=D-1$, ou égal à un facteur de $D-1$, & juſqu'à préſent le problême n'a pu être réſolu plus généralement. C'eſt la raiſon qui m'a principalement engagé à calculer ma table premiere; je me perſuadois que non ſeulement je conſtruirois une table utile par elle-même, mais qu'elle devoit fournir, du moins *a poſteriori*, des éclairciſſemens ſur la ſolution d'un problême curieux.

J'ai étendu cette table, comme on voit, juſqu'au plus grand nombre premier au deſſous de 200; c'eſt-à-dire, juſqu'à 199; on trouve donc dans la premiere colonne la *fraction* $\frac{1}{D}$ qu'il s'agiſſoit de réduire en décimales; à ces termes répond dans la ſeconde colonne la premiere période de la *fraction décimale* qui lui eſt égale & que j'exprime en général par $0+\frac{10^s-1}{D.\,10^s}+\frac{10^s-1}{D.\,10^{2s}}+\&c.$, en entendant par s le nombre de chifres de la période; une troiſieme colonne indique ce nombre s, & fait voir en même temps en quels nombres il ſe décompoſe en tant qu'il doit être $=D-1$, ou à un

diviseur s de $D-1$. Voici à présent plusieurs remarques auxquelles la construction & l'inspection de cette table donnent lieu.

1°. Toutes les valeurs de s confirment le théorême que $\frac{10^s-1}{D}$ est un nombre entier, quand s est $=D-1$ ou $=$ à un diviseur de $D-1$, & ne l'est point dans d'autres cas; mais je doute fort qu'on puisse apercevoir dans ces résultats quelques loix qui fassent juger absolument de la valeur précise du nombre s, & encore moins qui puissent faire trouver sans aucune division effective le quotient $\frac{10^s-1}{D.\ 10^s}$; j'ai fait pour cela plusieurs essais infructueux, en cherchant principalement à tirer parti de ces *fractions* continues, qu'on a trouvé être d'un si grand secours pour résoudre un si grand nombre de problêmes qui se refusoient aux méthodes analytiques les plus usitées.

2e. Ce qu'on sait sur la valeur de s ne laisse pas cependant d'être déja d'un grand secours; car ces divisions étant assez ennuyeuses, & d'autant plus qu'on ne peut guere s'empêcher de se tromper fréquemment, on peut être persuadé que cela est arrivé, quand on a passé un nombre de division plus grand que $D-1$, ou quand on a trouvé pour s un nombre moindre que $D-1$, sans en être un diviseur.

3e. Il n'est pas inutile d'observer qu'on sait toujours quel est le dernier chifre du quotient $\frac{10^s-1}{D.\ 10^s}$; on le sait, parce que cette période finissant lorsqu'on est revenu au reste s, il est vrai que le premier chifre de la période doit être

9, lorsque celui du diviseur D est 1.
7 . . . . . 7.
3 . . . . . 3.
1 . . . . . 1.

4e. On remarquera, en faisant ces divisions, que lorsque s devient $D-1$, & que par conséquent $D-1$ est le plus petit nombre s tel que 10^s-1 soit divisible par le nombre premier D autre que 2 ou 5, le $\frac{D-1^{me}}{2}$ reste est toujours $D-1$; on

en conclura que $\frac{\overline{D-1}^{s}}{D}$ ou $\frac{\overline{D-1}^{s}}{D}$ -1 est toujours, dans ce cas, un nombre entier; aussi est-ce un théorême dont il est facile de démontrer la généralité.

5e. On remarquera pareillement que quelque soit le nombre s des chifres de la période, si un des restes de la division est $D-1$, ce sera le $\frac{s^{me}}{2}$.

6e. Ces deux théorêmes sont très-utiles dans la construction de la table des décimales périodiques; car lorsqu'on arive au nombre $D-1$, on ne doit pas négliger de compter le quantieme reste il est, si ce n'est pas le $\frac{D-1^{me}}{2}$ ou le $\frac{s^{me}}{2}$, c'est-à-dire, qu'on ait dans le quotient précisément $\frac{D-1}{2}$ chifres, ou bien un nombre de chifres qui soit la moitié d'un diviseur de $D-1$: on peut être persuadé d'avoir commis quelque erreur.

7e. Il y a plus; les mêmes théorêmes dispensent entiérement de la moitié de l'opération; car, si $\frac{10^m+1}{D}$ est un nombre entier, ou que, pour $\frac{10^m}{D}$, le quotient soit q, & le résidu $D-1$, on aura, à cause de $10^{2m}-1=(10^m+1)(10^m-1)$, pour $\frac{10^{2m}-1}{D}$ le quotient $(10^m-1)q=10^m q-q$, & par conséquent il suffira de retrancher q de $10^m q$. On a, par exemple, $\frac{10^1+1}{13}=77$; on raisonera donc ainsi, $10^m q=77$, & $(10^{2m}-1)q=77000-77=76923$; donc $\frac{1}{13}=0,076923$; ou bien, quand on a trouvé $\frac{1}{13}=0,076\frac{9}{13}$, on prendra le complément à 9 des trois chifres trouvés, on l'écrira à la suite de ces chifres, & on aura la période entiere.

8o. Une remarque analogue sert à vérifier l'opération, quelque soit le résidu. Soit, par exemple, $\frac{10^m+D-r}{D}$ ou $\frac{10^m-r}{D}$ un nombre entier, c'est-à-dire, qu'après m divisions, on ait le résidu r, ou bien que $\frac{1}{D}=0+\frac{10^m+r}{D.\ 10^m}$, ou si le quotient est q, qu'on ait $\frac{1}{D}=0+q\frac{r}{D}$ & on aura $\frac{r}{D}=rq+\frac{rr}{D}$, & par conséquent, quand on aura fait de nouveau m divisions, on trouvera le résidu rr, ou si $rr>D$, ou $=fD+s$, on devra trouver le résidu s. Concluons de là qu'on poura vérifier par-tout l'opération, en regardant si après le double nombre de divisions on trouve le carré du premier résidu, ou ce qui reste après qu'on a divisé ce carré par D. Il est de plus évident qu'on peut continuer cette vérification aussi loin qu'on veut, avec le même résidu; car, si après 3 m divisions, il sera $r3$, ou rs, ou s', parce qu'on peut avoir $r3=(fD+s)r=frD+rs=frD+gD+s'=fD+s'$; après 4 m divisions, ce reste s'' se déterminera en faisant $r'=(f'D+s')r=f'rD+s'r=f'rD+hD+s''=f''D+s''$, & ainsi de suite. Il est bon d'observer aussi que si r est grand & approchant de D, on peut lui substituer $D-1$.

9°. La remarque de l'article précédent sert comme celle du septieme, à abréger considérablement les opérations dont il s'agit. En effet, dès qu'on est parvenu à un résidu qui n'est que de quelques unités, ou qui ne differe de D que de quelques uni-

Digitized by Google

tés, on peut trouver facilement la période entiere ſans achever la diviſion effective. On n'a qu'à multiplier par r le quotient q trouvé par les m premieres diviſions, ou obtiendra m chifres qu'on écrira à la ſuite des m premiers; on multipliera de nouveau cette ſeconde période par r pour ranger ce produit après le ſecond, & ainſi de ſuite: on tiendra compte des valeurs de f, g, h, *&c.*, ou de f, f', f'', *&c.* & on continuera cette opération juſqu'à ce qu'on voie les mêmes chifres revenir, qu'on ait la *fraction décimale* complete, ou du moins juſqu'à ce qu'on parviene aux complémens à 9 des premiers chifres, & qu'on voie par-là qu'ayant paſſé la moitié de la période, on peut l'achever conformément à l'article 7. Les deux exemples ſuivans éclairciront cette remarque.

10°. *Exemple premier.* Lorſqu'on réduit $\frac{5}{23}$ en décimales, on trouve $\frac{5}{23} = 0,043478\ \frac{14}{23}$, c'eſt-à-dire, le 6ᵉ ou m^e reſte $= 6$; on en conclut que $\frac{10^6 - 6}{23}$, $\frac{6.10^6 - 6^1}{23}$, $\frac{6.10^6 - 6^2}{23}$, *&c.* ſont des nombres entiers, ou bien que $\frac{s}{23}$ étant $= 0$, $\frac{10^6 + 6}{23.\ n^{09}}$, les ſix chifres qui ſuivront ceux que donne cette diviſion ſeront exprimés par $\frac{6.10^6 + 6^2}{23.\ 10^{12}}$, & ainſi de ſuite.

Puis donc que

$r = 6$,

$r^2 = 6^2 = 1.23 + 13$,

$r^3 = 6^3 = 6(23 + 13) = 6.23 + 3.23 + 9$,

$r^4 = 6^4 = 6(6.23 + 9) = 54.23 + 2.23 + 8 = 56.23 + 8$, *&c.*

On aura $f = 1$, $g = 3$, $h = 2$, $f' = 9$, $f'' = 56$, $s = 13$, $s' = 9$, $s'' = 8$, *&c.*

On n'a pas beſoin d'aller plus loin, parce que m étant $= 6$, la période ne peut paſſer $4\ m$ chifres.

Or les m premiers chifres ſont 043478; donc les m ſuivans . . . 6. (043478) + 1 ou 260869.

m . . . . . 6. (260869) + 3 ou 565217.

m . . . . . 6. 565217 + 2 ou 391305.

ainſi, la période eſt de 22 chifres & $=$ 0, 043478260869565217391 3, *&c.*

& on voit qu'après le onzieme vienent les complémens à 9, des premiers.

11°. J'ai fait entrer dans cette opération les valeurs de f, g, h; ſi on vouloit tenir compte plutôt de f, f', f'', voici comment on procéderoit: on multiplieroit les premiers m chifres par 6, le produit de même, & ainſi des ſuivans; on ne tiendroit compte qu'à la fin des reſtes négligés, & on diſpoſeroit l'opération de la façon qui ſuit:

$\frac{5}{23} = 0,043478$
260868
1565208
9391248
56 $\frac{14}{23}$

donc $\frac{5}{23} = 0,043480608695652173913\ 04$, *&c.*

12. La même opération enfin peut auſſi ſe réduire à la forme ſuivante:

Puiſque $\frac{5}{23} = 0,043478\ \frac{14}{23}$,

on a $\frac{14}{23} = 0,260868\ \frac{10}{23} = 0,260869\ \frac{1}{23}$;

donc $\frac{5}{23} = 0,043478260869\ \frac{1}{23}$,

& $\frac{1}{23} = 0,565217391297 + \frac{11}{23^2}$, ou $+7\ \frac{1}{23}$;

on ne peut pas ſe méprendre ſur les valeurs décimales des multiples de $\frac{11}{23^2}$ qui ſont à la fin de ces périodes, & en joignant les deux dernieres, on a la même *fraction* périodique complete que ciderſſus.

13°. *Exemple deuxieme.* On a $\frac{5}{29} = 0,011235\ \frac{24}{29}$.

Ici le 6ᵉ ou m^e reſte eſt 85 ou -4, & $\frac{10^6 + 4.}{23}$ eſt un nombre entier. En reprenant les lettres de la remarque 8ᵉ, nous aurons donc,

$r = (-4)^1 = +16$,

$r^2 = (-4)^2 = -64$,

$r^3 = (-4)^3 = +256 = 2.89 + 78$,

$r^4 = (-4)^4 = -8.89 - 4.78 = -8.89 - 3.89 - 45$,

$r^5 = (-4)^5 = +44.89 + 180 = +44.89 + 2.89 + 2$,

$r^6 = (-4)^6 = -184.89 - 8$,

$r^9 = (-4)^9 = +736 + 32$; par conſéquent, après $2\ m$ diviſions, le 12e reſte s ſera $= 16$

$3\ m$ . . . . . 18e . . s^2 . . $= 89 - 64 = 25$

$4\ m$ . . . . . 24e . . s^{III} . . $= 78$

$5\ m$ . . . . . 30e . . s^{IV} . . $= 89 - 45 = 44$

$6\ m$ . . . . . 36e . . s^V . . $= 2$

$7\ m$ . . . . . 42e . . s^{VI} . . $= 89 - 8 = 81$

$8\ m$ . . . . . 48e . . s^{VII} . . $= 32$;

on aura de plus

$f = 0$, $g = 0$, $h = 0$, $i = -3$, $k = +2$, $l = 0$, $n = 0$, & $f' = 0$, $f'' = 2$, $f^{IV} = -1$, $f^V = 46$, $f^{VI} = -184$, $f^{VII} = 736$.

Je n'ai pas continué cette énumération, parce que ſi avant que d'aller plus loin, on appliquoit ces données, on trouvera que la période n'eſt que de 44 termes, & puiſque le 48e reſte ſeroit 32, il s'en enſuit que 32 doit auſſi être le 4e reſte.

14°. Une remarque pareille à celle du *n°.* 9 a lieu auſſi, lorſque r ou $D - r$, ſans être préciſément un petit nombre, eſt un multiple ou un ſous-multiple d'une puiſſance de 10; ſi, par exemple, le réſidu eſt 25, au lieu de multiplier les m chifres par 25, je les diviſe par 4, & j'avance la deuxieme rangée de deux places, ſans quoi je la prendrois 100 fois trop petite, & je tiens compte des réſidus.

15°. On déduit facilement de la formule $\frac{10^s - 1}{D}$ que $\frac{1}{D}$ eſt toujours égal au quotient périodique $\frac{10^s - 1}{D}$, diviſé par le nombre qu'exprime le chifre 9 répété s fois: par exemple, $\frac{1}{13} = 0,076923$, *&c.* $= \frac{1}{999999}$; il ſeroit donc utile d'avoir une table qui contînt pour pluſieurs nombres 9, 99, 999, *&c.* les nombres premiers qui en

Digitized by Google

sont des facteurs, puisqu'on y verroit pour un grand nombre de *fractions* $\frac{1}{D}$ de combien de chiffres devienent les périodes de leurs valeurs en décimales ; il est clair que la construction d'une telle table dépend de la recherche des diviseurs des sommes de la progression géométrique $1 + 10^{s} + 10^{2s} + 10^{3s} + \&c.$ & cette considération la rend moins rebutante qu'elle ne le semble d'abord ; j'en ai même déja fait le commencement, & cette ébauche se trouve à la suite d'un petit mémoire sur ces diviseurs de 1, 11, 111, *&c.* que j'ai donné dans le même *vol. II*, des *Nouveaux Mémoires de Berlin*.

Après la table qui fait le sujet de ce qui précede, en vient une autre dans laquelle j'ai inséré les *fractions décimales périodiques* que donnent plusieurs *fractions* $\frac{1}{p}$, dont les dénominateurs sont les produits de deux nombres premiers D & d ; si on veut la continuer, voici quelques remarques dont on pourra faire usage.

1°. Quand on connoît le nombre s de la période de $\frac{1}{D}$ & le nombre σ de la période de $\frac{1}{d}$, on fait toujours quel sera le nombre s de la période de $\frac{1}{p}$: ce sera ou $s\sigma$ ou le plus petit commun dividende $\frac{s\sigma}{p}$ entre s & σ ; car $10^{s} - 1$ étant toujours divisible par D & $10^{\sigma} - 1$ par d, il suffit que $10^{t} - 1$ soit divisible, tant pas $10^{s} - 1$ que par $10^{\sigma} - 1$, pour l'être par D & par d.

2°. Ainsi, $D - 1$ & $d - 1$ étant toujours des nombres pairs, il s'ensuit que t ne peut jamais surpasser $\frac{(D-1).(d-1)}{2}$.

3°. Si $s = \sigma$, on aura aussi $t = s = \sigma$, & pour trouver la période même, il suffira qu'on divise, soit par d, celle de $\frac{1}{D}$ soit par D, celle de $\frac{1}{d}$; la division ne pourra manquer de se faire sans reste.

4°. Mais si $t > s$ & $>$ que σ, il faudra effectuer la division réelle, ou appliquer les remarques faites précédemment aux *nos* 7 & 9 ; on pourra même déterminer fréquemment, sans aucune réduction de $\frac{1}{p}$ en décimales, le résidu à employer conformément à l'article 9. Il suffira de diviser par d la période de $\frac{1}{D}$, ou par D celle de $\frac{1}{d}$: en voici un exemple.

Je veux déterminer la période de $\frac{1}{7.17} = \frac{1}{7.17}$. J'ai $\frac{1}{17} = 0,058823529411764705\ldots$

Si je divise cette période par 7, il en résulte. $\frac{1}{7.17} = 0,008403361344537815\ldots$ donc le reste r après la 16e division, est $= \frac{1}{7} + \frac{1}{7.17}$, donc le reste r après la 16e division, est $= \frac{1}{7} + \frac{1}{7.17} = \frac{18}{119}$.

Les 16 chifres suivans seront par conséquent 18 fois plus grands avec un résidu $s = 86$, à cause de $18, 18 = 324 = 2.119 + 86$, & après la 48e division, on doit trouver le reste $s = 1$, vu que 48 est le plus petit commun dividende entre $s = 6$ & $\sigma = 16$, & en effet, $86.18 = 1548 = 13.119 + 1$; si de plus on tient compte de 49. 119, à cause de $f = 2$ & de $f = 36 + 13 = 49$. Il ne restera plus qu'à disposer l'opération de la maniere enseignée plus haut au *n°. 11*.

5°. On observera dans la table que la deuxieme & la troisieme remarque soufrent une exception, lorsque $D = d$, vu que pour $\frac{1}{7.7}$ on a $t = 42 = (D = 1)\, d$; & que pour $\frac{1}{11.11}$ & $\frac{1}{13.13}$, on a $t = sD$, & non pas $s\sigma$. Je rends raison de cette exception dans mon mémoire, & elle ne peut manquer d'avoir lieu, à moins que $10^{s} - 1$ ne soit divisible par DD, ou que la période ou le quotient $\frac{10^{s}-1}{D}$ ne soit divisible encore par D, comme c'est le cas pour $\frac{1}{9} = \frac{1}{3.3} = 0,111,$ *&c.*

Au reste, les remarques précédentes serviront aisément à construire aussi une table pour des *fractions* $\frac{1}{p}$, telles que P soit le produit de plus de deux nombres premiers.

Si au contraire P étoit le produit d'un nombre premier par quelque puissance de 2 ou de 5, on obtiendra, à la vérité, pareillement des *fractions* décimales périodiques, & qui ne seront pas même difficiles à déterminer ; mais on remarquera qu'elles ne peuvent commencer avec le premier chifre, elles ne commenceront qu'après une ou plusieurs figures ; savoir, quand l'influence du nombre 2^{n} ou 5^{q} aura cessé, ce qui dépendra des dimensions de n & q.

Par exemple, $\frac{1}{18} = 0,416666,$ *&c.* car, si je divise 5 par $12 = 4.3$; c'est autant que si je divisois d'abord 5 par 4 & ensuite par 3. Or la division par 4 donne un quotient fini qui s'étend à 2 décimales, on a $\frac{5}{4} = 1,25$; ce quotient divisé ensuite par 3, donne $\frac{1,25}{3,00} = 0,416666,$ *&c.* Cette division par 3 ne peut par conséquent avoir son effet que lorsqu'on parvient à la troisieme place des décimales, & que les figures significatives du premier quotient viennent à manquer. Pareillement $\frac{5}{12} = 0,4$ & $\frac{0,4}{3,0} = 0,1333,$ *&c.* $\frac{4.1}{56} = 0,803,571428,5714,$ *&c.* à cause de $56 = 8.7 = 2.2.2.7$, & que $\frac{4.1}{56} = 5,625$ & $\frac{5,625}{7000} = 0,803,5714,$ *&c.*

Digitized by Google

Pour dire quelques mots auſſi des *fractions décimales périodiques*, produites par des *fractions* qui ont des nombres premiers dans le dénominateur & d'autres nombres que l'unité pour numérateur, ſoit $\frac{m}{D}$ une *fraction* de cette eſpece, il eſt évident que ſi le nombre des décimales pour D eſt $D-1$, on aura pour m le même nombre de chifres & auſſi les mêmes chifres, mais rangés dans un autre ordre; car le premier chifre ſera le nombre qui dans la diviſion de 1 par D réſultoit du reſte m; par exemple, $\frac{1}{7} = 0,142857$, *&c.* mais $\frac{1}{4} = 0,428571$, *&c.* par la raiſon que la diviſion commence par 3, qui étoit le ſecond reſte dans celle de $\frac{1}{7}$.

Les réductions de *fraction* $\frac{1}{D}$ en décimales, ſerviront donc immédiatement auſſi pour un nombre conſidérable de *fractions* telles que $\frac{m}{D}$; mais outre qu'on peut n'avoir pas ſous les ieux la réduction de $\frac{1}{D}$ en décimales, il y a des cas où le nombre m ne ſe trouvera pas parmi les réſidus de la diviſion de 1 par D, & ces cas auront lieu fréquemment, quand le nombre de chifres ne ſera pas $D-1$, mais ſeulement un diviſeur de $D=1$; je ne ſache pas alors d'autre expédient que de multiplier directement par m la *fraction* décimale équivalente à $\frac{1}{D}$; par exemple, on ne trouve point le réſidu 7 dans la réduction de $\frac{1}{11}$ & $\frac{2}{11} = 0$; 538461, *&c.* où les chifres ne ſont plus les mêmes.

On obſerve qu'au reſte, le nombre des chifres reſtera toujours le même que pour $\frac{1}{D}$, parce que $\frac{m}{D}$ eſt ſuppoſé moindre que 1 & que ſi $m > D$, où commence par mettre les entiers de côté pour n'opérer que ſur la *fraction* μ, en entendant par μ le réſidu de la diviſion de D en μ.

Ces idées ſuffiſent pour étendre extrêmement les tables qui ſont jointes à cet article; & afin de faciliter ce travail à qui voudra s'en charger, je conſerve les papiers ſur leſquels j'ai fait mes diviſions en décimales.

Je finirai en remarquant que s'il ſe préſente une *fraction décimale périodique* dont on veuille aſſigner la valeur, il ſuffira d'écrire ſous la période le nombre 9 répété autant de fois qu'il y a de chifres dans la période, & de réduire cette *fraction* à ſes moindres termes. Soit donnée par exemple la *fraction* périodique 0, 296 296, *&c.* ſa valeur ſera $\frac{296}{999}$, *fraction* qui ſe réduit à $\frac{8}{27}$, en diviſant le numérateur par 37.

Si on veut s'éclaircir ſur l'uſage qu'on peut faire des décimales périodiques dans la recherche des diviſeurs des nombres, on conſultera le mémoire que j'ai dit avoir été donné par M. Lambert, dans les *Nouveaux Actes de Léipſick*.

PREMIERE TABLE

De fractions dont les diviſeurs ſont des nombres premiers, réduites en décimales périodiques.

1 :	$D = 0+(10^s-1):D\times 10^s+(10^s-1):D\times 10^{2s}+$, *&c.* donc	s ou $($	$D-1):s$
1 :	$3 = 0,3$	$1 = ($	$3-1):2$
1 :	$7 = 0,142857$	$6 = ($	$7-1):1$
1 :	$11 = 0,09$	$2 = ($	$11-1):5$
1 :	$13 = 0,076923$	$6 = ($	$13-1):2$
1 :	$17 = 0,0588235294117647$	$16 = ($	$17-1):1$
1 :	$19 = 0,052631578947368421$	$18 = ($	$19-1):1$
1 :	$23 = 0,0434782608695652173913$	$22 = ($	$23-1):1$
1 :	$29 = 0,0344827586206896551724137931$	$28 = ($	$29-1):1$
1 :	$31 = 0,0322580645161290$	$15 = ($	$31-1):2$
1 :	$37 = 0,027$	$3 = ($	$37-1):12$
1 :	$41 = 0,02439$	$5 = ($	$41-1):8$
1 :	$43 = 0,0232558139534883720093$	$21 = ($	$43-1):2$
1 :	$47 = 0,0212765957446808510638297872340425531914893617$	$46 = ($	$47-1):1$
1 :	$53 = 0,0188679245283$	$13 = ($	$53-1):4$
1 :	$59 = 0,0169491525423728813559322033898305084745762711864406779661$	$58 = ($	$59-1):1$
1 :	$61 = 0,0163934426229508196721311475409836065573770491803278688524590$	$60 = ($	$61-1):1$
1 :	$67 = 0,0149253731343283582089552238805970$	$33 = ($	$67-1):2$
1 :	$71 = 0,0140845070422535352112676056338028169$	$35 = ($	$71-1):2$
1 :	$73 = 0,01369863$	$8 = ($	$73-1):9$

Digitized by Google

1 : 79 = 0,012658278481 . . . . . 13 = (79 — 1) : 6
1 : 83 = 0,012048192771084337349397590361445783132530 . . . . . 41 = (83 — 1) : 2
1 : 89 = 0,011235955056179775280898876404494382022471910 . . . . . 44 = (89 — 1) : 2
1 : 91 = 0,010989 . . . . . 6 = (91 — 1) : 15
1 : 97 = 0,010309278350515463917525773195876288659793814432989
6907216494845360824742268041237113402061855670 . . . 96 = (97 — 1) : 1
1 : 101 = 0,0099 . . . . . 4 = (101 — 1) : 26
1 : 103 = 0,009708737864077669902912621359223330 . . . . . 34 = (103 — 1) : 3
1 : 107 = 0,009345794392523364485981308411214953271028037383177
57 . . . . . 53 = (107 — 1) : 2
1 : 109 = 0,009174311926605504587155963302752293577981651376146
788990825688073394495412844036697247706422018348623853211 . . . . . 108 = (109 — 1) : 1
1 : 113 = 0,008849557522123893805309734513274336283185840707964
601769911504424778761061946902654867256637168141592920353982 3 . . . . . 112 = (113 — 1) : 1
1 : 127 = 0,007874015748031496062992125984251968503937 . . . . . 42 = (127 — 1) : 3
1 : 131 = 0,007633587786259541984732824427480916030534351145038
167938931297709923664122137404580152671755725190 8396946564885496183206106870229 . . . . . 130 = (131 — 1) : 1
1 : 137 = 0,00729927 . . . . . 8 = (137 — 1) : 7
1 : 139 = 0,007194244604316546762589928057553956834532374 1 . . . 46 = (139 — 1) : 3
1 : 149 = 0,006711409395973154362416107382550335570469798657718
120805369127516778523489932885906040268456375838926 2617449664429530201342281879194630874483231476751 . . . 148 = (149 — 1) : 1
1 : 151 = 0,006622516556291390728476821192052980132450331125827
814569536423841059602649 . . . . . 75 = (151 — 1) : 2
1 : 157 = 0,006369426751592356687898089171974522292993630573248
407643312101910828025477707 . . . . . 78 = (157 — 1) : 1
1 : 163 = 0,006134969325153374233128834355828220858895705521472
392638036809815950920245398773 . . . . . 81 = (163 — 1) : 2
1 : 167 = 0,005988023952095808383233532934131736526946107784431
137724550898203592814371257485029940119760479041916167664670658683674307539822156588612754491017964071856474251497 . . . . . 166 = (167 — 1) : 1
1 : 173 = 0,005780346820809248554913294797687861271676300 . . . . . 43 = (173 — 1) : 4
1 : 179 = 0,005586592178770749272867039106145251396248044692681
5642458 . . . . . 58 = (179 — 1) : 3
1 : 181 = 0,005524861878453038674033149171270718232044198895027
624309392265193370165745856353591160220994475138 1215469613296685088292928176795583011049723756906077738066298342541436463480839779 . . . . . 180 = (181 — 1) : 1
1 : 191 = 0,005235602094240837296357085340314136125654450261781
0471204188481675392670156850622872251308 . . . . . 95 = (191 — 1) : 2
1 : 193 = 0,005181347150259067357512953367871647668393782383419
689119170984455958549222979974611398963730569948 186528497409326424870466321243523316626176165803 1088424601554404145077702027253886010361694300 . . . . . 192 = (193 — 1) : 1
1 : 197 = 0,005076142131101662050543147208121827411167512690353299
492385786802030456852791878172588832487309644670 . . . 98 = (197 — 1) : 2
1 : 199 = 0,005025125628140703517587939698492462311557788944723
618090452261306532663316582914572864321608040201 . . . 99 = (199 — 1) : 2

Digitized by Google

DEUXIEME TABLE

De fractions dont les diviſeurs ſont des produits de deux nombres premiers, réduites en décimales périodiques.

$F = 1 : 1$	$D.$	d	$= 0,(10^{t}-1) : P.\ 10^{t} + (10^{t}-1) : P \times 10^{m}$ donc	$t = (s \cdot e) : p$	
1 : 9 = 1 :	3.	3	= 0,0111, &c.	1 = (1. 1) : 1	
1 : 21 = 1 :	3.	7	= 0,047619	6 = (1. 6) : 1	
33		11	= 0,03	2 = (1. 2) : 1	
1 : 39 = 1 :	3.	13	= 0,025641	6 = (1. 6) : 1	
1 : 49 = 1 :	7.	11	= 0,020408163265306122448979591034693877551 ..	42 = (6. 7) : 1	
1 : 77 = 1 :	7.	11	= 0,012987	6 = (6. 1) : 2	
1 : 91 = 1 :	7.	13	= 0,010989	6 = (6. 6) : 6	
1 : 119 = 1 :	7.	17	= 0,008403361344537815126050420168067226890756302521	48 = (6. 16) : 2	
1 : 133 = 1 :	9.	19	= 0,007518796992481203	18 = (6. 18) : 6	
1 : 161 = 1 :	7.	23	= 0,006211180124223602484472049689440993788819875993788819875776397515527950310559	66 = (6. 22) : 2	
1 : 121 = 1 : 11.	11	= 0,008264462809917355371900826446280991735537190	22 = (2. 11) : 1		
1 : 143 = 1 : 11.	13	= 0,006993	6 = (2. 6) : 2		
1 : 187 = 1 : 11.	17	= 0,005347593582887700534759358288770053475935828877	16 = (2. 16) : 2		
1 : 209 = 1 : 11.	19	= 0,004784688995215311004784688995215311	18 = (2. 18) : 2		
1 : 253 = 1 : 11.	23	= 0,003952569169960474308300395256916996047430830039525691699604743083	22 = (2. 22) : 2		
1 : 169 = 1 : 13.	13	= 0,005917159763313609467455621301775147928994082840236686390532544378698224852071 ..	78 = (6. 13) : 1		
1 : 121 = 1 : 13.	17	= 0,004524886877828054298642533936651837104072398190	48 = (6. 16) : 2		
1 : 247 = 1 : 13.	19	= 0,004048582995951417	18 = (6. 18) : 6		
1 : 299 = 1 : 13.	23	= 0,003344481605351170568561872909698996655518394648829431438127090301	66 = (6. 22) : 2		
1 : 323 = 1 : 17.	19	= 0,003095975232198142414860681114551083591331269349845201238390092879240696594427244582043433653250773993808049533603715170278637770809732281733746131	144 = (16. 18) : 2		
1 : 391 = 1 : 17.	23	= 0,002557544757033248081841432225063938618925831202046023580562659846547314578005115089514c6649616368286445012787233785166240902076111253196930946291560102303017902813299123736572891	176 = (16. 22) : 2		
1 : 437 = 1 : 19.	23	= 0,002288329519450800915331807780320366132723112128146453089244851258781235697940503432474729176201373299771167048054919908466819221967963386727688787185354691075514874141876430205949656750572082379862 7	198 = (18. 22) : 2		

(*J. B.*)

FRACTIONS CONTINUES. (*Algebre*). C'eſt à mylord Brounker qu'eſt due l'invention de cette eſpece de ſéries. Il donna par ce moyen une valeur approchée du raport de la circonférence du cercle au rayon.

Huyghens a perfectionée cette théorie, qu'il vouloit appliquer à la méchanique pratique. MM. Euler & de la Grange s'en ſont occupés depuis avec ſuccès, & le dernier l'a très-heureuſement employée, ſoit aux méthodes d'approximation pour les équations déterminées, ſoit aux problêmes indéterminés. M. Waring s'en eſt auſſi ſervi pour le même objet.

Voyez *Introductio ad analyſim infinitorum* (M. Euler.); *Meditationes algebraicæ* (M. Waring.); les *Mémoires de Petersbourg*, *tome XI* (M. Euler.); ceux de *Berlin*, *tomes XXIII* & *XXIV* (M. de la Grange.); & les *additions à la traduction françoiſe des élémens d'Algebre* de M. Euler (M. de la Grange.)

Digitized by Google

1°. On a donné le nom de *fraction continue* à l'expression $a+\cfrac{1}{b+\cfrac{1}{c+\cfrac{1}{d+\frac{1}{e}}}}$, &c.

qu'on voit être générale, si on regarde les nombres b, c, d, &c. comme pouvant être fractionaires, si la série est numérique, & comme des fonctions quelconques, si elle est algébrique.

Si on s'arrête au premier terme, la valeur de cette expression est a, si au second elle est $\frac{ab+1}{b}$, si au troisieme elle est $\frac{abc+a+c}{bc+1}$: & en général pour un terme quelconque, si on appelle P la valeur du terme précédent, après y avoir substitué b pour a, c pour b, d pour c, & ainsi de suite elle est exprimée par $\frac{aP+1}{p}$, & comme $P=\frac{M}{N}$, nous aurons ce terme exprimé par $\frac{aM+N}{M}$. On trouvera encore que, si on désigne les valeurs successives de la *fraction continue* par $\frac{A}{B}$, $\frac{A'}{B'}$, $\frac{A''}{B''}$, &c. on aura, en général, $AB-AB$; $A'B-A'B$, &c. $=\pm 1$ alternativement & commençant par le signe $-$.

2°. Cela posé, il est aisé de voir que, si on appelle x, x', x'', x''', &c. les valeurs successives de la *fraction continue*, on aura sa vraie valeur égale à la série $x+(x'-x)+(x''-x')+(x'''-x'')$ &c. dont le terme général $\pm\frac{1}{M.M'}$, M' étant la valeur de M dans le terme précédent, & le signe $+$ ayant lieu pour les termes 1, 2, 4, 6, 8, &c. & le signe $-$ pour les termes 3, 5, 7, &c.

3°. Si donc nous avons une série $x=A-B+C-D+E$, &c. & que nous voulions la réduire en *fraction continue*, nous aurons $A=a+\frac{1}{b}$, $B=\frac{1}{b.c+1}$, $C=\frac{1}{bc+1.bcd+b+d}$, & ainsi de suite, d'où l'on voit que l'on a b, c, d, &c. par des équations linéaires, & par conséquent la série continue cherchée.

4°. De là il suit que si j'ai une fonction quelconque de *fractions continues* données, je pourai en les ordonnant comme ci-dessus, avoir cette fonction exprimée par des termes A, B, C, D, E, &c, en sorte qu'elle soit égale à $A-B+C-D+E$, &c, & que A ne contiene que les premiers & seconds termes des *fractions continues*, B, jusqu'aux troisiemes, C jusqu'aux quatriemes & ainsi de suite, de maniere que l'on aura (n°. 3) la fonction exprimée par une *fraction continue*, dont le terme n^3 ne contiendra que les n premiers termes des *fractions continues* données. Mais comme il faut 1°. que les *fractions continues* forment une série convergente, c'est-à-dire, que les b, c, d, &c. >1; 2°. qu'ils soient même entiers, s'il est possible, parce qu'alors chaque valeur de *fractions continues* donne les limites les plus approchées de la valeur totale en nombres aussi petits; on ne peut regarder ce moyen de réduire une fonction de *fractions continues* en une seule *fraction continue* comme vraiment générale.

5°. Soit une série continue $a+\cfrac{1}{b+\cfrac{1}{a+\cfrac{1}{b+\frac{1}{a+\frac{1}{b}}}}}$, &c. que sa valeur soit x, on aura $x=a+\cfrac{1}{b+\cfrac{1}{x}}$, d'où $bx^2-abx-a=0$, dont toute *fraction continue* périodique représente la racine d'une équation du second degré.

6°. Les deux racines de cette équation sont $\frac{a}{2}\pm\sqrt{\frac{a}{b}-\frac{1}{4}a^2}$, & elles seront représentées la premiere par la série $\frac{a}{1}+\cfrac{\frac{a}{2}+\cfrac{1}{b+\cfrac{1}{\frac{a}{2}+\frac{1}{b}}}}{}$, &c. la seconde par la série $\frac{a}{1}-\cfrac{\frac{a}{2}-\cfrac{1}{b+\cfrac{1}{\frac{a}{2}+\frac{1}{b}}}}{}$, &c. & la valeur de cette seconde série étant x, on aura $x=-\cfrac{1}{b+\cfrac{1}{a-x}}$, qui donne la même équation du second degré que ci-dessus, comme cela doit être.

7°. Soit prise l'équation $x=x^3+Cx^2+Bx+A$, & que x soit une *fraction continue*, je mets cette *fraction* sous la forme $A=B+C-D\ldots$ & j'ai x^3+Cx^2+Bx+A égale à une fonction de a, b, c, &c, que je puis mettre sous la forme $A=B+C-D$, &c, & elle sera telle que B ne contiendra C qu'au dénominateur & au premier degré, C ne contiendra D qu'au premier degré & ainsi de suite; faisant donc les équations $A=A$, $B=B$, $C=C$, on déterminera les coëfficiens A^a, B^a, C^a, & on aura ensuite les équations $D=D'$, $E=E'$, &c,

Digitized by Google

qui donneront les e, les f, &c, par des équations linéaires, & par conséquent on aura les conditions, pour qu'une fonction continue, dont les quatre premiers termes a, b, c, d sont donnés, puisse représenter la racine d'une équation du troisieme ordre.

9°. Si A'', B'', C', sont connus, les équations $B - B' = 0$, $C - C' = 0$, &c, donneront e, d, &c, & l'on aura une équation en a, b, A', B', C'. On cherchera les valeurs de a & de b entieres qui résolvent cette équation d'une maniere approchée (*Voyez* APPROXIMATION); on substituera les valeurs dans l'équation en a, b, A', B', C', & soit R le reste, on prendra $B - B' + R = 0$, au lieu de $B - B' = 0$ pour déterminer C, & ainsi de suite. (*M. D. C.*)

* FRACTION RATIONELLE, est le nom que l'on donne à des *fractions* algébriques qui ne renferment point de radicaux, comme $\frac{ac + ab}{ca + gb}$. M. Bernoulli a donné, dans les *Mém. de l'Acad. des Sciences de Paris, pour l'année* 1702, une méthode pour intégrer en général toutes les *fractions* différentielles rationeles, comme $\frac{dx}{aa + xx}$, $\frac{bdx + xdx + fx^3dx}{mx^4 + nx^2 + qx + p}$, &c, dans lesquelles a, b, f, n, m, q, p, &c, sont des constantes quelconques; il démontre que ces *fractions* peuvent toujours s'intégrer par logarithmes réels ou imaginaires, & que leur intégration peut se réduire par conséquent, ou à la quadrature de l'hyperbole, ou à celle du cercle. Cette méthode a été depuis extrêmement perfectionée par plusieurs géometres; dans les *journaux de Lipsick de* 1718, 1719; dans les *mémoires de l'académie de Petersbourg, tom. VI*, dans *l'ouvrage de M.* Cortes, intitulé: *harmonia mensurarum*; dans *l'ouvrage de dom* Charles Walmesley, qui a pour titre, *mesure des raports*; dans celui de M. Maclaurin, qui a pour titre, *a treatise of fluxions*, traité des fluxions, *tome II*; dans le *traité de M.* Moivre, intitulé: *miscellanea analytica de seriebus & quadraturis*, &c. On peut aussi voir plusieurs recherches nouveles sur cette matiere dans une *dissertation imprimée tome II des mémoires françois de l'académie de Berlin*, 1746. Cette dissertation a pour titre, *Recherches sur le calcul intégral*. J'y démontre, 1°. que toute quantité algébrique rationele $mx + rx^{\frac{p}{1}} \ldots + t$ d'un degré quelconque, est réductible ou en facteurs simples, tels que $x + a$, ou en facteurs trinomes, tels que $xx + bx + c$, a, b, c, étant des quantités réeles. C'est ce que perſone avant moi n'avoit démontré, & ce qui étoit néceſſaire pour rendre complete la méthode d'intégrer les *fractions* rationeles différentieles. On peut voir cette démonstration dans le *traité de calcul intégral de M.* de Bougainville, *IIe partie*. 2°. J'y donne le moyen de réduire à des *fractions* rationeles une grande quantité de différentieles qui renferment des radicaux. On peut aussi voir cette méthode dans l'ouvrage que je viens de citer, ainsi qu'une méthode particuliere pour intégrer les *fractions* rationeles, & pour démontrer la méthode de M. Bernoulli; méthode que j'avois preſentée à l'académie des Sciences en 1741, avant que d'avoir l'honeur d'y être reçu. Cet ouvrage de M. de Bougainville, contient le précis de tout ce que les auteurs cités ont donné de meilleur ſur cette branche importante du calcul intégral. (*O*)

M. Euler, dans ſon *analyſe des infinis*, & dans ſon *calcul intégral* ne laiſſe rien à déſirer ſur-tout ce qui eſt relatif au calcul des fractions rationeles.

FROTEMENT, ſ. m. (*Méch.*): réſiſtance qu'un corps éprouve à gliſſer ſur un autre.

I. Tous les corps, quelque polis qu'on les ſuppoſe, ſont couverts d'éminences & de cavités; de maniere que quand on applique deux corps l'un contre l'autre, les pointes du premier s'engagent dans les cavités du ſecond, & que de là réſulte une difficulté à les ſéparer, en traînant ſeulement l'un ſur l'autre.

II. Il y a deux eſpeces principales de frotement; le frotement des corps qui ne font ſimplement que *gliſſer* les uns ſur les autres, & celui des corps qui *tournent*. Le frotement de la premiere eſpece eſt beaucoup plus ſenſible que celui de la ſeconde, parce que dans le premier cas on ne peut faire gliſſer le corps, ou qu'en le ſoulevant un peu verticalement pour dégager les pointes des cavités, ou qu'en briſant les pointes, par un mouvement qui leur ſoit perpendiculaire; au lieu que, dans le ſecond cas, le mouvement de rotation tend par lui-même à dégager les pointes des cavités, & fait gliſſer le corps comme ſur un plan incliné. Une roue de charete, ou de carroſſe, qui tourne ſur le terrain, y éprouve un frotement de la ſeconde eſpece. Auſſi marche-t-elle beaucoup plus vîte qu'elle ne feroit, ſi elle gliſſoit ſimplement, ſans tourner. C'eſt pour cela que dans les deſcentes un peu roides, on *enraye* les roues de voitures, c'eſt-à-dire, on les empêche de tourner; afin d'augmenter le frotement, & de ralentir par-là le mouvement que la peſanteur imprime à la voiture le long du plan incliné.

III. Quelquefois les deux ſortes de frotement ſe combinent enſemble; & il en réſulte une frotement *mixte*, lequel a lieu, lorſqu'il y a tout-à-la-fois *gliſſement* & *rotation*, dans les corps qui frotent enſemble. Tel eſt le frotement de l'*eſſieu* d'une roue contre le *moyeu*. En effet, qu'une roue $a\,x\,y$, *Pl. Méch. Figure* 81, tourne ſur le terrain horizontal AB, en allant de A vers B; & ſuppoſons que parvenue en B, elle ait fait une révolution; en ſorte que tous les points de ſa circonférence s'étant appliqués ſur la droite AB, ces deux lignes ſoient égales entr'el-

Digitized by Google

les. Il eſt clair qu'il n'y aura ſur le terrain qu'un ſimple frotement de la ſeconde eſpece. Il n'eſt pas moins évident que tous les points e, e, de l'eſſieu efi, qui n'a qu'un ſimple mouvement progreſſif, & point de rotation, décrivent des droites eg, ep, égales & paralleles à AB, avec des viteſſes égales à celle de rotation du point a de la circonférence axy. Et comme le point m du moyeu mgb tourne avec une viteſſe qui eſt moindre que celle du point a, dans le raport de cm à ca, il eſt viſible que le point e de l'eſſieu gliſſe continuellement ſur le point correſpondant du moyeu. D'où il ſuit qu'en cet endroit il y a deux mouvemens, l'un de rotation, l'autre de gliſſement, ou un ſeul mouvement compoſé des deux premiers; il y a donc auſſi deux frotemens, l'un de *rotation*, l'autre de *gliſſement* ou un ſeul frotement compoſé des deux autres.

IV. Des Machiniſtes, habiles à d'autres égards, ont regardé le frotement de la ſeconde eſpece comme nul, & ont cru qu'une machine dont les pieces n'auroient aucun mouvement de *gliſſement* les unes ſur les autres, devroit être cenſée exempte de frotement. Mais cela eſt une erreur manifeſte. Car il eſt clair que dans le frotement de la ſeconde eſpece, les pointes ne peuvent ſe dégager des cavités, ſans que le corps ne rampe à chaque inſtant le long d'un petit plan incliné, & ſans que par conſéquent il ne ſoit ſoulevé d'une quantité égale à la hauteur de ce plan incliné, quelque petite qu'elle puiſſe être d'ailleurs par raport à la longueur de la rampe. D'où il ſuit que cette eſpece de frotement doit abſorber une certaine partie de la force motrice. On voit par-là que ſi un cercle $axyz$, *Pl. Méch. Fig.* 83, poſé ſur un plan incliné & abandoné à l'action de la peſanteur, deſcend en tournant, il perd une partie de la viteſſe que la peſanteur tend naturélement à lui imprimer. Car, repréſentons ſa peſanteur par la verticale ep, & décompoſons cette force en deux autres er, eq, l'une perpendiculaire, l'autre parallele à la longueur du plan incliné HGI: la premiere eſt détruite; la ſeconde eſt la ſeule qui faſſe deſcendre le corps; & comme la direction de cette force partage le cercle en deux parties axz, xyz, parfaitement égales, il eſt évident que ce cercle, en deſcendant, décriroit ſimplement la droite bg égale & parallele à HG, & ne tourneroit point, s'il n'éprouvoit aucun frotement en a. Mais dans l'état phyſique des choſes, quelques polies que puiſſent être les deux ſurfaces, il y a continuélement en a une engrenure des pointes dans les cavités; d'où réſulte un frotement qu'on doit regarder comme une force dirigée dans le ſens GH, & qui étant par conſéquent contraire à l'action de la force eq, détruit néceſſairement une certaine partie de cette force.

V. Quoique les deux eſpeces de frotement différent en *quantitas*, ou ſent néanmoins qu'elles doivent ſuivre à peu près les mêmes loix. Car la réſiſtance dans les deux cas, peut être comparée à celle d'un corps qu'il faut ſoulever d'une certaine quantité fort petite, & qui eſt plus grande dans le premier que dans le ſecond. Il eſt donc clair, & l'expérience le prouve, qu'on diminuera l'un & l'autre frotement, ſoit en poliſſant les ſurfaces frotantes, ſoit en les enduiſant de quelque matiere graſſe & onctueuſe qui en comble les cavités. L'expérience fait voir encore que (toutes choſes d'ailleurs égales) le frotement des matieres de même eſpece eſt plus grand que celui des matieres de différentes eſpeces, c'eſt-à-dire, par exemple, que le frotement du cuivre contre le cuivre, eſt plus grand que celui du cuivre contre le fer. Cet effet s'explique, en conſidérant que dans les matieres de même genre, les ſurfaces étant ſemblablement hériſſées de pointes & de cavités, le contact eſt plus immédiat, les pointes s'engagent plus avant dans les cavités, que cela n'arrive, lorſque les matieres ſont de différentes eſpeces.

VI. Il y a une autre circonſtance, d'un genre particulier, qui produit des variétés ſenſibles dans le frotement. Cette circonſtance eſt la durée de l'application des ſurfaces les unes contre les autres. On obſerve qu'en faiſant ſéjourner deux ſurfaces l'une ſur l'autre pendant quelque temps, leur frotement devient plus grand qu'il ne l'eſt dans les premiers inſtans, ſoit parce qu'une preſſion plus continuée engage plus avant les pointes dans les cavités, ſoit parce qu'en général quelque cauſe phyſique telle, pour ainſi dire, plus intimement enſemble les deux ſurfaces. Mais on ne connoît rien de précis ſur la loi que ſuit cette augmentation de frotement, ni ſur le temps de ſa durée.

VII. On a long-temps agité la queſtion (& elle n'eſt pas encore abſolument décidée), ſi, tout le reſte étant d'ailleurs le même, l'étendue plus ou moins grande des ſurfaces par leſquelles deux corps ſe touchent, contribue à en augmenter le frotement. M. Amontons eſt le premier qui ait donné à cette matiere toute l'attention qu'elle mérite. Il prétend (*Mém. de l'acad. 1699.*) que le frotement eſt ſimplement proportionel à la preſſion, c'eſt-à-dire, à la force qui applique les deux ſurfaces l'une contre l'autre, & ne dépend point de leurs grandeurs. Il confirme ce ſentiment par des expériences. M. Muſſchenbroëk ne penſe pas de même (*Cours de phyſ.*). Il ſoutient que les frotemens ne ſuivent pas la raiſon des preſſions. Mais les expériences qu'il raporte à ce ſujet, ſont trop peu nombreuſes, & ont été faites trop en petit, pour pouvoir décider la queſtion. Pluſieurs autres Auteurs n'ont pas mieux réuſſi. Moi-même, j'ai un peu travaillé autrefois ſur la même matiere, par la voie de l'expérience; je me ſuis rencontré, à peu près, avec M. Amontons. Par exemple, j'ai trouvé que pour faire gliſſer ſur une table horizontale un parallélépipede rectangle, de bois, peſant environ 5 l

Digitized by Google

livres, & que je chargeois encore de différens poids; pour le faire gliſſer, dis-je, par deux de ſes faces, dont l'une étoit environ cinq fois plus grande que l'autre, il falloit employer, à peu près, la même force dans les deux cas. Mais j'avoue que les réſultats de tout ce travail ne ſont ni aſſez précis, ni aſſez multipliés, ni aſſez conſtans, pour que j'oſe en faire la baſe d'aucun ſyſtême particulier. Ils me font ſeulement beaucoup incliner pour celui de M. Amontons, avec quelques reſtrictions dont je parlerai, lorſque j'aurai expoſé les raiſons ſur leſquelles cet Auteur ſe fonde.

VIII. Les pointes dont les corps ſont hériſſés, peuvent être regardées, ſelon lui, ou comme de petits corps durs, incapables de ſe plier, ou comme de petits reſſorts qui ſe courbent ſous les poids qui les preſſent. Or, 1°. ſi vous regardez les pointes comme des corps durs, il eſt évident que, pour dégager les deux ſurfaces, il faut élever l'une, & que ce qui s'oppoſe à cette action, eſt ſimplement le poids, & non pas la grandeur de la ſurface. Il eſt vrai que, dans une grande ſurface, il y a plus de pointes engagées que dans une petite: mais elles le ſont moins profondément dans celle-ci, préciſément ſuivant le même raport; puiſque la preſſion qui produit l'engrenure, étant toujours la même, l'engrenure total doit toujours être auſſi le même. 2°. Si l'on conſidere les pointes comme des petits reſſorts à plier, le frotement ſera encore proportionel à la preſſion. Car plus la preſſion eſt grande, plus elle plie les reſſorts, & plus par conſéquent ils lui oppoſent de réſiſtance. Lorſqu'on augmente la ſurface, la preſſion demeurant toujours la même, les reſſorts ſont d'autant moins pliés qu'ils ſont en plus grand nombre; & la force conſumée dans les deux cas, contre les reſſorts, doit être la même, & toujours proportionele à la preſſion.

IX. Quoique ces raiſonemens paroiſſent plauſibles, au premier coup d'œil, on ne peut pas néanmoins les regarder comme démonſtratifs; & l'expérience y eſt contraire en certains points. Car, 1°. le frotement ne ſuit pas exactement le raport des preſſions, toutes choſes étant égales d'ailleurs. On obſerve conſtamment que dans les groſſes maſſes le frotement eſt une moindre partie de la preſſion, qu'il ne l'eſt dans les petites. En voici un exemple bien ſenſible. Les Conſtructeurs des vaiſſeaux ne donnent que 10 à 12 lignes de pente par pied, aux plans ſur leſquels doivent gliſſer les vaiſſeaux qu'on veut lancer à la mer. Or cette pente, qui eſt ſuffiſante pour mettre ces groſſes maſſes en mouvement, mal-gré la réſiſtance du frotement eſt trop petite pour des poids d'une groſſeur médiocre. Si donc on veut ſuppoſer que les frotemens qu'éprouvent deux poids ſont proportionels à ces poids, il faut qu'il n'y ait pas une très-grande différence entre leurs peſanteurs.

2°. La concluſion de M. Amontons pouroit être admiſſible, ſi les ſurfaces frotantes étoient compoſées de parties parfaitement dures, ou parfaitement élaſtiques. Mais ces deux cas n'ont lieu, ni l'un, ni l'autre. Les pointes des ſurfaces ſe briſent en frotant les unes contre les autres. Et comme le nombre de ces pointes eſt proportionel à l'étendue de la ſurface, il eſt évident que la grandeur de la ſurface doit entrer pour quelque choſe dans l'intenſité du frotement. Il eſt cependant à propos d'obſerver que même alors la preſſion plus ou moins grande eſt la cauſe qui fait briſer plus ou moins les pointes des ſurfaces, & que par conſéquent elle concourt au frotement, d'une maniere beaucoup plus efficace, que n'y concourt l'étendue des ſurfaces. Tout ce qu'on doit donc conclure dans ces ſortes de cas, c'eſt que la preſſion eſt le principal, mais non le ſeul élément du frotement.

3°. Il y a encore un autre cas qui ne peut pas être ſoumis à l'hypotheſe de M. Amontons: c'eſt celui d'un corps pointu, ou tranchant, qui ſe meut ſur un plan; car alors la pointe, ou le tranchant fillone ou laboure le plan, & y éprouve une réſiſtance qui n'eſt pas exactement de la même nature que le frotement ordinaire.

X. Mon objet étant ſeulement ici de conſidérer le frotement des corps qui ſont prêts à ſe mouvoir, je ne dirai qu'un mot du frotement des corps qui ſe meuvent actuellement. Il paroît au premier coup d'œil que la viteſſe doit augmenter le frotement; car plus un corps ſe meut vîte, plus il y a de pointes à dégager, ou de reſſorts à plier. M. Deſaguliers (*Cours de Phyſ.*) a fait pluſieurs expériences dans leſquelles le frotement des corps en mouvement s'eſt trouvé en effet proportionel à leur viteſſe. Cependant il peut arriver que la viteſſe n'augmente pas ſenſiblement le frotement; car ſi d'un côté, à meſure que la viteſſe augmente, il y a plus de pointes à dégager, ou de reſſorts à plier, il peut ſe faire d'un autre côté que cette même viteſſe ne donne pas à la preſſion le temps d'engager les pointes dans les cavités, ſi profondément que le permettroit une moindre viteſſe. Or une diminution d'engrenure ſemble devoir produire une diminution de frotement. La théorie & l'expérience n'ont encore rien prononcé de ſatisfaiſant ſur ces objets.

XI. Je viens à la maniere d'eſtimer le frotement dans les machines prêtes à ſe mouvoir. Je ſuppoſerai, avec M. Amontons, que le frotement eſt proportionel à la ſimple preſſion. Cette hypotheſe eſt admiſſible pour les machines ordinaires, & ſur-tout pour les machines en grand. Car ordinairement les pieces dont elles ſont compoſées, ont une certaine dureté; & on a ſoin d'éviter qu'elles ne frotent les unes contre les autres, ni par des pointes, ni par des tranchans. D'un autre côté, il n'y a jamais une extrême différence entre les preſſions qu'éprouvent

Digitized by Google

les différentes pieces d'une machine ; & d'ailleurs, ſi cette différence étoit aſſez grande, pour que les rapports des frotemens aux preſſions fuſſent ſenſiblement différens, on prendroit pour exprimer chacun de ces raports, des nombres convenables. On ne doit pas oublier que les réſultats de tous ces calculs ne peuvent jamais être vrais qu'à peu près.

XII. Il eſt inutile d'avertir qu'en ſuppoſant le frotement proportionel à la preſſion, on ne doit pas entendre que le raport de ces deux forces ſoit toujours le même. Il varie ſuivant que les ſurfaces frotantes ſont plus ou moins polies. Dans le corps qui gliſſent ſans tourner, le frotement peut être le tiers, ou le quart, ou toute autre partie de la preſſion ; cela n'a rien de fixe, & dépend du degré de poliſſure des ſurfaces. Dans les corps qui tournent, le frotement eſt beaucoup moindre, comme nous l'avons déja dit ; il peut être la ſixieme, ou la huitieme, ou, &c. partie de la preſſion, ſelon que les ſurfaces ſont plus ou moins dures & unies. Ainſi, cette expreſſion, *le frotement eſt proportionel à la preſſion*, ſignifie que la réſiſtance du frotement eſt égale à une certaine partie de la force qui preſſe les deux ſurfaces frotantes l'une contre l'autre, & ne dépend que de cette force combinée avec le degré de poliſſure des ſurfaces, & nullement de leur étendue.

Du Frotement dans le Levier.

XIII. Le levier eſt peu ſujet au frotement, & on peut ſe diſpenſer d'y avoir égard, dans la plupart des uſages qu'on fait de cette machine. Mais le frotement n'eſt pas à négliger dans les balances, ſur-tout lorſqu'elles ſont deſtinées à peſer des poids un peu conſidérables. Voici la maniere d'évaluer cette réſiſtance.

Que le levier *AB*, *Pl. Méch. Fig.* 83, repréſente le fléau d'une balance, traverſée perpendiculairement par l'eſſieu horizontal *f b i* qui tourne ſur des appuis fixes. Suppoſons que les deux bras *cA*, *cB*, ſoient parfaitement égaux & également peſans. Dans le ſimple état d'équilibre mathématique, les deux poids *P*, *Q*, ſuſpendus aux extrémités du fléau, devroient être égaux. Mais à cauſe du frotement, il poura ſe faire qu'on augmente l'un des poids, ſans que pour cela l'équiſtbre ſe rompe. Je ſuppoſe qu'on ajoute au poids *P* un petit poids *p*, tel que l'équilibre commence à ſe rompre, & que la balance tende à s'incliner du côté de *A*. La réſultante des deux poids $(P+p)$, & *Q*, paſſe entre les points *A* & *c*. Ainſi, s'il étoit queſtion de détruire cette réſultante pour établir l'équilibre, il faudroit lui oppoſer un apui dans ſa direction. Mais ici la rotation ſe fait néceſſairement autour du centre *c* ; d'où il ſuit que ce point eſt toujours le centre d'équilibre, & qu'en conſéquence le frotement de l'eſſieu ſur ſon moyeu, peut être regardé comme une force qui eſt dirigée ſuivant la tangente *fg*, & qui fait équilibre ſéparément au poids *p* ; tandis que les deux poids égaux *P* & *Q* ſe font équilibre auſſi ſéparément. Cela poſé, nommons

le rayon de l'eſſieu . . . . . *a*,

le bras *cA* ou *cB* de la balance . . . . . *b*,

le raport du frotement à la preſſion, c'eſt-à-dire, $\frac{\text{frotement}}{\text{preſſion}}$ . . . . . $\frac{n}{1}$ ou *n*.

Il eſt clair que la preſſion des apuis, après l'addition du poids *p*, eſt $2P+p$, & que par conſéquent le frotement eſt $n(2P+p)$. Or le bras de levier de ce frotement eſt *a*, & celui du poids *p* qui lui fait équilibre eſt *b*. On aura donc, par le principe du levier, $n(2P+p)\times a = p\times b$; d'où l'on tire $p = \frac{2naP}{b-na}$. Ainſi on connoît le poids *p* deſtiné à vaincre le frotement.

Suppoſons, par exemple, que chacun des poids *P* & *Q* ſoit de 200 livres ; que le rayon de l'eſſieu ſoit la centieme partie du bras de la balance, & que le frotement ſoit $\frac{1}{3}$ de la preſſion : c'eſt-à-dire, $P = 200\text{lb}$; $\frac{a}{b} = \frac{1}{100}$; $n = \frac{1}{3}$. On trouvera $p = \frac{400\text{lb}}{499}$. Ainſi, pour vaincre le frotement en ce cas, il faut ajouter environ les $\frac{4}{5}$ d'une livre.

Du frotement dans les poulies.

XIV. Le Frotement dans la poulie ſimple & fixe & chargée de deux poids, ſe détermine comme pour la balance. Cela eſt évident, en imaginant que du centre *c*, on a décrit, avec le rayon *cA* ou *cB*, un cercle qui repréſente la poulie. La formule $p = \frac{2naP}{b-na}$ s'appliquera donc ici, ſi tout reſtant d'ailleurs même, on entend par *b* le rayon de la poulie, & par *a* celui de ſon eſſieu.

Si les directions des forces appliquées à la poulie n'étoient pas paralleles, le *frotement* ſe détermineroit, comme nous le verrons ci-deſſous pour le tour.

XV. Pour montrer la maniere dont le *frotement* doit être évalué dans les poulies mobiles, ſoient, *Pl. Méch. Fig.* 84, les trois poulies mobiles *C*, *G*, *M*, égales, ayant les eſſieux égaux ; & ſuppoſons que les cordons *BD*, *AF*, *HE*, *IK*, *RO*, *NQ*, ſoient paralleles & verticaux. Dans le ſimple état d'équilibre, & abſtraction faite du *frotement*, les cordons *DB*, *FA*, ſont tendus chacun avec une force qui eſt la moitié de la tenſion de chacun des deux premiers & par conſéquent le quart du poids *P*, &c. en ſorte que la tenſion du cordon *QN*, ou la puiſſance *Q*, eſt la huitieme partie du poids *P*. Mais, lorſqu'on a égard au *frotement*, les tenſions des cordons augmentent néceſſairement. Nommons

le rayon de chaque eſſieu . . . . . *a*,

Digitized by Google

celui de chaque poulie . . . . . b,
le raport du *frotement* à la preſſion . . . . . n,
les tenſions reſpectives des cordons FA, KI, QN, ... X, Y, Z.
les parties de ces tenſions, deſtinées à vaincre les *frotemens* dans les trois poulies C, G, M . . . . . x, y, z.

Cela poſé, 1°. dans la poulie C, la preſſion ſur l'eſſieu eſt P, & par conſéquent le *frotement* eſt nP. Nous ne faiſons pas entrer dans cette valeur du *frotement* la force x, parce que la poulie étant mobile, la force x tend à la ſoulever, & ne paroît pas devoir contribuer, du moins d'une maniere ſenſible, au *frotement* contre l'eſſieu. On aura donc $x \times b = nP \times a$, ou $x = \frac{nPa}{b}$; & par conſéquent $X = \frac{P}{2} + x = P\left(\frac{b+2na}{2b}\right)$.

2°. Par les mêmes raiſons, la preſſion dans la poulie G, eſt X, & le frotement $= nX$. Ainſi, on aura $y \times b = nX \times a$, ou $y = \frac{nXa}{b}$; & par conſéquent $Y = \frac{X}{2} + y = X \times \left(\frac{b+2na}{2b}\right)$.

3°. On a de même dans la poulie M, $z \times b = nY \times a$, ou $z = \frac{nYa}{b}$; & par conſéquent $Z = \frac{Y}{2} Z = Y \times \left(\frac{b+2na}{2b}\right)$.

Prenons, pour abréger, le coëfficient conſtant $\frac{b+2na}{2b} = m$: il eſt clair qu'on aura $X = P \times m$, $Y = Pxm^2$, $Z = Pxm^3$; ainſi de ſuite, s'il y avoit un plus grand nombre de poulies. On voit que les coëfficiens m, m^2, m^3, vont en progreſſion géométrique.

Si le dernier cordon NQ paſſoit ſur une poulie fixe de renvoi, on feroit entrer le *frotement* de cette poulie dans le calcul, par l'article précédent. Ici il n'eſt pas queſtion.

Par exemple, ſoient $P = 800$lb; $\frac{a}{b} = \frac{1}{6}$; $n = \frac{1}{5}$, & par conſéquent $\frac{b+2na}{2b} = \frac{8}{15}$. On trouvera, à peu de choſe près, $X = 426,67$lb, $Y = 227,55$lb, $Z = 121,36$lb. Ainſi, la tenſion Z, ou la puiſſance Q, ſera d'un peu plus de 121lb, au lieu que, ſans le *frotement*, elle n'auroit été que de 100lb.

Si on avoit cru devoir faire entrer les forces x, y, z, dans les valeurs des *frotemens*, on auroit trouvé des réſultats peu différens des précédens, parce que les forces x, y, z, ſont fort petites par raport aux forces P, X, Y, Z.

On appliquera facilement les mêmes méthodes aux autres cas des poulies.

Du frotement dans le tour.

XVI. Soient le poids P & la puiſſance Q, *Pl. Méch. Fig.* 85, appliqués reſpectivement au cylindre TMC, & à la roue DRB, d'un tour dont l'eſſieu eſt repréſenté par le petit cercle x. Je ſuppoſe qu'ils agiſſent, ou qu'ils puiſſent être cenſés agir dans un même plan. Si cette condition n'avoit pas lieu, il faudroit avoir égard aux deux différentes diſtances des directions du poids & de la puiſſance aux deux apuis, & déterminer en conſéquence les preſſions de ces apuis, ainſi que les *frotemens* qu'elles occaſionent. Le problême n'auroit pas plus de difficulté que dans le cas où le poids & la puiſſance ſont dans un même plan, comme je le ſuppoſe ici, uniquement pour parvenir à des réſultats plus ſimples.

Imaginons qu'à la place des deux apuis, qui portent l'eſſieu par ſes extrémités, on ſubſtitue un apui unique, ſitué dans le plan du poids & de la puiſſance. Il eſt clair d'abord que le poids P produit ſur cet apui, une preſſion verticale AO. Soit Q la force ſimplement requiſe pour faire équilibre au poids P; & que q ſoit la petite force qu'il faut ajouter à Q, pour vaincre le *frotement*. Repréſentons la force $Q+q$ par DE; & décompoſons-la en deux autres DK, DH, l'une verticale, l'autre horizontale. La force verticale DK produit ſur l'apui une preſſion égale à elle-même; en ſorte que ſi l'on prolonge AO de la quantité $ON = DK$, la preſſion totale de l'apui, ſuivant la verticale, ſera repréſentée par AN. De même, la force horizontale DH produit ſur l'apui une preſſion horizontale, égale à elle-même; je la repréſente par AL, perpendiculaire à AN. Par conſéquent, ſi l'on acheve le parallélogramme rectangle $ALFN$, & qu'on tire la diagonale AF, elle exprimera la preſſion réſultante contre le point y, où la ſurface de l'eſſieu touche l'apui ou le moyeu fixe. Cette preſſion occaſione le *frotement* qu'on doit regarder comme une force qui touche en y le cercle x. Nommons

le rayon Ay de l'eſſieu . . . . . a,
le rayon AM du cylindre . . . . . b,
le rayon AD de la roue . . . . . c,
le raport du frotement à la preſſion . . . . n,
le ſinus total 1,
le ſinus de l'angle donné HDE . . . . . f,
ſon co-ſinus . . . . . g.

Il eſt clair qu'on aura, force DK ou $ON = (Q+q)f$; force DH ou $AL = (Q+q)g$; force $AN = P + (Q+q)f$; force $AF = \sqrt{[(Q+q)^2 g^2 + (P+(Q+q)f)^2]}$; *frotement* $= n\sqrt{[(Q+q)^2 g^2 + (P+(Q+q)f)^2]}$. Donc, puiſque le moment de la force Q doit être égale au moment du *frotement*, on aura (A) $cq = an\sqrt{[(Q+q)^2 g^2 + (P+(Q+q)f)^2]}$; ou bien (en élevant tout au carré, & conſidérant que $ff + gg = 1$), $c^2 q^2 = a^2 n^2 [(Q+q)^2 + P^2 + 2P(Q+q)]$; d'où l'on tire facilement :

Digitized by Google

(B) $q = \frac{a^2 n^2 (Q+fP)}{c^2 - a^2 n^2} + \frac{an}{c^2 - a^2 n^2} \times \sqrt{[(Q+P)^2 + 2fPQ)(c^2 - a^2 n^2) + a^2 n^2 (Q+fP)^2]}$.

Cette formule générale est un peu compliquée. Mais nous observerons que dans la plupart des cas qui ont réellement lieu dans la pratique, le rayon de l'essieu étant très-petit par raport à ceux du cylindre & de la roue, la force requise pour vaincre le *frotement*, doit aussi être très-petite par raport à P & à Q. D'où il suit que dans le radical de l'équation (A), on peut, sans craindre beaucoup d'erreur, négliger les termes qui contienent q. Alors cette équation devient $cq = anV[Q^2 + P^2 + (P+fQ)^2]$, ou bien $q = \frac{n}{c} V[Q^2 + P^2 + 2fPQ]$; ou bien encore (en mettant pour Q sa valeur $\frac{Pb}{c}$), $q = \frac{anP}{c^2} V[b^2 + c^2 + 2fbc]$, formule d'un usage assez commode. Faisons-en l'application à un exemple.

Soient $P = 900$lb; $a = 1$; $b = 10$; $c = 60$; $n = \frac{1}{8}$; l'angle $HDE = 45°$, ou $f = \frac{1}{\sqrt{2}}$. On trouvera $q = 3,372$lb environ: il faut donc ajouter à la puissance environ 3lb & $\frac{372}{1000}$ pour vaincre le *frotement*; ainsi, cette puissance qui, sans le *frotement*, n'auroit été que de 150 livres, sera de 153,372lb, en ayant égard au *frotement*.

325. Lorsque la direction de la puissance Q est verticale, on a $g = 0$, $f = 1$; & l'équation (B) donne en prenant le signe supérieur du radical, $q = \frac{an(P+Q)}{c - an}$, ou $q = \frac{anP(c+b)}{c(c-an)}$.

Soient, comme dans l'exemple précédent, $P = 900$lb; $a = 1$; $b = 10$; $c = 60$: $n = \frac{1}{8}$. On trouvera $q = 3,51$lb, à peu près.

Du frotement sur le plan incliné.

XVII. Soit un poids P, *Pl. Méch. Fig.* 86, posé sur un plan incliné, dont HG est la longueur, HI la hauteur, & IG la base; que le corps soit retenu en équilibre au moyen de la puissance Q, dont la direction fait avec la longueur du plan incliné l'angle QRH. Je prends sur la verticale PA abaissée par le centre de gravité du corps, la partie PA pour représenter le poids P de ce corps, & je décompose la force PA en deux autres PM, PN; l'une perpendiculaire, l'autre parallele à la longueur GH du plan incliné; de même, sur la direction de la force Q, la partie PE pour la représenter; & je décompose cette force en deux autres PC, PD; l'une perpendiculaire, l'autre parallele à GH. Nommons n le raport du *frotement* à la prefsion; 1 le sinus total; η l'angle HGI d'inclinaison du plan; z l'angle QRH de la direction de la puissance avec la longueur du plan incliné. Il est clair qu'on aura force $PN = P$ sin. q; force $PM = P$ co-s. q; force $PC = Q$ sin. z; force $PD = Q$ co-s. z. De plus, l'excès de la force PM sur la force PC, produit sur le plan incliné un *frotement*, lequel a par conséquent pour valeur $n(P \text{ co-s. } q - Q \text{ sin. } z)$. Ce *frotement* doit être regardé comme une force dirigée suivant HG; & pour que le corps commence à monter le long du plan incliné, il faut que la force PD soit égale à la somme de la force PN & du *frotement* $n(P \text{ co-s. } q - Q \text{ sin. } z)$. On aura donc l'équation Q co-s. $z = P$ sin. $q + n(P \text{ co-s. } q - Q \text{ sin. } z)$; d'où l'on tire $Q = \frac{P \text{ sin. } q + nP \text{ co-s. } q}{\text{co-s. } z + n \text{ sin. } z}$.

Si on veut connoître l'angle z qui donne la plus petite puissance Q propre à retenir le corps en équilibre, on supposera $Q = minimum$, ou $dQ = 0$; & par conséquent $(P, q, n$ étant des quantités constantes$) - dz \text{ sin. } z + n dz \text{ co-s. } z = 0$; d'où l'on tire sin. $z = \frac{n}{\sqrt{(1+n^2)}}$.

Soit, par exemple, $n = \frac{1}{4}$: on trouvera que l'angle z est d'environ 18 degrés & demi.

Du frotement dans la vis.

XVIII. Supposons, *Pl. Méch. Fig.* 87 & 88, une vis verticale & fixe, autour de laquelle une puissance Q appliquée perpendiculairement à la bare CQ, tend à faire tourner l'écrou chargé d'un poids P qui nous représente ici les réfsistances à vaincre dans l'effet de la vis. Je comprends dans ce poids celui de l'écrou. Imaginons que le poids P soit décomposé en une infinité de petits poids p répandus sur les filets de la vis, & que pareillement la puissance Q soit décomposée en une infinité de petites puissances q correspondantes chacune à chacun de ces petits poids. Substituons d'abord, à la place d'une puissance q, une puissance r qui lui soit parallele, & qui soit appliquée immédiatement au poids p, suivant une direction tangentielle à la circonférence du cercle dont Cp est le rayon. La puissance r étant dans le cas d'une puissance qui retiendroit un corps en équilibre sur un plan incliné, en agissant parallélement à sa base, on auroit, abstraction faite du *frotement*, $r = p \times \frac{AB}{\text{circ. } Cp}$ (*Voyez* Vis). Mais ici, où il faut avoir égard au *frotement*, on voit par l'article précédent, qu'en nommant r' la puissance qui fait équilibre au poids p & au *frotement*; n le raport du *frotement* à la prefsion: on aura $r' = \frac{p \times (AB + n \times \text{circ. } Cp)}{\text{circ. } Cp - n \times AB}$.

Maintenant, à la place de la puissance r', substituons-en une autre q' qui agisse en Q, suivant une direction perpendiculaire à CQ, & dans un plan perpendiculaire à l'axe de la vis. On aura $r' : q' :: CQ : Cp$, ou bien $q' = r' \times \frac{Cp}{CQ}$.

Donc

Digitized by Google

Donc, en mettant pour r sa valeur, $q' = p \times \frac{Cp \times (AB + n \times \text{circ. } Cp)}{CQ \times (\text{circ. } Cp - n \times AB)}$.

Dans cette expression de q', la ligne Cp est inconnue & variable. Mais comme le poids total P est distribué sur tout le filet de la vis, nous pouvons supposer, sans craindre d'erreur sensible dans la pratique, que ce même poids est placé sur la circonférence d'un cercle qui a pour rayon la moyene arithmétique entre le rayon du cylindre à nu, & le même rayon augmenté de l'épaisseur formée par le relief du filet de la vis. Supposons que Cp soit cette moyene arithmétique, qui est une quantité constante & donnée; & nommons Q la somme de toutes les puissances q' qui font équilibre à la somme de tous les poids p, & au frotement; nous aurons sensiblement, $Q = P \times \frac{Cp \times (AB + n \times \text{circ. } Cp)}{CQ \times (\text{circ. } Cp - n \times AB)}$, valeur que doit avoir la puissance Q, appliquée en Q, pour que l'écrou soit au moment de tourner, & le poids de s'élever le long des filets de la vis, mal-gré sa pesanteur & la résistance du frotement.

Du frotement dans le Coin.

XXIV. L'essai de calcul que je vais donner pour déterminer le frotement dans le coin, ne doit être regardé que comme un problême de Géométrie, qui est simplement relatif à la matiere en question, & qui vrai-semblablement n'aura jamais d'application dans la pratique; car la théorie mathématique de l'équilibre de cette machine étant encore imparfaite, comme nous l'avons remarqué, on sent que celle de son frotement doit l'être bien davantage. Quoi qu'il en soit, voici comment on pouroit évaluer le frotement dans le coin, si cet instrument & les parties du corps à fendre étoient d'une dureté & d'une inflexibilité parfaites.

Soit un coin isoscele AED, *Pl. Méch. Fig.* 89, introduit dans la fente d'un corps MN, & chargé au milieu de sa tête horizontale AD, d'un poids P qui seroit en équilibre avec les résistances du corps à fendre, s'il n'y avoit point de frotement. Supposons que pour vaincre le frotement, ou pour faire glisser les faces du coin le long de celles de la fente, il faille ajouter au poids P un autre poids p. Représentons le poids résultant $P + p$, par la partie BF de sa direction; & décomposons-le en deux autres forces BC, BK, perpendiculaires aux points d'attouchement des faces du coin avec celle de la fente. Chacune de ces deux forces égales sera exprimée par $(P + p) \times \frac{AE}{AD}$; & elles produiront chacune un frotement qui sera exprimé par $n\,(P+p) \times \frac{AE}{AD}$, n étant toujours le raport du frotement à la pression. De ces deux frotemens égaux que je représente par les côtés Eg, Eh, du parallélogramme losange $Egfh$, résulte, dans le sens vertical EO, une résistance exprimée par la diagonale Ef, résistance qui, à cause de Ef double de Ei, & des triangles semblables Egi, EAO, a évidemment pour valeur $2\,n\,(P+p) \times \frac{AE}{AD} \times \frac{EO}{EA}$, ou $2\,n\,(P+p) \times \frac{EO}{AD}$. Et comme cette même résistance doit être égale au poids p destiné à lui faire équilibre, on aura $p = 2\,n\,(P+p) \times \frac{EO}{AD}$; d'où l'on tire, $p = \ldots\ldots$

$$\frac{2\,n\,P \times EO}{AD - 2\,n \times EO}.$$

XX. M. Necker Germani a résolu le problême des tautochrones (*V.* TAUTOCHRONE), en ayant égard au frotement, & en supposant que le corps se meuve ou dans le vide, ou dans un milieu résistant comme le carré de la vitesse, ou dans un milieu résistant comme une fonction quelconque de la vitesse, pourvu que dans le dernier cas la résistance soit très-petite. *Voyez son beau mémoire dans le tom. IV des pieces présentées à l'académie des sciences.*

XXI. Personne n'a autant aprofondi la nature du frotement, & les moyens d'y avoir égard dans le calcul des machines que l'a fait M. Coulomb, de l'Académie Royale des Sciences, dans une excellente piece qui remporta, en 1781, le prix double de l'Académie, & qui doit paroître incessament dans le recueil des mémoires présentés à cette compagnie. On donne dans cet ouvrage une suite nombreuse d'expériences faites en grand, avec tout le soin possible, sur les différens cas du frotement: Nous y renvoyons nos lecteurs. (*L. B.*)

FRUSTUM, s. n. (*Géom.*); terme latin qui signifie *morceau*, & que quelques auteurs ont employé pour signifier ce que l'on désigne plus communément par le mot *tronqué*: ainsi, ils ont appelé *fruſtum de cône, de pyramide*, ce qu'on nomme *cône tronqué, pyramide tronquée*, &c. *Voyez* TRONQUÉ & SEGMENT. (*O*).

FUNICULAIRE, adj. (*Méchan.*): on appele *machine funiculaire*, un assemblage de cordes, par la moyen desquelles deux ou plusieurs puissances soutienent un ou plusieurs poids. Cette machine est au nombre des forces mouvantes, & elle est regardée comme la plus simple. *Voyez* FORCE MOUVANTE.

Pour trouver les loix de l'équilibre dans cette machine, il faut 1°. prendre toutes les puissances qui concourent en un même point, & les réduire toutes à une seule par le principe de la composition des forces. *Voyez* COMPOSITION. Cette puissance doit tirer dans la direction de la corde, ce qui est évidemment nécessaire pour l'équilibre; *premiere condition*. 2°. En suivant cette même méthode, on réduira toutes les puissances qui agissent sur différens points de la corde, à un système de puissances qui agissent toutes sur un mê-

Digitized by Google

me point (on doit regarder les poids s'il y en a pluſieurs, comme autant de puiſſances); réduiſant enſuite par le principe de la compoſition des forces, ces dernieres puiſſances qui agiſſent ſur un même point, on arivera enfin à deux puiſſances uniques qui doivent être égales & directement contraires, pour qu'il y ait équilibre; *ſeconde condition*. Voyez *la méchanique* de M. l'abbé Boſſut; *voyez* auſſi *l'article* CHAÎNETE où nous avons indiqué une autre méthode pour trouver les loix de l'équilibre dans la machine *funiculaire*. (*O*).

FUSEAU, (*Géom.*): quelques géometres ont appelé ainſi le ſolide que forme une courbe en tournant autour de ſon ordonée; comme le *fuſeau parabolique*, autrement nommé *pyramidoide*. *Voyez ce mot*. D'autres ont appelé *fuſeau* le ſolide que forme une courbe en tournant autour de ſa tangente au ſommet; d'autres le ſolide indéfini que forme une courbe de longueur infinie comme la parabole ou l'hyperbole, en tournant autour de ſon axe. Dans tous ces cas, ſi on appele $2n$ le raport de la circonference au rayon, u les parties de l'axe de *rotation*, z les ordonées à cet axe, l'élément du ſolide ſera $n\,z\,z\,du$; & comme on aura par l'équation de la courbe la valeur de z en u, le reſte s'achévera par le calcul intégral: l'élément de la ſurface ſolide ſera $2n\sqrt{dz^2+du^2}$, qu'on intégrera de la même maniere quand cela ſera poſſible. *Voyez* INTÉGRAL, QUADRATURE, *&c.* (*O*).

FUSEAU, (*Aſtron.*); nom d'une conſtellation appelée auſſi la chévelure de Bérénice.

FUSEAU de globe, *Fig.* 13 *des Planches d'Aſtron.* Segment de ſphere repréſenté ſur un plan, pour être collé ſur une boule. On en verra la deſcription détaillée dans le dictionaire des arts, qui contiendra la conſtruction des globes, mais nous y ajouterons ici les dimenſions d'un fuſeau, telles qu'on doit les marquer ſur le cuivre, afin que par l'impreſſion & le collage, il approche le plus qu'il eſt poſſible de la figure ſphérique, ou de la courbure qu'il doit prendre ſur le globe; ces dimenſions ſont celles que M. Bonne a trouvées en employant le papier du nom de Jéſus, dans ſon globe d'un pied de diametre. En ſuppoſant que le rayon du globe contiene 720 parties la demi-largeur du fuſeau eſt $AG = 188\frac{1}{10}$, la diſtance AC pour le parallele de 10°. priſe ſur la ligne droite LM eſt de 128, 1, le petit écart du parallele de 10°. dans le milieu du fuſeau, ou la fleche CD eſt de 4; la ligne ABN eſt droite, le rayon du parallele de 10°. ou du cercle CEF eſt de 4083; & ainſi des autres rayons qui ſont marqués ſur la figure; la petite calote circulaire qui ſe place au deſſous de H a pour rayon 253, au lieu de 247 qu'elle auroit, ſi le ſinus de 20°. devoit être en le rayon.

Digitized by Google

GALAXIE, ſ. f. (*Aſtron.*); voie lactée, trace blanche & lumineuſe, qui fait tout le tour du ciel, & qui ſe remarque aiſément dans une nuit claire & ſereine, ſur-tout quand il ne fait point de lune.

Les Grecs l'appeloient ainſi du mot γάλα, *lait*, à cauſe de ſa couleur blanche: les Latins, pour la même raiſon, l'appeloient *via lactea*, & c'eſt pour cela que nous l'appelons *voie lactée*: cette derniere dénomination eſt aujourd'hui la plus en uſage.

GANIMEDE, (*Aſtron.*); nom que quelques auteurs ont donné à la conſtellation d'Antinoüs, d'autres à celle du verſeau.

GARDES, (*Aſtron.*); c'eſt le nom qu'on donnoit autrefois aux *ſatellites* de Jupiter.

On appele auſſi *gardes* de la petite ourſe les étoiles δ & γ à l'épaule de cette conſtellation.

GARDE-FILET, (*Aſtron.*); boîte de cuivre ſuſpendue librement au centre d'un quart de cercle mobile, deſtinée à contenir le fil-à-plomb & à le garantir de l'agitation du vent; le *garde-filet* s'ouvre par-en-haut pour viſiter la ſuſpenſion, & par-en-bas pour y placer un vaſe d'eau où pend le fil-à-plomb; il ſuit tout les mouvemens du fil, & prend toujours la ſituation verticale, à quelle hauteur que l'on dirige le quart de cercle. Voyez *planches d'Aſtronomie*, *Fig.* 178. (*D. L.*)

GÉMEAUX, *gemini*; troiſieme conſtellation du zodiaque. Les *gémeaux* portent différens noms dans les anciens auteurs: c'eſt Caſtor & Pollux, Apollon & Hercule, Triptoleme & Jaſon, Amphion & Zéthus, Théſée & Pirithoüs; il ſemble qu'on ait voulu placer dans le ciel le ſymbole de l'amitié: ſuivant M. Schmidt, ce ſont deux divinités égyptiennes, Horus & Harpocrates que l'on ne ſéparoit jamais: mais il paroît pluiôt que c'eſt le ſymbole de la fécondité.

Les Orientaux ont peint deux chevreaux dans cette conſtellation. On la repréſente par le caractere ♊: elle eſt compoſée de 85 étoiles dans le catalogue de Flamſteed. (*D. L.*)

GÉNÉRATEUR, GÉNÉRATRICE, adject. (*Géom.*), ſe dit de ce qui engendre par ſon mouvement, ſoit une ligne, ſoit une ſurface, ſoit un ſolide: ainſi, on appele *cercle générateur de la cycloïde*, le cercle qui dans ſon mouvement trace la cycloïde par un des points de la circonférence. *Voyez* CYCLOÏDE. On appele *ligne génératrice d'une ſurface*, la ligne droite ou courbe qui par ſon mouvement engendre cette ſurface. *Voyez* (*O*).

GÉNÉRATION, ſ. f. (*Géom.*), eſt la formation qu'on imagine d'une ligne, d'un plan, ou d'un ſolide, par le mouvement d'un point, d'une ligne, ou d'une ſurface. *Voyez* LIGNE, POINT, SURFACE. Par exemple, on peut imaginer qu'une ſphere eſt formée par le mouvement d'un demi-cercle autour de ſon diametre: on appele pour lors ce diametre, *axe de révolution* ou *de rotation*. De même on peut regarder un parallélogramme comme engendré par le mouvement d'une ligne droite qui ſe meut toujours parallélement à elle-même, & dont tous les points ſe meuvent en ligne droite: dans ce dernier cas, la ligne ſuivant laquelle le mouvement ſe fait, s'appele quelquefois *directrice*. *Voyez* DIRECTRICE.

GÉNÉTHLIOLOGIE; art de prédire l'avenir par le moyen des aſtres, en les comparant avec la naiſſance ou la conception des hommes. Ce mot vient de γενέθλια, *génération*. *Voy.* ASTROLOGIE.

GENOU, (*Aſtron.*); piece de cuivre qui a pluſieurs mouvemens, & par le moyen de laquelle on met un quart de cercle à différentes hauteurs & même dans différens plans; le *genou* ſimple eſt un axe vertical, *G*, *Fig.* 182 *des Planches d'Aſtronomie*, portant une ouverture horizontale *B* à ſa partie ſupérieure. L'axe tourne dans une cavité du pied de l'inſtrument, & l'ouverture ſupérieure reçoit le cylindre qui eſt fixé au centre du quart de cercle, & qui y tourne à frotement. Le *genou* double contient une autre piece ſemblable, *voyez Fig.* 180, qui tourne dans la *précédente*, & qui ſert à incliner le plan du *quart de cercle*. On ſe ſert dans les graphometres, les bouſſoles & autres inſtrumens légers, d'un *genou* plus ſimple, I, *Fig.* 219, qui ne conſiſte qu'en une boule fixée par une tige à la partie inférieure de l'inſtrument, & qui eſt reçue dans une concavité du pied ou du ſupport, où elle tourne à frotement; on rend le frotement plus ou moins dur en ſerrant avec des vis *K K* les deux calotes ou hémiſpheres qui forment cette concavité ſur le pied de l'inſtrument de téleſcope. (*D. L.*)

GENRE, *en Géométrie*: les lignes géométriques ſont diſtinguées en *genres* ou ordres, ſelon le degré de l'équation qui exprime le raport qu'il y a entre les ordonées & les abſciſſes. *Voyez* COURBE & GÉOMÉTRIQUE.

Les lignes du ſecond ordre ou ſections coniques, ſont appelées *courbes* du premier *genre*, les lignes du troiſieme ordre, *courbes* du ſecond *genre*, & ainſi des autres.

Le mot *genre* s'emploie auſſi quelquefois en parlant des équations & des quantités différentielles; ainſi, que ques uns appelent *équations* du ſecond, du troiſieme *genre*, &c. ce qu'on appele aujourd'hui plus ordinairement *équations* du ſecond, du troiſieme degré, &c. *Voyez* DEGRÉ & ÉQUATION. Et on appele auſſi quelquefois *différentielles* du ſecond, du troiſieme *genre*, &c. ce qu'on appele

Digitized by Google

plus communément *différentielles* du ſecond, du troiſieme ordre. *Voyez* DIFFÉRENTIEL. (*O*).

GÉOCENTRIQUE, adj. (*Aſtron.*), ſe dit du lieu d'une planete, en tant qu'on la conſidere par rapport à la terre.

Le mot *géocentrique* n'eſt en uſage dans la nouvelle Aſtronomie, que pour ſignifier la longitude *géocentrique* d'une planete, c'eſt-à-dire, le lieu de l'écliptique auquel répond la planete vue de la terre. Et pour la latitude *géocentrique*, c'eſt l'angle que fait une ligne qui joint la planete & la terre avec le plan de l'orbite terreſtre qui eſt la véritable écliptique : ou, ce qui eſt la même choſe, c'eſt l'angle que la ligne qui joint la planete & la terre, forme avec une ligne qui aboutiroit à la perpendiculaire abaiſſée de la planete ſur le plan de l'écliptique. *Voyez* PLANETE.

GÉOCYCLIQUE (adj.), ſe dit de la machine propre à repréſenter le mouvement de la terre autour du ſoleil, & ſur-tout l'inégalité des ſaiſons par le parallélíſme conſtant de l'axe de la terre.

On trouve une machine de cette eſpece décrite par *Nicolas Muler* dans l'édition qu'il a donnée en 1617 du livre de Copernic : il y en a une dans Ferguſſon (*Aſtronomy Explained*, 1764), & il n'eſt pas difficile d'en imaginer de différentes eſpeces ; mais il ſuffit pour repréſenter le parallélíſme de la terre, que ſon axe ſoit placé fixement ſur une poulie, & qu'au centre du ſoleil il y ait une poulie égale à l'autre, avec un cordon ſans fin, qui paſſe ſur ces deux poulies, & qui ſerre l'une & l'autre : alors on poura faire tourner la terre tout autour du ſoleil, ſans que ſon axe ceſſe d'être incliné & dirigé vers la même région du ciel, & parallele à lui-même. On trouve des globes ainſi montés chez M. l'Abbé Grenet, au collége de Liſieux, & chez M. Lamarche au collége de Maître Gervais, rue du foin. (*D. L.*)

GÉODÉSIE, ſ. f. c'eſt proprement cette partie de la Géométrie pratique qui enſeigne à diviſer & partager les terres & les champs entre pluſieurs propriétaires.

Ce mot vient de deux mots, γῆ, *terra*, terre, & δαίω, *divido*, je diviſe.

Ainſi, la *Géodéſie* eſt proprement l'art de diviſer une figure quelconque en un certain nombre de parties. Or cette opération eſt toujours poſſible, ou exactement, ou au moins par approximation. Si la figure eſt rectiligne, on la diviſera d'abord en triangles, qui auront un ſommet commun pris où l'on voudra, ſoit au dedans de la figure, ſoit ſur la circonférence. On calculera par les méthodes connues l'aire de chacun de ces triangles, & par conſéquent on aura la valeur de chaque partie de la ſurface, & on connoîtra par-là de quelle maniere il faut diviſer la figure ; toute la difficulté ſe réduira dans tous les cas à diviſer un triangle en raiſon donnée. C'eſt ce qu'il eſt néceſſaire de développer un peu plus au long.

Soit propoſé, par exemple, de diviſer un hexagone par une ligne qui parte d'un de ſes angles, en deux parties qui ſoient entr'elles comme m à n ; on diviſera d'abord cet hexagone en quatre triangles par des lignes qui partent du point donné ; enſuite ſoit A l'aire de l'hexagone, & $p\,A$, $q\,A$, $r\,A$, $s\,A$, l'aire de chacun des triangles ; comme les aires des deux parties cherchées doivent être $m\,A$ & $n\,A$, ſuppoſons que $\frac{p+q}{r+s}$ ſoit $> \frac{m}{n}$, il s'enſuit qu'il faudra prendre dans le triangle $q\,A$ une partie $x\,A$, telle que $\frac{p+q-x}{r+s+x}$ ſoit $= \frac{m}{n}$; d'où l'on tire $(p+q)n-(r+s)m = mx+nx$, & par conſéquent $x = \frac{(p+q)n-r+s)m}{m+n}$. Il s'agit donc de diviſer le triangle $q\,A$ en deux parties $x\,A$ & $(q-x)\,A$, qui ſoient entr'elles comme x eſt à $q-x$, & par conſéquent en raiſon donnée, puiſque x eſt connue par l'équation qu'on vient de trouver. Or, pour cela, il ſuffit de diviſer le côté de l'hexagone, qui eſt la baſe de ce triangle $q\,A$, en deux parties, qui ſoient entr'elles comme x à $q-x$, opération très-facile. *Voyez* TRIANGLE.

Le problême n'auroit pas plus de difficulté, ſi le point donné étoit non au ſommet des angles, mais ſur un des côtés de la figure à volonté.

Si la figure que l'on propoſe de diviſer, eſt curviligne, on peut quelquefois la diviſer géométriquement en raiſon donnée, mais cela eſt rare ; & en général la méthode la plus ſimple dans la pratique conſiſte à diviſer la circonférence de la figure en parties ſenſiblement rectilignes, à regarder par conſéquent la figure comme rectiligne, & à la diviſer enſuite ſelon la méthode précédente.

Quelquefois, au lieu de diviſer un triangle en raiſon donnée par une ligne qui paſſe par le ſommet, il s'agit de le diviſer en raiſon donnée par une ligne qui paſſe par un point placé hors du ſommet, ſoit ſur l'un des côtés, ſoit au dedans du triangle, ſoit au dehors ; alors le problême eſt un peu plus difficile ; mais la Géométrie, aidée de l'analyſe, fournit des moyens de le réſoudre. *Voyez dans l'application de l'Algebre à la Géométrie* de M. Guiſnée la ſolution des problêmes du ſecond degré, vous y trouverez celui dont il s'agit. Il eſt réſolu & expliqué fort en détail ; & il ſervira, comme on le va voir, à diviſer une figure quelconque en raiſon donnée par une ligne menée d'un point donné quelconque.

Si le point par lequel paſſe la ligne qui doit diviſer une figure quelconque en raiſon donnée, eſt ſitué au dedans ou au dehors de la figure, alors il eſt évident que le problême peut avoir pluſieurs ſolutions, ou au moins dans un grand nombre de cas, & quelquefois être impoſſible. Pour le ſentir il ſuffit de remarquer que ſi la figure, par exemple, eſt réguliere & d'un nombre pair de côtés, que le point donné ſoit le centre, & qu'il faille diviſer la figure en deux parties égales, la

Digitized by Google

problême eſt indéterminé, puiſque toute ligne tirée par le centre réſoudra ce problême ; que ſi les deux parties doivent être inégales, le problême eſt impoſſible ; & que ſi dans ce dernier cas le point eſt placé hors de la figure, ſoit réguliere, ſoit irréguliere, le problême a toujours deux ſolutions, dont l'une s'exécutera par une ligne tirée à droite, & l'autre à gauche, toutes deux partant du point donné. Or menant du point donné à tous les angles de la figure des lignes, qui prolongées, s'il eſt néceſſaire, au dedans de la figure, partagent cette figure en quadrilateres, ce qui eſt toujours poſſible, on voit évidemment que, comme la queſtion s'eſt réduite dans le premier cas à partager un triangle en raiſon donnée, par une ligne qui parte d'un point donné ; de même la queſtion ſe réduit ici, après avoir calculé ſéparément les ſurfaces de tous ces quadrilateres, à partager l'un d'eux en raiſon donnée par une ligne tirée du point donné. Il y a donc ici trois choſes à trouver, 1°. quel eſt le quadrilatere qu'il faut partager ; 2°. quelle eſt la raiſon ſuivant laquelle il faut le partager ; 3°. comment on partage un quadrilatere en raiſon donnée par une ligne menée d'un point donné, qui ſe trouve au concours des deux côtés du quadrilatere. Les deux premiers de ces problêmes ſe réſoudront par une méthode exactement ſemblable à celle qu'on a donnée ci-deſſus, pour le cas de la diviſion de la figure en triangles. Le troiſieme demande un calcul analytique fort ſimple, & tout-à-fait analogue à celui que M. Guiſnée a employé pour réſoudre le même problême par raport au triangle. Nous y renvoyons le lecteur, afin de lui laiſſer quelque ſujet de s'exercer à l'analyſe géométrique : mais ſi l'on veut ſe diſpenſer de cette peine, on pourra réduire le problême dont il s'agit, au cas de la diviſion du triangle de la maniere ſuivante. On prolongera les deux côtés du quadrilatere qui ne concourront pas au point donné, & on formera un triangle extérieur au quadrilatere qui aura un des autres côtés du quadrilatere pour baſe, & qui ſera avec le quadrilatere en raiſon donnée de k à 1, k étant un nombre quelconque entier ou rompu. Cela poſé, ſoient $p A$, $q A$ les deux parties dans leſquelles il faut diviſer le quadrilatere, il eſt évident que le quadrilatere total ſera $p A + q A$; que le triangle ſera $k (p A + q A)$, & que le triangle joint au quadrilatere (ce qui formera un nouveau triangle qui aura le quatrieme côté du quadrilatere pour baſe), ſera $(k + 1) (p A + q A)$. Il s'agit donc, en menant une ligne par le point donné, de diviſer ce triangle en deux parties, dont l'une ſoit $k (p A + q A) + p A$, & l'autre $q A$; c'eſt-à-dire, que le problême ſe réduit à diviſer un triangle connu & donné, en deux parties qui ſoient entr'elles comme $k (p + q) + p$ eſt à q par une ligne qui paſſe par un point donné hors du triangle : or on a dit ci-deſſus comment on peut réſoudre ce problême.

Si le point donné eſt placé dans la figure, on ménera par ce point à tous les angles de la figure, des lignes terminées de part & d'autre à cette figure ; & on diviſera par ce moyen la figure en triangles dont chacun aura ſon oppoſé au ſommet. Cela poſé, on cherchera les aires de ces triangles, & on aura les aires de chaque partie de la figure terminées par une des lignes tirées du point donné ; lignes qu'on peut appeler, *quoiqu'improprement diametres de la figure*. Connoiſſant ces aires, on cherchera quels ſont les deux diametres voiſins qui diviſent la figure, l'un en plus grande raiſon, l'autre en plus petite raiſon que la raiſon donnée ; & par-là on ſaura que la ligne cherchée doit paſſer dans l'angle formé par ces deux diametres : & comme il peut y avoir pluſieurs diametres voiſins, qui diviſent ainſi la figure, l'un en plus grande raiſon, l'autre en plus petite raiſon que la raiſon donnée, il s'enſuit que le problême aura autant de ſolutions poſſibles qu'il y aura de tels diametres. Cela poſé, ſoit A l'aire de la figure totale ; $p A$ l'aire d'un des triangles formé par les deux diametres voiſins ; $q A$ l'aire du triangle oppoſé au ſommet de celui-ci, & que je ſuppoſe lui être inférieur ; $m A$ l'aire de la partie de la figure qui eſt à droite de ces deux triangles, $n A$ l'aire de la partie qui eſt à gauche, on aura $m A + p A + n A + q A$ pour l'aire de la figure entiere ; en ſorte que $m + p + n + q$ ſera $= 1$, & il ſera queſtion de mener entre les deux diametres donnés, & par le point donné où ces diametres ſe coupent, une ligne qui diviſe les deux triangles oppoſés au ſommet en deux parties ; ſavoir, $x A$ & $p A - x A$, d'une part, & de l'autre $z A$ & $q A - z A$, & qui ſoient telles que $m A + p A - x A + z A$ ſoit à $n A + q A - z A + x A$ en raiſon donnée, par exemple de s à 1, que nous ſuppoſons être la raiſon demandée. On aura donc, 1°. $m + p - x + z : n + q - z + x :: s : 1$; ce qui donnera une premiere équation entre x & z : or comme les triangles $x A$ & $z A$ ſont oppoſés au ſommet, & ſont partie des triangles donnés & auſſi oppoſés au ſommet $p A$ & $q A$, on trouvera facilement une autre équation générale entre x & z, puiſque $x A$ étant connue, $z A$ le ſera néceſſairement : c'eſt pourquoi on aura deux équations en x & en z, par le moyen deſquelles on trouvera x, & il ne s'agira plus que de diviſer la baſe du triangle $p A$ en raiſon de x à p ; ce qui donnera la ſolution complete du problême.

S'il falloit diviſer une figure en raiſon donnée, par une ligne qui ne paſſât pas un point donné, mais qui fût parallele à une ligne donnée, on commencera par diviſer la figure en trapézoïde, par des lignes menées de tous les angles de cette figure, parallélement à la ligne donnée, & il eſt évident qu'il ne s'agiroit plus que le diviſer en raiſon donnée un de ces trapézoïdes, ce qui ſeroit très-facile.

Voilà la méthode générale pour diviſer une figure en raiſon donnée, méthode qui réuſſira in-

Digitized by Google

faillibleſment dans tous les cas; mais cette méthode peut être abrégée en pluſieurs occaſions, ſelon la nature de la figure propoſée. Ceux qui voudront en trouver des exemples, n'auront qu'à lire le *traité de Géométrie ſur le terrain*, de M. le Clerc, imprimé à la ſuite de ſa *Géométrie pratique*, ou *pratique de la Géométrie ſur le papier & ſur le terrain*, par le même auteur. Ils trouveront dans le *chap. v* de ce *traité de Géométrie*, des pratiques abrégées pour diviſer dans pluſieurs cas les figures données en différentes parties. Ce *chap. v* a pour titre *diviſion des plans*; le *chap. iv* qui le précede, & qui mérite auſſi d'être lu, a pour objet la *réduction* ou *tranſfiguration des plans*, & l'auteur y enſeigne principalement à changer en triangle une figure donnée; ce qu'il exécute pour l'ordinaire fort ſimplement au moyen de cette propoſition, que deux triangles de même baſe & entre mêmes paralleles, ſont égaux. Un coup d'œil jeté ſur les propoſitions de ce *chap. iv* en apprendra plus que tout ce que nous pourions dire. Cette réduction ou changement des figures en triangles eſt fort utile à l'auteur, dans le *chap. v* dont il s'agit principalement ici, pour la diviſion des figures; & il y fait auſſi un grand uſage de l'égalité des triangles de même baſe entre mêmes paralleles. Le *chap. vj* a auſſi raport à la matiere dont nous traitons: il a pour titre, *comment on peut aſſembler les plans, les retrancher les uns des autres, & les agrandir ou les diminuer ſelon quelque quantité propoſée*. L'auteur réſout les problêmes relatifs à cet objet, avec la même élégance que ceux des deux chapitres qui précédent.

Cet ouvrage de M. le Clerc, une des meilleures Géométries pratiques que nous connoiſſons, eſt devenu rare; & les gravures agréables dont l'auteur l'a acompagné, le rendent aſſez cher, eu égard à ſon volume: il ſeroit à ſouhaiter qu'on le réimprimât, en ſupprimant les gravures pour diminuer le prix du livre; l'utilité de l'ouvrage, & ſa clarté, en aſſureroient le débit. L'édition que nous avons ſous les ieux, eſt celle d'Amſterdam, en 1694, qu'on pouroit prendre pour modele. On pouroit même ſe contenter, pour rendre l'ouvrage encore moins cher, de réimprimer le ſeul *traité de Géométrie ſur le terrain*; car la Géométrie pratique qui le précede, & qui eſt imprimée à Amſterdam en 1691, ne contient rien ou preſque rien qu'on ne trouve dans la plupart des élémens de Géométrie pratique.

Quoique le mot *Géodéſie* ait principalement l'acception que nous lui avons donnée dans cet article, de la ſcience de partager les terres, cependant il ſe prend auſſi aſſez communément & en général pour la ſcience pratique de la meſure des terrains, ſoit quant à leur circonférence, ſoit quant à leur ſurface; mais cette derniere ſcience s'appelle encore plus communément *arpentage*. *Voyez* ARPENTAGE.

La *Géodéſie* priſe en ce dernier ſens, le plus étendu qu'on puiſſe lui donner, n'eſt proprement autre choſe que la Géométrie pratique, dont elle embraſſe toutes les parties; ainſi, les opérations géométriques ou trigonométriques néceſſaires pour lever une carte, ſoit en petit, ſoit en grand, ſeront en ce dernier ſens des opérations de *Géodéſie*, ou pouront être regardées comme telles. C'eſt pour cette raiſon que quelques auteurs ont appelé *opérations géodéſiques*, celles qu'on fait pour trouver la longueur d'un degré terreſtre du méridien, ou, en général, d'une portion quelconque du méridien de la terre. Ils les appelent ainſi, pour les diſtinguer des *opérations aſtronomiques*, que l'on fait pour trouver l'amplitude de ce même degré. *Voyez* DEGRÉ, FIGURE DE LA TERRE.

GÉODÉSIQUE, adj. (*Géom. prat.*), ſe dit de tout ce qui apartient à la Géodéſie; ainſi, on dit *meſure géodéſique*, *opération géodéſique*: & comme on a vu *au mot* GÉODÉSIE, que ce mot peut avoir différentes acceptions plus ou moins étendues, il s'enſuit que le mot *géodéſique* a auſſi différentes acceptions relatives à celles-là. (*O*).

GÉOMÉTRAL, adj. (*Opt.*). On appele ainſi la repréſentation d'un objet, faite de maniere que les parties de ces objets aient entr'elles le même raport qu'elles ont réellement dans l'objet tel qu'il eſt; à la différence des repréſentations en *perſpective*, où les parties de l'objet ſont repréſentées dans le tableau avec les proportions que la perſpective leur donne. *Voyez* PERSPECTIVE. Il eſt clair par cette définition qu'il n'eſt poſſible de repréſenter *géométralement* que des ſurfaces planes, comme la baſe ou le frontiſpice d'un bâtiment; & cette repréſentation retombe dans le cas des projections orthographiques. *Voyez* PLAN GÉOMÉTRAL, *au mot* PLAN ORTHOGRAPHIQUE, & PROJECTION. (*O*).

GÉOMETRE, ſ. m. (*Mathématiq.*), ſe dit proprement d'une perſone verſée dans la Géométrie; mais on applique en général ce nom à tout mathématicien, parce que la Géométrie étant une partie eſſentiele des Mathématiques, & qui a ſur preſque toutes les autres une influence néceſſaire, il eſt difficile d'être verſé profondément dans quelque point des Mathématiques que ce ſoit, ſans l'être en même temps dans la Géométrie. Ainſi, on dit de Newton, qu'il étoit grand *géometre*, pour dire qu'il étoit grand Mathématicien.

Un *géometre*, quand il ne voudroit que ſe borner à entendre ce qui a été trouvé par d'autres, doit avoir pluſieurs qualités aſſez rares; la juſteſſe de l'eſprit pour ſaiſir les raiſonemens & démeler les paralogiſmes, la facilité de la conception pour entendre avec promptitude, l'étendue pour embraſſer à la fois les différentes parties d'une démonſtration compliquée, la mémoire pour retenir les propoſitions principales, leurs démonſtrations mêmes, ou du moins l'eſprit de ces démonſtrations, & pour pouvoir en cas de beſoin, ſe rapeler les unes & les autres, & en faire uſage. Mais le *géometre* qui ne ſe contentera pas de ſavoir ce qui

Digitized by Google

a été fait avant lui, & qui veut ajouter aux découvertes de ſes prédéceſſeurs, doit joindre à ces différentes parties de l'eſprit, d'autres qualités encore moins communes, la profondeur, l'invention, la force, & la ſagacité.

Je ne ſuis pas éloigné de penſer avec quelques écrivains modernes, que l'on peut apprendre la Géométrie aux enfans, & qu'ils ſont capables de s'appliquer à cette ſcience, pourvu qu'on ſe borne aux ſeuls élémens, qui, étant peu compliqués, ne demandent qu'une conception ordinaire; mais ces qualités médiocres ne ſuffiſent pas dans l'étude des Mathématiques tranſcendantes: pour être un *ſavant géometre*, & même pour n'être que cela, il faut un degré d'eſprit beaucoup moins commun; & pour être un *grand géometre* (car le nom *de grand* ne doit être donné qu'aux inventeurs), il faut plus que de l'eſprit, il faut du génie, le génie n'étant autre choſe que le talent d'inventer. Il eſt vrai que l'eſprit dont nous parlons eſt différent de celui qu'il faut pour une épigramme, pour un poëme, pour une piece d'éloquence, pour écrire l'hiſtoire; mais n'y a-t-il donc d'eſprit que de cette derniere eſpece? *Voyez* ESPRIT. Et un écrivain médiocre, ou même un bon écrivain, croira-t-il avoir plus d'eſprit que Newton & que Deſcartes?

Peut-être nous ſera-t-il permis de raporter à cette occaſion une réponſe de feu M. de la Motte. Un *géometre* de ſes amis, apparemment ignorant, ou de mauvaiſe foi, parloit avec mépris du grand Newton, qu'il auroit mieux fait d'étudier: *Newton*, diſoit ce *géometre*, *n'étoit qu'un bœuf; cela ſe peut*, répondit la Motte; *mais c'étoit le premier bœuf de ſon ſiecle*.

On pouroit demander s'il a fallu plus d'eſprit pour faire Cinna, Héraclius, Rodogune, Horace, & Polieucte, que pour trouver les loix de la gravitation. Cette queſtion n'eſt pas ſuſceptible d'être réſolue, ces deux genres d'eſprit étant trop différens pour être comparés; mais on peut demander s'il n'y a pas autant de mérite à l'un qu'à l'autre; & qui auroit à choiſir d'être Newton ou Corneille, ſeroit bien d'être embaraſſé, ou ne mériteroit pas d'avoir à choiſir. Au reſte, cette queſtion eſt décidée tous les jours par quelques littérateurs obſcurs, quelques ſatyriques ſubalternes, qui mépriſent ce qu'ils ignorent, & qui ignorent ce qu'ils croient ſavoir; incapables, je ne dis pas d'apprécier Corneille, & de lire Newton, mais de juger Campiſtron & d'entendre Euclide.

Si l'eſprit néceſſaire au *géometre* n'eſt pas le même que celui dont on a beſoin pour réuſſir dans la Littérature, ils ne s'excluent pas l'un l'autre. Néanmoins, quand on veut louer parmi nous un mathématicien, on dit de lui que c'eſt un grand *géometre*, & *cependant* homme d'eſprit & de goût; on croit lui faire beaucoup d'honeur: & on ſe fait quelque gré du bon mot qu'on s'imagine avoir dit. Ces façons de parler ſi connues, *lourd comme géometre*, *ignorant comme un poëte*, *etc.* ſont devenues des eſpeces de proverbes, & preſque des phraſes de la langue, auſſi équitables l'une que l'autre; les exemples qui en prouvent l'injuſtice ne ſont pas rares; & pour ne parler ici que des mathématiciens, Paſcal à qui la Géométrie doit un ſi bel ouvrage ſur la Cycloïde, & qui auroit peut-être été le plus grand *géometre* de l'univers, ſi une dévotion trop ſévere ne lui eut fait abandoner ſon talent; Paſcal étoit en même temps un très-bel eſprit. Ses Provinciales ſont un chef-d'œuvre de plaiſanterie & d'éloquence, c'eſt-à-dire, un modele dans les deux genres d'écrire qui paroiſſent les plus oppoſés. On dira peut-être que Paſcal n'eſt qu'une exception; il eſt malheureux que l'exception démente ſi formellement la regle qu'on voudroit établir; mais croit-on que cette exception ſoit la ſeule? Nous ne citerons point M. de Fontenelle, qu'on voudra peut-être ne regarder que comme un bel eſprit devenu *géometre* par accident; mais nous renverrons les détracteurs de la Géométrie aux ouvrages philoſophiques de Deſcartes, ſi bien écrits pour leur temps; à ceux de Malebranche, qui ſont des chefs-d'œuvre de ſtyle; aux poëſies de Manfredi, que M. de Fontenelle a ſi juſtement célebrées; aux vers que M. Halley a mis à la tête des principes de Newton, & à tant d'autres que nous pourions nommer encore. Si ces *géometres* n'étoient pas des hommes d'eſprit, qu'on nous diſe en quoi l'eſprit conſiſte, & à quoi il ſe borne.

On connoît la ridicule queſtion du P. Bouhours, *ſi un allemand peut avoir de l'eſprit?* Les Allemands y ont répondu comme ils le devoient, par cette queſtion non moins ridicule, *ſi un françois peut avoir le ſens commun?* Ceux qui font aux *géometres* le même honeur que le P. Bouhours a fait aux Allemands, mériteroient qu'on leur demandât auſſi, *ſi on peut ignorer la Géométrie, & raiſoner juſte?* Mais, ſans répondre aux injures par d'autres, oppoſons-y des faits. Balzac étoit ſans doute un bel eſprit, dans le ſens où l'on prend ordinairement ce mot: c'eſt lui qui a fait les lettres de Deſcartes à Balzac, & celles de Balzac à Deſcartes, & qu'on décide enſuite, ſi on eſt de bonne foi, lequel des deux eſt l'homme d'eſprit.

Deſcartes, dit-on, fit en Suede d'aſſez mauvais vers pour un divertiſſement donné à la reine Criſtine; mais c'étoit en 1649; & à l'exception de Corneille, qui même ne réuſſiſſoit pas toujours, quelqu'un faiſoit-il alors de bons vers en Europe? Les premiers opéras de l'abbé Perrin ne valoient peut-être pas mieux que le divertiſſement de Deſcartes. Paſcal, ajoute-t-on, a très-mal raiſoné ſur la Poëſie; cela eſt vrai, mais que s'enſuit-il de là? C'eſt que Paſcal ne ſe connoiſſoit pas en vers, faute peut-être d'en avoir aſſez lu, & d'avoir réfléchi ſur ce genre. La Poëſie eſt un art d'inſtitution qui demande quelque exercice & quelque habitude pour en bien juger: or Paſcal n'avoit lu que des livres de Géométrie & de piété, & peut-être de mauvais vers de dévotion qui l'avoient prévenu

Digitized by Google

contre la Poéſie en général ; mais ſes provinciales prouvent qu'il avoit d'ailleurs le tact très-fin & le goût très-juſte. On n'y trouve pas un terme ignoble, un mot qui ait vieilli, une plaiſanterie froide.

La Géométrie, dit-on encore, donne à l'eſprit de la ſéchereſſe ; oui, quand on y eſt déja préparé par la nature : en ce cas, on ne ſeroit guere plus ſenſible aux beautés des ouvrages d'imagination, quand même on n'auroit fait aucune étude de la Géométrie ; mais celui à qui la nature aura donné avec le talent des Mathématiques un eſprit flexible à d'autres objets, & qui aura ſoin d'entretenir dans ſon eſprit cette heureuſe flexibilité, en tout ſens, en ne le tenant toujours courbé vers les lignes & les calculs, & en l'exerçant à des matieres de littérature, de goût, & de philoſophie, celui-là conſervera tout-à-la-fois la ſenſibilité pour les choſes d'agrément, & la rigueur néceſſaire aux démonſtrations ; il ſaura réſoudre un problême, & lire un poëte, calculer les mouvemens des planetes, & avoir du plaiſir à une piece de théâtre.

L'étude & le talent de la Géométrie ne nuiſent donc point par eux-mêmes aux talens & aux occupations littéraires. On peut même dire en un ſens, qu'ils ſont utiles par quelque genre d'écrire que ce puiſſe être ; un ouvrage de morale, de littérature, de critique, en ſera meilleur, *toutes choſes d'ailleurs égales*, s'il eſt fait par un *géometre*, comme M. de Fontenelle l'a très-bien obſervé ; on y remarquera cette juſteſſe & cette liaiſon d'idées à laquelle l'étude de la Géométrie nous accoutume, & qu'elle nous fait enſuite porter dans nos écrits ſans nous en apercevoir & comme mal-gré nous.

L'étude de la Géométrie ne peut ſans doute rendre l'eſprit juſte à celui qui ne l'a pas ; mais auſſi un eſprit ſans juſteſſe n'eſt pas fait pour cette étude, il n'y réuſſira point ; c'eſt pourquoi ſi on a eu raiſon de dire que *la Géométrie ne redreſſe que les eſprits droits*, on auroit bien fait d'ajouter que *les eſprits droits ſont les ſeuls propres à la Géométrie*.

On ne peut donc avoir l'eſprit *géometre*, c'eſt-à-dire, le talent de la Géométrie, ſans avoir en même temps l'eſprit *géométrique*, c'eſt-à-dire, l'eſprit de méthode & de juſteſſe. Car l'eſprit *géometre* n'eſt proprement que l'eſprit *géométrique*, appliqué à la ſeule Géométrie, & il eſt bien difficile quand on ſait faire uſage de cet eſprit dans les matieres géométriques qu'on ne puiſſe de même le tourner avec un ſuccès égal vers d'autres objets. Il eſt vrai que l'eſprit géométrique pour ſe développer avec toute ſa force & ſon activité, demande quelque exercice ; & c'eſt pour cela qu'un homme concentré dans l'étude de la Géométrie, paroîtra n'avoir que l'eſprit *géometre*, parce qu'il n'aura pas appliqué à d'autres matieres le talent que la nature lui a donné de raiſonner juſte. De plus ſi les *Géometres* ſe trompent lorſqu'ils appliquent leur logique à d'autres ſciences que la Géométrie, leur erreur eſt plutôt dans les principes qu'ils adoptent, que dans les conſéquences qu'ils en tirent. Cette erreur dans les principes peut venir ou de ce que le *géometre* n'a pas les connoiſſances préliminaires ſuffiſantes pour le conduire aux principes véritables, ou de ce que les principes de la ſcience dont il traite ne ſortent point de la ſphere des probabilités. Alors il peut ariver qu'un eſprit accoutumé aux démonſtrations rigoureuſes, n'ait pas à un degré ſuffiſant le tact néceſſaire pour diſtinguer ce qui eſt plus probable d'avec ce qui l'eſt moins. Cependant j'oſe penſer encore qu'un *géometre* exercé à l'évidence mathématique, diſtinguera plus aiſément dans les autres ſciences ce qui eſt vraiment évident d'avec ce qui n'eſt que vrai-ſemblable & conjectural ; & que de plus ce même *géometre* avec quelque exercice & quelque habitude, diſtinguera auſſi plus aiſément ce qui eſt plus probable d'avec ce qui l'eſt moins ; car la Géométrie a auſſi ſon calcul des probabilités.

A l'occaſion de ce calcul, je crois devoir faire une réflexion qui contre-dira un peu l'opinion commune ſur l'eſprit du jeu. On imagine, pour l'ordinaire, qu'un *géometre*, un ſavant exercé aux calculs, doit avoir l'eſprit du jeu dans une degré ſupérieur ; il me ſemble que ces deux eſprits ſont fort différens, ſi même ils ne ſont pas contraires. L'eſprit *géometre* eſt ſans doute une eſprit de calcul & de combinaiſon, mais de combinaiſon ſcrupuleuſe & lente, qui examine l'un après l'autre toutes les parties de l'objet, & qui les compare ſucceſſivement entr'elles, prenant garde de n'en omettre aucune, & de les raprocher par toutes leurs faces ; en un mot ne faiſant à la fois qu'un pas, & ayant ſoin de le bien aſſurer avant que de paſſer au ſuivant. L'eſprit du jeu eſt un eſprit de combinaiſon rapide, qui embraſſe d'un coup d'œil & comme d'une maniere vague un grand nombre de cas, dont quelques-uns peuvent lui échaper, parce qu'il eſt moins aſſujéti à des regles, qu'il n'eſt une eſpece d'inſtinct perfectioné par l'habitude. D'ailleurs le *géometre* peut ſe donner tout le temps néceſſaire pour réſoudre ſes problêmes ; il fait un effort, ſe repoſe & repart de là avec de nouveles forces. Le joueur eſt obligé de réſoudre les problêmes ſur le champ, & de faire dans un temps donné & très-court tout l'uſage poſſible de ſon eſprit. Il n'eſt donc pas ſurprenant qu'un grand *géometre* ſoit un joueur très-médiocre ; & rien n'eſt en effet plus commun.

La Géométrie a parmi nous des cenſeurs de tous les genres. Il en eſt qui lui conteſtent juſqu'à ſon utilité ; nous les renvoyons à la *préface* ſi connue de l'hiſtoire de l'académie des Sciences, ou les mathématiques ſont ſuffiſament vengées de ce reproche. Mais indépendament des uſages phyſiques & palpables de la Géométrie nous envisagerons ici ſes avantages ſous une autre face, à laquelle on n'a peut-être pas fait encore aſſez d'attention

Digitized by Google

tention : c'eſt l'utilité dont cette étude peut être pour préparer comme inſenſiblement les voies à l'eſprit philoſophique, & pour diſpoſer toute une nation à recevoir la lumiere que cet eſprit peut y répandre. C'eſt peut-être le ſeul moyen de diſſiper peu à peu dans certaines contrées de l'Europe les ténebres de l'ignorance profonde qui les envelope. Faites naître, s'il eſt poſſible, des géometres parmi ces peuples ; c'eſt une ſemence qui produira des philoſophes avec le temps, & preſque ſans qu'on s'en aperçoive. Bientôt l'étude de la Géométrie conduira à celle de la méchanique ; celle-ci ménera comme d'elle-même & ſans obſtacle, à l'étude de la ſaine Phyſique ; & enfin la ſaine Phyſique à la vraie Philoſophie, qui diſſipera les ténebres ; & une lumiere générale & prompte ſe répandra dans toute la nation.

Croira-t-on que nous parlons ſérieuſement, ſi nous employons les dernieres lignes de cet article à juſtifier les *Géometres* du reproche qu'on leur fait d'ordinaire, de n'être pas fort portés à la ſoumiſſion en matiere de foi ? Nous aurions honte de répondre à cette imputation, ſi elle n'étoit malheureuſement auſſi commune qu'elle eſt injuſte. Bayle qui douroit & ſe moquoit de tout, n'a pas peu contribué à la répandre par les réflexions malignes qu'il a hazardées dans l'article *Paſcal*, contre l'orthodoxie des Mathématiciens, & par ſes lamentations ſur le malheur que les *Géometres* ont eu juſqu'ici de ne voir aucun de leurs noms dans le calendrier ; lamentations trop peu ſérieuſes pour être raportées dans un ouvrage auſſi grave que celui-ci. Sans répondre à cette mauvaiſe plaiſanterie par quelque autre, il eſt facile de ſe convaincre par la lecture des éloges académiques de M. de Fontenelle, par les vies de Deſcartes, de Paſcal, & de pluſieurs mathématiciens célebres, qu'on peut être *géometre*, ſans être pour ſes freres un ſujet de ſcandale. La Géométrie à la vérité ne nous diſpoſe pas à ajouter beaucoup de foi aux raiſonemens de la Médecine ſyſtématique, aux hypotheſes des phyſiciens ignorans, aux ſuperſtitions & aux préjugés populaires ; elle accoutume à ne pas ſe contenter aiſément en matiere de preuves ; mais les vérités que la révélation nous découvre, ſont ſi différentes de celles que la raiſon nous apprend, elles y ont ſi peu de raport, que l'évidence des unes ne doit rien prendre ſur le reſpect qu'on doit aux autres. Enfin la foi eſt une grace que Dieu donne à qui il lui plaît ; & puiſque l'Evangile n'a point défendu l'étude de la Géométrie, il eſt à croire que les *Géometres* ſont auſſi ſuſceptibles de cette grâce que le reſte du genre humain. (*O*).

GÉOMÉTRIE, ſ. f. eſt la ſcience des propriétés de l'étendue, en tant qu'on la conſidere comme ſimplement étendue & figurée.

Mathématiques. Tome II.

Ce mot eſt formé de deux mots grecs, γῆ ou γαῖα, terre, & μέτρον, meſure ; & cette étymologie ſemble nous indiquer ce qui a donné naiſſance à la *Géométrie* : imparfaite & obſcure dans ſon origine comme toutes les autres ſciences, elle a commencé par une eſpece de tâtonement, par des meſures & des opérations groſſieres, & s'eſt élevée peu à peu à ce degré d'exactitude & de ſublimité où nous la voyons.

Hiſtoire abrégée de la Géométrie. Il y a apparence que la *Géométrie*, comme la plupart des autres ſciences, eſt née en Égypte, qui paroît avoir été le berceau des connoiſſances humaines, ou pour parler plus exactement, qui eſt de tous les pays que nous connoiſſons, celui où les Sciences paroiſſent avoir été le plus anciénement cultivées. Selon Hérodote & Strabon, les Égyptiens ne pouvant reconoître les bornes de leurs héritages confondues par les inondations du Nil, inventerent l'art de meſurer & de diviſer les terres, afin de diſtinguer les leurs par la conſidération de la figure qu'elles avoient, & de la ſurface qu'elles pouvoient contenir. Telle fut, dit-on, la premiere aurore de la *Géométrie*. Joſeph, hiſtorien zélé pour ſa nation, en attribue l'invention aux Hébreux ; d'autres à Mercure. Que ces faits ſoient vrais ou non, il paroît certain que quand les hommes ont commencé à poſſéder des terres, & à vivre ſous des loix différentes, ils n'ont pas été long-temps ſans faire ſur le terrain quelques opérations pour le meſurer, tant en longueur qu'en ſurface, en entier ou par parties ; & voilà la *Géométrie* dans ſon origine.

De l'Égypte elle paſſa en Grece, où on prétend que Thalès la porta. Il ne ſe contenta pas d'apprendre aux Grecs ce qu'il avoit reçu des Égyptiens ; il ajouta à ce qu'il avoit appris, & enrichit cette ſcience de pluſieurs propoſitions. Après lui vint Pythagore, qui cultiva auſſi la *Géométrie* avec ſuccès, & à qui on attribue la fameuſe propoſition du carré de l'hypoténuſe. *Voyez* HYPOTÉNUSE. On prétend qu'il fut ſi ravi de cette découverte, qu'il ſacrifia de joie cent bœufs aux Muſes. Il y a apparence, dit un auteur moderne, que c'étoient des bœufs de cire ou de pâte ; ce Pythagore défendoit de tuer les animaux, en conſéquence de ſon ſyſtême de la métempſycoſe, qui (pour un philoſophe païen) n'étoit pas l'opinion du monde la plus abſurde. *Voyez* MÉTEMPSICHOSE. Mais il y a plus d'apparence encore que le fait n'eſt pas vrai ; ce qui diſpenſe de l'expliquer. Après Pythagore, les philoſophes & les écoles qu'ils formerent, continuerent à cultiver l'étude de la *Géométrie*. Plutarque nous apprend qu'Anaxagore de Clazomene s'occupa du problême de la quadrature du cercle dans la priſon où il avoit été renfermé, & qu'il compoſa même un ouvrage ſur ce ſujet. (*a*)

(*a*) Voy. Plutarch. *in vitâ Niciæ*, & Diog. Laert.

Digitized by Google

Platon qui donnoit à Anaxagore de grands éloges ſur ſon habileté en *Géométrie*, en méritoit auſſi beaucoup lui-même. On ſait qu'il donna une ſolution très-ſimple du problême de la duplication du cube. *Voyez* DUPLICATION. On ſait auſſi que ce grand philoſophe appeloit Dieu *l'éternel géometre* (idée vraiment juſte & digne de l'Être ſuprême), & qu'il regardoit la *Géométrie* comme ſi néceſſaire à l'étude de la Philoſophie, qu'il avoit écrit ſur la porte de ſon école ces paroles mémorables, *qu'aucun ignorant en Géométrie n'entre ici*. Entre Anaxagore & Platon, on doit placer Hippocrate de Chio, qui mérite qu'on en faſſe mention par ſa fameuſe quadrature de la lunule. *Voyez* LUNULE. Feu M. Cramer, profeſſeur de Philoſophie à Geneve, nous à donné dans les mémoires de l'académie des Sciences de Pruſſe pour l'année 1748, une très-bonne diſſertation ſur ce géometre: on y lit qu'Hippocrate dans un voyage qu'il fit à Athènes, ayant eu occaſion d'écouter les philoſophes, prit tant de goût pour la *Géométrie*, qu'il y fit des progrès admirables; on ajoute que cette étude dévelopa ſon talent, & qu'il avoit pour tout le reſte l'eſprit lent & bouché; ce qu'on raconte auſſi de Clavius, bon géometre du ſeizieme ſiecle. Il n'y a rien d'étonant à tout cela; mais le comble de l'ineptie eſt d'en faire une regle. *Voyez* GÉOMETRE.

Euclide, qui vivoit environ cinquante ans après Platon, & qu'il ne faut pas confondre avec Euclide de Mégare, contemporain de ce philoſophe, recueillit ce que ſes prédéceſſeurs avoient trouvé ſur les élémens de *Géométrie*; il en compoſa l'ouvrage que nous avons de lui, & que bien des modernes regardent comme le meilleur en ce genre. Dans ces élémens, il ne conſidere que les propriétés de la ligne droite & du cercle, & celles des ſurfaces & des ſolides rectilignes & circulaires: ce n'eſt pas néanmoins que, du temps d'Euclide, il n'y eût d'autre courbe connue que le cercle: les géometres s'étoient déja aperçu qu'en coupant un cône de différentes manieres, on formoit des courbes différentes du cercle, qu'ils nommerent *ſections coniques*. *Voyez* CONIQUE & SECTION. Les différentes propriété de ces courbes, que pluſieurs mathématiciens découvrirent ſucceſſivement, furent recueillies en huit livres par Apollonius du Perge, qui vivoit environ 250 ans avant J. C. *Voyez* APOLLONIEN. Ce fut lui, à ce qu'on prétend, qui donna aux trois ſections coniques les noms qu'elles portent, de *parabole*, *d'ellypſe*, & *d'hyperbole*, & dont on peut voir les raiſons à leurs articles. A peu près en même temps qu'Apollonius, fleuriſſoit Archimede, dont nous avons de ſi beaux ouvrages ſur la ſphere & le cylindre, ſur les conoïdes & les ſphéroïdes, ſur la quadrature du cercle qu'il trouva par une approximation très-ſimple & très-ingénieuſe (*voyez* QUADRATURE), & ſur celle de la parabole qu'il détermina *exactement*. Nous avons auſſi de lui un traité de la ſpirale, qui peut paſſer pour un chef-d'œuvre de ſagacité & de pénétration. Les démonſtrations qu'il donne dans cet ouvrage, quoique très-exactes, ſont ſi difficiles à embraſſer, qu'un ſavant mathématicien moderne, Bouillaud, avoue ne les avoir jamais bien entendues, & qu'un mathématicien de la plus grande force, notre illuſtre Viete, les a injuſtement ſoupçonées de paralogiſme, faute de les avoir bien compriſes. *Voyez la préface de l'analyſe des infiniment petits* de M. de l'Hôpital. Dans cette préface, qui eſt l'ouvrage de M. de Fontenelle, on a raporté les deux paſſages de Bouillaud & de Viete, qui vérifient ce que nous avons dit ici. On doit encore à Archimede d'autres écrits non moins admirables, qui ont raport à la Méchanique plus qu'à la *Géométrie*, de *æquiponderantibus*, de *inſidentibus humido*; & quelques autres dont ce n'eſt pas ici le lieu de faire mention.

Nous ne parlons dans cette hiſtoire que des géometres dont il nous reſte des écrits que le temps a épargné; car s'il falloit nommer tous ceux qui, dans l'antiquité, ſe ſont diſtingués en *Géométrie*, la liſte en ſeroit trop longue; il faudroit faire mention d'Eudoxe de Cnide, d'Archytas de Tarente, de Philolaüs, d'Eratoſthene, d'Ariſtarque de Samos, de Dinoſtrate, ſi connu par ſa quadratrice (*Voyez* QUADRATRICE), de Menechme ſon frere, diſciple de Platon, des deux Ariſtées, l'ancien & le jeune, de Conon, de Thraſidée, de Nicotele, de Léon, de Theudius, d'Hermotime, de Nicomede, inventeur de la conchoïde (*Voyez* CONCHOÏDE), & un peu plus jeune qu'Archimede & qu'Apollonius, & de pluſieurs autres.

Les Grecs continuerent à cultiver la Philoſophie, la *Géométrie*, & les Lettres, même après qu'ils eurent été ſubjugués par les Romains. La *Géométrie* & les Sciences en général, ne furent pas fort en honeur chez ce dernier peuple, qui ne penſoit qu'à ſubjuguer & à gouverner le monde, & qui ne commença guere à cultiver l'éloquence même que vers la fin de la république. On a vu dans l'*article* ÉRUDITION, avec quelle légéreté Cicéron parle d'Archimede, qui pourtant ne lui étoit point inférieur; peut être même eſt-ce faire quelque tort à un génie auſſi ſublime qu'Archimede, de ne le placer qu'à côté d'un bel eſprit, qui, dans les matieres philoſophiques qu'il a traitées, n'a guere fait qu'expoſer en longs & beaux diſcours, les chimeres qu'avoient penſées les autres. On étoit ſi ignorant à Rome ſur les Mathématiques, qu'on donnoit en général le nom de *mathématiciens*, comme on le voit dans Tacite, à tous ceux qui ſe mêloient de deviner, quoiqu'il y ait encore plus de diſtance des chimeres de la Divination & de l'Aſtrologie judiciaire aux Mathématiques, que de la pierre philoſophale à la Chimie. Ce même Tacite, un des plus grands eſprits qui aient jamais écrit, nous donne par ſes propres ouvrages une preuve de l'ignorance des Romains, dans les queſtions de *Géométrie* & d'Aſtronomie les plus élémentaires & les plus ſimples. Il dit dans la vie

Digitized by Google

d'Agricola, en faisant la description de l'Angleterre, que vers l'extrémité septentrionale de cette île, les grands jours d'été n'ont presque point de nuit; & voici la raison qu'il en apporte : *felices extrema & plana terrarum humili umbra non erigunt tenebras, infraque calum & sidera nox cadit*. Nous n'entreprendrons point avec les commentateurs de Tacite, de donner un sens à ce qui n'en a point; nous nous contenterons d'avoir montré par cet exemple, que la manie d'étaler un faux savoir, & de parler de ce qu'on n'entend pas, est fort ancienne. Un traducteur de Tacite dit que cet historien regarde la terre dans ce passage, comme une *sphere dont la base est environnée d'eau*, &c. Nous ne savons ce que c'est que la base d'une sphere.

Si les Romains cultiverent peu la *Géométrie* dans les temps les plus fleurissans de la république, il n'est pas surprenant qu'ils l'aient encore moins cultivée dans la décadence de l'empire. Il n'en fut pas de même des Grecs, ils eurent depuis l'ere chrétienne même, & assez long-temps après la translation de l'empire, des géometres habiles. Ptolémée, grand astronome & par conséquent grand géometre, car on ne peut être l'un sans l'autre, vivoit sous Marc-Aurele; & on peut voir au *mot* ASTRONOMIE, les noms de plusieurs autres. Nous avons encore les ouvrages de Pappus d'Alexandrie, qui vivoit du temps de Théodose. Eutocius Ascalonite, qui vivoit après lui vers l'an 540 de l'ere chrétienne, nous a donné un commentaire sur la mesure du cercle par Archimede. Proclus qui vivoit sous l'empire d'Anastase aux cinquieme & sixieme siecles, démontra les théorêmes d'Euclide, & son commentaire sur cet auteur est parvenu jusqu'à nous. Ce Proclus est encore plus fameux par les miroirs (vrais ou supposés) dont il se servit, dit-on, pour brûler la flote de Vitalien qui assiégeoit Constantinople. *Voyez* ARDENT & MIROIR. Entre Eutocius & Pappus, il y a apparence qu'on doit placer Dioclès, connu par sa cissoïde (*Voyez* CISSOIDE), mais dont on ne connoît guere que le nom, car on ne sait pas précisément le temps où il a vécu.

L'ignorance profonde qui couvrit la surface de la terre & sur-tout l'occident, depuis la destruction de l'empire par les Barbares, nuisit à la *Géométrie* comme à toutes les autres connoissances : on ne trouve plus guere ni chez les Latins, ni même chez les Grecs, d'hommes versés dans cette partie; il y en eut seulement quelques-uns qu'on appeloit savans, parce qu'ils étoient moins ignorans que les autres, & quelques-uns de ceux-là, comme Gerbert, passerent pour magiciens; mais, s'ils eurent quelques connoissances des découvertes de leurs prédécesseurs, ils n'y ajouterent rien, du moins quant à la *Géométrie*; nous ne connoissons aucun théorême important dont cette science leur soit redevable : c'étoit principalement par raport à l'Astronomie qu'on étudioit alors le peu de *Géométrie* qu'on vouloit savoir, & c'étoit principalement par raport au calendrier & au comput ecclésiastique qu'on étudioit l'Astronomie; ainsi, l'étude de la *Géométrie* n'étoit pas poussée fort loin. On peut voir au *mot* ASTRONOMIE, les noms des principaux mathématiciens des siecles d'ignorance. Il en est un que nous ne devons pas oublier; c'est Vitellion, savant polonois du treizieme siecle, dont nous avons un traité d'Optique très-estimable pour ce temps-là, & qui suppose des connoissances géométriques. Ce Vitellion nous rapele l'arabe Alhasen, qui vivoit environ un siecle avant lui, & qui cultivoit aussi les Mathématiques avec succès. Les siecles d'ignorance chez les Chrétiens ont été les siecles de lumiere & de savoir chez les Arabes; cette nation a produit depuis le neuvieme jusqu'au quatorzieme siecle, des astronomes, des géometres, des géographes, des chimistes, *&c.* Il y a apparence qu'on doit aux Arabes les premiers élémens de l'Algebre : mais leurs ouvrages de *Géométrie* dont il est ici principalement question, ne sont point parvenus jusqu'à nous pour la plupart, ou sont encore manuscrits. C'est sur une traduction arabe d'Apollonius, qu'a été faite en 1661 l'édition du cinquieme, du sixieme & septieme livre de cet auteur. *Voyez* APOLLONIEN. Cette traduction étoit d'un géometre arabe nommé *Abalphat*, qui vivoit à la fin du dixieme siecle. Il n'y avoit peut-être pas alors parmi les Chrétiens un seul géometre qui fut en état d'entendre Apollonius; il auroit fallu d'ailleurs, pour le traduire, savoir en même temps le grec & la *Géométrie*, ce qui n'est pas fort commun, même dans notre siecle.

À la renaissance des lettres, on se borna presqu'uniquement à traduire & à commenter les ouvrages de *Géométrie* des anciens; & cette science fit d'ailleurs peu de progrès jusqu'à Descartes : ce grand Homme publia, en 1637, la *Géométrie*, & la commença par la solution d'un problême où Pappus dit que les anciens mathématiciens étoient restés. Mais ce qui est plus précieux encore que la solution de ce problême, c'est l'instrument dont il se servit pour y parvenir, & qui ouvrit la route à la solution d'une infinité d'autres questions plus difficiles. Nous voulons parler de l'application de l'Algebre à la *Géométrie*; application dont nous ferons sentir le mérite & l'usage dans la suite de cet article : c'étoit là le plus grand pas que la *Géométrie* eût fait depuis Archimede; & c'est l'origine des progrès surprenans que cette science a faits dans la suite.

On doit à Descartes non seulement l'application de l'Algebre à la *Géométrie*, mais les premiers essais de l'application de la *Géométrie* à la Physique, qui a été poussée si loin dans ces derniers temps. Ces essais qui se voient principalement dans sa *dioptrique*, & dans quelques endroits de ses *météores*, faisoient dire à ce philosophe que toute sa *physique* n'étoit autre chose que *Géométrie* : elle n'en auroit valu que mieux si elle eût eu en effet cet avantage; mais malheureusement la physique de Descartes consistoit plus en hypotheses qu'en calculs; & l'Analyse a renversé depuis la plupart

Digitized by Google

de ſes hypotheſes. Ainſi, la *Géométrie* qui doit tant à Deſcartes, eſt ce qui a nui le plus à ſa phyſique. Mais ce grand homme n'en a pas moins la gloire d'avoir appliqué le premier avec quelque ſuccès la *Géométrie* à la ſcience de la nature; comme il a le mérite d'avoir penſé le premier qu'il y avoit des loix du mouvement, quoiqu'il ſe ſoit trompé ſur ces loix. *Voyez* COMMUNICATION DU MOUVEMENT.

Tandis que Deſcartes ouvroit dans la *Géométrie* une carriere nouvele, d'autres mathématiciens s'y frayoient auſſi des routes à d'autres égards, & préparoient, quoique foiblement, cette *Géométrie* de l'infini, qui, à l'aide de l'Analyſe, devoit faire dans la ſuite de ſi grands progrès. En 1635, deux ans avant la publication de la *Géométrie* de Deſcartes, Bonaventure Cavalieri, religieux italien de l'ordre des Jéſuates, qui ne ſubſiſte plus, avoit donné ſa *géométrie des indiviſibles*: dans cet ouvrage, il conſidere les plans comme formés par des ſuites infinies de lignes, qu'il appele *quantités indiviſibles*, & les ſolides par des ſuites infinies de plans; & par ce moyen, il parvient à trouver la ſurface de certaines figures & la ſolidité de certains corps. Comme l'infini employé à la maniere de Cavalieri étoit alors nouveau en *Géométrie*, & que ce religieux craignoit des contradicteurs, il tâcha d'adoucir ce terme par celui d'*indéfini*, qui au fond ne ſignifioit en cette occaſion que la même choſe. Mal-gré cette eſpece de palliatif, il trouva beaucoup d'adverſaires, mais il eut auſſi des partiſans; ceux-ci en adoptant l'idée de Cavalieri, la rendirent plus exacte, & ſubſtituerent aux lignes qui compoſoient les plans de Cavalieri, des parallélogrammes infiniment petits; aux plans indiviſibles de Cavalieri, des ſolides d'une épaiſſeur infiniment petite: ils conſidérerent les courbes comme des polygones d'une infinité de côtés & parvinrent par ce moyen à trouver la ſurface de certains eſpaces curvilignes, la rectification de certaines courbes, la meſure de certains ſolides, les centres de gravité des uns & des autres: Grégoire de Saint Vincent, & ſur-tout Paſcal, ſe diſtinguerent l'un & l'autre en ce genre; le premier, dans ſon traité intitulé *quadratura circuli & hyperbolæ*, 1647, où il mêla à quelques paralogiſmes de très-beaux théorêmes; & le ſecond, par ſon traité *de la roulette ou cycloïde* (*Voyez* CICLOIDE) qui paroît avoir demandé les plus grands éforts d'eſprit; car on n'avoit point encore trouvé le moyen de rendre la *Géométrie* de l'infini beaucoup plus facile en y appliquant le calcul.

Cependant le moment de cette heureuſe découverte approchoit; Fermat imagina le premier la méthode des tangentes par les différences: Barrow la perfectiona en imaginant ſon petit triangle différentiel, & en ſe ſervant du calcul analytique, pour découvrir le raport des petits côtés de ce triangle, & par ce moyen la ſous-tangente des courbes. *Voyez* DIFFÉRENTIEL.

D'un autre côté, on fit réflexion que les plans ou ſolides infiniment petits, dont les ſurfaces ou les ſolides pouvoient être ſuppoſés formés, croiſſoient ou décroiſſoient dans chaque ſurface ou ſolide, ſuivant différentes loix; & qu'ainſi la recherche de la meſure de ces ſurfaces ou de ces ſolides ſe réduiſoit à connoître la ſomme d'une ſérie ou ſuite infinie de quantités croiſſantes ou décroiſſantes. On s'appliqua donc à la recherche de la ſomme des ſuites; c'eſt ce qu'on appela l'*arithmétique des infinis*; on parvint à en ſommer pluſieurs, & on appliqua aux figures géométriques les réſultats de cette méthode. Wallis, Mercator, Brouncker, Jacques Grégori, Huyghens, & quelques autres ſe ſignalerent en ce genre; ils firent plus; ils réduiſirent certains eſpaces & certains arcs de courbes en ſéries convergentes, c'eſt-à-dire, dont les termes alloient toujours en diminuant; & par-là ils donnerent le moyen de trouver la valeur de ces eſpaces & de ces arcs, ſinon exactement, au moins par approximation: car on approchoit d'autant plus de la vraie valeur, qu'on prenoit un plus grand nombre de termes de la ſuite ou ſérie infinie qui l'exprimoit. *Voy.* SUITE, SÉRIE, APPROXIMATION, *&c.*

Tous les matériaux du calcul différentiel étoient prêts, il ne reſtoit plus que le dernier pas à faire. M. Léibnitz publia le premier en 1684 les regles de ce calcul, que M. Newton avoit déja trouvées de ſon côté: nous avons diſcuté, au *mot* DIFFÉRENTIEL, la queſtion, ſi Léibnitz peut être regardé comme inventeur. Les illuſtres freres Bernoulli trouverent les démonſtrations des regles données par Léibnitz; & Jean Bernoulli y ajouta, quelques années après, la méthode de différencier les quantités exponentieles. *Voyez* EXPONENTIEL.

M. Newton n'a pas moins contribué au progrès de la *Géométrie* pure, par deux autres ouvrages; l'un eſt ſon traité *quadratura curvarum*, où il enſeigne la maniere de carrer les courbes par le calcul intégral, qui eſt l'inverſe du différentiel, ou de réduire la quadrature des courbes, lorſque cela eſt poſſible, à celle d'autres courbes plus ſimples, principalement du cercle & de l'hyperbole: le ſecond ouvrage eſt ſon *enumeratio linearum tertii ordinis*, où appliquant heureuſement le calcul aux courbes dont l'équation eſt du troiſieme degré, il diviſe ces courbes en genres & eſpeces & en fait l'énumération. *Voyez* COURBE.

Mais ces écrits, quelque admirables qu'ils ſoient; ne ſont rien, pour ainſi dire, en comparaiſon de l'immortel ouvrage du même auteur, intitulé, *Philoſophiæ naturalis principia mathematica*, qu'on peut regarder comme l'application la plus étendue, la plus admirable & la plus heureuſe qui ait jamais été faite de la *Géométrie*, à la Phyſique: ce livre eſt aujourd'hui trop connu pour que nous entrions dans un plus grand détail; il a été l'époque d'une révolution dans la Phyſique: il a fait de cette ſcience une ſcience nouvele, toute fondée ſur l'obſervation, l'expérience & le calcul. *Voyez* NEWTONIANISME, GRAVITATION, AT-

Digitized by Google

traction, *&c.* Nous ne parlons point de l'*optique* du même auteur, ouvrage non moins digne d'éloges, mais qui n'appartient point à cet article, ni de quelques autres écrits géométriques moins conſidérables, mais tous de la premiere force, tous brillans de ſagacité & d'invention; comme ſon *analyſis per æquationes numero terminorum infinitas*; ſon *analyſis per æquationum ſeries, fluxiones & differentias*; ſa *méthode des fluxions*; ſa *méthode différentielle*, &c. Quand on conſidere ces monumens immortels de génie de leur auteur, & quand on ſonge que ce grand homme avoit fait à vingt-quatre ans ſes principales découvertes, on eſt preſque tenté de ſouſcrire à ce que dit Pope, que la ſagacité de Newton étona les intelligences céleſtes, & qu'ils le regarderent comme un être moyen entre l'homme & elles: on eſt du moins bien fondé à s'écrier, *homo homini quid præſtat!* qu'il y a de diſtance entre un homme & un autre!

L'édifice élevé par Newton à cette hauteur immenſe, n'étoit pourtant pas encore achevé; le calcul intégral a été depuis extrêmement augmenté par MM. Bernoulli, Cotes, Maclaurin, *&c.* & par les mathématiciens qui ſont venus après eux. *Voyez* Intégral. On a fait des applications encore plus ſubtiles, &, ſi on l'oſe dire, plus difficiles, plus heureuſes & plus exactes de la *Géométrie* à la Phyſique. On a beaucoup ajouté à ce que Newton avoit commencé ſur le ſyſtême du monde: c'eſt ſur-tout quant à cette partie qu'on a corrigé & perfectioné ſon grand ouvrage des *Principes mathématiques*. La plupart des mathématiciens qui ont contribué à enrichir ainſi la *Géométrie* par leurs découvertes, & à l'appliquer à la Phyſique & à l'Aſtronomie, étant aujourd'hui vivans, & nous-mêmes ayant peut-être eu quelque part à ces travaux, nous laiſſerons à la poſtérité le ſoin de rendre à chacun la juſtice qu'il mérite: & nous terminerons ici cette petite hiſtoire de la *Géométrie*; ceux qui voudront s'en inſtruire plus à fond, pourront conſulter les divers auteurs qui ont écrit ſur ce ſujet. Parmi ces auteurs il en eſt qui ne ſont pas toujours exacts, entr'autres Wallis, que ſa partialité en faveur des Anglois doit faire lire avec précaution, *voyez* Algebre. Mais nous croyons qu'on trouvera tout ce qu'on peut déſirer ſur cet ſujet dans l'*hiſtoire des Mathématiques* que prépare M. de Montucla, de l'académie royale des Sciences & des Belles Lettres de Pruſſe, déja connu par ſon *hiſtoire de la quadrature du cercle*, publiée en 1754, & que nous avons citée au *mot* Duplication.

L'hiſtoire abrégée que nous venons de donner, eſt plus que ſuffiſante dans un ouvrage tel que le nôtre, où nous devons principalement nous attacher à faire connoître les inventeurs, non les inventeurs en détail à qui la *Géométrie* doit quelques propoſitions particulieres & iſolées, mais les eſprits vraiment créateurs, les inventeurs en grand qui ont ouvert des routes, perfectioné l'inſtrument des découvertes, & imaginé des méthodes. Au reſte, en finiſſant cette hiſtoire, nous ne pouvons nous diſpenſer de remarquer à l'honneur de notre nation, que ſi la *Géométrie* nouvele eſt principalement due aux Anglois & aux Allemands, c'eſt aux François qu'on eſt redevable des deux grandes idées qui ont conduit à la trouver. On doit à Deſcartes l'application de l'Algebre à la *Géométrie*, ſur laquelle le calcul différentiel eſt fondé; & à Fermat, la premiere application du calcul aux quantités différentielles, pour trouver les tangentes: la *Géométrie* nouvele n'eſt que cette derniere méthode généraliſée. Si on ajoute à cela ce que les François actuellement vivans, ont fait en *Géométrie*, on conviendra peut-être que cette ſcience ne doit pas moins à notre nation qu'aux autres.

Objet de la Géométrie. Nous prierons d'abord le lecteur de ſe rapeler ce que nous avons dit ſur ce ſujet dans le *Diſcours préliminaire*. Nous commençons par conſidérer les corps avec toutes leurs propriétés ſenſibles; nous faiſons enſuite peu à peu & par l'eſprit, la ſéparation, l'abſtraction de ces différentes propriétés; & nous en venons à conſidérer les corps comme des portions d'étendue pénétrables, diviſibles, & figurées. Ainſi, le corps géométrique n'eſt proprement qu'une portion d'étendue terminée en tous ſens. Nous conſidérons d'abord & comme d'une vue générale, cette portion d'étendue quant à ſes trois dimenſions; mais enſuite, pour en déterminer plus facilement les propriétés, nous y conſidérons d'abord une ſeule dimenſion, c'eſt-à-dire, la longueur, puis deux dimenſions, c'eſt-à-dire, la ſurface, enfin les trois dimenſions enſemble, c'eſt-à-dire, la ſolidité: Ainſi, les propriétés des lignes, celles des ſurfaces & celles des ſolides, ſont l'objet & la diviſion naturele de la *Géométrie*.

C'eſt par une ſimple abſtraction de l'eſprit, qu'on conſidere les lignes comme ſans largeur, & les ſurfaces comme ſans profondeur: la *Géométrie* enviſage donc les corps dans un état d'abſtraction où ils ne ſont pas réellement; les vérités qu'elle découvre & qu'elle démontre ſur les corps, ſont donc des vérités de pure abſtraction, des vérités hypothétiques; mais ces vérités n'en ſont pas moins utiles. Dans la nature, par exemple, il n'y a point de cercle parfait; mais, plus un cercle approchera de l'être, plus il approchera d'avoir exactement & rigoureuſement les propriétés du cercle parfait que la *Géométrie* démontre; & il peut en approcher aſſez exactement pour avoir toutes ces propriétés, ſi non en rigueur, au moins à un degré ſuffiſant pour notre uſage.

On connoît en *Géométrie* pluſieurs courbes qui s'approchent continuélement d'une ligne droite ſans jamais la rencontrer, mais qui étant tracées ſur le papier, ſe confondent ſenſiblement avec cette ligne droite au bout d'un aſſez petit eſpace, *voyez* Asymptote; il en eſt de même des vérités géométriques. Elles ſont en quelque maniere la li-

Digitized by Google

mite, &, ſi l'on peut parler ainſi, l'*aſymptote* des vérités phyſiques, le terme dont celles-ci peuvent approcher auſſi près qu'on veut, ſans jamais y ariver exactement. Mais, ſi les théorêmes mathématiques n'ont pas exactement lieu dans la nature, ces théorêmes ſervent du moins à trouver avec une préciſion ſuffiſante pour la pratique, la diſtance inacceſſible d'un lieu à un autre, la meſure d'une ſurface donnée, le toiſé d'un ſolide; à calculer le mouvement & la diſtance des aſtres; à prédire les phénomenes céleſtes. Pour démontrer des vérités en toute rigueur, lorſqu'il eſt queſtion de la figure des corps, on eſt obligé de conſidérer ces corps dans un état de perfection abſtraite qu'ils n'ont pas réellement: en effet, ſi on ne s'aſſujétit pas, par exemple, à regarder le cercle comme parfait, il faudra autant de théorêmes différens ſur le cercle, qu'on imaginera de figures différentes plus ou moins approchantes du cercle parfait; & ces figures elles-mêmes pourront être encore abſolument hypothétiques & n'avoir point de modele exiſtant dans la nature. Les lignes qu'on conſidere en *Géométrie*, ne ſont ni parfaitement droites, ni parfaitement courbes; les ſurfaces ne ſont ni parfaitement planes, ni parfaitement curvilignes: mais plus elles approcheront de l'être, plus elles approcheront d'avoir les propriétés qu'on démontre des lignes exactement droites ou courbes, des ſurfaces exactement planes ou curvilignes. Ces réflexions ſuffiront, ce me ſemble, pour répondre à deux eſpeces de cenſeurs de la *Géométrie*: les uns, ce ſont les Sceptiques, accuſent les théorêmes mathématiques de fauſſeté, comme ſuppoſant ce qui n'exiſte pas réellement, des lignes ſans largeur, des ſurfaces ſans profondeur: les autres, ce ſont les phyſiciens ignorans en Mathématiques, regardent les vérités de *Géométrie* comme fondées ſur des hypotheſes inutiles, & comme des jeux d'eſprit qui n'ont point d'application.

Diviſion de la Géométrie. On peut diviſer la *Géométrie* de différentes manieres.

1°. En élémentaire & en tranſcendante. La *Géométrie* élémentaire ne conſidere que les propriétés des lignes droites, des lignes circulaires, des figures & des ſolides les plus ſimples, c'eſt-à-dire, des figures rectilignes ou circulaires, & des ſolides terminés par ces figures. Le cercle eſt la ſeule figure curviligne dont on parle dans les élémens de *Géométrie*; la ſimplicité de ſa deſcription, la facilité avec laquelle les propriétés du cercle s'en déduiſent, & la néceſſité de ſe ſervir du cercle pour différentes opérations très-ſimples, comme pour élever une perpendiculaire, pour meſurer un angle, *&c.* toutes ces raiſons ont déterminé à faire entrer le cercle & le cercle ſeul dans les élémens de *Géométrie*. Cependant quelques courbes, comme la parabole, ont une équation plus ſimple que celle du cercle; d'autres comme l'hyperbole équilatere, ont une équation auſſi ſimple, *voyez* ÉQUATION & COURBE: mais leur deſcription eſt beaucoup moins facile que celle du cercle, & leurs propriétés moins aiſées à déduire. On peut raporter auſſi à la *Géométrie* élémentaire la ſolution des problêmes du ſecond degré par la ligne droite & par le cercle. *Voyez* CONSTRUCTION, COURBE & EQUATION.

La *Géométrie* tranſcendante eſt proprement celle qui a pour objet toutes les courbes différentes du cercle, comme les ſections coniques & les courbes d'un genre plus élevé. *Voyez* COURBE.

Cette *Géométrie* s'occupe auſſi de la ſolution des problêmes du troiſieme & quatrieme degré & des degrés ſupérieurs. Les premiers ſe réſolvent, comme l'on ſait, par le moyen de deux ſections coniques, ou plus ſimplement & en général, par le moyen d'un cercle & d'une parabole; les autres ſe réſolvent par des lignes du troiſieme ordre & au delà. *Voyez* COURBE, *& les art. déja cités*. La partie de la *Géométrie* tranſcendante qui applique le calcul différentiel & intégral à la recherche des propriétés des courbes, eſt celle qu'on appele plus proprement *Géométrie tranſcendante*, & qu'on pourroit nommer avec quelques auteurs modernes *Géométrie ſublime*, pour la diſtinguer non ſeulement de la *Géométrie* élémentaire, mais de la *Géométrie* des courbes qui n'emploie pas les calculs différentiel & intégral, & qui ſe borne ou à la ſynthèſe des anciens, ou à la ſimple application de l'analyſe ordinaire. Par là on auroit trois diviſions de la *Géométrie*; *Géométrie élémentaire* ou des lignes droites & du cercle; *Géométrie tranſcendante* ou des courbes; & *Géométrie ſublime* ou des nouveaux calculs.

2°. On diviſe auſſi la *Géométrie* en ancienne & en moderne. On entend par *Géométrie ancienne*, ou celle qui n'emploie point le calcul analytique, ou celle qui emploie le calcul analytique ordinaire, ſans ſe ſervir des calculs différentiel & intégral; & par *Géométrie moderne*, on entend ou celle qui emploie l'analyſe de Deſcartes dans la recherche des propriétés des courbes, ou celle qui ſe ſert des nouveaux calculs. Ainſi, la *Géométrie*, en tant qu'elle ſe borne à l'analyſe ſeule de Deſcartes, eſt ancienne ou moderne, ſuivant les raports ſous leſquels on la conſidere; moderne par raport à celle d'Apollonius & d'Archimede, qui n'emploient point le calcul; ancienne, par raport à la *Géométrie* que nous avons nommée *ſublime*, que Léibnitz & Newton nous ont appriſe, & que leurs ſucceſſeurs ont perfectionée.

Des élémens de Géométrie. On a donné au *mot* ÉLÉMENS DES SCIENCES, des principes qui s'appliquent naturélement aux élémens de *Géométrie:* on y a même traité des queſtions qui ont un raport particulier à ces élémens; par exemple, ſi on doit ſuivre dans les élémens d'une ſcience l'ordre des inventeurs; ſi on doit préférer la facilité à la rigueur exacte, *&c.* c'eſt pourquoi nous renvoyons à *l'article* ÉLÉMENS. Ajoutons ici quelques réfle-

Digitized by Google

xions qui pouront n'être pas inutiles, ſur la maniere de traiter les *élémens de Géométrie*.

Nous obſerverons d'abord, & ceci eſt une remarque peu importante, mais utile, que la diviſion ordinaire de la *Géométrie* élémentaire en longimétrie, planimétrie & ſtéréométrie, n'eſt point exacte, à parler à la rigueur, puiſqu'on y meſure non ſeulement des lignes droites, des plans, & des ſolides, mais auſſi des lignes circulaires & des ſurfaces ſphériques: mais nous ne pouvons qu'approuver la diviſion naturele de la *géométrie* élémentaire en *géométrie* des lignes droites & des lignes circulaires, *géométrie* des ſurfaces, *géométrie* des ſolides.

On peut voir au *mot* Courbe, ce que nous penſons ſur la meilleure définition poſſible de la ligne droite & de la ligne courbe. Quoique la ligne droite ſoit plus ſimple que la circulaire, cependant il eſt à propos de traiter de l'une & de l'autre enſemble & non ſéparément, dans des élémens de *géométrie*; parce que les propriétés de la ligne circulaire ſont d'une utilité infinie pour démontrer d'une maniere ſimple & facile ce qui regarde les lignes droites comparées entr'elles quant à leur poſition. La meſure d'un angle eſt un arc de cercle décrit du ſommet de l'angle comme rayon. On a vu au *mot* Degré, pourquoi le cercle eſt la meſure naturele des angles. Cela vient de l'uniformité des parties & de la courbure du cercle; & quand on dit que la meſure d'un angle eſt un arc de cercle décrit du ſommet, cela ſignifie ſeulement que ſi deux angles ſont égaux, les arcs décrits de leur ſommet & du même rayon ſeront égaux: de même, quand on dit qu'un angle eſt double d'un autre, cela ſignifie ſeulement que l'arc décrit du ſommet de l'un eſt double de l'arc décrit du ſommet de l'autre: car l'angle n'étant, ſuivant ſa définition, qu'une ouverture ſimple, & non pas une étendue, on ne peut pas dire proprement & abſtraction faite de toute conſidération d'étendue qu'un angle ſoit double d'un autre; parce que cela ne ſe peut dire que d'une quantité comparée à une autre quantité homogene, & que l'ouverture de deux lignes n'ayant point de parties, n'eſt pas proprement une quantité. Quand on dit de même qu'un angle à la circonférence du cercle a pour meſure la moitié de l'arc compris entre ſes côtés, cela ſignifie que cet angle eſt égal à un angle dont le ſommet ſeroit au centre, & qui renfermeroit la moitié de cet arc; & ainſi du reſte.

Ces petites obſervations ne ſeront pas inutiles pour donner aux commençans des notions diſtinctes ſur la meſure des angles, & pour leur faire ſentir, ainſi que nous l'avons dit au *mot* Élémens, quel eſt le véritable ſens qu'on doit donner à certaines façons de parler abrégées dont on ſe ſert dans chaque ſcience, & que les inventeurs ont imaginées pour éviter les circonlocutions.

La propoſition très-ſimple ſur la meſure des angles par un arc décrit de leur ſommet, étant jointe au principe de la ſuperpoſition, peut ſervir, ſi je ne me trompe, à démontrer toutes les propoſitions qui ont raport à la *Géométrie* élémentaire des lignes. Le principe de la ſuperpoſition n'eſt point, comme le diſent quelques géometres modernes, un principe méchanique & groſſier; c'eſt un principe rigoureux, clair, ſimple & tiré de la vraie nature de la choſe. Quand on veut démontrer, par exemple, que deux triangles, qui ont des baſes égales & les angles à la baſe égaux, ſont égaux en tout, on emploie le principe de ſuperpoſition avec ſuccès: de l'égalité ſuppoſée des baſes & des angles, on conclut avec raiſon que ces baſes & ces angles appliqués les uns ſur les autres, coïncideront; enſuite de la coïncidence de ces parties, on conclut évidemment & par une conſéquence néceſſaire, la coïncidence du reſte, & par conſéquent l'égalité & la ſimilitude parfaite des deux triangles: ainſi, le principe de la ſuperpoſition ne conſiſte pas à appliquer groſſiérement une figure ſur une autre, pour en conclure l'égalité des deux, comme un ouvrier applique ſon pied ſur une longueur pour la meſurer: mais ce principe conſiſte à imaginer une figure tranſportée ſur une autre, & à conclure, 1°. de l'égalité ſuppoſée des parties données, la coïncidence de ces parties: 2°. de cette coïncidence, la coïncidence du reſte, & par conſéquent l'égalité totale & la ſimilitude parfaite des deux figures. On peut, par la même raiſon, employer le principe de la ſuperpoſition à prouver que deux figures ne ſont pas les mêmes. Au reſte, par ſuperpoſition j'entends ici non ſeulement l'application d'une figure ſur une autre, mais celle d'une partie d'une figure ſur une autre partie de la même figure, à deſſein de les comparer entr'elles; & cette derniere maniere d'employer le principe de la ſuperpoſition eſt d'un uſage infini & très-ſimple dans les élémens de *géométrie*. *Voyez* Congruence.

Après avoir traité de la *géométrie* des lignes conſidérées par raport à leur poſition, je crois qu'on doit traiter de la *géométrie* des lignes conſidérées, quant au raport qu'elles peuvent avoir entr'elles. Elle eſt toute fondée ſur ce théorême, qu'une ligne parallele à la baſe d'un triangle en coupe les côtés proportionellement. Pour cela, il ſuffit de montrer que, ſi cette parallele paſſe par le point de milieu d'un des côtés, elle paſſera par le point de milieu de l'autre; car on ſera voir enſuite aiſément que les parties coupées ſont toujours proportioneles, quand la partie coupée ſera commenſurale à la ligne entiere; & quand elle ne le ſera pas, on démontrera la même propoſition par la réduction à l'abſurde, en faiſant voir que le raport ne peut être ni plus grand, ni plus petit, & qu'ainſi il eſt égal. Nous diſons *par la réduction à l'abſurde*, car on ne peut démontrer que de cette maniere, & non d'une maniere directe, la plupart des propoſitions qui regardent les incommenſurables. L'idée de l'infini entre au moins

Digitized by Google

implicitement dans la notion de ces ſortes de quantités ; & comme nous n'avons qu'une idée négative de l'infini, c'eſt-à-dire, que nous ne le concevons que par la négation du fini, on ne peut démontrer directement & *a priori* tout ce qui concerne l'infini mathématique. *Voy.* DÉMONSTRATION, INFINI & INCOMMENSURABLE. Nous ne faiſons qu'indiquer ce genre de démonſtration, mais il y en a tant d'exemples dans les ouvrages de *géométrie*, que les mathématiciens tant ſoit peu exercés nous comprendront aiſément. Pour éviter la difficulté des incommenſurables, on démontre ordinairement la propoſition dont il s'agit, en ſuppoſant que deux triangles de même hauteur ſont entr'eux comme leurs baſes. Mais cette derniere propoſition elle-même, pour être démontrée en rigueur, ſuppoſe qu'on ait parlé des incommenſurables. D'ailleurs elle ſuppoſe la meſure des triangles, & par conſéquent la *géométrie* des ſurfaces, qui eſt d'une ordre ſupérieur à la *géométrie* des lignes. C'eſt donc s'écarter de la généalogie naturele des idées, que de s'y prendre ainſi. On dira peut-être que la conſidération des incommenſurables rendra la *géométrie* élémentaire plus difficile, cela ſe peut ; mais ils entrent néceſſairement dans cette *géométrie* ; il faut y venir tôt ou tard, & le plutôt eſt le mieux, d'autant plus que la théorie des proportions des lignes amene naturélement cette conſidération. Toute la théorie des incommenſurables ne demande qu'une ſeule propoſition, qui concerne les limites des quantités ; ſavoir, que les grandeurs, qui ſont la limite d'une même grandeur, ou les grandeurs qui ont une même limite, ſont égales entr'elles (*Voyez* LIMITE, EXHAUSTION & DIFFÉRENTIEL) ; principe d'un uſage univerſel *en Géométrie*, & qui par conſéquent doit entrer dans les élémens de cette ſcience, & s'y trouver preſque dès l'entrée.

La *géométrie* des ſurfaces ſe réduit à leur meſure, & cette meſure eſt fondée ſur un ſeul principe, celui de la meſure du parallélogramme rectangle qu'on ſait être le produit de ſa hauteur par ſa baſe. Nous avons expliqué, à la fin du *mot* ÉQUATION, ce que cela ſignifie, & la maniere dont cette propoſition doit être énoncée dans les élémens, pour ne laiſſer, dans l'eſprit, aucun nuage. De la meſure du parallélogramme rectangle ſe tire celle des autres parallélogrammes, celle des triangles qui en ſont la moitié, comme le principe de la ſuperpoſition peut le faire voir ; enfin celle de toutes les figures planes rectilignes, qui peuvent être regardées comme compoſées de triangles. À l'égard de la meſure du cercle, le principe des limites ou d'exhauſtion ſervira à la trouver. Il ſuffira, pour cela, de faire voir que le produit de la circonférence par la moitié du rayon eſt la limite de l'aire des polygones inſcrits & circonſcrits ; & comme l'aire du cercle eſt auſſi évidemment cette limite, il s'enſuit que l'aire du cercle eſt le produit de la circonférence par la moitié du rayon, ou du rayon par la moitié de la circonférence. *Voyez* CERCLE & QUADRATURE.

On peut raprocher la théorie de la proportion des lignes de la théorie des ſurfaces par ce théorême, que quand quatre lignes ſont proportionneles, le produit des extrêmes eſt égal au produit des moyenes ; théorême qu'on peut démontrer par la *géométrie* ſans aucun calcul algébrique ; car le calcul algébrique ne facilite en rien les élémens de *géométrie*, & par conſéquent ne doit pas y entrer. En raprochant la théorie des proportions de celle des ſurfaces, on peut faire voir comment ces deux théories priſes ſéparément s'acordent à démontrer différentes propoſitions, par exemple, celle du carré de l'hypoténuſe. Ce n'eſt pas une choſe auſſi inutile qu'on pouroit le penſer, de démontrer ainſi de différentes manieres dans des élémens de *géométrie*, certaines propoſitions principales ; par ce moyen, l'eſprit s'étend & ſe fortifie en voyant de quelle maniere on fait rentrer les vérités les unes dans les autres.

Dans la *géométrie* des ſolides, on ſuivra la même méthode que dans celle des ſurfaces : on réduira tout à la meſure du parallélépipede rectangle ; la ſeule difficulté ſe réduira à prouver qu'une pyramide eſt le tiers d'un parallélépipede de même baſe & de même hauteur. Pour cela, on fera voir d'abord, ce qui eſt très-facile par la méthode d'exhauſtion, que les pyramides de même baſe & de même hauteur ſont égales ; enſuite, ce qui ſe peut faire de différentes manieres, comme on le peut voir dans divers élémens de *géométrie*, on prouvera qu'une certaine pyramide déterminée eſt le tiers d'un priſme de même baſe & de même hauteur ; il ne reſtera plus de difficulté. Par ce moyen, on aura la meſure de tous les ſolides terminés par des figures planes. Il ne reſtera plus qu'à appliquer à la ſurface & à la ſolidité de la ſphere, les propoſitions trouvées ſur la meſure des ſurfaces & des ſolides ; c'eſt de quoi on viendra aiſément à bout par la méthode d'exhauſtion, comme on a fait pour la meſure du cercle ; peut-être même pouroit-on, pour plus d'ordre & de méthode, traiter de la ſurface ſphérique dans la *géométrie* des ſurfaces.

Nous ne devons pas oublier ici une obſervation importante. Le principe de la méthode d'exhauſtion eſt ſimple (*Voyez* EXHAUSTION) ; mais ſon application peut quelquefois rendre les démonſtrations longues & compliquées. Ainſi, il ne ſeroit peut-être pas mal-à-propos de ſubſtituer le principe des infiniment petits à celui d'exhauſtion, après avoir montré l'identité de ces deux principes, & avoir remarqué que le premier n'eſt qu'une façon abrégée d'exprimer le ſecond ; car c'eſt en effet tout ce qu'il eſt, n'y ayant, dans la nature, ni infinis actuels, ni infiniment petits. *Voyez* INFINI, DIFFÉRENTIEL, EXHAUSTION & LIMITE. Par ce moyen, la facilité des démonſtrations ſera plus grande, ſans que la rigueur y perde rien.

Voilà

Digitized by Google

Voilà, ce me semble, le plan qu'on peut suivre en traitant de la *géométrie élémentaire*. Ce plan, & les réflexions générales que nous avons faites à la fin du mot ELÉMENS DES SCIENCES, suffisent pour faire sentir qu'il n'y a aucun géometre au dessus d'une pareille entreprise; qu'elle ne peut même être bien exécutée que par des mathématiciens du premier ordre; & qu'enfin, pour faire d'excellens élémens de *géométrie*, Descartes, Newton, Leibnitz, Bernoulli, *&c.* n'eussent pas été de trop. Cependant il n'y a peut-être pas de science sur laquelle on ait tant multiplié les élémens, sans compter ceux que l'on nous donnera sans doute encore. Ces élémens sont pour la plupart l'ouvrage de mathématiciens médiocres, dont les connoissances, en *géométrie*, ne vont pas souvent au delà de leur livre, & qui, par cela même, sont incapables de bien traiter cette matiere. Ajoutez qu'il n'y a presque pas d'auteur d'elémens de *géométrie*, qui, dans sa préface, ne dise plus ou moins de mal de tous ceux qui l'ont précédé. Un ouvrage en ce genre, qui seroit au gré de tout le monde, est encore à faire; mais c'est peut-être une entreprise chimérique que de croire pouvoir faire au gré de tout le monde un pareil ouvrage. Tous ceux qui étudient la *géométrie* ne l'étudient pas dans les mêmes vues: les uns veulent se borner à la pratique; &, pour ceux-là, un bon traité de *géométrie pratique* suffit, en y joignant, si l'on veut, quelques raisonnemens qui éclairent les opérations *jusqu'à* un certain point, & qui les empêchent d'être bornées à une aveugle routine: d'autres veulent avoir une teinture de *géométrie élémentaire* spéculative, sans prétendre pousser cette étude plus loin; & pour ceux-là il n'est pas nécessaire de mettre une si grande rigueur dans les élémens; on peut supposer comme vraies plusieurs propositions, dont la vérité s'aperçoit assez d'elle-même, & qu'on démontre dans les élémens ordinaires. Il est enfin des étudians qui n'ont pas la force d'esprit nécessaire pour embrasser à la fois les différentes branches d'une démonstration compliquée; & il faut à ceux-là des démonstrations plus faciles, dussent-elles être moins rigoureuses. Mais, pour les esprits vraiment propres à cette science, pour ceux qui sont destinés à y faire des progrès, nous croyons qu'il n'y a qu'une seule maniere de traiter les élémens; c'est celle qui joindra la rigueur à la netteté, & qui, en même temps, mettra sur la voie des découvertes par la maniere dont on y présentera les démonstrations. Pour cela, il faut les montrer, autant qu'il est possible, sous la forme de problêmes à résoudre plutôt que de théorêmes à prouver, pourvu que, d'un autre côté, cette méthode ne nuise point à la généalogie naturele des idées & des propositions, & qu'elle n'engage pas à supposer comme vrai, ce qui, en rigueur géométrique, a besoin de preuve.

On a vu au *mot* AXIOME de quelle inutilité ces sortes de principes sont dans toutes les sciences; il est donc très-à-propos de les supprimer dans des élémens de *géométrie*, quoiqu'il n'y en ait presque point où on ne les voie paroître encore. Quel besoin a-t-on des axiômes sur le tout & sur la partie, pour voir que la moitié d'une ligne est plus petite qu'une ligne entiere? A l'égard des définitions, quelque nécessaires qu'elles soient dans un pareil ouvrage, il nous paroît peu philosophique & peu conforme à la marche naturele de l'esprit de les présenter d'abord brusquement & sans une espece d'analyse; de dire, par exemple, *la surface est l'extrémité d'un corps, laquelle n'a aucune profondeur*. Il vaut mieux considérer d'abord le corps tel qu'il est, & montrer comment, par des abstractions successives, on en vient à le regarder comme simplement étendu & figuré, &, par de nouveles abstractions, à y considérer successivement la surface, la ligne & le point. Ajoutons ici qu'il se trouve des occasions, sinon dans des élémens, au moins dans un cours complet de *géométrie*, où certaines définitions ne peuvent être bien placées qu'après l'analyse de leur objet. Croit-on, par exemple, qu'une simple définition de l'Algebre en donnera l'idée à celui qui ignore cette science? Il seroit donc à propos de commencer un traité d'Algebre par expliquer clairement la marche, suivant laquelle l'esprit est parvenu ou peut parvenir à en trouver les regles; & on finiroit ainsi l'ouvrage: *la science que nous venons d'enseigner est ce qu'on appele Algebre*. Il en est de même de l'application de l'Algebre à la *Géométrie*, & du calcul différentiel & intégral, dont on ne peut bien saisir la vraie définition, qu'après en avoir compris la métaphysique & l'usage.

Revenons aux élémens de *géométrie*. Un inconvénient peut-être plus grand que celui de s'écarter de la rigueur exacte que nous y recommandons, seroit l'entreprise chimérique de vouloir y chercher une rigueur imaginaire. Il faut y supposer l'étendue telle que tous les hommes la conçoivent, sans se mettre en peine des difficultés des sophistes sur l'idée que nous nous en formons, comme on supposa en méchanique le mouvement, sans répondre aux objections de Zenon d'Elée. Il faut supposer, par abstraction, les surfaces planes & les lignes droites, sans se mettre en peine d'en prouver l'existence, & ne pas imiter un géometre moderne, qui, par la seule idée d'un fil tendu, croit pouvoir démontrer les propriétés de la ligne droite, indépendamment du plan, & qui ne se permet pas cette hypothese, qu'on peut imaginer une ligne droite menée d'un point à un autre sur une surface plane; comme si l'idée d'un fil tendu, pour représenter une ligne droite, étoit plus simple & plus rigoureuse que l'hypothese en question; ou plutôt comme si cette idée n'avoit pas l'inconvénient de représenter par une image physique grossiere & imparfaite, une hypothese abstraite & mathématique.

Géométrie transcendante ou des courbes. Cette

géométrie suppoſe le calcul algébrique. *Voyez* ALGEBRE & MATHÉMATIQUES. On doit la commencer par la ſolution des problêmes du ſecond degré au moyen de la ligne droite & du cercle; & cette théorie peut produire beaucoup de remarques importantes & curieuſes ſur les racines poſitives & négatives, ſur la poſition des lignes qui les expriment, ſur les différentes ſolutions dont un problême eſt ſuſceptible. *Voyez au mot* ÉQUATION la plupart de ces remarques, qui ne ſe trouvent pas dans les traités de *géométrie* ordinaires, *voyez auſſi* RACINE. On paſſera de là aux ſections coniques; la meilleure maniere & la plus courte de les traiter dans un ouvrage de *géométrie* (qui ne ſe borne pas à cette ſeule matiere), eſt, ce me ſemble, d'employer la méthode analytique que nous avons indiquée à la fin de l'*article* CONIQUE, de les regarder comme des courbes du premier genre ou lignes du ſecond ordre, & de les diviſer en eſpeces, ſuivant ce qui en a été dit à l'article cité & *au mot* COURBE. Quand on aura trouvé l'équation la plus ſimple de la parabole, celle de l'ellipſe & celle de l'hyperbole, on ſera voir enſuite très-aiſément que ces courbes s'engendrent dans le cône, & de quelle maniere elles s'y engendrent. Cette formation des ſections coniques dans le cône ſeroit peut-être la maniere dont on devroit les enviſager d'abord, ſi on ſe bornoit à faire un traité de ces courbes; mais elles doivent entrer dans un cours de *géométrie* ſous un point de vue plus général. On terminera le traité des ſections coniques par la ſolution des problêmes du troiſieme & du quatrieme degré, au moyen de ces courbes; ſur quoi *voyez* CONSTRUCTION & ÉQUATION.

La théorie des ſections coniques doit être précédée d'un traité, qui contiendra les principes généraux de l'application de l'Algebre aux lignes courbes. *Voyez* COURBE. Ces principes généraux conſiſteront, 1°. à expliquer comment on repréſente, par une équation, le raport des abſciſſes aux ordonées; 2°. comment la réſolution de cette équation fait connoître le cours de la courbe, ſes différentes branches & ſes aſymptotes; 3°. à donner la maniere de trouver, par le calcul différentiel, les tangentes & les points de *maximum* & de *minimum*; 4°. à enſeigner comment on trouve l'aire des courbes par le calcul intégral: par conſéquent ce traité contiendra les regles du calcul différentiel & intégral, au moins celles qui peuvent être utiles pour abréger un traité des ſections coniques. Quelques géometres ſe récrieront peut-être ici ſur l'emploi que nous voulons faire de ces calculs dans une matiere où l'on peut s'en paſſer; mais nous les renvoierons à ce que nous avons dit ſur ce ſujet au *mot* ELLIPSE. Nous y avons fait voir, par des exemples, combien ces calculs ſont commodes pour abréger les démonſtrations & les ſolutions, & pour réduire à quelques lignes ce qui autrement occuperoit des volumes. Nous avons d'ailleurs donné au *mot* DIFFÉRENTIEL la métaphyſique très-ſimple & très-lumineuſe des nouveaux calculs; & quand on aura bien expliqué cette métaphyſique, ainſi que celle de l'infini géométrique (*Voyez* INFINI), on pourra ſe ſervir des termes d'*infiniment petit* & d'*infini*, pour abréger les expreſſions & les démonſtrations.

En traitant de l'application de l'Algebre aux courbes, on ne repréſente guere que par l'équation entre les coordonées paralleles; mais il eſt encore d'autres formes, quoique moins uſitées, à donner à leur équation. On peut la ſuppoſer, par exemple, entre les rayons de la courbe qui partent d'un centre, & les abſciſſes ou les ordonées correſpondantes; comme auſſi entre ces rayons & la tangente, le ſinus ou la ſécante de l'angle qu'ils forment avec les abſciſſes ou les ordonées; on en voit des exemples au *mot* ELLIPSE. Toutes ces équations dans les courbes géométriques ſont finies & algébriques; mais il en eſt quelquefois qui ſe préſentent ou qui peuvent ſe préſenter ſous une forme différentielle; ce ſont celles, par exemple, dans leſquelles un des membres eſt la différentielle de l'angle formé par le rayon & l'abſciſſe, & l'autre eſt une différentielle de quelque fonction de l'abſciſſion ou du rayon, réductible à un arc de cercle. Par exemple, ſi j'avois cette équation $dz = \frac{-dx}{\sqrt{aa-xx}}$, z étant l'angle entre le rayon & l'abſciſſe, x le rayon, & a la valeur du rayon quand $z = o$, il eſt évident que la courbe eſt géométrique. Car $\frac{-dx}{\sqrt{aa-xx}}$ eſt la différentielle d'un angle dont le co-ſinus eſt x, & le rayon a (*Voyez* CO-SINUS); donc $\frac{x}{a} =$ co-ſinus z; or, ſi on nomme u & y les abſciſſes & ordonées rectangles, on aura $uu+yy = xx$; $x = \sqrt{uu+yy}$; & co-ſin. $z = \frac{u}{\sqrt{uu+yy}}$. C'eſt pourquoi l'équation différentielle $dz = \frac{-dx}{\sqrt{aa-xx}}$, qui paroît ne pouvoir être intégrée que par des arcs de cercle, donnera l'équation en coordonées rectangles $\sqrt{uu+yy} = \frac{au}{\sqrt{uu+yy}}$, qui eſt l'équation d'un cercle dont les coordonées ont leur origine à la circonférence. Il en eſt de même de pluſieurs autres cas ſemblables.

Ces ſortes d'équations méritent qu'on en faſſe une mention expreſſe dans la *géométrie* tranſcen-

Digitized by Google

dante, d'autant qu'elles ſont très-utiles dans la théorie des *trajectoires* ou courbes décrites par des projectiles, *voyez* TRAJECTOIRE, & par conſéquent dans la théorie des orbites des planetes, *voyez* ELLIPSE, KEPLER (*loi de*), PLANETE, & ORBITE. *Voyez auſſi, dans les Mémoires de l'Acad. des Sciences pour l'année* 1710, *un Mémoire* de M. Bernoulli ſur ce dernier ſujet.

Les ſections coniques achevées, on paſſera aux courbes d'un genre ſupérieur; on donnera d'abord la théorie des points multiples, des points d'inflexion, des points de rebrouſſement & de ſerpentement. *Voyez* POINT MULTIPLE, INFLEXION, REBROUSSEMENT, SERPENTEMENT, *&c.* Ces théories ſont fondées en partie ſur le calcul algébrique ſimple, en partie & preſqu'en entier ſur le calcul différentiel; ce n'eſt pas que ce dernier calcul y ſoit abſolument néceſſaire; mais, quoi qu'on en puiſſe dire, il abrege & facilite extrêmement toute cette théorie. On n'oubliera pas la théorie ſi belle & ſi ſimple des développées & des cauſtiques. *Voyez* DÉVELOPÉE, CAUSTIQUE, OSCULATEUR, *&c.* Nous ne pouvons & nous ne faiſons qu'indiquer ici ces différens objets, dont pluſieurs ont déja été traités dans ce Dictionaire, & les autres le ſeront à leurs articles particuliers. *Voyez* TANGENTE, *Maximum*, &c. On entrera enſuite dans le détail des courbes des différens ordres, dont on donnera les claſſes, les eſpeces, & les propriétés principales. *Voyez* COURBE. A l'égard de la quadrature & de la rectification de ces ſortes de courbes, & même de la rectification des ſections coniques, on la remettra à la *Géométrie ſublime*.

Au reſte, en traitant les courbes géométriques, on poura s'étendre un peu plus particuliérement ſur les plus connues, comme le *folium* de Deſcartes, la *concholde*, la *ciſſoïde*, &c. *Voyez ces mots*.

Les courbes méchaniques ſuivront les géométriques. On traitera d'abord des courbes exponentielles, qui ſont comme une eſpece moyene entre les courbes géométriques & les méchaniques. *Voyez* EXPONENTIEL. Enſuite, après avoir donné les principes généraux de la conſtruction des courbes méchaniques, au moyen de leur équation différentielle & de la quadrature des courbes (*Voyez* CONSTRUCTION), on entrera dans le détail des principales & des plus connues, de la *ſpirale*, de la *quadratrice*, de la *cycloïde*, de la *trochoïde*, &c. *Voyez ces mots*.

Telles ſont à peu près les matieres que doit contenir un traité de *géométrie* tranſcendante; nous ne faiſons que les indiquer, & que marquer, pour ainſi dire, les maſſes principales. Un géometre intelligent ſaura trouver de lui-même, & à l'aide des différens articles de ce Dictionaire, les parties qui doivent compoſer chacune de ces maſſes.

Géométrie ſublime. Après le plan que nous avons tracé pour la *géométrie* tranſcendante, on voit que le calcul différentiel & ſes uſages y ſont preſque épuiſés; il ne reſte plus à la *géométrie ſublime* que le calcul intégral, & ſon application à la quadrature & à la rectification des courbes. Ce calcul ſera donc la matiere principale & preſqu'unique de la *géométrie ſublime*. Sur la maniere dont on doit le traiter, *voyez* INTÉGRAL.

Nous terminerons cet article par quelques réflexions générales. On a vu *au mot* APPLICATION des obſervations ſur l'uſage de l'analyſe & de la ſynthèſe en *géométrie*. On nous a fait ſur cet article quelques queſtions qui donneront lieu aux remarques ſuivantes.

1°. Le calcul algébrique ne doit point être appliqué aux propoſitions de la *géométrie* élémentaire, par la raiſon qu'il ne faut employer ce calcul que pour faciliter les démonſtrations, & qu'il ne paroît pas y avoir dans la *géométrie* élémentaire aucune démonſtration qui puiſſe réellement être facilitée par ce calcul. Nous exceptons néanmoins de cette regle la ſolution des problêmes du ſecond degré par le moyen de la ligne droite & du cercle (ſuppoſé qu'on veuille regarder ces problêmes comme appartenant à la *géométrie* élémentaire, & non comme le paſſage de la *géométrie* élémentaire à la tranſcendante); car le calcul algébrique ſimplifie extrêmement la ſolution des queſtions de ce genre, & il abrege même les démonſtrations. Pour s'en convaincre, il ſuffira de jeter les yeux ſur quelques-uns des problêmes du ſecond degré qui ſont réſolus dans l'*application de l'Algebre à la Géométrie* de M. Guiſnée. Après avoir mis un problême en équation, l'auteur tire de cette équation, la conſtruction néceſſaire pour ſatisfaire à l'équation trouvée; & enſuite il démontre ſynthétiquement & à la maniere des anciens, que la conſtruction qu'il a employée tréſout en effet le problême. Or la plupart de ces démonſtrations ſynthétiques ſont aſſez compliquées & fort inutiles, ſi ce n'eſt pour exercer l'eſprit; car il ſuffit de faire voir que la conſtruction ſatisfait à la ſolution de l'équation finale, pour prouver qu'elle donne la ſolution du problême.

2°. Nous croyons qu'il eſt ridicule de démontrer par la ſynthèſe ce qui peut être traité plus ſimplement & plus facilement par l'analyſe, comme les propriétés des courbes, leurs tangentes, leurs points d'inflexion, leurs aſymptotes, leurs branches, leur rectification, & leur quadrature. Les propriétés de la ſpirale que les plus grands mathématiciens ont eu tant de peine à ſuivre dans Archimede, peuvent aujourd'hui ſe démontrer d'un trait de plume. N'y a-t-il donc pas en *géométrie* aſſez de choſes à apprendre, aſſez de difficultés à vaincre, aſſez de découvertes à faire, pour ne pas uſer toutes les forces de ſon eſprit ſur les connoiſſances qu'on peut y acquérir à moins de frais? D'ailleurs, combien de recherches géométriques auxquelles la ſeule analyſe peut atteindre. Les Anglois, grands partiſans de la ſynthèſe, ſur la foi de Newton qui la louoit, & qui s'en ſervoit pour cacher ſa route, en employant l'analyſe pour

Digitized by Google

ſe conduire lui-même, les Anglois, dis-je, ſemblent, par cette raiſon, n'avoir pas fait en *Géométrie*, depuis ce grand homme, tous les progrès qu'on auroit pu attendre d'eux. C'eſt à d'autres nations, aux François & aux Allemands, & ſurtout aux premiers, qu'on eſt redevable des nouveles recherches ſur le ſyſtême du monde, ſur la figure de la terre, ſur la théorie de la lune, ſur la préceſſion des équinoxes, qui ont prodigieuſement étendu l'Aſtronomie phyſique. Qu'on eſſaie d'employer la ſynthеſe à ces recherches, on ſentira combien elle en eſt incapable. Ce n'eſt qu'à des géometres médiocres qu'il appartient de rabaiſſer l'analyſe, comme il n'appartient de décrier un art qu'à ceux qui l'ignorent. On trouve une eſpece de conſolation à taxer d'inutilité ce qu'on ne ſait pas. Nous avons, il eſt vrai, expoſé ailleurs quelques inconvéniens de l'Algebre. *Voyez le mot* ÉQUATION. Si la ſynthеſe peut lever ces inconvéniens dans les cas où ils ont lieu, nous conviendrons qu'on devroit préférer la ſynthеſe à l'analyſe, du moins en ces cas-là; mais nous doutons, pour ne rien dire de plus, que la ſynthеſe ait cet avantage; & ceux qui penſeroient autrement, nous obligeroient de nous défabuſer.

3°. Il y a cette différence en Mathématiques entre l'Algebre & l'Analyſe, que l'Algebre eſt la ſcience du calcul des grandeurs en général, & que l'Analyſe eſt le moyen d'employer l'Algebre à la ſolution des problêmes. Je parle ici de *l'analyſe mathématique*; l'emploi qu'elle fait de l'Algebre pour trouver les inconnues au moyen des connues, eſt ce qui la diſtingue de l'*analyſe logique*, qui n'eſt autre choſe en général que l'art de découvrir ce qu'on ne connoît pas par le moyen de ce qu'on connoît. Les anciens géometres avoient ſans doute dans leurs recherches une eſpece d'analyſe; mais ce n'étoit proprement que l'analyſe logique. Tout algébriſte s'en ſert pour commencer le calcul; mais enſuite le ſecours de l'Algebre facilite extrêmement l'uſage & l'application de cette analyſe à la ſolution des problêmes. Ainſi, quand nous avons dit *au mot* ANALYSE, que l'analyſe *mathématique* enſeigne à réſoudre les problêmes, en les *réduiſant à des équations*, nous croyons avoir donné une définition très-juſte. Ces derniers mots ſont le caractere eſſentiel qui diſtingue l'analyſe mathématique de toute autre; & nous n'avons fait d'ailleurs que nous conformer en cela au langage univerſélement reçu aujourd'hui par tous les géometres algébriſtes.

4°. On peut appeler l'Algebre *géométrie ſymboliquе*, à cauſe des ſymboles dont l'Algebre ſe ſert dans la ſolution des problêmes; cependant le nom de *géométrie métaphyſique* qu'on a donné à l'Algebre (*Voyez* ALGEBRE), paroît lui être du moins auſſi convenable; parce que le propre de la Métaphyſique eſt de généraliſer les idées, & que non ſeulement l'Algebre exprime les objets de la *Géométrie* par des caracteres généraux, mais qu'elle peut faciliter l'application de la *géométrie* à d'autres objets. En effet on peut, par exemple, en Méchanique, repréſenter le raport des parties du temps, par le raport des parties d'une ligne, & le mouvement d'un corps par l'équation d'une courbe, dont les abſciſſes repréſentent les temps, & les ordonnées, les vîteſſes correſpondantes. La *Géométrie*, ſur-tout lorſqu'elle eſt aidée de l'Algebre, eſt donc applicable à toutes les autres parties des Mathématiques, puiqu'en Mathématique, il n'eſt jamais queſtion d'autre choſe, que de comparer des grandeurs entr'elles; & ce n'eſt pas ſans raiſon que quelques géometres philoſophes ont défini la *Géométrie*, la ſcience *de la grandeur en général*, en tant qu'elle eſt repréſentée ou qu'elle peut l'être par des lignes, des ſurfaces, & des ſolides.

Sur l'application de la *Géométrie* aux différentes ſciences, *voyez* APPLICATION, MÉCHANIQUE, OPTIQUE, PHYSIQUE, PHYSICO-MATHÉMATIQUE, *&c.* (*O*).

GÉOMÉTRIE *ſouterraine*. On appele ainſi l'application des principes de la *géométrie* ordinaire à des problêmes qui ont pour objet l'exploitation des mines, tels que la recherche des dimenſions des filons, de leur inclinaiſon à l'horizon, de leur direction relativement aux quatre points cardinaux du monde, &c. *Voyez le Dictionaire de Chimie*.

GÉOMÉTRIQUE, adj. ſe dit de tout ce qui a raport à la Géométrie.

Courbe géométrique, eſt la même choſe que *courbe algébrique*. *Voyez* COURBE.

Conſtruction géométrique. Les anciens géometres ne donnoient le nom de *conſtructions géométriques* qu'à celles qui ſe faiſoient avec le ſecours ſeul de la regle & du compas, ou ce qui revient au même, de la ligne droite & du cercle: mais les géometres modernes, à commencer depuis Deſcartes, prenent pour *géométrique* toute conſtruction qui s'exécute par le moyen d'une courbe *géométrique* quelconque. *Voyez* CONSTRUCTION & COURBE. On appele *géométriques* ces conſtructions, pour les diſtinguer de celles qui s'exécutent par le moyen des courbes méchaniques, & qu'on peut appeler *conſtructions méchaniques*. Au reſte, les conſtructions méchaniques ſont ſouvent plus ſimples & plus faciles que les *conſtructions géométriques*. *Voyez* COURBE.

Pas géométriques, *voyez* PAS.

Proportion & progreſſion géométrique, *voyez* PROPORTION & PROGRESSION.

Eſprit géométrique, voy. *ci-devant* GÉOMÉTRE. (*O*).

GÉOMÉTRIQUEMENT, adv. *d'une maniere géométrique*. Ainſi, on dit, *réſoudre géométriquement un problême*, *raiſoner géométriquement*, &c. (*O*).

GÉOSTATIQUE, ſ. f. (*Méchan.*), eſt la même choſe que *ſtatique* qui eſt aujourd'hui plus uſité. *Voy.* STATIQUE. Ce mot ſignifie la partie de la méchanique qui traite des loix de l'équilibre des corps ſolides; on l'appeloit autrefois ainſi de γῆ, *terre*, & de ἕστημι, *ſto*, je ſuis en repos. Par cette dénomination, on la diſtinguoit de l'*hydroſtatique* qui trait de l'équilibre des fluides, & qui vient de

Digitized by Google

ὕδωρ, *eau*, & de ἵστημι, *ſto*. *Voyez* HYDROSTATIQUE. Ainſi, on repréſentoit les ſolides en général par la terre, & les fluides par l'eau ; le mot *d'hydroſtatique* eſt reſté, & le mot de *géoſtatique*, comme plus impropre, a été changé en celui de *ſtatique* (*O*).

GERBE, (*Aſtron.*) : dans les cartes de conſtellations, données par Bayer, on trouve une *gerbe* de blé à la place de la chevelure de Bérénice, conſtellation ſituée ſur la queue du lion. (*D. L.*)

GIRAFE *ou* CAMELOPARDALIS, (*Aſtr.*) ; conſtellation ſeptentrionale, formée par Bartſchius dans ſon *Planiſpherium ſtellatum*, adoptée par Royer, en 1679 ; elle ſe trouva dans le *grand Atlas* de Flamſtéed, dont les aſtronomes ſe ſervent journellement, dans le planiſphere de Senex, dans celui de M. Robert de Vaugondy ; on l'appele en françois *camélopard*. Cette conſtellation contient trente-deux étoiles, dont les plus belles ſont de quatrieme grandeur. Sa tête eſt ſituée entre la queue du dragon & l'étoile polaire, & elle occupe l'eſpace qui eſt entre la tête de la grande ourſe & caſſiopée ; les pates de derriere ſont entre perſée & le cocher, celles de devant, ſur la tête du cocher & ſur celle du lynx. (*D. L.*)

GLENEA, (*Aſtron.*) ; nom de la belle étoile à l'épaule orientale d'Orion.

GLISSER, v. neut. (*Méchan.*), ſe dit quand un corps ſe meut ſur une ſurface plane, de maniere que la même partie ou le même point du corps touche toujours cette ſurface : c'eſt ce qu'on appele en Méchanique, *ſuperinceſſus radens*.

Si le corps ſe meut ſur une ſurface plane, de maniere qu'il applique ſucceſſivement, à cette ſurface, différentes parties ou différens points, on dit alors que le corps *roule* : il en eſt de même s'il ſe meut ſur une ſurface courbe ſur laquelle il applique toujours la même partie ; car alors il ne peut ſe mouvoir ſans tourner au moins en partie ; de maniere que ſa partie ſupérieure a plus ou moins de mouvement que ſa partie inférieure, ſelon que la ſurface eſt convexe ou concave. Le mot *gliſſer*, pris dans le ſens le plus exact, ſuppoſe que toutes les parties du corps ſe meuvent d'un mouvement égal, c'eſt-à-dire, décrivent dans le même temps des lignes égales & paralleles.

Lorſqu'un corps eſt frapé ſuivant une direction qui paſſe par ſon centre de gravité, & qui eſt perpendiculairement à l'endroit frapé de la ſurface du corps, ce corps tend à ſe mouvoir en *gliſſant*, & il ſe mouvroit en effet de cette maniere, ſi les aſpérités de ſa ſurface, & celles de la ſurface ſur laquelle il ſe meut, ne l'obligeoient quelquefois à tourner. *Voyez* ROULEMENT, FROTEMENT, ROUE D'ARISTOTE, *&c.* (*O*).

GLOBE, *en terme de Géométrie*, eſt un corps rond ou ſphérique, appelé plus communément *ſphere*. *Voyez* SPHERE. Au reſte le mot *ſphere*, en tant qu'il ſignifie un *globe*, ne s'emploie guere qu'en Géométrie : dans les autres ſciences comme la Phyſique, la Méchanique, *&c.* on dit *globe* plutôt que *ſphere*, lorſqu'on veut exprimer un corps parfaitement & également rond en tout ſens.

On regarde la terre & l'eau, comme formant enſemble un *globe* que nous appelons le *globe terreſtre*, & que les Latins ont exprimé plus proprement par *orbis terraqueus*. *Voyez* TERRAQUÉ.

Cette ſuppoſition ne ſauroit être fort éloignée de la vérité : car quoique les meſures des degrés nous apprenent que la terre n'eſt pas parfaitement ronde, cependant la figure qu'elle a, eſt aſſez peu éloignée de la figure ſphérique, pour qu'on puiſſe la regarder comme telle.

GLOBE CÉLESTE. (*Aſtron.*) Inſtrument fait pour repréſenter la figure ronde du ciel avec les cercles & les conſtellations céleſtes. Il y a auſſi des *globes* terreſtres qui appartienent à la géographie. Leur conſtruction ſe trouvera dans le Dictionaire des arts ; nous n'avons à expliquer ici que leurs uſages.

Nous ignorons par qui, & en quel temps ces inſtrumens ont été inventés : il eſt certain cependant qu'on en connoiſſoit l'utilité du temps d'Archimede, dont la ſphere eſt célébrée par Ovide, *Faſt. 6*, 277. Strabon, *liv. II*, *p.* 116, nous parle d'un *globe* de Cratès, comme d'un moyen très-avantageux pour repréſenter au naturel les parties connues de la terre. Ce Cratès étoit de Mallus en Cilicie ; il avoit été maître de Panætius de Rhodes, qui vivoit 130 ans avant J. C. *Voyez* Fabricius, *Bibl. grec. lib.* 3 & 4.

L'on diſtingue dix cercles principaux ſur les globes comme ſur les ſpheres, ſavoir ſix grands & quatre petits ; les grands cercles ſont l'horizon, le méridien, l'équateur, l'écliptique, le colure des ſolſtices, le colure des équinoxes ; les petits cercles ſont les tropiques du cancer & du capricorne, & les deux cercles polaires. *Voyez* SPHERE.

Uſages du globe céleſte. On peut réſoudre par le moyen du *globe*, un grand nombre de queſtions de l'Aſtronomie ſphérique, & ſe diſpenſer ſouvent par-là des calculs trigonométriques, lorſqu'on n'a pas beſoin de la préciſion des minutes. Les uſages ſont les mêmes pour le *globe* & pour la ſphere armillaire qui n'en differe que parce qu'elle eſt évidée.

Dans les *Planches d'Aſtronomie*, *la Fig.* 12 repréſente un *globe* céleſte tout monté ſur les trois pieds *F*, ſon horizon fixe *DLB*, & ſa roſete polaire, ou cadran fixe *ASPR*, diviſé en vingt-quatre heures ; l'aiguille *S* tient à frotement ſur l'axe du globe, & tourne avec lui, mais elle peut changer de place à volonté.

Trouver l'aſcenſion droite & la déclinaiſon d'une étoile repréſentée ſur la ſurface du globe. Portez l'étoile ſous le méridien immobile *Z E*, où ſont marqués les degrés de déclinaiſon en partant de l'équateur ; alors le nombre de degrés compris entre l'équateur & le point du méridien, ſous lequel eſt l'étoile, donne ſa déclinaiſon ; & le degré de l'équateur qui, ſous le méridien, ſe rencontre avec l'étoile, eſt ſon aſcenſion droite.

Digitized by Google

Trouver la longitude & la latitude d'une étoile. Appliquez une des extrémités du quart de cercle de hauteur $Z Q$ au quart de l'écliptique, dans l'hémisphere où eſt l'étoile; & portez le côté où ſont marqués les degrés contre l'étoile ; le degré marqué ſur le quart de cercle à l'endroit de l'étoile, eſt ſa latitude à compter depuis l'écliptique; & le degré de l'écliptique coupé par le quart de cercle, eſt ſa longitude.

Pour que le quart de cercle demeure durant cette opération bien fixé aux poles de l'écliptique par une de ſes extrémités, il ne ſeroit pas mal d'attacher aux poles de l'écliptique une eſpece de ſtyle, dans lequel on feroit entrer un des bouts du quart de cercle.

Trouver le lieu du ſoleil dans l'écliptique. Cherchez le jour du mois dans le calendrier, qui eſt ordinairement collé ſur l'horizon du globe, & cherchez auſſi ſur l'horizon, dans le cercle des ſignes, quel eſt le degré que le ſoleil occupe ce jour-là ; il ſe trouve vis-à-vis le jour du mois. Cela fait, cherchez le même ſigne & le même degré ſur l'écliptique & ſur la ſurface du *globe* ; c'eſt-là le lieu du ſoleil pour ce jour-là. On peut le marquer avec un crayon pour ſervir aux uſages ſuivans.

Trouver la déclinaiſon du ſoleil. Le lieu du ſoleil pour le jour donné, étant porté ſous le méridien, les degrés du méridien compris entre l'équateur & le lieu en queſtion, marquent la déclinaiſon du ſoleil pour ce jour-là.

Rectifier le globe, c'eſt-à-dire, *le placer de ſorte qu'il repréſente l'état actuel ou la ſituation des cieux, pour quelque endroit que ce ſoit, comme pour Paris.* 1°. Si le lieu propoſé a une latitude ſeptentrionale, élevez le pole ſeptentrional au deſſus de l'horizon; s'il a une latitude méridionale, élevez le pole méridional, juſqu'à ce que l'arc compris entre le pole & l'horizon ſoit égal à l'élévation donnée du pole : pour Paris, il faudra élever le pole ſeptentrional de 48d 50′ au deſſus de l'horizon. De cette maniere, le lieu dont il s'agit, ſe trouvera au zénit ou à l'endroit le plus élevé du *globe*.

2°. Attachez le quart de cercle de hauteur au zénit, c'eſt-à-dire, au point qui marque la latitude du lieu.

3°. Par le moyen d'une bouſſole ou d'une ligne méridiene, placez le *globe* de maniere que le méridien immobile de bois ou de cuivre ſe trouve dans le plan de la méridiene.

4°. Placez ſous le méridien du *globe*, le degré de l'écliptique où eſt le ſoleil, & mettez l'aiguille horaire, ou l'aiguille de la roſete polaire ſur 12 heures, alors le *globe* repréſentera l'état des cieux pour ce jour-là à midi.

5°. Tournez le *globe* juſqu'à ce que l'aiguille vienne à marquer quelque autre heure donnée, & pour lors le *globe* repréſentera l'état des cieux pour cette heure-là.

Connoître & diſtinguer dans le ciel toutes les étoiles & planetes par le moyen du globe. 1°. Ajuſtez le *globe* à l'état du ciel pour le temps donné.

2°. Cherchez ſur le *globe* quelque étoile qui vous ſoit connue, par exemple, celle qui eſt au milieu de la queue de la grande ourſe.

3°. Obſervez les poſitions des autres étoiles les plus remarquables de la même conſtellation ; & en levant les ieux de deſſus le *globe* vers le ciel, vous n'aurez point de peine à y remarquer ces étoiles.

4°. De la même maniere, vous pouvez paſſer de cette conſtellation à celle qui lui eſt voiſine, juſqu'à ce que vous les connoiſſiez toutes. *Voyez* ÉTOILE.

Si vous cherchez le lieu des planetes ſur le *globe* de la maniere qu'il eſt dit ci-deſſus, vous pourez les reconoître également dans le ciel, en les comparant avec les étoiles voiſines, pourvu que vous connoiſſiez leur longitude par un almanach, ou par les tables aſtronomiques, pour la marquer ſur le *globe*.

Trouver l'aſcenſion oblique du ſoleil, ſon amplitude orientale, ſon azimut, & le temps de ſon lever. 1°. Diſpoſez le *globe* de maniere que l'aiguille marque 12, & que le lieu du ſoleil ſe trouve ſous le méridien : enſuite faites venir le lieu du ſoleil vers le côté oriental de l'horizon ; pour lors, le nombre de degrés compris entre le degré de l'équateur porté contre l'horizon & le commencement du Bélier, eſt l'aſcenſion oblique du ſoleil.

2°. Les degrés de l'horizon, compris entre ſon point oriental & le point où eſt le ſoleil, marquent l'amplitude ortive.

3°. L'heure marquée par l'aiguille, eſt le temps du lever du ſoleil.

Pour trouver l'azimut du ſoleil, il faut d'abord obſerver que ces azimuts changent ſelon l'heure & ſelon le lieu du ſoleil. C'eſt pourquoi il faut d'abord diſpoſer le *globe* ſelon l'élévation du lieu ; enſuite il faut trouver le lieu du ſoleil dans l'écliptique, le mettre ſous le méridien, & le ſtyle horaire ſur 12 heures ; & après avoir attaché le quart de cercle de hauteur au zénit, on tourne le *globe* juſqu'à ce que le ſtyle horaire ſoit ſur l'heure donnée ; & le *globe* demeurant en cet état, on tourne le quart de cercle de hauteur juſqu'à ce qu'il ſoit ſur le lieu du ſoleil, ou ſur le degré que le ſoleil occupe ce jour-là dans l'écliptique ; on comptera ſur l'horizon, la diſtance compriſe entre l'orient équinoxial & le degré où le quart de cercle de hauteur rencontre l'horizon, ce ſera l'azimut cherché.

Suppoſant, par exemple, que le lieu du ſoleil ſoit au dix-huitieme degré du Taureau, on trouvera pour la latitude de Paris, que l'azimut du ſoleil à 9 heures 34′ du matin, eſt de 31 dégrés.

Si l'on veut trouver la hauteur du ſoleil, on la connoîtra aiſément en comptant ſur le quart de

Digitized by Google

cercle de hauteur, le nombre de degrés compris entre l'horizon & le lieu du ſoleil.

Trouver la deſcenſion oblique du ſoleil, ſon amplitude occidentale, & le temps de ſon coucher. La ſolution de ce problême eſt la même que celle du précédent, excepté que le lieu du ſoleil doit être porté ici vers le côté occidental de l'horizon.

Trouver l'heure du lever & du coucher des ſignes. Si vous voulez ſavoir, par exemple, à quelle heure ſe leve le ſigne du Scorpion, quand le ſoleil eſt au premier degré du Bélier; mettez ce degré du Bélier ſous le méridien & le ſtyle horaire ſur 12 heures; puis tournez le *globe* juſqu'à ce que le premier degré du Scorpion ſoit dans l'horizon oriental, alors le ſtyle horaire montrera l'heure du lever du Scorpion; & ſi vous tranſportez ce même degré dans l'horizon occidental, vous verrez l'heure de ſon coucher marquée par le ſtyle horaire.

Trouver la longueur du jour & de la nuit. 1°. Cherchez le temps du lever du ſoleil, lequel étant compté depuis minuit, le double vous donne la longueur de la nuit.

2°. Ôtez la longueur de la nuit du jour entier ou de 24 heures, le reſtant eſt la longueur du jour.

Trouver les deux jours de l'année auxquels le ſoleil ſe leve à une heure donnée. Diſpoſez d'abord le *globe* ſelon l'élévation du pole du lieu; enſuite mettez le premier point du Cancer ſous le méridien & le ſtyle ſur 12 heures; puis tournez le *globe* du côté de l'Orient, juſqu'à ce que le ſtyle horaire ſoit ſur l'heure donnée, & marquez avec de la craie, ſur le colure des ſolſtices, le point où il coupe l'horizon; tranſportez enſuite ce même point ſous le méridien, afin de voir quelle eſt ſa déclinaiſon; & remarquez en même temps quels ſont les degrés de l'écliptique qui paſſent ſous le méridien & ſous ce degré de déclinaiſon. Ces degrés ſont ceux où le ſoleil ſe trouve les jours cherchés; & on trouvera ces jours vis-à-vis des degrés, dans le cercle du calendrier tracé ſur l'horizon.

Trouver le lever, le coucher, le paſſage au méridien d'une étoile, ſon ſéjour au deſſus de l'horizon pour un lieu & un jour donné, comme auſſi ſon aſcenſion oblique, ſa deſcenſion, ſon amplitude orientale & occidentale.

1°. Ajuſtez le *globe* à l'état du ciel ſur douze heures pour le jour donné.

2°. Portez l'étoile ou côté oriental de l'horizon, vous verrez ſon amplitude orientale & le temps de ſon lever, comme on l'a déja fait voir en parlant du ſoleil.

3°. Portez la même étoile au côté occidental de l'horizon, & vous y verrez l'amplitude occidentale; l'aiguille marquera le temps du coucher de l'étoile.

4°. Le temps du lever étant ſouſtrait de celui du coucher, le reſte donne le ſéjour de l'étoile au deſſus de l'horizon.

5°. Ce ſéjour au deſſus de l'horizon étant ſouſtrait de 24 heures, le reſte donne le temps de ſon ſéjour au deſſous de l'horizon.

6°. Enfin l'heure marquée par l'aiguille, après que l'étoile a été portée ſur le méridien, marque le temps du paſſage au méridien ou la culmination de l'étoile.

Trouver l'azimut & la hauteur d'une étoile à quelque heure donnée. Poſez le lieu du ſoleil ſous le méridien, & le ſtyle horaire ſur 12 heures: enſuite tournez le *globe* vers l'orient ou vers l'occident, en ſorte que le ſtyle ſoit ſur l'heure donnée; & le *globe* demeurant ferme en cet état, vous tournerez le quart de cercle de hauteur, juſqu'à ce qu'il vienne à l'étoile; le degré qui lui correſpondra, ſera celui de la hauteur demandée; & ſi vous comptez les degrés de l'horizon compris entre le point du midi & le vertical, vous aurez l'azimut de l'étoile.

La hauteur du ſoleil pendant le jour, ou d'une étoile pendant la nuit, étant donnée, trouver le temps ou l'heure correſpondante de ce jour ou de cette nuit. 1°. Rectifiez le *globe* comme dans le problême précédent: 2°. tournez le *globe* & le quart de cercle, juſqu'à ce que l'étoile ou le degré de l'écliptique, où eſt le ſoleil, coupe le quart de cercle dans le degré donné de hauteur, pour lors l'aiguille marquera l'heure cherchée.

L'azimut du ſoleil ou d'une étoile étant donné, trouver l'heure du jour ou de la nuit. Rectifiez le *globe*, & portez le quart de cercle à l'azimut donné dans l'horizon; tournez le *globe* juſqu'à ce que l'étoile y ſoit arrivée, pour lors l'aiguille marquera le temps cherché.

Trouver l'intervalle de temps qu'il y a entre les levers de deux étoiles, ou entre leurs culminations. 1°. Élevez le pole du *globe* d'autant de degrés au deſſus de l'horizon, que le demande l'élévation du pole du lieu où vous êtes.

2°. Mettez la premiere étoile à l'horizon, & obſervez l'heure marquée par l'aiguille.

3°. Faites la même choſe pour la ſeconde étoile; & pour lors en déduiſant le premier temps du ſecond, le reſte donne l'intervalle entre les deux levers; & en approchant les deux étoiles du méridien, vous trouverez l'intervalle qu'il y a entre les deux paſſages.

Trouver le commencement & la fin du crépuſcule. 1°. Rectifiez le *globe*, & placez l'aiguille ſur 12 heures, le lieu du ſoleil étant dans le méridien.

2°. Marquez le lieu du ſoleil & le point diamétralement oppoſé; tournez le *globe* vers l'occident, auſſi-bien que le quart de cercle, juſqu'à ce que le point oppoſé au lieu du ſoleil coupe le quart de cercle dans le dix-huitieme degré au deſſus de l'horizon; pour lors le ſoleil ſera de 18 degrés au deſſous; l'aiguille marquera le temps où commence le crépuſcule du matin.

3°. Prenez le point oppoſé au ſoleil; portez-le dans l'hémiſphere oriental, & tournez-le juſ-

Digitized by Google

qu'à ce qu'il ſe rencontre avec le quart de cercle au dix-huitieme degré, pour lors l'aiguille marquera le temps où finit le crépuſcule du ſoir.

Usages du Globe terrestre. *Trouver la longitude & la latitude de quelque lieu tracé ſur le globe.* Portez le lieu ſous le méridien où ſont marqués les degrés de latitude, le point correſpondant du méridien eſt la latitude cherchée ; & le degré de l'équateur qui ſe trouve en même temps ſous le méridien, eſt ſa longitude.

La longitude & la latitude étant données, trouver le lieu ſur le globe. Cherchez ſur l'équateur le degré donné de longitude, & portez-le ſous le méridien ; pour lors comptez depuis l'équateur ſur le méridien les degrés de latitude vers le pole ſeptentrional, ſi la latitude eſt ſeptentrionale, ou vers le pole méridional, ſi la latitude eſt méridionale ; le point où finiront les degrés marquera le lieu que vous cherchez.

Trouver les antéciens, les périéciens, & les antipodes d'un lieu donné. 1°. Portez ce lieu ſous le méridien, & comptez les degrés ſur le méridien depuis l'équateur vers l'autre pole ; le point où vous vous arrêterez eſt le lieu des Antéciens.

2°. Remarquez le degré du méridien répondant au lieu donné, & à ſes antéciens, & tournez le *globe*, juſqu'à ce que le degré oppoſé de l'équateur ſe trouve ſous le méridien ; ou, ce qui revient au même, juſqu'à ce que l'aiguille qui marquoit auparavant 12 heures en haut, les marque en bas : pour lors, le lieu qui répond au premier degré eſt celui des périéciens, & le lieu qui répond à l'autre degré eſt celui des antipodes.

Trouver à quel lieu de la terre le ſoleil eſt vertical dans un temps donné. 1°. Le lieu du ſoleil étant trouvé dans l'écliptique, portez-le ſous le méridien, & l'aiguille ſur 12 heures ; remarquez en même temps le point du méridien qui y répond.

2°. Si l'heure donnée eſt avant midi, il faut déduire de 12 ; alors tournez le *globe* vers l'occident, juſqu'à ce que l'aiguille marque les heures reſtantes ; pour lors le lieu qu'on cherche ſe trouvera ſous le point du méridien que l'on a déja marqué.

3°. Si c'eſt une heure de l'après-midi, tournez le *globe* de la même maniere vers l'occident, juſqu'à ce que l'aiguille marque l'heure donnée ; pour lors vous trouverez auſſi le lieu que vous cherchez ſous le point du méridien marqué auparavant.

Si vous marquez en même temps tous les lieux qui ſe trouvent ſous la même moitié du méridien, où eſt le lieu trouvé, vous connoîtrez tous les lieux où il eſt alors midi ; & la moitié oppoſée du méridien vous ſera connoître les lieux où il eſt alors minuit.

Un lieu étant donné dans la zône torride, trouver les deux jours de l'année où le ſoleil eſt vertical. 1°. Portez le lieu donné ſous le méridien, & marquez le degré du méridien qui y répond.

2°. Tournez le *globe*, & marquez les deux points de l'écliptique, leſquels paſſent par ce degré.

3°. Cherchez quel jour le ſoleil ſe trouve dans ces points de l'écliptique ; c'eſt dans ces jours-là que le ſoleil eſt vertical au lieu donné.

Trouver dans la zône torride les lieux auxquels le ſoleil eſt vertical un jour donné. Portez le lieu du ſoleil dans l'écliptique ſous le méridien ; tournez enſuite le *globe*, & marquez tous les lieux qui paſſent par ce point du méridien : ce ſont les lieux que vous cherchiez.

On trouve de la même maniere quels ſont les peuples aſciens, c'eſt-à-dire, qui n'ont point d'ombre un jour donné.

Trouver le temps où le ſoleil ſe leve pour ne ſe plus coucher, ou ſe couche pour ne ſe plus lever. Soit ſuppoſée l'élévation du pole de 80 degrés. Dans cet exemple, il s'en faut dix degrés que le pole ne ſoit tout-à-fait droit ſur l'horizon, ce qui fait que l'équateur eſt dix degrés au deſſous de l'horizon du côté du nord : ainſi, le ſoleil ne ſe couchera point quand il ſera de dix degrés au nord de l'équateur ; il faut donc tourner le *globe*, juſqu'à ce qu'un des degrés de l'écliptique, de la partie du printemps, paſſe ſous le dixieme degré de déclinaiſon marqué ſur le méridien, ce ſera dans cet exemple 25 degrés 51 minutes du bélier, auquel répond le quinzieme jour d'Avril, qui ſera le temps du lever du ſoleil en ces climats.

Pour ſavoir le temps de ſon coucher, il faut remarquer quel degré de l'écliptique de la partie de l'été paſſera au méridien ſous ce dixieme degré de déclinaiſon ; & l'on trouvera 4 degrés 9 min. de la Vierge, auquel le ſoleil ſe trouve le 27 Août, qui ſera le temps du coucher du ſoleil à 80 degrés de hauteur du pole. Autrement, on peut voir quels ſont les deux degrés de l'écliptique, qui, dans la révolution du *globe* ne ſe couchent point, le *globe* étant diſpoſé à la latitude de 80 degrés ; & l'on trouvera qu'en cet exemple, c'eſt le 25°. degré du bélier & le 4°. de la vierge, auxquels répondent le 15 Avril & le 27 Août.

Trouver la longueur du plus long jour aux zônes froides. Par exemple, ſi l'on veut ſavoir la durée du plus long jour à 80 degrés de latitude, on trouvera que le ſoleil s'y leve le 15 Avril, pour ne ſe coucher que le 25 Août ; & comptant les jours depuis le 15 Avril juſqu'au 25 Août, on en trouve 132, qui eſt la durée du temps que le ſoleil demeure ſur l'horizon dans cet endroit de la zône froide. Si l'on réduit ces jours en mois, en les diviſant par 30, il viendra quatre mois & douze jours pour la longueur de ce jour, auquel la durée de la plus longue nuit eſt à peu près égale. On fait abſtraction ici de la *réfraction* qui augmente la durée du jour & diminue celle de la nuit continuele.

Trouver la latitude des lieux où un certain jour donné eſt d'une certaine longueur donnée. 1°. Portez ſur le méridien le lieu de l'écliptique où le ſoleil ſe

Digitized by Google

ſe trouve le jour donné, & mettez l'aiguille ſur 12 heures.

2°. Tournez le *globe* juſqu'à ce que l'aiguille marque l'heure du lever ou du coucher.

3°. Élevez & abaiſſez le pole, ſans que le *globe* tourne ſous ſon méridien, juſqu'à ce que le lieu du ſoleil paroiſſe dans le côté oriental ou occidental de l'horizon; pour lors le pole aura ſa juſte élévation, & par conſéquent il donnera la latitude cherchée.

Trouver dans la zône glaciale la latitude des lieux où le ſoleil ne ſe couche point pendant un certain nombre de jours donnés. 1°. Comptez depuis le tropique le plus voiſin vers le point équinoxial, autant de degrés ſur l'écliptique qu'il y a d'unités dans la moitié du nombre des jours donnés, parce que le ſoleil, par ſon mouvement annuel, parcourt à peu près un degré par jour.

2°. Portez le point de l'écliptique ainſi trouvé ſous le méridien; ſa diſtance au pole ſera égale à l'élévation du pole ou à la latitude cherchée.

Une heure du jour ou de la nuit étant donnée, trouver tous les lieux où le ſoleil ſe leve & ſe couche, où il eſt midi ou minuit, & où il fait jour & nuit. 1°. Cherchez à quel lieu le ſoleil eſt vertical au temps donné de la maniere expliquée ci-deſſus.

2°. Portez ce lieu au zénit ou perpendiculairement à l'horizon, c'eſt-à-dire, élevez le pole à la hauteur qu'il a dans le lieu en queſtion; pour lors les lieux qui ſe trouveront du côté oriental de l'horizon, ſeront ceux où le ſoleil ſe couche, & les lieux qui ſe trouveront du côté occidental ſeront ceux où le ſoleil ſe leve: les lieux qui ſe trouveront ſous le demi-cercle ſupérieur du méridien, ſeront ceux où il ſera midi; & les lieux qui ſe trouveront ſous le demi-cercle inférieur, ſeront ceux où il ſera minuit: enfin, dans les lieux qui ſe trouveront dans l'hémiſphere ſupérieur, il ſera jour; & il ſera nuit dans ceux de l'hémiſphere inférieur.

Trouver à quels endroits de la terre une planete, par exemple, la lune eſt verticale un jour donné. 1°. Marquez le lieu de la planete ſur le *globe*, par le moyen de ſa longitude & de ſa latitude.

2°. Portez ce lieu ſous le méridien, & marquez-y le degré où il répond.

3°. Tournez le *globe*; les lieux qui paſſeront ſous ce point, ſont ceux que vous cherchez.

La déclinaiſon d'une étoile ou d'une planete étant donnée, trouver à quelles parties de la terre l'étoile eſt verticale. Comptez ſur le méridien depuis l'équateur vers le pole un nombre de degrés égal à la déclinaiſon donnée; ſavoir, vers le nord, ſi la déclinaiſon eſt ſeptentrionale; & vers le midi, ſi elle eſt méridionale. Enſuite tournant le *globe*, les lieux qui paſſeront par l'extrémité de cet arc ſous le méridien, ſont les lieux que l'on cherche.

Déterminer le lieu où une étoile ſera verticale à une certaine heure comptée ſur le méridien de Paris. 1°. Portez ſous le méridien le lieu où le ſoleil eſt ce jour-là, & mettez l'aiguille ſur 12 heures.

2°. Marquez le lieu de l'étoile ſur la ſurface du *globe*, & portez-le ſur le méridien; l'aiguille marquera la différence de temps entre l'arrivée du ſoleil & de l'étoile au méridien du lieu, ou le paſſage de l'étoile au méridien; marquez le point du méridien qui répond au lieu de l'étoile.

3°. Cherchez en quels lieux de la terre il eſt midi dans ce temps-là, & plaçant ces lieux ſous le méridien, mettez l'aiguille ſur 12 heures.

4°. Tournez le *globe* vers l'occident juſqu'à ce que l'aiguille ait paſſé ſur l'intervalle de temps qu'il y a entre le paſſage du ſoleil & de l'étoile, & pour lors vous trouverez le lieu cherché ſous le point que vous avez marqué ſur le méridien.

Par un moyen ſemblable vous pouvez trouver dans quel lieu une étoile, ou un autre aſtre ſe leve ou ſe couche au temps donné.

Placer le globe de maniere, que ſous une latitude donnée, le ſoleil éclaire les mêmes régions dépeintes ſur le globe qu'il éclaire actuellement ſur la terre. Rectifiez le *globe*, c'eſt-à-dire, élevez le pole ſuivant la latitude du lieu; portez ce lieu ſous le méridien, & mettez le *globe* au nord & au ſud par le moyen de la bouſſole; pour lors, comme le *globe* ſera dans la même ſituation que la terre, par raport au ſoleil, celui-ci éclairera la même partie ſur le *globe* qu'il éclaire actuellement ſur la terre; d'où il s'enſuit que dans cette ſituation la lune éclairera auſſi la même partie ſur le *globe* qu'elle éclaire actuellement ſur la terre.

Trouver par le moyen du globe de combien de lieues deux endroits quelconques ſont éloignés l'un de l'autre. Prenez avec le compas la diſtance des lieux donnés, & portez-la ſur l'équateur; les degrés que cette diſtance donnera étant réduits en milles, lieues, &c. donneront la diſtance cherchée. *Voyez Harris, Chambers, Wolf, Varenius, la Lande & l'uſage des globes de Bion.*

On peut faire la même choſe un peu plus commodément, en étendant ſur les deux lieux le bord du quart de cercle où ſont marqués les degrés, & en comptant les degrés qui y ſont compris. (*O*).

GLOSSOCOME, *terme de Méchanique*, eſt un mot que Heron donne à une machine compoſée de pluſieurs roues dentées, garnies de leurs pignons, qui ſert à élever de grands fardeaux. *Dictionnaire de Trévoux* & *Chambers*.

GNOMON (*Aſtronomie*), inſtrument qui ſert à meſurer les longueurs des ombres, & les hauteurs du ſoleil. Ce nom vient du mot grec γνώμων, regle droite, ſtyle droit. Soit *AB*, *Pl. d'Aſtr. Fig.* 28, un ſtyle quelconque élevé verticalement, ou une ouverture *A* faite dans un mur *AB*, pour laiſſer paſſer un rayon du ſoleil; ſoit

Digitized by Google

SAE le rayon au ſolſtice d'hiver, *BE* l'ombre du ſoleil ; *OAC* le rayon du ſolſtice d'été, & *BC* l'ombre ſolſticiale ſa plus courte ; dans le triangle *ABC*, rectangle en *B* & dont on connoît les côtés *AB*, *BC*, il eſt aiſé de trouver, ou par le moyen d'un compas, ou par les regles de la trigonométrie, le nombre de degrés que contient l'angle *ACB* ou *OCB*, qui exprime la hauteur du ſoleil au ſolſtice d'été ; on en ſera autant pour le triangle *ABE*, & l'on aura l'angle *E* égale à la hauteur du ſoleil au ſolſtice d'hiver. C'eſt ainſi que, ſuivant Pythéas cité par Strabon & Ptolémée, d'après Hipparque, la hauteur du *gnomon* étoit à la longueur de l'ombre en été à Byzance, & à Marſeille 250 ans avant Jéſus-Chriſt, comme 120 ſont à $41\frac{2}{3}$, d'où Gaſſendi conclut l'obliquité de l'écliptique d'environ 23° 52', Gaſſendi, *Op. tom. IV*, *page* 527. Le Chevalier de Louville l'a conclu ſeulement de 23° 49'. *Hiſtoire de l'acad.* pour 1716, *pag.* 48.

Cette méthode du *gnomon* paroît avoir été fort en uſage chez les Egyptiens, les Chinois & Péruviens. *Voyez* M. Goguet, *de l'origine des Loix, &c. tom. II*, *p.* 250, *l'Hiſtoire de l'Aſtronomie chinoiſe*, *tome I*, *p.* 3, *tom. II*, *p.* 5, 8 & 21. Les *gnomons* ont dû être en effet les premiers inſtrumens aſtronomiques qu'on ait imaginés, parce que la nature les indiquoit, pour ainſi dire, aux hommes ; les montagnes, les arbres, les édifices, ſont autant de *gnomons* naturels qui ont fait naître l'idée des *gnomons* artificiels qu'on a employés preſque par-tout. Tels furent probablement l'horloge d'Achaz, ſuivant M. Goguet, les *gnomons* des Chaldéens, & celui d'Ératoſthene. Cet uſage des *gnomons* a été ſi naturel & ſi général, qu'on en a trouvé des veſtiges, même au Pérou : *Garcilaſo de la Vega*, *Commentarios reales de los Incas* 1723, *tome I*, *lib. II*, *cap.* 22, *p.* 61. On y revient même encore de nos jours, & M. Caſſini de Thury en préſenta un à l'*académie des Sciences* en 1769, dont il a fait imprimer la deſcription ; cet inſtrument n'avoit que quatre pouces de haut, & portoit une ligne horizontale par le moyen de laquelle on avoit les hauteurs du ſoleil, & par conſéquent l'heure à quelques minutes près.

Sous l'empire d'Auguſte un mathématicien, nommé *Manlius*, profita d'un obéliſque que ce Prince avoit fait élever dans le champ de Mars, pour en faire un *gnomon* : Pline dit qu'il avoit 116 $\frac{1}{4}$ pieds, (105 $\frac{1}{2}$ de France), & qu'il marquoit les mouvemens du ſoleil, Pline, *lib. XXXVI*, *c.* 9, 10 & 11. Cet obéliſque ſe voit encore à Rome, quoique abatu & fracaſſé ; j'en ai parlé dans le IVe vol. de mon *Voyage en Italie*, & l'on peut voir pluſieurs diſſertations ſur cette matiere dans l'ouvrage de M. Bandini, *Dell'obeliſco di Ceſare Auguſto*, &c. à Rome 1750, *in-folio*, & dans les *Diſquiſitiones Plinianæ* de M. le Comte de la Tour Rezzonico, imprimées à Parme, *in-folio*. On en voit une repréſentation dans la *Fig.* 29, où l'on a marqué les courbes décrites en différens temps par l'ombre de la boule.

Cocheou-King fit un *gnomon* de quarante pieds à Pékin, vers l'an 1278 ; Ulug-Beg, vers 1437, ſe ſervit à Samarkand, d'un *gnomon* qui avoit 165 pieds de hauteur. *Voyez* M. le Monnier, *mém. de l'acad.* 1743.

Nous parlerons des *gnomons* les plus modernes & les plus conſidérables au *mot* MÉRIDIENNE.

Les anciens ont auſſi donné le nom de *gnomon* au ſtyle d'un cadran ſolaire, parce qu'il indique ou fait connoître les heures.

Le *gnomon* d'un cadran ſolaire repréſente l'axe du monde, ou, pour parler plus juſte, l'extrémité du *gnomom* d'un cadran ſolaire eſt cenſée repréſenter le centre de la terre ; & ſi l'autre bout du *gnomon* paſſe par le centre du cadran, qui eſt le point de concours des lignes horaires, le *gnomon* eſt alors parallele à l'axe de la terre ; & on peut le prendre pour cet axe même, ſans erreur ſenſible : mais ſi le *gnomon* eſt dans toute autre ſituation par raport au cadran, par exemple, s'il eſt perpendiculaire au plan du cadran, alors il ne repréſente plus l'axe du monde, à moins que le cadran ne ſoit équinoxial ; mais l'extrémité ou la pointe du *gnomon* eſt toujours regardée comme le centre de la terre, & cette extrémité marque l'heure ſur les diviſions du cadran.

Au reſte, le mot de *gnomon* n'eſt plus guere en uſage pour ſignifier *le ſtyle des cadrans* ; on le ſert plutôt du mot de *ſtyle* ou d'*aiguille* : on peut d'ailleurs réſerver le mot de *gnomon* pour les cadrans qui n'ont point de ſtyle, mais ſeulement une plaque percée d'un trou, *Fig.* 30 & 37, par où paſſe l'image du ſoleil, comme dans les méridiennes ordinaires. *Voyez* CADRAN, MÉRIDIENNE. Ces cadrans ſont en petit ce que ſont en Aſtronomie *les gnomons* dont nous avons parlé. (*D. L.*)

GNOMON, (*Géom.*). On appele quelquefois ainſi la figure *MXOC*, *Pl. Géom. Fig.* 4, formée dans le parallélogramme *AB*, par les parallélogrammes de complément *M*, *C* & les triangles *x*, *o*, qui forment eux-mêmes un autre parallélogramme ; mais cette dénomination n'eſt plus guere en uſage.

GNOMONIQUE, *ſcience des cadrans ſolaires* ; qui comprend auſſi la maniere de tracer les cadrans par la lune & par les étoiles.

Les grecs & les latins donnoient à cette ſcience les noms de *Gnomonica* & *Sciaterica*, le premier de ces noms vient de γνώμων, & le ſecond de σκιά, *ombre*, à cauſe qu'ils diſtinguoient les heures par l'ombre d'un gnomon. Quelques-uns l'appelent *Photoſciaterica*, de φῶς, *lumiere*, & σκιά, *ombre*, parce que c'eſt quelquefois la lumiere même du ſoleil qui marque les heures ; comme quand le cadran au lieu d'un ſtyle porte une plaque percée d'un trou. Elle eſt appelée encore *Horographia*, parce que c'eſt proprement l'art d'écrire ſur un plan donné, l'heure qu'il eſt. D'autres la nom-

Digitized by Google

ment *Horologiographia*, parce que les cadrans s'appeloient autrefois *horologia ;* nom que nous avons depuis transporté aux horloges à roues & à pendules; on les appeloit aussi *Sciateria*.

On ne sauroit douter de l'antiquité des cadrans. Celui d'Achaz remonte à l'an 775 avant l'an vulgaire, ou au moins à l'an 751. *Voyez* Is. *xxxviij*. 8. *Reg. IV.* 20. 11. *Invocavit itaque Isaias prophetа Dominum & reduxit umbram* per lineas quibus jam descenderat in horologio Achaz *retrorsum decem gradibus*. Voyez aussi les Réflexions critiques de M. Bullet sur la philosophie de l'histoire, chez Hérissant, 1774, & l'explication des cadrans des anciens, par *Martini*, en allemand, publiée en 1777, à Leipsick, 144 pages *in*-8°, ouvrage rempli d'érudition.

Hérodote nous dit que les Grecs avoient appris des Babyloniens l'usage du pole ou *gnomon*. Diogene Laërce attribue l'invention des cadrans à Anaximandre, Pline à Anaximene de Milet, qui vivoit 579 ans avant Jésus-Christ (*Pline II*, 76.) Vitruve fait mention de plusieurs cadrans des anciens (*l. ix, c. 9.*) : le cadran en demi-cercle creux, ou hémicycle, avoit été imaginé par Berose le chaldéen. Le disque d'Aristarque étoit vrai-semblablement un cadran horizontal, avec son limbe relevé tout autour, afin d'empêcher les ombres de s'étendre trop loin. Vitruve dit qu'il fit le *scaphen* ou hémisphere creux : Eudoxe fit l'*araignée*, qui est ou une partie de l'astrolabe, *Fig.* 230, ou le cadran horizontal, qui marque les arcs des signes & par-là ressemble un peu à une toile d'araignée, Scopas de Syracuse fit le *plinthium* ou *lacunar*, espece de carreau ou de plateau, qui étoit à Rome dans le Cirque de Flaminius. Théodose & André trouverent le *cadran* qui pouvoit servir à tous les climats de la terre ; c'étoit peut-être un cadran équinoxial. Patrocle trouva le *pelecinon*, (en forme de hache), probablement le cadran horizontal ou les lignes transversales qui marquoient les signes & les mois, étant serrées vers le milieu, & élargies vers les côtés, avoient la forme d'une hache à deux côtés. Dionysiodorus, fit le *cône*, & Appollonius le *carquois* (*pharetra*). Les cadrans en carquois sont peut-être les cadrans verticaux orientaux ou occidentaux, suivant Baldus. Vitruve ajoute que plusieurs auteurs avoient écrit sur les cadrans portatifs. Voyez *Baldus Lexic. Vocabul. Vitruv.* Les cadrans ne furent connus des Romains que fort tard : dans le temps des 12 tables, on ne marquoit que le lever & le coucher du soleil. Le premier cadran solaire qui parut à Rome, suivant Pline, fut construit par les soins de Papirius Cursor, 306 ans avant Jesus-Christ : ce cadran, selon quelques-uns, fut placé au temple de Quirinus, ou près de ce temple ; selon d'autres, dans le capitole, ou auprès du temple de Diane, sur le mont Aventin; mais il indiquoit mal les heures. L'an 263, M. Valerius Messala étant consul, apporta de Sicile un autre cadran, qu'il éleva sur un pilier proche les *Rostra*, ou de la tribune aux harangues : mais comme il n'étoit pas fait pour la latitude de Rome, il n'étoit pas possible qu'il marquât l'heure véritable. Cependant on s'en servit pendant 99 ans, jusqu'à ce que le censeur Q. Marcius Philippus en fit construire un plus exact. Pline VII, 60.

En 1746, l'on trouva en Italie, sur le mont *Tusculum*, un cadran semblable à celui de Berose, c'est-à-dire, tel que le décrit Vitruve, *hemicyclium excavatum ex quadrato ab Enchymacho fucrisum*. Le P. Zuzeti fit graver ce cadran, & publia dans l'article XIV d'un *Journal des érudits*, une dissertation à ce sujet. Peu d'années après, on découvrit deux autres cadrans antiques, l'un de marbre de Paros, l'autre de marbre travertin : le Pape Benoît XIV les fit placer dans le Vatican, & l'on y mit une inscription. Un de ces cadrans paroît avoir été fait pour l'élévation du pole de Memphis. Les Romains l'avoient apporté de l'Égypte. *Voyez* l'ouvrage intitulé . . . *D'una antica villa sul dosso del Tusculo, e d'un antico orologio a sole tra le rovine della medesima, dissertazioni due, del P. Zuzzeri, Venezia* 1746; & le P. Boscowich : *Giornale de' letterati, per l'anno* 1746, art. 14.

En 1762, l'on trouva, dans les excavations de Civita, un ancien cadran de marbre fait pour l'élévation du pole de 42 degrés, il contient simplement une portion d'arc de cercle correspondant à l'équateur, au lieu que les autres cadrans précédens contiennent, outre cet arc, les demi-cercles des deux tropiques. Il y a un de ces cadrans dont le style a la forme d'un Priape.

M. le Roy, dans son ouvrage, intitulé : *les ruines des plus beaux monumens de la Grece*, raconte qu'il a vu sur le roc méridional de la citadelle de la ville d'Athènes, un cadran hémicycle, c'est-à-dire, semi-circulaire, qui est à peu près semblable à ceux que nous venons d'indiquer.

Les anciens faisoient, comme nous, des cadrans portatifs : on trouva, en 1755, dans les excavations d'Herculanum, à Portici, un petit cadran de cuivre argenté, qui ressemble assez exactement à un jambon suspendu perpendiculairement par le moyen d'un anneau. *Le Pitture di Ercolano*, Tomo III, pag. 337, not. 130. La figure est dans *Martini*. L'on y voit les concavités, les convexités, en un mot les inégalités de la surface des jambons ordinaires. Il y a d'un côté un stylet un peu long & dentelé, qui fait environ la quatrieme partie du diametre de cet instrument. L'une des deux superficies, qu'on peut regarder comme la surface supérieure, est toute couverte d'argent, & divisée par douze lignes paralleles qui forment autant de petits carrés un peu creux ; les six derniers carrés, qui sont terminés par la partie inférieure de la circonférence du cercle, contiennent les lettres initiales de chaque mois, disposées de la maniere suivante :

Digitized by Google

JU.	MA.	AV.	MA.	FE.	JA.
JU.	AV.	SE.	OC.	NO.	DE.

La façon dont ſont diſpoſés ces mois, eſt remarquable en ce qu'elle eſt en bouſtrophedon, la premiere figure allant de droite à gauche, la ſeconde de gauche à droite pour faire correſpondre les mois, comme Avril & Septembre, ou le ſoleil ſe trouve à peu près à la même hauteur dans certains jours correſpondans : mais cette correſpondance n'a guere lieu que dans les deux premieres moitiés de chacun de ces mois : dans les quinze derniers jours d'avril, le ſoleil eſt plus haut que dans les derniers de ſeptembre, il en eſt de même des autres.

Ainſi, l'on a marqué la longueur de l'ombre pour chaque mois dans les differentes heures du jour, qui ſont déſignées par des lignes courbes qui coupent les perpendiculaires. La ligne courbe la plus baſſe déſigne midi, *&c.* au deſſous de cette ligne, on voit les premieres lettres de chaque mois; par exemple, *I. A. FE. MA.*, &c. c'eſt à-dire, *januarius*, *februarius*, *martius*, &c. La plus courte des lignes perpendiculaires marque le terme de l'ombre dans toutes les heures du 21 décembre; & la plus longue des lignes perpendiculaires déſigne la longueur de l'ombre dans toutes les heures du jour, le 21 du mois de juin. L'on y ajoutoit ſans doute une eſpece de ſtyle ou de curſeur le long de la ligne horizontale qui eſt au ſommet de ce cadran, comme dans la *Figure* 275, & l'on faiſoit avancer ou reculer ce ſtyle dans chaque mois, afin qu'il marquât l'heure par l'incidence de ſon ombre, ou de ſon point lumineux; mais l'on n'a pas pu recouvrer ce ſtyle, & l'on ne voit pas comment on pouvoit le faire mouvoir d'une maniere ſolide ſur ce jambon. Ce petit cadran eſt formé ſur le même principe que nos cadrans cylindriques; mais les nôtres ſont plus juſtes & plus commodes, parce qu'ils ſont tracés ſur une ſurface unie. (*M. Valet*, de Grenoble, *Supplément de l'Encycl. tom.* 3.)

On peut voir encore la deſcription d'un cadran ancien, par le pere Baldini. *Saggi di diſſertazioni lette nell'Accademia di Cortona*, *T. III*, diſſ. 7. Il y en a pluſieurs de figurés dans le Livre de Martini que j'ai cité.

La *Gnomonique* eſt entiérement fondée ſur le mouvement diurne de la ſphere, de ſorte qu'il eſt néceſſaire d'avoir appris les élémens de l'aſtronomie ſphérique, avant que de s'appliquer à la théorie de la *Gnomonique*; mais il y a des pratiques faciles à entendre pour tout le monde, & que nous avons expliquées *au mot cadran*, de maniere à les mettre à portée de tous les curieux qui ne veulent pas s'occuper de démonſtration.

La *Gnomonique* ordinaire eſt la ſcience des *cadrans* ſolaires, mais il y a des auteurs qui l'ont conſidérée dans une plus grande généralité, en cherchant les moyens de tracer non ſeulement les heures & les ſignes du zodiaque, mais encore les verticaux, les azimuts, les hauteurs, les maiſons céleſtes, les points qui ſe levent & qui ſe couchent, les heures de divers pays, &c. Dans ce ſens, la *Gnomonique* eſt la ſcience qui enſeigne à repreſenter ſur une ſurface donnée, l'apparence de tous les points, lignes & cercles de la ſphere ſuivant une projection qui ſuppoſe l'œil au centre de tous les mouvemens céleſtes, & que l'on appele *projection Gnomonique*. Ce n'eſt point une projection de même eſpece que la projection *orthographique* dont ſe ſervent les aſtronomes, ou la projection *ſtéréographique* des géographes; celle dont on fait uſage en *Gnomonique*, donne les interſections des cercles horaires & des paralleles diurnes, avec un plan qui paſſe par le centre de la ſphere, mais qui a une direction quelconque, car il y a des cadrans placés dans tous les ſens.

On trouve, dans le *Traité des horloges du pere Alexandre*, pag. 276, un catalogue des auteurs qui ont écrit ſur la *Gnomonique*, depuis Sébaſtien Munſter, & Oronce Finé; le premier dans ſon ouvrage, intitulé: *Compoſitio Horologiorum*, *Baſilea*, 1531, donna la deſcription de toutes les eſpeces de cadrans ſolaires, mais ſans s'occuper de la théorie & des démonſtrations; le Livre d'Oronce Finé, intitulé: *de Horologiis ſolaribus*, parut à Paris en 1531.

Federicus Urbinus s'occupa de la théorie, mais d'une maniere très-obſcure. *Maurolycus* y ſuppléa dans ſes opuſcules, en 1575.

Clavius eſt le premier qui ait fait un traité vaſte & complet de *Gnomonique*, en 1581; il en démontre toutes les opérations ſuivant la méthode rigoureuſe des anciens géometres, mais d'une maniere aſſez compliquée. Salomon de Caus publia ſon ouvrage en 1624, & Welperus en 1625. Sturmius en 1672, publia une nouvele édition de la *Gnomonique* de Welperus, à laquelle il ajouta une ſeconde partie en entier, ſur les cadrans inclinans & réclinans, *&c.* En 1708, on réimprima ce même ouvrage avec les additions de Sturmius; & on y ajouta une quatrieme partie qui contient les méthodes de Picard & de la Hire, pour tracer de grands cadrans; ce qui compoſe un des meilleurs ouvrages & des plus complets que nous ayons ſur cette matiere, ſuivant le témoignage de *Wolf*.

Le pere de Challes, dans ſon grand cours de Mathématiques, donna une très-bonne *Gnomonique*. Picard publia une méthode pour faire de grands cadrans, en calculant les angles des lignes horaires.

Le traité d'Ozanam eſt court, il parle de beaucoup de cadrans; mais en peu de mots; ſes démonſtrations ſont abrégées, & par conſéquent obſcures; les principes ſont peu détaillés, il s'occupe peu de la pratique, en ſorte qu'il n'eſt ſuffiſant, ni pour les amateurs de la théorie, ni pour ceux de la pratique.

Digitized by Google

La *Gnomonique* de la Hire contient un grand nombre de méthodes graphiques très-générales, pour les cadrans inclinés, avec des démonstrations élégantes, mais difficiles; nous en avons raporté quelques-unes, il n'employoit que les points d'ombre.

Le cours de Mathématiques de Wolf contient une *Gnomonique* facile & assez complete.

Le *Gnomonique* par Depercieux, 1741, *in*-4°, ne traite principalement que des cadrans verticaux, & cela par une seule méthode qui est celle du calcul des haureurs, dont il donne un long détail pour tous les cas, à l'usage des personnes qui n'ont aucune pratique du calcul; il emploie aussi les points d'ombre à la maniere de la Hire.

L'ouvrage de Rivard, publié en 1746, contient aussi un grand nombre de détails & de pratiques pour les cadrans verticaux dans tous les cas, & par toutes les méthodes possibles, avec des démonstrations claires & commodes; mais ce n'est-là qu'une partie de la *Gnomonique*.

Pour les cadrans de différentes formes, on peut consulter Bion. *Usages des instrumens de Mathématiques*, 1752, *in*-4°.

La *Gnomonique* pratique par Dom Bedos, 1774, *in*-8°., contient de grands détails pour construire facilement & exactement les principales especes de cadrans, mais sans démonstrations.

Pour moi, dans celle que j'ai mise en abrégé au mot *cadran*, j'ai essayé de réunir plus brièvement la théorie & la pratique, une théorie plus simple que dans certains auteurs, une pratique plus usuele que dans les autres, l'on y verra en abrégé toutes les méthodes & toute la *Gnomonique*, mais en détail, les choses susceptibles d'applications; enfin, c'est l'abrégé d'un ouvrage plus considérable que j'espere publier. (*D. L.*)

Gnomonique réflexe, *Gnomonique rompue*, est celle qui enseigne à construire des cadrans par réflexion ou par réfraction. (*D. L.*)

GONARGUE, s. m. (*Gnom.*) espece de cadran solaire, pratiqué sur les surfaces différentes d'un corps anguleux, d'où est venu le nom de *gonargue*, γόνυ, genou, angle.

GONOMÉTRIE, s. f. (*Mathém. prat.*) est l'art de mesurer les angles. Ce mot vient de deux mots grecs, γωνία, *angle*, & μέτρον, *mesure*. On a donné au *mot* Angle, la maniere de mesurer les angles, soit sur le papier, soit sur le terrain, & de prendre des angles formés par trois objets quelconques; & on a expliqué au *mot* Degré, pourquoi on se sert du cercle pour la mesure des angles: ainsi nous renvoyons à ces articles. (*O*).

GOUVERNAIL, s. m. (*Méch.*). La description & la manœuvre du *gouvernail*, dans les vaisseaux, appartiennent au *Dictionnaire de Marine;* nous traiterons seulement ici de l'action du *gouvernail*, en tant qu'elle forme un problème de Méchanique.

Il est évident que lorsqu'on pousse la bâre du *gouvernail* dans un sens, par exemple, de gauche à droite, le vaisseau doit tourner dans le sens opposé, c'est-à-dire, de droite à gauche, en vertu de l'impulsion du fluide contre la queue du *gouvernail* qui est plongée dans l'eau.

La détermination du mouvement que le *gouvernail* imprime au vaisseau, réduite aux loix de la méchanique, consiste à résoudre le problème suivant.

Etant donnés deux corps unis ensemble par une espece de charniere, tels que le vaisseau & le gouvernail, & supposant une puissance donnée, appliquée à un point donné d'un de ces corps, trouver le mouvement qui doit en résulter.

J'appellerai point d'union, l'endroit où les deux corps sont unis par charniere; il est visible que le point d'union doit, ou au moins peut avoir un mouvement en ligne droite, dont il faut chercher la quantité & la direction, & qu'outre cela, chacun de ces deux corps aura un mouvement de rotation circulaire autour du *point d'union*; de maniere que si on connoît la vitesse de rotation d'un point de chaque corps, on connoîtra la vitesse de rotation de tous les autres points, & le mouvement de chacun, sera composé de ce mouvement de rotation, & d'un mouvement égal & parallele au mouvement du point d'union. Il y a donc ici quatre inconnues; la quantité du mouvement du point d'union, sa direction, & la quantité du mouvement circulaire d'un point pris à volonté dans chaque corps. Or tous ces mouvemens doivent être tels, (*Voyez* Dynamique), que si on les imprimoit en sens contraire, ils feroient équilibre avec la puissance donnée qui pousse le corps. Décomposons donc le mouvement de chaque particule des deux corps, en deux directions; l'une, parallele si l'on veut, à la puissance donnée; l'autre, perpendiculaire à la direction de cette même puissance. Il faut pour qu'il y ait équilibre, 1°. que la somme des forces paralleles, à la puissance donnée, lui soit égale; 2°. que la force résultante des forces imprimées au navire, en sens contraire, passe par le point où le gouvernail est joint au navire, c'est-à-dire, par le point d'union: 3°. que la somme des puissances perpendiculaires soit nulle: 4°. que les forces perpendiculaires & la puissance donnée, se fassent mutuellement équilibre. Voilà les quatre équations qui serviront à trouver les quatre inconnues.

On pourroit croire, en y faisant peu d'attention, que la quatrieme condition revient à la premiere & à la troisieme; mais il est aisé de voir qu'on seroit dans l'erreur. Quand deux puissances égales & paralleles, par exemple, tirent en sens contraire deux différens points d'un levier, leur somme est nulle, mais la somme de leurs momens ne l'est pas, aussi n'y a-t-il pas équilibre. *Voyez* Équilibre, Levier, Moment, Statique.

M. l'Abbé Bossut a donné la solution générale du problème précédent, dans sa piece sur *la théorie & les pratiques de l'arimage des vaisseaux*, qui partagea le prix de l'académie en 1765; nous y renvoyons le lecteur. (*O*).

Digitized by Google

GOUVERNAIL, (*Hyd.*). On appele auſſi *gouvernail*, la queue d'un moulin ou d'une machine hydraulique qui ſe préſente d'elle-même au vent.

GRADUATION, ſ. f. (*Mathém. prat.*): on ſe ſert de ce mot pour marquer l'action de *graduer* ou de diviſer une grandeur quelconque en degrés. *Voyez* DEGRÉ & GRADUER.

GRADUER, v. act. (*Mathémat. prat.*). C'eſt diviſer en degrés un inſtrument de Mathématiques, de Phyſique, *&c.* Ce mot *degré* ſignifie dans ces inſtrumens des *parties égales* ou *inégales*, mais plus ordinairement *égales*, qui ſont marquées ou ſéparées par de petites lignes : comme les degrés d'un quart de cercle, les degrés d'un thermometre, les degrés d'une échele quelconque ; lorſqu'il eſt queſtion d'inſtrument de Mathématiques, on ſe ſert plus du mot *diviſer* que du mot *graduer* ; ainſi on dit : *ce quart de cercle eſt mal diviſé : la diviſion n'en eſt pas exacte*. *Voyez* INSTRUMENS. (*O*).

GRAIS, c'eſt ce que les *Miroitiers Lunetiers* appelent ordinairement du nom de *meule* ; ils n'emploient communément que celles de Lorraine, qui ſont également bonnes pour leurs ouvrages, quoique inférieures à celles d'Angleterre ; c'eſt ſur ce *grais* qu'ils dreſſent & arondiſſent les bords des verres de leurs lunettes, pour les placer dans la rainure des châſſes.

GRAPHIQUE, adj. (*Aſtron.*) *opération graphique*, celle qui conſiſte à réſoudre des problêmes d'Aſtronomie ſphérique par le moyen d'une ou de pluſieurs figures tracées en grand ſur un papier ; ces opérations ne donnent pas une ſolution très-exacte, mais elles donnent la ſolution la plus prompte, & fourniſſent une premiere approximation commode ; en peut enſuite la pouſſer plus loin en faiſant le calcul. Ainſi, on emploie les opérations *graphiques* pour avoir d'abord une ſolution ébauchée du problême des cometes, de celui des éclipſes, comme nous l'avons expliqué au *mot* ÉCLIPSE. On peut en voir des exemples dans mon *Aſtronomie*. L'Abbé de la Caille a donné une maniere commode pour trouver les longitudes en mer par une opération graphique. *Nouveau Traité de navigation, Bouguer & la Caille*, 1769. (*D. L.*)

GRANDEUR, ſ. f. (*Mathém.*). Voilà un de ces mots dont tout le monde croit avoir une idée nette, & qu'il eſt pourtant aſſez difficile de bien définir. Ne ſeroit-ce pas parce que l'idée que ce mot renferme, eſt plus ſimple que les idées par leſquelles on peut entreprendre de l'expliquer ? *Voyez* DÉFINITION & ÉLÉMENS DES SCIENCES. Quoi qu'il en ſoit, les Mathématiciens définiſſent ordinairement la *grandeur*, ce qui eſt ſuſceptible d'augmentation & de diminution ; d'après cette notion, *l'infini* ne ſeroit pas plus une *grandeur*, que le zéro, puiſque l'infini n'eſt pas plus ſuſceptible d'augmentation que le zéro ne l'eſt de diminution ; auſſi pluſieurs mathématiciens regardent-ils le zéro d'une part & l'infini de l'autre, non comme des *grandeurs*, mais comme la limite des *grandeurs* ; l'une pour la diminution, l'autre pour l'augmentation. *Voyez* LIMITE. On eſt ſans doute le maître de s'exprimer ainſi, & il ne faut point diſputer ſur les mots ; mais il eſt contre l'uſage ordinaire de dire que *l'infini n'eſt point une grandeur*, puiſqu'on dit *une grandeur infinie*. Ainſi, il ſemble qu'on doit chercher une définition de la *grandeur* plus analogue aux notions communes. De plus, ſuivant la définition qu'on vient d'apporter, on devroit appeler *grandeur* tout ce qui eſt ſuſceptible d'augmentation & de diminution ; or la lumiere eſt ſuſceptible d'augmentation & de diminution ; cependant on s'exprimeroit fort improprement en regardant la lumiere comme une *grandeur*.

D'autres changent un peu la définition précédente, en ſubſtituant *ou* au lieu de *&*, & ils définiſſent la *grandeur*, ce qui eſt ſuſceptible d'augmentation *ou* de diminution. Suivant cette définition dans laquelle *ou* eſt disjonctif, zéro ſeroit une *grandeur* ; car s'il n'eſt pas ſuſceptible de diminution, il l'eſt d'augmentation ; cette définition eſt donc encore moins bonne que la précédente.

On peut, ce me ſemble, définir aſſez bien la *grandeur*, ce qui eſt compoſé de parties. Il y a deux ſortes de *grandeurs*, la *grandeur* concrete & la *grandeur* abſtraite. *Voyez* CONCRET & ABSTRAIT. La *grandeur* abſtraite eſt celle dont la notion ne déſigne aucun ſujet particulier. Elle n'eſt autre choſe que les nombres, qu'on appele auſſi *grandeurs numériques*. *Voyez* NOMBRE. Ainſi, le nombre 3 eſt une quantité abſtraite, parce qu'il ne déſigne pas plus 3 pieds que 3 heures, *&c.*

La *grandeur* concrete eſt celle dont la notion renferme un ſujet particulier. Elle peut être compoſée, ou de parties co-exiſtantes, ou de parties ſucceſſives ; & ſous cette idée elle renferme deux eſpeces, l'*étendue* & le *temps*. *Voyez* ÉTENDUE & TEMPS.

Il n'y a proprement que ces deux eſpeces de *grandeurs* ; toutes les autres s'y raportent directement ou indirectement. L'étendue eſt une *grandeur* dont les parties exiſtent en même temps ; le temps une *grandeur* dont les parties exiſtent l'une après l'autre.

La *grandeur* s'appele auſſi *quantité*, *voyez* QUANTITÉ ; & ſous cette idée, on peut dire que la *grandeur* abſtraite répond à la quantité *diſcrete*, & la *grandeur* concrete à la quantité *continue*. *Voyez* DISCRET & CONTINU.

La *grandeur* & ſes propriétés ſont l'objet des Mathématiques, ce qui ſera expliqué plus au long à l'*article* MATHÉMATIQUES.

Sur la *grandeur* apparente des objets, *voyez les mots* OPTIQUE & VISION. (*O*)

GRAPHOMETRE, ſ. m. (*Géom. prat.*); nom que pluſieurs auteurs donnent à un inſtrument de

Digitized by Google

mathématiques, appelé plus communément demi-cercle.

Ce mot vient de deux mots grecs, γραφω, j'écris, & μετρον, *meſure*; apparemment parce que les diviſions de degrés qui ſont ſur cet inſtrument donnent pour ainſi dire, par écrit la meſure des angles qu'on obſerve par ſon moyen.

On a vu au *mot* DEMI-CERCLE en quoi cet inſtrument differe de l'équerre d'arpenteur. *Voyez* ÉQUERRE D'ARPENTEUR. Il differe de la planchete en ce que celle-ci eſt un inſtrument beaucoup plus ſimple & ſans aucune diviſion. *Voyez* PLANCHETE. Ce dernier eſt plus expéditif, mais le *graphometre* eſt plus exact; cependant, quand il s'agit d'opérations trigonométriques qui demandent une grande préciſion, comme de celles qu'il faut faire pour meſurer les angles des triangles dans la meſure d'un degré du méridien, on ſe ſert d'un inſtrument encore plus exact que le *graphometre*, d'un quart de cercle bien divité & garni de lunete. *Voyez* QUART DE CERCLE.

GRAVITATION, ſ. f. (*Méch.*), ſignifie en général l'*effet* de la gravité, ou la *tendance* qu'un corps a vers un autre corps par la force de ſa gravité. *Voyez ci-après* GRAVITÉ.

Suivant le ſyſtême de Phyſique établi par Newton, & reçu maintenant par tous les philoſophes, chaque particule de matiere peſe ou gravite vers chaque autre particule. *Voyez* NEWTONIANISME.

Ce que nous appelons *gravitation* par raport à un corps *A*, qui peſe vers un autre corps *B*, Newton l'appele *attraction* par raport au corps *B* vers lequel le corps *A* peſe: ou, ce qui revient au même, l'attraction que le corps *B* exerce ſur le corps *A*, eſt ce qui fait que le corps *A* a une *gravitation* vers *B*; l'attraction eſt la cauſe inconnue & la *gravitation* l'effet. *Voyez* ATTRACTION.

Selon Newton, les planetes, tant premieres, que ſecondaires, auſſi-bien que les cometes, peſent ou tendent toutes vers le ſoleil, & peſent outre cela les unes vers les autres, comme le ſoleil peſe, & tend vers elles; & la *gravitation* d'une planete quelconque *C* vers une autre planete *D*, eſt en raiſon directe de la quantité de matiere qui ſe trouve dans la planete *D*, & en raiſon inverſe du carré de la diſtance *C* à la planete *D*. *Voyez* PLANETE, COMETE, SOLEIL, TERRE, LUNE, *&c.*

Mais ce ne ſont pas ſeulement les corps céleſtes qui s'attirent mutuellement. Newton ajoute que toutes les parties de la matiere ont cette propriété réciproque les unes par raport aux autres; & c'eſt ce qu'il appele la *gravitation univerſele*. On peut voir aux *mots* ATTRACTION & GRAVITÉ, les preuves de ce ſyſtême & l'uſage que Newton en a fait, ainſi que les réflexions que nous avons faites ſur ces preuves & ſur cet uſage. A ces réflexions nous en joindrons ici quelques-unes.

I. *Réflexions philoſophiques ſur le ſyſtême de la gravitation univerſele.* Les obſervations aſtronomiques démontrent que les planetes ſe meuvent, ou dans le vide, ou au moins dans un milieu fort rare, ou enfin, comme l'ont prétendu quelques philoſophes, dans un milieu fort denſe qui ne réſiſte point, ce qui ſeroit néanmoins plus difficile à concevoir que l'attraction même. Mais, quelque parti qu'on prene ſur la nature du milieu dans laquel les planetes ſe meuvent, la loi de Kepler démontre au moins qu'elles tendent vers le ſoleil. *Voyez* LOI DE KEPLER & GRAVITÉ. Ainſi, la *gravitation* des planetes vers le ſoleil, quelle qu'en ſoit la cauſe, eſt un fait qu'on doit regarder comme démontré, ou rien ne l'eſt en phyſique.

La *gravitation* des planetes ſecondaires ou ſatellites vers leurs planetes principales, eſt un ſecond fait évident & démontré par les mêmes raiſons & par les mêmes faits.

Les preuves de la *gravitation* des planetes principales vers leurs ſatellites ne ſont pas en auſſi grand nombre, mais elles ſuffiſent cependant pour nous faire reconoître cette *gravitation*. Les phénomenes de flux & reflux de la mer, & ſur-tout la théorie de la nutation de l'axe de la terre & de la préceſſion des équinoxes, ſi bien d'acord avec les obſervations, prouvent invinciblement que la terre tend vers la lune: *voyez* FLUX & REFLUX, MARÉE, NUTATION, PRÉCESSION. Nous n'avons pas de ſemblables preuves pour les autres ſatellites. Mais l'analogie ſeule ne ſuffit-elle pas pour nous faire conclure que l'action entre les planetes & leurs ſatellites eſt réciproque? Je n'ignore pas l'abus qu'on peut faire de cette maniere de raiſoner, pour tirer en phyſique des concluſions trop générales; mais il me ſemble, ou qu'il faut entiérement renoncer à l'analogie, ou que tout concourt ici pour nous engager à en faire uſage.

Si l'action eſt réciproque entre chaque planete & ſes ſatellites, elle ne paroît pas l'être moins entre les planetes premieres. Indépendament des raiſons tirées de l'analogie, qui ont à la vérité moins de force ici que dans le cas précédent, mais qui pourtant en ont encore, il eſt certain que ſaturne éprouve, dans ſon mouvement, des variations ſenſibles, & il eſt fort vrai-ſemblable que jupiter eſt la principale cauſe de ces variations. Le temps ſeul, il eſt vrai, pourra nous éclairer pleinement ſur ce point, les géometres & les aſtronomes n'ayant encore ni des obſervations aſſez completes ſur les mouvemens de ſaturne, ni une théorie aſſez exacte des dérangemens que jupiter lui cauſe. Mais il y a beaucoup d'apparence que jupiter, qui eſt ſans comparaiſon la plus groſſe de toutes les planetes & la plus proche de ſaturne, entre au moins pour beaucoup dans la cauſe de ces dérangemens: je dis *pour beaucoup*, & non *pour tout*; car, outre une cauſe dont nous parlerons dans un moment, l'action des cinq ſatellites de ſaturne pourroit encore produire quelque dérangement dans cette planete, & peut-être ſera-t il néceſſaire d'avoir égard à l'action des ſatellites pour

Digitized by Google

déterminer entiérement & avec exactitude toutes les inégalités du mouvement de ſaturne, auſſi-bien que celles de jupiter.

Si les ſatellites agiſſent ſur les planetes principales ; & ſi celles-ci agiſſent les unes ſur les autres, elles agiſſent donc auſſi ſur le ſoleil : c'eſt une conſéquence aſſez naturele. Mais juſqu'ici les faits nous manquent encore pour la vérifier. Le moyen le plus infaillible de décider cette queſtion, eſt d'examiner les inégalités de ſaturne ; car, ſi jupiter agit ſur le ſoleil en même temps que ſaturne, il eſt néceſſaire de tranſporter à ſaturne, en ſens contraire, l'action de jupiter ſur le ſoleil, pour avoir le mouvement de ſaturne par raport à cet aſtre, & entr'autres inégalités cette action doit produire dans le mouvement de ſaturne une variation proportionele au ſinus de la diſtance entre le lieu de jupiter & celui de ſaturne. C'eſt aux aſtronomes à s'aſſurer ſi cette variation exiſte, & ſi elle eſt telle que la théorie la donne. *Voyez* SATURNE.

On peut voir, par ce détail, quels ſont les différens degrés de certitude que nous avons juſqu'ici ſur les principaux points du ſyſtême de la *gravitation univerſele*, & quelle nuance, pour ainſi dire, obſervent ces degrés. Ce ſera la même choſe quand on voudra tranſporter, comme fait Newton, le ſyſtême général de la *gravitation* des corps céleſtes à celle des corps terreſtres ou ſublunaires. Nous remarquerons, en premier lieu, que cette attraction ou *gravitation* générale s'y manifeſte moins en détail dans toutes les parties de la matiere, qu'elle ne fait, pour ainſi dire, en total dans les différens globes qui compoſent le ſyſtême du monde ; nous remarquerons de plus qu'elle ſe manifeſte dans quelques-uns des corps qui nous environent plus que dans les autres ; qu'elle paroît agir ici par impulſion, là par une méchanique inconnue, ici ſuivant la loi, là ſuivant une autre ; enfin plus nous généraliſerons & étendrons, en quelque maniere, la *gravitation*, plus ſes effets nous paroîtront variés, & plus nous la trouverons obſcure, & en quelque maniere informe dans les phénomenes qui en réſultent, ou que nous lui attribuons. Soyons donc très-réſervés ſur cette généraliſation, auſſi-bien que ſur la nature de la force qui produit la *gravitation* des planetes ; reconoiſſons ſeulement que les effets de cette force n'ont pu ſe réduire, du moins juſqu'ici, à aucune des loix connues de la méchanique ; n'empriſonons point la nature dans les limites étroites de notre intelligence ; aprofondiſſons aſſez l'idée que nous avons de la matiere, pour être circonſpects ſur les propriétés que nous lui attribuons ou que nous lui refuſons ; & n'imitons pas le grand nombre des philoſophes modernes, qui, en affectant un doute raiſoné ſur les objets qui les intéreſſent le plus, ſemblent vouloir ſe dédomager de ce doute par des aſſertions prématurées ſur les queſtions qui les touchent le moins.

II. *Loi générale de la gravitation*. Si on appele φ la force de la *gravitation* d'un point vers un autre, e l'eſpace que cette force fait parcourir pendant le temps t, on aura $d\,d\,e = \varphi\,d\,t^2$, ou plus exactement $d\,d\,e = \frac{2\,a\,\varphi\,d\,t^2}{p\,\theta^2}$, comme on l'a vu, au *mot* FORCE, en appelant a l'eſpace que la peſanteur p fait parcourir pendant un temps θ. M. Euler, dans ſa piece ſur le mouvement de ſaturne, qui a remporté le prix de l'Académie des Sciences en 1748, prend pour équation, non pas $d\,d\,e = \varphi\,d\,t^2$, mais $d\,d\,e = \frac{1}{2}\varphi\,d\,t^2$. Comme cette maniere de preſenter l'équation des forces accélératrices a cauſé de la difficulté à pluſieurs perſones, je dirai ici qu'elle ne me paroît point exacte. En effet, ſuppoſons $\varphi = p$, c'eſt-à-dire, φ égal à la peſanteur naturele, on auroit donc, ſuivant M. Euler, $d\,d\,e = \frac{p\,d\,t^2}{2}$, & $e = \frac{p\,t\,t}{4}$, ou $t = 2\sqrt{\frac{e}{p}}$; cependant toutes les formules reçues juſqu'ici donnent la viteſſe à la fin de l'eſpace $e = \sqrt{2\,p\,e}$, & le temps $= \sqrt{\frac{2\,e}{2\,p\,e}} = \sqrt{\frac{2\,e}{p}}$, ce qui eſt fort différent de l'expreſſion de t qui réſulte de la formule de M. Euler. Il eſt vrai que l'équation, peu exacte en elle-même, $d\,d\,e = \frac{1}{2}\varphi\,d\,t^2$, dont M. Euler ſe ſert, n'influe point ſur le reſte de ſa piece, parce qu'il corrige cette erreur par une autre, en ſubſtituant dans la ſuite de la piece, à la place de $\frac{d\,t^2}{2}$, la quantité $\frac{a^2\,d\,\zeta^2}{\Theta}$, a étant le rayon de l'orbite, ζ l'anomalie, & Θ le ſoleil ; au lieu qu'en nous ſervant de la formule $d\,d\,e = \varphi\,d\,t^2$, nous euſſions ſubſtitué cette quantité $\frac{a^2\,d\,\zeta^2}{\Theta}$, non à la place de $\frac{d\,t^2}{2}$, mais à la place de $d\,t^2$; en ſorte que, dans les deux cas, le réſultat auroit été le même, ſavoir, $d\,d\,e = \frac{\varphi\,a^2\,d\,\zeta^2}{\Theta}$. En effet, $\frac{\Theta}{a^2}$ étant ici la force centripete, & $a\,d\,\zeta$ l'arc parcouru pendant le temps $d\,t$, on a $\frac{\Theta}{a^2} = \frac{a^2\,d\,\zeta^2 . p\,\theta^2}{2\,a\,a\,d\,t^2}$ (*Voyez l'article* FORCE) ; donc, puiſque $d\,d\,e = \frac{2\,a\,\varphi\,d\,t^2}{p\,\theta^2}$, on aura $d\,d\,e = \frac{\varphi\,a^2\,d\,\zeta^2}{\Theta}$. Nous ſuppoſons qu'on ait ici ſous les ieux la piece de M. Euler, imprimée à Paris en 1749.

III.

Digitized by Google

III. *Maniere de trouver la gravitation d'un corps vers un autre.* Newton, dans le *livre I de ſes Principes*, a donné pour cela une méthode qui a été commentée & étendue depuis par différens auteurs. *Voyez les Mémoires de l'Acad.* 1732; *le Commentaire* des PP. le Soeur & Jaquier; *les Mémoires de Peterſbourg*, &c. Cette méthode a principalement pour objet l'attraction que les corps ſphériques, elliptiques, cylindriques, ou regardés comme tels, exercent ſur un point donné.

M. Maclaurin a traité cette matiere, par une méthode originale, & d'où il a tiré une foule de théorêmes remarquables ſur la figure de la terre. *Voyez* ſa piece ſur le *flux & reflux de la mer*, qui partagea le prix de l'Académie des Sciences en 1740; *voyez* auſſi le tom. II de ſon traité *des Fluxions*; un *Mémoire* de M. de la Grange, imprimé parmi ceux de l'Académie de Berlin, 1773.

* Il eſt bon de donner ici quelque idée de la maniere dont on calcule le mouvement rectiligne des corps ſoumis à une force centrale. Reprenons, pour cela, l'équation $ddc = \frac{2a\varphi dt^2}{p\theta^2}$, & ſuppoſons que la gravitation eſt dirigée vers un point fixe éloigné du mobile ſoumis à la ſeule action d'une quantité k; qu'à une diſtance b cette force eſt égale à la peſanteur, & qu'elle eſt généralement comme une puiſſance n de la diſtance du mobile à ce centre; on aura donc $\varphi = p\frac{(k-c)^n}{b^n}$ & $ddc = \frac{2a(k-c)^n}{b^n}\cdot\frac{dt^2}{\theta^2}$. Donc, en intégrant avec cette condition que l'eſpace parcouru & la viteſſe $\frac{dc}{dt}$ deviennent o en même temps, on aura $\frac{2dt}{\theta} = \sqrt{\frac{b^n}{a}}\,dc\sqrt{k^{n+1} - (k-c)^{n+1}}$, expreſſion qui ne peut pas s'intégrer généralement. Mais l'intégration réuſſit dans le cas de $n = 1$, & dans celui de $n = -2$: cas qui eſt le plus important, puiſque c'eſt celui qui a lieu dans la nature. Nous allons nous occuper de ce dernier. *Voyez*, pour les autres, les différens *Traités de calcul intégral*, *& ſur-tout celui de M. Euler*. Soit donc $n = -2$, l'équation deviendra, en changeant un peu ſa forme $\frac{dt}{\theta}\sqrt{\frac{a}{k}} = \frac{k}{b}\,d\sqrt{\frac{c}{k}}$, $\sqrt{1-\frac{c}{k}}$, on aura donc, pour la valeur de $\frac{b}{k}\sqrt{\frac{at}{k\theta}}$, un ſegment de cercle dont le rayon ſeroit 1 & l'abſciſſe comptée du centre, $\sqrt{\frac{c}{k}}$, ou, ce qui revient au même, on aura $\frac{bt\sqrt{a}}{k\sqrt{k}} = \text{arc } S\sqrt{\frac{c}{k}} + \frac{\sqrt{ck-c^2}}{k}$.

Si on ſuppoſoit $n = -1$, le coëfficient de dc deviendroit $\frac{k}{c}$, & par conſéquent indéterminé. Dans ce cas, on poura, ſi l'on veut, remonter à l'équation $ddc = \frac{ab}{k-c}\cdot\frac{dt^2}{t^2}$, & intégrer par logarithmes. Mais il ſera plus ſimple de chercher directement la valeur de cette fraction $\frac{c}{t^2}$, ſuivant les méthodes connues. *Voyez* FRACTIONS *indéterminées*, ou *mot* INDÉTERMINÉ. *

IV. *Uſage du ſyſtême de la gravitation pour trouver les maſſes des planetes.* Soient deux planetes, dont les maſſes ſoient M, m, qui aient des ſatellites qui tournent autour d'elles à la diſtance A, a, & qui faſſent leurs révolutions dans les temps T, & t, les forces centripetes de ces ſatellites ſeront $\frac{M}{A^2}$, $\frac{m}{a^2}$, puiſque la *gravitation* eſt en raiſon directe de la maſſe du corps attirant, & inverſe du carré de la diſtance: de plus, ces forces centripetes ſeront égales aux forces centrifuges; &, en conſidérant les orbites des ſatellites comme des cercles, les forces centrifuges ſeront entr'elles comme $\frac{A}{T^2}\cdot\frac{a}{t^2}$. *Voyez* FORCE CENTRALE *au mot* CENTRAL. Donc on aura $\frac{M}{A^2} : \frac{m}{a^2} :: \frac{A}{T^2} : \frac{a}{t^2}$. Donc, ſi on connoît le raport de A avec a & celui de T avec t, on connoîtra le raport de M à m. Parlà on peut connoître le raport de la maſſe du ſoleil, de jupiter & de ſaturne, à celle de la terre; car toutes ces planetes (en y comprenant le ſoleil) ont des ſatellites, dont on connoît le raport des diſtances à leurs planetes principales, & les temps des révolutions. *Voyez* PLANETE. (*O*).

GRAVITÉ, ſ. f. (*Méch.*): on appele ainſi parmi les philoſophes la *force* que le vulgaire appele *peſanteur*, & en vertu de laquelle les corps tendent vers la terre.

Il y a cette différence entre *peſanteur* & *gravité*, 1°. que *gravité* ne ſe dit jamais que de la force ou cauſe générale qui fait deſcendre les corps, & que *peſanteur* ſe dit quelquefois de l'effet de cette force dans un corps particulier; ainſi, on dit *la force de la gravité pouſſe les corps vers la terre, & la peſanteur du plomb eſt plus grande que celle du cuivre*. 2°. Que peſanteur ne ſe dit jamais que de la force particuliere qui fait tomber

Digitized by Google

les corps terreſtres vers la terre, & que *gravité* ſe dit auſſi quelquefois dans le ſyſtême Newtonien, de la force par laquelle un corps quelconque tend vers un autre. Car le principe général de ce ſyſtême, eſt que la *gravité* eſt une propriété univerſele de la matiere. *Voyez* GRAVITATION. Mais, avant que d'en détailler les preuves, diſons un mot des ſyſtêmes imaginés par les autres philoſophes, pour rendre raiſon de la *gravité*.

Le vulgaire eſt d'abord étoné qu'on cherche une cauſe à ce phénomene; il lui paroît tout naturel qu'un corps tombe, dès qu'il n'eſt pas ſoutenu; ſur quoi nous renvoyons le lecteur à l'*article* FORCE D'INERTIE. Nous ne dirons rien des ſyſtêmes que les péripatéticiens, les épicuriens, les gaſſendiſtes, *&c.* ont imaginés pour expliquer la cauſe de la peſanteur. Mais l'explication de Deſcartes eſt trop ingénieuſe & trop ſéduiſante au premier coup d'œil, pour ne pas nous y arrêter.

La matiere ſubtile, dit ce philoſophe, ſe meut en tourbillon autour de la terre; en vertu de ce mouvement, elle a une force centrifuge, *voyez* FORCE & CENTRIFUGE; en vertu de cette force, toutes les parties de cette matiere tendent à s'éloigner de la terre; elles doivent donc pouſſer les corps vers la terre, c'eſt-à-dire, dans un ſens contraire à la direction de leur force centrifuge; car par la même raiſon qu'un fluide qui peſe de haut en bas, tend à pouſſer de bas en haut les corps qu'on y plonge, & les y pouſſe en effet, s'ils tendent de haut en bas avec moins de force que lui; par cette même raiſon la matiere du tourbillon ayant une force centrifuge, doit pouſſer vers la terre les corps qu'on place dans ce tourbillon, & qui n'ont point une pareille force. *Voyez* FLUIDE & HYDRODYNAMIQUE. Ainſi, la peſanteur du corps *L* placé dans la pyramide *AEB*, *Fig.* 90 *Méc.*, eſt égale à la force centrifuge de la matiere du tourbillon dont il occupe la place, multipliée par la maſſe de cette matiere, moins la force centrifuge du corps *L*, s'il en a, multipliée par la maſſe *L*.

En ſuppoſant l'exiſtence des tourbillons que nous croyons inſoutenable, & que preſque perſone n'admet plus aujourd'hui, *voyez* TOURBILLON, il ſuit de cette explication qu'il faut, ou que la force centrifuge de la matiere du tourbillon ſoit beaucoup plus grande que celle du corps *L*, ou que la matiere ſubtile ſoit beaucoup plus denſe que ce corps. Or la force centrifuge du corps *L* vient de ſa viteſſe de roration autour de la terre; viteſſe qui eſt à peu près égale à celle des points de la ſurface terreſtre. Donc il faudroit, dans le premier cas, que la matiere du tourbillon eût beaucoup plus de viteſſe de rotation que la terre; or, cela poſé, on ſentiroit une eſpece de vent continuel dans le ſens de la rotation de la terre, c'eſt-à-dire d'occident en orient. Dans le ſecond cas, ſi la matiere du tourbillon a beaucoup plus de denſité que les corps terreſtres, on devroit ſentir dans les mouvemens de bas en haut & de haut en bas la réſiſtance de cette matiere; or on ſait que cette réſiſtance eſt inſenſible, que l'air ſeul eſt la ſource de celle qu'on éprouve, & qu'il n'y en a point dans la machine du vide, où tous les corps tombent également vîte. Ce n'eſt pas tout; ſuppoſant, comme on le dit, la force centrifuge de la matiere du tourbillon beaucoup plus grande que celle du corps *L*, le corps *L* devroit toujours avoir une peſanteur ſenſiblement égale, pourvu qu'il conſervât le même volume, car la force centrifuge qui agiroit ſur ce corps, ſeroit alors la même. Or cela eſt contraire à l'expérience: car un pied cube d'or peſe plus qu'un pied cube de liége. De plus & par la même raiſon, les corps devroient deſcendre d'autant plus vîte, abſtraction faite de la réſiſtance de l'air, qu'ils auroient moins de maſſe ſous un même volume; car la force qui les preſſe étant la même, elle devroit y produire des viteſſes en raiſon inverſe des maſſes. Or c'eſt ce que l'expérience dément encore; car l'expérience prouve que tous les corps deſcendent également vîte dans le vide, d'où il réſulte que la *gravité* agit en raiſon de la maſſe, & non du volume du corps.

Une autre objection contre les Cartéſiens, c'eſt que les corps devroient deſcendre vers l'axe de la terre, & non vers le centre; de ſorte que ſous les paralleles à l'équateur ils devroient tomber par des lignes obliques, & non par des lignes à plomb. Les Cartéſiens, il eſt vrai, ont imaginé différens moyens de répondre à ces difficultés; mais tous ces moyens ſont autant de paralogiſmes. Je me flate de l'avoir démontré dans mon *traité des fluides*, *art.* 409. M. Huyghens a cerché à corriger ſur ce point le ſyſtême de Deſcartes; mais la correction eſt pire que le mal; *voyez* DESCENTE; il en eſt de même de M. Bulfinger. Il ſuppoſe dans une piece qui a remporté le prix de l'*Académie des Sciences en* 1728, que la matiere du tourbillon ſe meut à la fois autour de deux axes. Il prétend que de ce double mouvement il doit réſulter une tendance des corps terreſtres vers le centre de la terre; mais cet auteur a ſuppoſé qu'en ce cas, les particules de la matiere décrivoient toutes, par un mouvement compoſé, de grands cercles; ce qui n'eſt pas vrai, car elles décrivent des courbes différentes, dont la plupart ſont en 8 de chifre, comme on peut s'en aſſurer par l'expérience & par l'analyſe. Ainſi, ſon explication n'eſt pas plus recevable que celles de Huyghens & de Deſcartes.

M. Varignon a fait auſſi un ſyſtême ſur la cauſe de la peſanteur, dont on peut voir le précis dans ſon éloge par M. de Fontenelle, *mém. de l'Acad.* 1722; mais ce ſyſtême ne portant ſur rien, & n'ayant fait aucune fortune, nous n'en ferons point de mention ici. M. le Sage, de Geneve, a préſenté depuis peu à l'académie des Sciences, un écrit qui contient un ſyſtême ingénieux ſur cette matiere; mais ce ſyſtême n'eſt pas encore publié, & nous atendrons qu'il le ſoit pour en faire mention, afin de ne point trop ſurcharger cet article. Nous renvoyons donc ſur cela au *mot* PESANTEUR.

Avant que de paſſer à l'explication newtoniene

Digitized by Google

de la *gravité*, nous ferons une remarque qui ne ſera pas inutile. Quand on dit que les corps peſans ou graves tendent vers le centre de la terre, on n'entend pas cela rigoureuſement ; car il faudroit en ce cas que la terre fût ſphérique, & que les corps peſans fuſſent pouſſés perpendiculairement à cette ſurface. Or il eſt prouvé que la terre n'eſt pas ſphérique. *Voyez* FIGURE DE LA TERRE.

Il faut d'ailleurs diſtinguer deux ſortes de *gravité* : la *gravité* primitive, non altérée par la force centrifuge qui vient de la rotation de la terre & des corps qu'elle entraîne : & la *gravité* altérée par cette force ; cette derniere *gravité* eſt la ſeule que nous ſentons ; & quand même la premiere auroit ſa direction au centre de la terre, la ſeconde par une conſéquence néceſſaire ne l'auroit pas. Mais il eſt aiſé de s'aſſurer que la *gravité* primitive elle-même n'a pas ſa direction au centre de la terre ; car ſi cela étoit, le raport des axes ſeroit à très-peu-près de 577 à 578, tel que M. Huygens l'a trouvé dans cette hypotheſe. Or les obſervations donnent le raport des axes de la terre beaucoup plus grand. *Voyez l'article* FIGURE DE LA TERRE. Ainſi, il paroît que la *gravité* n'eſt pas une force conſtamment dirigée vers le centre de la terre, & c'eſt déja une preuve indirecte en faveur du ſyſtême de Newton, qui veut que la peſanteur ſoit cauſée par l'attraction que toutes les parties de la terre exercent ſur les corps peſans ; attraction dont l'effet doit être dirigé différemment, ſuivant le lieu de la ſurface terreſtre où le corps attiré eſt placé. *Voyez* ATTRACTION. Voici maintenant les preuves du ſyſtême Newtonien.

Preuves de la gravité univerſele. Tout le monde convient que tout mouvement eſt naturélement rectiligne ; de ſorte que les corps, qui dans leur mouvement décrivent des lignes courbes, y doivent être forcés par quelque puiſſance qui agit ſur eux continuélement.

D'où il s'enſuit que les planetes faiſant leurs révolutions dans des orbites curvilignes, il y a quelque puiſſance dont l'action continuele & conſtante ſes empêche de ſe déplacer de leur orbite, & de décrire des lignes droites.

D'ailleurs les Mathématiciens prouvent que tous les corps qui, dans leurs mouvemens, décrivent quelque ligne courbe ſur un plan, & qui, par des rayons tirés vers un certain point, décrivent autour de ce point des aires proportioneles au temps, ſont pouſſés par quelque puiſſance qui tend vers ce même point ; *voyez* FORCE CENTRALE. Il eſt démontré auſſi par les obſervations que les planetes premieres tournans autour du ſoleil, & les planetes ſecondaires appelées *ſatellites*, tournans autour des premieres, décrivent des aires proportioneles au temps ; *voyez* LOI DE KEPLER. Par conſéquent la puiſſance qui les retient dans leur orbite, a ſa direction vers les centres du ſoleil & des planetes. Enfin il eſt prouvé que ſi pluſieurs corps décrivent autour d'un même point des cercles concentriques, & que les carrés de leurs temps périodiques, ſoient comme les cubes des diſtances du centre commun, les forces centripetes des corps qui ſe meuvent ſeront réciproquement comme les carrés des diſtances. *Voyez* FORCE CENTRALE. Or tous les Aſtronomes conviennent que cette analogie a lieu par raport à toutes les planetes : d'où il s'enſuit que les forces centripetes de toutes les planetes, ſont réciproquement comme les carrés des diſtances où elles ſont des centres de leurs orbites. *Voy. l'article* PLANETE, *& l'article* LOI DE KEPLER.

De tout ce qu'on vient de dire, il s'enſuit que les planetes ſont retenues dans leurs orbites par une puiſſance qui agit continuélement ſur elles, que cette puiſſance a ſa direction vers le centre de ces orbites : que l'efficacité de cette puiſſance augmente à meſure qu'elle approche du centre, & qu'elle diminue à meſure qu'elle s'en éloigne ; qu'elle augmente en même proportion que diminue le carré de la diſtance, qu'elle diminue comme le carré de la diſtance augmente.

Or, en comparant cette force centripete des planetes avec la force de *gravité* des corps ſur la terre, on trouvera qu'elles ſont parfaitement ſemblables.

Pour rendre cette vérité ſenſible, nous examinerons ce qui ſe paſſe dans le mouvement de la lune, qui eſt la planete la plus voiſine de la terre.

Les eſpaces rectilignes, décrits dans un temps donné par un corps qui tombe & qui eſt pouſſé par quelque puiſſance, ſont proportionels à ces puiſſances, & compter depuis le commencement de la chute. Par conſéquent la force centripete de la lune dans ſon orbite, ſera à la force de la *gravité* ſur la ſurface de la terre, comme l'eſpace que la lune parcourroit en tombant pendant quelque temps, par ſa force centripete, du côté de la terre, ſuppoſé qu'elle n'eût aucun mouvement circulaire, eſt à l'eſpace que parcourroit dans le même temps quelque autre corps en tombant par ſa *gravité* ſur la terre.

On ſait par expérience que les corps peſans parcourent ici-bas 15 pieds par ſeconde, *voy.* DESCENTE. Or l'eſpace que la force centripete de la lune lui feroit parcourir en ligne droite dans une ſeconde, eſt ſenſiblement égal au ſinus verſe de l'arc que la lune décrit dans une ſeconde. Et, puiſqu'on connoît le rayon de l'orbite de la lune & le temps de ſa révolution, on connoîtra par conſéquent ce ſinus verſe.

Faiſant donc le calcul, on trouve que ce ſinus verſe eſt à 15 pieds, c'eſt-à-dire, que la force centripete de la lune dans ſon orbite, eſt à la force de la *gravité* ſur la ſurface de la terre, comme le carré du demi-diametre de la terre eſt au carré du demi-diametre de l'orbite. On peut voir ce calcul tout au long dans le *IIIe livre des Principes de Newton, & dans pluſieurs autres ouvrages auxquels nous renvoyons.*

C'eſt pourquoi la force centripete de la lune eſt la même que la force de la *gravité*, c'eſt-à-dire, procede du même principe ; autrement, ſi ces deux

Digitized by Google

forces étoient différentes, les corps poussés par les deux forces conjointement, tomberoient vers la terre avec une vitesse double de celle qui naîtroit de la seule force de la *gravité*.

Il est donc évident que la force centripete, par laquelle la lune est retenue dans son orbite, n'est autre chose que la force de la *gravité* qui s'étend jusque-là.

Par conséquent la lune pese vers la terre; donc réciproquement celle-ci pese vers la lune: ce qui est confirmé d'ailleurs par les phénomenes des marées. *Voyez* FLUX & REFLUX, & GRAVITATION.

On peut appliquer le même raisonement aux autres planetes. En effet, comme les révolutions des planetes autour du soleil, & celles des satellites de jupiter & de saturne autour de ces planetes, sont des phénomenes de la même espece que la révolution de la lune autour de la terre; comme les forces centripetes des planetes ont leur direction vers le centre du soleil; comme celles des satellites tendent vers le centre de leurs planetes; & enfin, comme toutes ces forces sont réciproquement comme les carrés des distances aux centres, on peut conclure que la loi de la *gravité* & sa cause sont les mêmes dans toutes les planetes & leurs satellites.

C'est pourquoi comme la lune pese vers la terre, & celle-ci vers la lune, de même tous les satellites pesent vers leurs planetes principales: & les planetes principales vers leurs satellites; les planetes vers le soleil, & le soleil vers les planetes. *Voyez* GRAVITATION, PLANETE, *&c.*

Il ne reste plus qu'à savoir quelle est la cause de cette *gravité* universele, ou tendance mutuele que les corps ont les uns vers les autres.

Clarke ayant détaillé plusieurs propriétés de la *gravité* des corps, conclut que ce n'est point un effet accidentel de quelque mouvement ou matiere subtile, mais une force générale que le tout-puissant a imprimé dès le commencement à la matiere, & qu'il y conserve par quelque cause efficiente qui en pénetre la substance.

Gravesande, dans son *introduction à la philosophie de Newton*, prétend que la cause de la *gravité* est absolument inconnue, & que nous ne devons la regarder que comme une loi de la nature & comme une tendance que le Créateur a imprimée originairement & immédiatement à la matiere, sans qu'elle dépende en aucune façon de quelque loi ou cause seconde. Il croit que les trois réflexions suivantes suffisent pour prouver sa proposition. Savoir,

1°. Que la *gravité* demande la présence du corps qui pese ou attire: c'est ainsi que les satellites de jupiter, par exemple, pesent sur cette planete, quelque part qu'elle se trouve.

2°. Que la distance au corps attirant étant supposée la même, la vitesse avec laquelle les corps se meuvent par la force de la *gravité*, dépend de la quantité de matiere qui se trouve dans le corps qui attire, & que la vitesse ne change point, quelle que puisse être la masse du corps pesant.

3°. Que, si la *gravité* ne dépend d'aucune loi connue de mouvement, il faut que ce soit quelque impulsion venant d'un corps étranger, de sorte que la *gravité* étant continuele, elle demande aussi une impulsion continuele.

Or, s'il y a quelque matiere qui pousse continuellement les corps, il faut que cette matiere soit fluide & assez subtile pour pénétrer la substance de tous les corps: mais comment un corps, qui est assez subtil pour pénétrer la substance des corps les plus durs, & assez raréfié pour ne pas s'opposer sensiblement au mouvement des corps, peut-il pousser des corps considérables les uns vers les autres avec tant de force? Comment cette force augmente-t-elle suivant la proportion de la masse du corps vers lequel l'autre corps est poussé? D'où vient que tous les corps, en supposant la même distance & le même corps vers lequel ils tendent, se meuvent avec la même vitesse? Enfin un fluide qui n'agit que sur la surface, soit des corps mêmes, soit de leurs particules intérieures, peut-il communiquer aux corps une quantité de mouvement, qui suive exactement la proportion de la quantité de matiere renfermée dans les corps?

M. Cotes, en donnant un plan de la philosophie de Newton, va encore plus loin, & assure que la *gravité* doit être mise au rang des qualités premieres de tous les corps, & réputée aussi essentiele à la matiere que l'étendue, la mobilité, l'impénétrabilité. *Pref. ad Newt. Princip.* Sur quoi, *voyez les articles* ATTRACTION & GRAVITATION.

Mais Newton, pour nous faire entendre qu'il ne regarde point la *gravité* comme essentiele aux corps, nous donne son opinion sur la cause, & il prend le parti de la proposer par forme de question, comme n'étant point encore content de tout ce qu'on en a découvert par les expériences.

Nous ajouterons ici cette question dans les propres termes dont il s'est servi.

Après avoir prouvé qu'il y a, dans la nature, un milieu beaucoup plus subtil que l'air, que par les vibrations de ce milieu la lumiere communique de la chaleur aux corps, subit elle-même des accès de facile réflexion & de facile transmission; & que les différentes densités des couches de ce milieu produisent la réfraction aussi-bien que la réflexion de la lumiere (*Voyez* MILIEU, CHALEUR, RÉFRACTION, *&c.*); il fait la question suivante:

„ Ce milieu n'est-il pas beaucoup plus raréfié dans les corps denses du soleil, des étoiles, des planetes & des cometes, que dans les espaces célestes qui sont vides, & qui se trouvent entre ces corps? & ce milieu, en passant de là à des distances considérables, ne se condense-t-il pas continuellement de plus en plus, & ne devient-il pas ainsi la cause de la *gravité* que ces grands corps exercent les uns sur les autres, & de celle de leurs parties, puisque chaque corps s'efforce de s'éloigner

Digitized by Google

des parties les plus denſes du milieu vers ſes parties les plus raréfiées ?

„ Car, ſi l'on ſuppoſe que ce milieu eſt plus raréfié dans les corps du ſoleil que dans ſa ſurface, & plus à la ſurface qu'à une diſtance très-petite de cette même ſurface, & plus à cette diſtance que dans l'orbe de ſaturne; je ne vois pas, dit M. Newton, pourquoi l'accroiſſement de denſité ne ſeroit pas continué dans toute la diſtance qu'il y a du ſoleil à ſaturne, & au delà.

„ Et quand même cet accroiſſement de denſité ſeroit exceſſivement lent ou foible à une grande diſtance, cependant ſi la force élaſtique de ce milieu eſt exceſſivement grande, elle peut être ſuffiſante pour pouſſer les corps depuis les parties les plus denſes du milieu, juſqu'à l'extrémité de ſes parties les plus raréfiées, avec toute cette force que nous appelons *gravité*.

„ La force élaſtique de ce milieu eſt exceſſivement grande, comme on en peut juger par la viteſſe de ſes vibrations : car, d'un côté, les ſons ſe répandent environ à 180 toiſes dans une ſeconde de temps : de l'autre, la lumiere vient du ſoleil juſqu'à nous dans l'eſpace de ſept ou huit minutes, & cette diſtance eſt environ de 33,000,000 lieues ; & pour que les vibrations ou impulſions de ce milieu puiſſent produire les ſecouſſes alternatives de facile tranſmiſſion & de facile réflexion, il faut qu'elles ſe faſſent plus promptement que celles de la lumiere, & par conſéquent environ 700,000 fois plus vite que celles du ſon; de ſorte que la vertu élaſtique de ce milieu, toutes choſes d'ailleurs égales, doit être plus de 700,000 × 700,000, c'eſt-à-dire, plus de 490,000,000,000 fois plus grande que n'eſt la vertu élaſtique de l'air : car les viteſſes des pulſions des milieux élaſtiques, toutes choſes d'ailleurs égales, ſont en raiſon ſous-doublée de la directe des élaſticités de ces milieux.

„ Comme la vertu magnétique eſt plus conſidérable dans les petites pierres d'aimant que dans les grandes, à proportion de leur volume, & que l'attraction électrique agit plus vivement ſur les petits corps que ſur les grands, de même la petiteſſe des rayons de lumiere peut contribuer infiniment à la force de l'agent, ou de la puiſſance qui leur fait ſubir les réfractions. Et ſi l'on ſuppoſe que l'éther (comme l'air que nous reſpirons) contiene des particules qui s'efforcent de s'éloigner les unes des autres, & que ces particules ſoient infiniment plus petites que celles de l'air, ou même que celles de la lumiere, leur petiteſſe exceſſive peut contribuer à la grandeur de la force par laquelle elles s'éloignent les unes des autres, rendre le milieu infiniment plus rare & plus élaſtique que l'air, & par conſéquent infiniment moins propre à réſiſter aux mouvemens des projectiles, & infiniment plus propre à cauſer la peſanteur des corps par l'effort que font ſes particules pour s'étendre. „ *Optic. pag.* 325, *&c. Voyez* LUMIERE, ELASTICITÉ, &c.

Voilà un précis des idées générales que Newton paroît avoir eues ſur la cauſe de la *gravité* : cependant ſi on examine d'autres endroits de ſes ouvrages, on eſt tenté de croire que cette explication générale qu'il donne dans ſon *Optique*, étoit deſtinée principalement à raſſurer quelques perſonnes que l'attraction avoit révoltées. Car ce philoſophe, en avouant que la peſanteur pouroit être produite par l'impulſion, ajoute qu'elle pouroit auſſi être produite par quelque autre cauſe : il fait mouvoir les planetes dans un grand vide, ou du moins dans un eſpace qui contient très-peu de matiere ; il remarque que l'impulſion d'un fluide eſt proportionele à la quantité de ſurface des corps qu'il frape, au lieu que la *gravité* eſt comme la quantité de matiere, & vient d'une cauſe qui pénetre, pour ainſi dire, les corps ; ainſi il n'étoit pas, ce me ſemble, fort éloigné de regarder la *gravité* comme un premier principe, & comme une loi primordiale de la nature. En un mot, toute cette explication eſt bien foible, pour ne rien dire de plus, bien vague, & bien peu conforme à la maniere ordinaire de philoſopher de ſon illuſtre auteur; & nous ne pouvons croire qu'il l'ait propoſée bien ſérieuſement. D'ailleurs Newton parut donner ſon approbation à la préface que M. Cotes a miſe à la tête de la ſeconde édition de ſes *Principes*, & dans laquelle cet auteur ſoutient, comme nous l'avons dit, que la *gravité* eſt eſſentiele à la matiere. *Voyez aux articles* ATTRACTION *&* GRAVITATION les réflexions que nous avons faites ſur cette derniere opinion.

On diſtingue la *gravité* en *abſolue* & *relative*.

La *gravité abſolue* eſt celle par laquelle un corps deſcend librement ſans éprouver aucune réſiſtance.

La *gravité relative* eſt celle par laquelle un corps deſcend, après avoir conſumé une partie de ſon poids à ſurmonter quelque obſtacle ou réſiſtance. Telle eſt la *gravité* par laquelle un corps deſcend le long d'un plan incliné, où une partie de ſa force eſt employée à ſurmonter la réſiſtance ou le frotement du plan. Telle eſt encore la *gravité* par laquelle un corps deſcend dans un fluide. *Voyez* FROTEMENT, & pour les loix de la *gravité* relative, conſultez les *articles* ACCÉLÉRÉ, PLAN INCLINÉ, DESCENTE, FLUIDE, RÉSISTANCE, *&c.*

Centre de GRAVITÉ. *Voyez* CENTRE.

La formule $\frac{9}{p} = \frac{4\,A^2}{\pi^2 . AB}$, que nous avons donnée au *mot* FORCE CENTRIFUGE, peut ſervir à trouver le raport de la force centrifuge des corps terreſtres à la gravité ; car on peut connoître, par les loix des pendules (*Voyez* PENDULE), le temps 9 d'une vibration d'un pendule, dont la longueur ſeroit égale au rayon de la terre ; & on peut connoître de plus l'eſpace A, ou la partie de la circonférence de l'équateur qu'un point quelconque de la ſurface de la terre décrit dans ce même temps; & comme π eſt le raport de la demi-cir-

Digitized by Google

conférence au rayon, & AB le diametre de la terre, on aura donc en nombres très-approchés le raport de 2 A à πAB, ou de A à $\frac{\pi . AB}{2}$, c'est-à-dire, de l'arc A à la demi-circonférence de la terre. Or, achevant le calcul, on trouve que ce raport eſt d'environ 1 à 17. *Voyez le diſcours de* M. Huyghens *ſur la cauſe de la peſanteur*. Donc le raport de la force centrifuge à la *gravité* ſous l'équateur, eſt égal au carré de $\frac{1}{17}$, c'eſt-à-dire, $\frac{1}{289}$.

Les loix de la *gravité* des corps qui peſent dans les fluides, font l'objet de l'Hydroſtatique. *Voyez* HYDROSTATIQUE.

Dans cette ſcience on diviſe la *gravité* en *abſolue* & *ſpécifique*.

La *gravité abſolue* eſt la force avec laquelle les corps tendent en bas, comme nous l'avons déja dit.

La *gravité ſpécifique* eſt le raport de la gravité d'un corps à celle d'un autre de même volume. *Voyez* SPÉCIFIQUE.

Pour les loix de la *gravité* ſpécifique avec les manieres de la trouver, ou de la déterminer dans les ſolides & dans les fluides, conſultez *l'article* BALANCE HYDROSTATIQUE. (*O*).

GRAVITER, v. n. (*Méch.*): on dit, dans la philoſophie Newtonienne, qu'un corps gravite vers un autre, pour dire qu'il tend vers cet autre corps par la force de la gravité, ou, pour parler ſuivant le ſyſtême de Newton, qu'il eſt attiré par cet autre corps. *Voyez* GRAVITATION, *&c.*

GRAVOIR, (*Lunetier*); c'eſt un inſtrument avec lequel le lunetier trace dans la châſſe de la lunete, la rainure où ſe place le verre, & qui le retient. Il conſiſte en une plaque ronde, d'un diametre un peu plus petit que le verre & la châſſe. Cette plaque eſt tranchante & dentelée. Il y a une platine appliquée à cette plaque, & qui la déborde: l'un & l'autre ſont montés ſur un petit arbre qui les traverſe, qui a ſes poupées comme les arbres des tours à tourner en l'air, & qui porte au milieu une boîte ronde, comme il y en a aux forêts. On monte la corde de l'arçon ſur cette boîte; on fait tourner l'arbre & la plaque tranchante; l'ouvrier place ſa châſſe contre la platine qui le dirige; il fait mordre la plaque tranchante dans l'épaiſſeur de la châſſe, & la rainure ſe fait. Il faut obſerver que la platine peut-être montée avec la plaque tranchante ſur un même arbre, pourvu que ces deux parties laiſſent entr'elles l'intervalle convenable; ou qu'elles peuvent être ſéparées, en ſorte que la plaque tranchante ſoit ſeule fixée ſur l'arbre, & qu'on en puiſſe approcher parallélement, & fixer ſolidement & à la diſtance convenable, la platine qui ſert de directrice à l'ouvrier, & ſans laquelle il ne ſeroit pas ſûr de pratiquer ſa rainure dans un plan bien vertical.

GRÖSSIR, v. act. (*Optiq.*) ſignifie faire paroître un objet plus grand qu'il n'eſt en effet: ainſi on dit d'un microſcope, qu'il *groſſit* les objets. *Voyez* MICROSCOPE, LUNETE, *voyez auſſi* MIROIR, *&c.*

Il le faut avouer, nous n'avons point encore de théorie bien ſatisfaiſante, & qui ſoit à l'abri de toute difficulté, ſur la propriété qu'ont les inſtrumens de Dioptrique ou de Catoptrique, de *groſſir* les objets: en général cela vient de ce que le miroir ou le verre réfléchit ou rompt les rayons, de maniere qu'ils entrent dans l'œil ſous un plus grand angle que s'ils partoient de l'objet aperçu à la vue ſimple; mais cet angle ne ſuffit pas pour déterminer la grandeur de l'objet (*Voyez* VISION), il faut le combiner avec la diſtance apparente (*Voyez* DISTANCE), & par conſéquent connoître le lieu de l'image. Or les Opticiens ne nous ont point encore donné de regles ſûres touchant ce dernier point. *Voyez* DIOPTRIQUE. (*O*).

GRUAU, ſ. m. (*Méch.*): cette machine a le même uſage que la grue, à l'exception qu'elle n'a point tant de ſaillie. Elle eſt compoſée des pieces ſuivantes.

1°. Le ſol; 2°. la fourchete; 3°. le poinçon; 4°. les bras ou liens en contre-fiche; 5°. la jambete; 6°. le treuil; 7°. l'aretier; 8°. la roue; 9°. le rancher avec ſes chevilles ou ranche. La volée qui eſt la partie mouvante du *gruau*, comme de la grue, ſont les pieces ſuivantes; 10°. le rancher; 11°. le lien; 12°. la grande moiſe; 13°. la poulie; 14°. les boulons; 15°. le câble. *Voyez l'article* GRUE *& les Planches du Charpentier.*

GRUE, (*Méchan.*); machine en uſage dans la conſtruction des bâtimens, pour élever des pierres & autres grands fardeaux.

M. Perrault dans ſes notes ſur Vitruve, prétend que la *grue* eſt le corbeau des anciens. *Voyez* CORBEAU.

La *grue* des modernes eſt compoſée de pluſieurs pieces, dont la principale eſt un arbre élevé perpendiculairement, & terminé en poinçon par le haut: cet arbre eſt garni par le milieu de huit pieces de bois poſées en croix, & ſoutenu de huit bras ou liens en contre-fiche, qui s'aſſemblent vers le haut de l'arbre, & y ſont joints avec tenon & mortoiſe. La piece de bois qui porte & qui ſert à élever les fardeaux, s'appele *échelier* ou *rancher*; elle eſt garnie de chevilles ou ranches, & poſée ſur un pivot de fer qui eſt au bout du poinçon de l'arbre: il eſt aſſemblé avec pluſieurs moiſes à des liens montans. Il y a des pieces de bois que l'on nomme *ſoupentes*, atachées à la grande moiſe d'en-bas & à l'échelier, & qui ſervent à porter la roue & le treuil, autour duquel ſe dévide le câble. Le câble paſſe dans des poulies qui ſont au bout des moiſes, & à l'extrémité de l'échelier. Tout le corps de la *grue*, c'eſt-à-dire, l'échelier, les moiſes, les liens montans, les ſoupentes, la roue & le treuil, tourne ſur le pivot autour de l'arbre pour placer les fardeaux où l'on veut. (*Chambers.*)

Digitized by Google

À proprement parler, la *grue* eſt un compoſé du treuil & de la poulie: ainſi, pour connoître l'effet de cette machine & ſa force, il ne faut qu'y appliquer ce que nous dirons de ces deux machines. *Voyez donc* POULIE & TREUIL. *Voyez auſſi* AXE DANS LE TAMBOUR, qui eſt la même choſe que *treuil*, &c.

GRUE, (*Aſtron.*); conſtellation méridionale, ſituée au deſſous du poiſſon auſtral: elle ſe trouvoit déja dans les cartes de Bayer: elle a été conſervée par l'abbé de la Caille, dans ſon *Planiſphere auſtral*. La principale étoile de cette conſtellation marquée *α*, eſt de ſeconde grandeur: elle avoit, en 1750, 328° 5′ 8″ d'aſcenſion droite, & 48° 9′ 22″ de déclinaiſon auſtrale; mais il y a des étoiles de la *grue* qui n'ont que 38° de déclinaiſon, & qui par conſéquent ſe levent ſur l'horizon de Paris. (*D. L.*)

GREENWICH, (*Aſtron.*); nom célebre du lieu où eſt bâti l'obſervatoire royal d'Angleterre.

GUNTER, échele de *Gunter*; échele de logarithmes. *Voyez* ÉCHELX.

Digitized by Google

HACHE, (*Arpentage*). Nicod a dit que *hache*, en fait d'arpentage, „ eſt une certaine forme „ de champs, & conſéquemment tenans ou abou„ tiſſans de flanc ou front courbe, & faiſant tour„ nailler, & non de droite ou pleine ligne „; ainſi, l'on dit *piece de terre* aſſiſe en tel lieu, appartenante à Louis Grivon, contenant dix arpens en *hache*, tenant d'une part à Jean Floquart, & d'autre part à Pierre Amy. (*D. J.*)

HADLEY, (*Aſtron.*); inſtrument de Hadley, *voyez* QUARTIER *de Réflexion*.

HALO, ſ. m. (*Optique*); météore qui paroît en forme d'anneau ou de cercle lumineux & de diverſes couleurs, autour du ſoleil, de la lune & des étoiles. *Voyez l'article* ARC-EN-CIEL, & le *Dictionaire de Phyſique*.

HARMONIE, (*Aſtron.*). Les anciens avoient conſidéré les mouvemens céleſtes comme formant entr'eux une eſpece d'*harmonie*. On conſidéroit d'abord les aſpects, comme ayant raport avec les intervalles des tons: l'aſpect quadrat ou la quadrature eſt par raport à l'aſpect ſextile ou de 60 degrés, comme 3 eſt à 2, c'eſt le raport des cordes qui forment la quinte ou le *diapente*. L'aſpect trine eſt au quadrat comme 4 eſt à 3, c'eſt la quarte ou le *diateſſaron*. (*Riccioli, Almag.* t. I, p. 668.)

Quant aux proportions des diſtances, il eſt inutile de raporter ce que Pythagore & Archimede en diſoient. *Voyez* Pline, *l.* 2, *c.* 22; Macrobe, *l.* 2, *c.* 3; Riccioli, *tom.* I, p. 415 & 481. On n'avoit alors aucune idée des diſtances des planetes; mais depuis Copernic on connut ces raports, & Kepler s'éforça de les comparer aux proportions des corps réguliers, & aux intervalles de la muſique. *Myſterium Coſmograph.* c. 14, 20, 21; *Harmonices*, *l.* 5, c. 4; *Epitome Aſtron.* *l.* 4, p. 452, 483, 501; *Tabulæ Rudolphinæ*, p. 71; *Riccioli, Almag.* p. 689. Mais ces raports ſont ſi arbitraires & ſi incomplets, que nous ne croyons pas devoir y inſiſter davantage. (*D. L.*)

HARPOCRATE, (*Aſtron.*). Les divinités égyptiennes, *Horus* & *Harpocrate*, paroiſſent avoir donné lieu à la conſellation des *gémeaux*. *Voyez* HORUS.

HAUTEUR, ſ. f. (*Géom.*). On appele ordinairement *hauteur* d'un objet l'élévation de cet objet au deſſus de la ſurface de la terre. C'eſt ainſi qu'on déſigne l'élévation d'un mur, d'un nuage, *&c.*

Ce même mot s'emploie plus généralement pour déſigner la diſtance d'un point ou d'une ligne à une ligne ou à un plan. Ainſi on appele *hauteur* d'un triangle la perpendiculaire menée de l'un des angles du triangle au côté oppoſé; *hauteur* d'un parallélogramme la perpendiculaire menée d'un point quelconque de l'un des côtés du parallélogramme oppoſé, *&c.*

Des triangles qui ont des baſes & des *hauteurs* égales, ſont égaux en ſurface; les parallélogrammes ſont doubles en ſurface des triangles de même baſe & de même *hauteur*. *Voyez* TRIANGLE, PARALLÉLOGRAMME.

Les *hauteurs* inacceſſibles ſe meſurent par le moyen de la Trigonométrie. *Voyez* TRIGONOMÉTRIE.

HAUTEUR, (*Aſtron.*) ou élévation d'un aſtre, eſt le nombre de degrés, de minutes & de ſecondes compris entre l'aſtre & l'horizon meſuré ſur un cercle vertical. La meſure des *hauteurs* eſt le fondement de toute l'Aſtronomie.

Soit un obſervateur *O*, *Pl. d'Aſtronomie*, *Fig.* 24, dont *Z* eſt le zénit, & *H O R* l'horizon; puiſqu'il eſt convenu, entre les aſtronomes de tous les temps, de diviſer le cercle en 360 degrés, on comptera néceſſairement 90° depuis *Z* juſqu'à *R*; car *Z R* eſt le quart du cercle ou de la circonférence entiere. Ainſi, une étoile qui paroîtroit en *Z* auroit 90° de *hauteur*; celle qui ſeroit en *A* à égale diſtance de l'horizon *R* & du zénit *Z*, en auroit 45, & ainſi des autres.

L'obſervateur *O*, qui veut meſurer ces *hauteurs*, n'a qu'à former un quart de cercle *B D*, de bois ou de métal; le diviſer en 90 parties, placer un des côtés *B O* verticalement, au moyen d'un fil à plomb, &, dans cet état, remarquer, en mettant l'œil au centre *O*, ſur quel point *C* répond l'aſtre *A*, le nombre de degrés compris entre *D* & *C* ſur ſon inſtrument, ſera le même que celui des degrés de l'arc *A R*, qui, dans la ſphere céleſte, marquent la *hauteur* de l'aſtre *A* au deſſus de l'horizon; en effet, ſi l'arc *D C* eſt la huitieme partie d'une circonférence entiere, ou la moitié de *B D* ſur le petit inſtrument, l'arc céleſte *A R* ſera auſſi la moitié de *Z R*; ainſi, l'un & l'autre ſeront de 45°. On ſait que des degrés ne ſont autre choſe que des parties aliquotes ou des portions de la circonférence entiere, & qu'il y en a 90 dans le quart d'un très-petit cercle, comme dans le quart d'un très-grand, tout comme il y en a deux moitiés ou quatre quarts dans un objet quelconque grand ou petit; c'eſt ſur cette conſidération qu'eſt fondée la meſure des angles dont les aſtronomes font ſans ceſſe uſage, puiſque toutes les meſures, dans le ciel, conſiſtent en degrés, ou en parties de degrés.

Les aſtronomes diſpoſent d'une maniere plus commode le quart de cercle qu'ils emploient à meſurer

Digitized by Google

mesurer les *hauteurs*; ils placent un des côtés *BO*, *Fig.* 25, de maniere qu'il soit dirigé vers l'étoile *A*, dont ils veulent mesurer la *hauteur*; au centre *O* de cet instrument ils suspendu librement un fil à plomb *OED*; alors l'arc *EG* du quart de cercle que l'on emploie, compris entre le fil à plomb & le rayon *OG*, aura autant de degrés que l'arc *AR*, qui est la *hauteur* de l'astre *A*, au dessus de l'horizon *OR*; car la ligne verticale *ZOED* fait, avec le rayon de l'étoile *BOA*, un angle dont la mesure est l'arc *ZA* d'un côté, & de l'autre l'arc *BE*, qui lui est semblable, & qui a le même nombre de degrés, c'est ce que nous appelons la distance au zénit; l'arc *ZA* est le complément de l'arc *AR*, ou ce qui lui manque pour faire 90°, comme *BE* est le complément de l'arc *EG*; ainsi, l'arc *AR* est semblable à l'arc *GE*. Donc ce dernier arc exprime la *hauteur* de l'astre aussi-bien que l'arc *AR*. Telle est la maniere dont les astronomes procedent dans cette observation fondamentale, & qui revient sans cesse; il ne s'agit, pour observer la *hauteur* d'un astre au dessus de l'horizon, que de diriger un des côtés *BO* du quart de cercle *BEG* vers l'astre supposé en *A*, & de voir combien le fil à plomb *OED*, suspendu librement au centre *O* de l'instrument, intercepte de degrés en comptant de l'autre rayon *OG* de l'instrument, c'est-à-dire, de combien est l'arc *GE*; c'est la-dessus qu'est fondé l'usage du quart de cercle astronomique, dont nous ferons une description détaillée à l'*article* QUART DE CERCLE.

On distingue les *hauteurs* des astres en *hauteurs apparentes* & *hauteurs vraies*; elles different à raison de la *réfraction* qui rend la *hauteur* apparente plus grande, & de la *parallaxe*, qui la fait paroître plus petite que la véritable.

La hauteur méridienne, que les astronomes observent principalement, est celle qui a lieu au moment que les astres passent par le méridien, c'est l'arc du méridien compris entre l'astre & l'horizon. Cette *hauteur* est la plus grande de toutes, elle sert à trouver la déclinaison de l'astre; on l'observoit autrefois avec un *gnomon*, actuellement on se sert ordinairement d'un *quart de cercle mural*, dont il faut connoître l'erreur par les vérifications nécessaires; & après toutes les corrections nécessaires, on en déduit la déclinaison.

Par exemple, le 22 mars 1752, j'observai à Berlin la distance du bord supérieur du soleil au zénit de 51° 20′ 48″, en faisant toucher le bord supérieur du fil au bord du soleil qui paroissoit en bas; il faut en ôter 18″ pour l'erreur que j'avois trouvée par le retournement, ajouter 3″ pour la demi-épaisseur du fil, ajouter 1′ 2″ pour la réfraction, 16 5″ pour le demi-diametre, ôter 6″ pour la parallaxe du soleil, & l'on a la vraie distance du soleil au zénit, 51° 37′ 34″, qui, retranchée de la distance du zénit à l'équateur ou de la *hauteur* du pole, que j'avois trouvée 52° 31′ 30″, donne la vraie déclinaison du centre du soleil pour le 22 mars, à midi 0° 53′ 56″.

Mathématiques. Tome I.

La hauteur de l'équateur, que l'on emploie pour trouver la déclinaison par le moyen de la *hauteur méridienne*, peut se trouver directement en observant la plus grande & la plus petite *hauteur* du soleil en été & en hiver; les premiers Caldéens qui observerent à Babylone, avoient l'équateur élevé de 54°; & si le soleil avoit fait son mouvement annuel en suivant l'équateur, il auroit paru tous les jours élevé à midi de 54°. Mais les Babyloniens apercevoient que le soleil s'élevoit en été de 24° au dessus de l'équateur, & descendoit en hiver de 24° au dessous; en sorte que sa *hauteur* vers le milieu du jour, ou sa *hauteur méridienne*, étoit de 78° en été, & de 30° seulement en hiver: d'où il suivoit évidemment que l'écliptique étoit un cercle différent de l'équateur de 24°. Ce cercle devoit seulement traverser ou couper l'équateur en deux points diamétralement opposés; car on observoit deux fois l'année, au printemps & en autone, que la *hauteur* du soleil à midi étoit précisément égale à la *hauteur* de l'équateur, c'est-à-dire, de 54°; d'où il suivoit que, dans ces deux jours-là, le soleil étoit dans l'équateur même, dont 3 mois auparavant il avoit été éloigné de 24° dans les jours des deux solstices; le milieu entre 30° & 78°, c'est-à-dire, 54, étoit donc la *hauteur* de l'équateur.

La hauteur du pole est l'observation fondamentale & essentiele de l'Astronomie & de la Géographie; si l'étoile polaire étoit précisément & exactement située au pole du monde, en sorte qu'elle pût en être la marque sûre & permanente, il suffiroit d'en mesurer la *hauteur*, & l'on auroit la *hauteur* du pole; mais cette étoile en est éloignée d'environ deux degrés. Il est vrai qu'on a peine à distinguer si elle a changé de place quand on ne la regarde qu'à la vue simple, & sans avoir devant les ieux quelque terme fixe auquel on puisse la comparer; cependant, avec des instrumens & une attention suivie, on reconoît qu'elle décrit, aussi-bien que les autres étoiles, un petit cercle autour du pole; mais, si l'étoile polaire ne marque pas immédiatement le point du ciel où est le pole, du moins le milieu du cercle qu'elle décrit chaque jour en doit donner la plus sûre indication, l'étoile *A*, *Fig.* 26, décrivant autour du pole *P* un cercle *AB*; si cette étoile est à deux degrés du pole, l'arc *AP* sera de deux degrés, aussi bien que l'arc *PB*, & l'arc entier *APB* qui marque le diametre du parallele, sera de 4°. Ainsi, l'étoile étant au méridien en *A*, dans la partie supérieure de son parallele, aura une *hauteur AH* au dessus de l'horizon, plus grande de 4° que la *hauteur BH* de cette même étoile douze heures après, au dessous du pole. La différence *AB* de ces deux *hauteurs* sera donc de 4°. Supposons actuellement qu'on ait observé la *hauteur* de l'étoile en *A* & sa *hauteur* en *B*, il faudra, pour avoir la *hauteur* du pole *P*, partager en deux la différence *AB* des deux *hauteurs*; la moitié de cette différence sera *PB*; on l'ajoutera à la plus

Digitized by Google

petite *hauteur HB*, & l'on aura *HP*, qui eſt la *hauteur* du pole. Par exemple, ſi l'étoile, obſervée à Paris, a d'abord 47°, & enſuite 51° de *hauteur*, la différence étant de 4 degrés, on en prendra la moitié, c'eſt-à-dire, 2°, ce ſera la diſtance de l'étoile au pole; ces 2° ajoutés à 47°, qui eſt la plus petite *hauteur* de l'étoile, donneront la *hauteur* du pole qui ſera par conſéquent de 49°, ou, ce qui revient au même, on prendra la moitié de la ſomme des deux *hauteurs* 51 & 47, & l'on trouvera 49.

La *hauteur* du pole & la *hauteur* de l'équateur que nous venons de trouver ſéparément, font enſemble 90°; en ſorte que, la premiere étant connue, on a néceſſairement la ſeconde. Soit *P* le pole, *Fig.* 23, & *E* l'équateur, *PH* la *hauteur* du pole, *EO* celle de l'équateur; le demi-cercle *HZO* eſt la partie viſible du méridien qui a 180° d'étendue, ſi l'on en retranche le quart de cercle *PZE*, qui eſt la diſtance du pole à l'équateur, c'eſt-à-dire, 90°, il en doit néceſſairement reſter 90 autres; donc les arcs *HP* & *EO*, qui reſtent après avoir ôté *PZE* de 180, font enſemble 90°; donc la *hauteur* du pole *HP* eſt le complément de la *hauteur* de l'équateur *EO*; par exemple, l'une eſt à Paris de 48° 50', & l'autre de 41° 10'.

De là il ſuit que la *hauteur* de l'équateur eſt égale à la diſtance du pole au zénit, c'eſt-à-dire, à *PZ*; car *ZH* eſt de 90°, puiſque, du zénit à l'horizon, il y a néceſſairement un quart de cercle; ainſi, *HP* eſt le complément de *PZ*; mais nous venons de voir que *HP* eſt le complément de *EO*; donc *PZ* eſt égal à *EO*, c'eſt-à-dire, que la diſtance du pole au zénit eſt égale à la *hauteur* de l'équateur.

Il eſt évident, par la même raiſon, que la diſtance *ZE* du zénit à l'équateur eſt égale à la *hauteur* du pole *PH*; car *ZH* & *PE* ſont chacun de 90°; ſi vous en retranchez la partie commune *PZ*, il reſtera deux arcs égaux *PH* & *ZE*, qui ſont la *hauteur* du pole, & la diſtance de l'équateur au zénit, ou la latitude géographique du lieu dont *Z* eſt le zénit: voilà pourquoi l'on prend ſouvent la latitude pour la *hauteur* du *pole*; ce ſont deux quantités néceſſairement égales.

Prendre hauteur, en mer, n'eſt autre choſe que meſurer la *hauteur* méridiene du ſoleil pour déterminer la latitude du lieu. On la prenoit autrefois avec l'*arbalête*, ou le quartier anglois; on ne ſe ſert plus aujourd'hui que de l'octant de Hadley, ou *quartier de réflexion*. La *hauteur* obſervée par raport à l'horizon de la mer, exige une correction de quelques minutes pour l'élévation de l'œil ou de l'abaiſſement de l'horizon apparent. *Voyez* HORIZON. On verra au *mot* LATITUDE la maniere de la trouver ſans le ſecours de la *hauteur* méridiene, pourvu qu'on ait deux *hauteurs* obſervées hors du méridien avec l'intervalle de temps.

La *hauteur* d'un aſtre obſervé hors du méridien, ſoit en mer, ſoit à terre, corrigée par la réfraction, ſert à trouver l'heure qu'il eſt, & les anciens aſtronomes n'avoient point d'autre moyen. La réſolution du triangle *PZS*, *Fig.* 39, qui ſert à trouver l'arc ſémi-diurne, ſert également dans le cas où le ſoleil a une *hauteur* quelconque. Si, par exemple, on a obſervé la *hauteur* du bord ſupérieur du ſoleil, qu'on en ait ôté la réfraction moins la parallaxe, & le demi-diametre du ſoleil, & qu'on ait enfin trouvé que le ſoleil a 30° de *hauteur* vraie; ſa diſtance au zénit *ZS*, eſt néceſſairement alors de 60°. On réſout le triangle *PZS*, en employant *ZS* de 60°. Le côté *PZ* eſt toujours le complément de la *hauteur* du pole, & le côté *PS* eſt la diſtance du ſoleil au pole boréal du monde, c'eſt-à-dire, la ſomme de 90° & de la déclinaiſon du ſoleil, ſi elle eſt auſtrale; la différence entre 90° & la déclinaiſon du ſoleil, ſi elle eſt boréale; connoiſſant les trois côtés d'un triangle, il eſt aiſé de trouver l'angle *P* par la trigonométrie ſphérique. Cet angle étant converti en temps à raiſon de 15° par heure, donne l'heure qu'il eſt, ſi c'eſt après-midi, ſans aucune autre attention. Si c'eſt le matin, cet angle *P* donne ce qu'il s'en faut pour aller à midi, ou bien l'on prend le ſupplément de l'angle *P* à 180°, qui converti en temps donne l'heure qu'il eſt pour la matin, c'eſt-à-dire, l'heure comptée depuis minuit.

Si c'eſt une étoile dont on ait obſervé la *hauteur*, on réſoudra de même le triangle *PZS* pour trouver l'angle *P*; mais on n'aura que ſa diſtance au méridien; on ſera obligé de calculer, pour ce moment, l'aſcenſion droite de l'étoile, & celle du ſoleil qu'on retranchera de celle de l'étoile; ayant trouvé leur différence, on en ôtera l'angle horaire trouvé, ſi l'étoile eſt à l'orient du méridien, & on l'ajoutera ſi c'eſt à l'occident; la différence ou la ſomme, convertie en temps à raiſon de 15° par heure, donnera l'heure vraie, en comptant depuis midi juſqu'à 24 heures, ainſi que les aſtronomes ont coutume de compter les heures aſtronomiques. On peut trouver l'heure par une opération graphique. *Voyez le Traité de Navigation* de la Caille, & ci-devant le *mot* CADRAN.

Les aſtronomes font très-ſouvent uſage du problême inverſe, qui conſiſte à trouver la *hauteur* d'un aſtre pour une heure donnée, au lieu de trouver l'heure par le moyen de la *hauteur*. Il ne s'agit alors que de réſoudre le même triangle, dans lequel on connoît deux côtés *PZ* & *PS*, avec l'angle horaire *P*, & de trouver le côté *ZS*, complément de la *hauteur* de l'aſtre. Ce problême eſt d'un uſage fréquent pour le calcul des éclipſes, pour la conſtruction des cadrans ſolaires, & pour la conſtruction des tables de réfraction.

HAUTEURS *correſpondantes*. L'opération la plus ordinaire de toute l'aſtronomie, conſiſte à chercher l'heure du paſſage d'un aſtre par le méridien, ſoit pour trouver l'heure qu'il eſt, ſoit pour déterminer les différences d'aſcenſions droites entre les

Digitized by Google

astres. La méthode la plus exacte pour y parvenir, consiste à observer des *hauteurs* correspondantes. On sait que tous les astres décrivent par le mouvement diurne des cercles parallèles à l'équateur, dont les deux parties à droite & à gauche sont semblables; ainsi, les astres sont également élevés une heure avant le passage au méridien & une heure après; donc, pour avoir rigoureusement le temps où un astre a passé au méridien, il suffit d'observer, par le moyen d'une horloge à pendule, le moment où l'astre s'est trouvé à une certaine *hauteur* vers l'orient en montant, & avant son passage par le méridien, & d'observer ensuite le temps où il se trouve à une *hauteur* égale en descendant vers le couchant, après le passage au méridien. Le milieu, entre ces deux instans, sera le temps que l'horloge marquoit quand l'astre étoit dans le méridien.

Supposons que le bord du soleil ait été observé le matin avec le quart de cercle, & qu'on ait trouvé sa *hauteur* de 21° lorsque l'horloge marquoit 8^h 50′ 10″; supposons que plusieurs heures après, & le soleil ayant passé au méridien, on trouve encore sa *hauteur* de 21° vers le couchant, au moment où l'horloge marque 2^h 50′ 30″; il s'agit de savoir combien il y a de temps écoulé entre 8^h 50′ 10″ du matin, & 2^h 50′ 30″ du soir: on prendra le milieu de cet intervalle, & ce sera le moment du midi, sur l'horloge dont on s'est servi, soit qu'elle fût bien à l'heure ou qu'elle n'y fût pas. Pour prendre le milieu entre ces deux instans, il faut, suivant une regle de la plus simple arithmétique, ajouter ensemble les deux nombres, & prendre la moitié de la somme; mais, au lieu de 2^h après midi, il faut écrire 14^h, parce que l'horloge doit être supposée avoir marqué de suite les heures dans l'ordre naturel depuis 8 jusqu'à 14 heures; au lieu que, dans le fait, & par l'usage de l'horlogerie, elle a fini à 12^h, pour recommencer 1^h, 2^h, *&c.* Cette irrégularité de l'horloge dérangeroit le calcul, si l'on n'y avoit pas égard.

Heure où le bord du soleil étoit à 21° le matin	8^h	50′	10″
Heure où le même bord étoit à 21° le soir	14	50	30
Somme des heures	23	40	40
Moitié de la somme, ou heure du midi,	11	50	20

Ainsi, quand le soleil étoit dans le méridien à sa plus grande *hauteur*, & à distances égales des deux *hauteurs* observées, l'horloge marquoit 11^h 50′ 20″, c'est-à-dire, qu'elle étoit en retard sur le soleil de 9′ 40″. Cette opération n'a pas besoin d'être démontrée; on voit assez que de 8^h 50′ 10″ à 11^h 50′ 20″, il y a 3^h 0′ 10″, & qu'il y a la même distance entre 11^h 50′ 20″, & 2^h 50′ 30″ du soir; mais, quand il s'agit du soleil, il faut y appliquer l'équation des *hauteurs* correspondantes.

L'opération précédente suppose que le soleil ait décrit le matin & le soir un seul & même parallele, que son arc montant ait été parfaitement égal à son arc descendant, c'est-à-dire, qu'il ait été depuis 9^h du matin jusqu'à 3^h du soir à la même distance de l'équateur, afin que son angle horaire ait été le même à la même *hauteur*. Cependant cette supposition n'est pas rigoureusement exacte; car, le soleil décrivant tous les jours obliquement dans l'écliptique un arc d'environ un degré, il s'approche ou s'éloigne un peu de l'équateur, & la quantité va quelquefois à une minute de degré par heure: voici la maniere d'en tenir compte.

Soit P le pole élevé, *Fig. 39*, *Pl. d'Astronomie*, Z le zénit, S le soleil, $S\,B$ un arc parallele à l'horizon, en sorte que le point B & le point S soient à la même *hauteur*. Soit $P\,S$ la distance du soleil au pole le matin, $P\,B$ sa distance au pole devenue plus petite le soir par le changement de la déclinaison. Au moment que le soleil sera parvenu le soir au point B, que je suppose élevé de 21°, comme dans l'observation du matin, l'angle horaire du soir $Z\,P\,B$, distance du soleil & de son cercle horaire $P\,B$ au méridien $P\,Z$, sera plus grand que l'angle horaire du matin $Z\,P\,S$. On a donc deux triangles $Z\,P\,S$, $Z\,P\,B$, qui ont chacun le côté commun $P\,Z$, & les côtés égaux $Z\,S$, $Z\,B$, tous les deux de 69°, puisqu'ils sont le complément de la *hauteur*, qui est de 21° dans les deux cas; les côtés $P\,S$ & $P\,B$ sont différens de la quantité dont la déclinaison du soleil a changé dans l'intervalle de deux *hauteurs*; si l'on résout séparément ces deux triangles pour trouver les deux angles horaires $Z\,P\,S$, $Z\,P\,B$, on les trouvera différens; la moitié de leur différence réduite en temps, sera la correction qu'il faudra faire au temps du milieu des deux *hauteurs* égales, pour avoir le véritable instant du midi.

On peut trouver aussi cette correction par la formule suivante, dans laquelle $d\,x$ exprime le changement total de déclinaison arivé depuis la *hauteur* du matin jusqu'à celle du soir, $\frac{dx}{30}\left(\frac{tang.\ lat.}{sin.\ angl.\ hor.}\right.$ $\pm$ $\left.\frac{tang.\ decl.\ \odot}{tang.\ an.\ hor.}\right)$. Voyez *Mém.* de Petersbourg, *tome VIII*, *Mém. acad.* de Paris, année 1741, *Astronomie nautique*, 1743.

Dans la formule précédente, le signe + a lieu quand la déclinaison du soleil est du côté opposé au pole élevé, c'est-à-dire, pour nous quand elle est australe; & le — a lieu quand la déclinaison du soleil est du même côté que le pole élevé, c'est-à-dire, pour nous quand elle est boréale, ou depuis le 20 de mars jusqu'au 23 de septembre.

L'équation trouvée par la formule précédente, doit se retrancher lorsque la distance du soleil au pole élevé va en diminuant, c'est-à-dire, dans nos régions septentrionales, lorsque le soleil est dans les signes ascendans 9, 10, 11, 0, 1, 2, ou

Digitized by Google

depuis le 21 décembre jusqu'au 20 de juin. Cette équation eſt additive dans les ſignes deſcendans, ou lorſque le ſoleil s'éloigne de notre pole, depuis le 20 de juin juſqu'au 21 de décembre.

Exemple. Le premier jour du mois de mars 1764, on a pris à Paris des *hauteurs* correſpondantes vers 9h du matin & 3h du ſoir, on demande l'équation par la formule ci deſſus : la déclinaiſon du ſoleil eſtoit de 7° 17′ du côté du midi, & ſa diminution dans 24h, de 22′ 54″. On aura donc 5′ 42″, 5 pour le changement en déclinaiſon pendant 6h, intervalle des obſervations. Ainſi, dx eſt égal à 342″, 5 ; l'angle horaire, qui répond à 3h, eſt de 45° ; la tangente de la latitude de Paris eſt de 1, 1436, le ſinus de l'angle horaire 0, 7071. Diviſant la premiere de ces quantités par la ſeconde, on trouve pour l'expreſſion du premier terme, $\frac{tang.\ lat.}{ſin.\ ang.\ hor.}$, 1, 6173 ; la tangente de la déclinaiſon du ſoleil 7° 17′, qui eſt 0,1278, diviſée par la tangente de l'angle horaire 45°, donne 0,1278 pour l'expreſſion du ſecond terme ; ajoutant ce terme au premier, l'on aura $1,7451 = \frac{tang.\ lat.}{ſin.\ ang.\ hor.} + \frac{tang.\ décl.}{tang.\ ang.\ hor.}$. Cette ſomme multipliée par 343″, valeur de dx, & diviſée par 30 donnera 20″ pour la correction du midi conclu par les *hauteurs* correſpondantes : dans l'exemple propoſé, on ôtera cette équation du midi conclu des *hauteurs*, puiſque le ſoleil étoit dans les ſignes aſcendans. C'eſt ainſi qu'on trouve exactement l'heure du paſſage du ſoleil au méridien ; on trouveroit de même celui d'un autre aſtre dont on auroit obſervé des *hauteurs* correſpondantes.

Cette méthode ſuppoſe que la *correction* ſoit fort petite ; ce qui n'a plus lieu dans les pays où la *hauteur* du pole eſt fort grande, c'eſt-à-dire, qui ſont fort près du pole : car, dans ces pays-là, le ſoleil eſt preſque toujours à la même *hauteur* ſur l'horizon ; d'où l'on voit qu'une petite différence dans la *hauteur* doit en produire une fort grande dans l'heure. Il eſt donc néceſſaire de trouver une méthode générale pour avoir la *correction du midi* à une *hauteur* quelconque. M. d'Alembert a réſolu ce problême dans les *Mém. de l'Acad. de Berlin*, pour 1747.

Le temps le plus favorable pour prendre exactement des *hauteurs* correſpondantes, eſt celui où l'aſtre s'éleve le plus promptement. Pour les aſtres qui ont une déclinaiſon méridionale, c'eſt le temps de leur lever ; pour ceux qui ont une déclinaiſon boréale, c'eſt le temps où ils paſſent par le premier vertical ; pour ceux qui n'y paſſent pas, c'eſt le temps où le vertical touche le parallele diurne, & où l'angle parallactique eſt de 90 degrés.

M. Aubert a conclu de là qu'en prenant une étoile qui paſſe à quelques minutes du zénit du côté du pole, on peut avoir en une demi-heure des *hauteurs* correſpondantes priſes dans le point où le vertical touche le parallele, & par conſéquent les plus exactes qui ſoient poſſibles. *Philoſ. Tranſ.* 1776, *p.* 92. (*D. L.*)

HAUTEURS *des montagnes*, ſe meſurent par le moyen du barometre. Suppoſons, par exemple, qu'on l'ait obſervé en haut à 18 pouces 10 lign. & en bas à 28 pouces 4 lign. ; ſi l'on prend, dans des tables ordinaires, les logarithmes de ces deux nombres réduits en lignes, c'eſt-à-dire, de 226 & de 340 lignes, avec cinq chifres ſeulement, on aura pour leur différence 1774 ; ce ſeroit le nombre de toiſes de la *hauteur* cherchée, ſi le thermometre avoit été à 16 degrés trois quarts : mais, ſi l'on ſuppoſe que la *hauteur* moyene du thermometre n'étoit que d'un degré, comme il faut ôter un deux cents quinzieme pour chaque degré du thermometre, cela fait 130 toiſes à ôter de 1774, il reſte 1644 toiſes pour la *hauteur* de la montagne où l'obſervation aura été faite. *M. DE LUC. Recherches ſur les modific. de l'atmoſphere*, 1772.

La plus haute montagne que l'on connoiſſe, & que nos Académiciens aient vu au Pérou, eſt celle de Chimboraço, dont le ſommet a 3217 toiſes au deſſus du niveau de la mer, ſuivant M. Bouguer (*figure de la terre*, 1749 ; *Préface*, pag. 50) ; c'eſt peut-être la plus haute montagne du monde ; mais les nuages & les fumées des volcans montent quelquefois à 4400.

Le Mont-blanc ou le Mont-maudit, dans la province de Faucigny, en Savoie, environ 15 lieues au ſud-eſt de Geneve, a 2203 toiſes au deſſus du lac de Geneve, ou 2391 au deſſus du niveau de la mer méditerranée, ſuivant les meſures de M. de Luc (Recherches ſur les modifications de l'atmoſphere, tom. 2, pag. 230) : c'eſt-là probablement la plus haute montagne de l'Europe.

Le pic de Ténériffe 1904. *Voyage de Verdun*, tom. 1, p. 379.

Le Canigou, 1453. *Journal de Phyſ.* Mai 1787.

Le Mont-d'Or, en Auvergne, 1048. *Mém. de l'Acad.* 1740.

Le Glacier de Buet, le plus haut où les obſervateurs aient monté, 1560 toiſes. *M. de Luc*, tom. 2, p. 226.

Le Mont-Etna, en Sicile, 1713 toiſes. M. Shuckburgh, *Philoſ. Tranſ.* 1777.

Le Puy de Domme, en Auvergne, 810. *Mém. de l'Acad.* 1703.

Le Mont-Valérien, près Paris, 72 toiſes ſeulement. *Journal des Savans*, fév. & ſept. 1776.

HAZARD, ſ. m. *Voyez* PROBABILITÉ.

HÉLIAQUE, (*Aſtronomie*). Le lever d'une étoile ou d'une planete s'appele *héliaque*, lorſqu'elle ſort des rayons ou de la lumiere du ſoleil qui nous empêchoit de la voir, & qu'on commence à l'apercevoir le matin avant le lever du ſoleil.

Le coucher *héliaque* ſe dit du coucher d'un aſtre qui entre dans les rayons du ſoleil, & qui devient

Digitized by Google

invisible par la supériorité de la lumiere de cet aſtre, *Voyez* LEVER.

HÉLICE, (*Aſtron.*); nom de la grande ourſe.

HÉLICOÏDE, adj. *terme de Géométrie*. Parabole *hélicoïde*, ou ſpirale parabolique, eſt une ligne courbe, qui n'eſt autre choſe que la parabole commune appolloniene, dont l'axe eſt plié & roulé ſur la circonférence d'un cercle. *Voyez* PARABOLE. La parabole *hélicoïde* eſt donc la ligne courbe qui paſſe par les extrémités des ordonées à la parabole, leſquelles deviennent convergentes vers le centre du cercle en queſtion.

Suppoſez, par exemple, que l'axe de la parabole commune ſoit roulé ſur la circonférence du cercle *B D M*, *Planc. ſect. conig. Fig.* 32, pour lors la ligne courbe *B F G N A*, qui paſſe par les extrémités des ordonées *C F* & *D G*, devenues convergentes vers le centre du cercle *A*, conſtitue ce qu'on appele la parabole *hélicoïde* ou *ſpirale*.

Si l'arc *B C*, pris pour abſciſſe, eſt appelé *x*, & que la partie *C F* du rayon, priſe pour ordonée, ſoit appelée *y*, & qu'on faſſe le parametre de la parabole $= l$, la nature de cette courbe ſe trouvera exprimée par cette équation $lx = yy$. (*O*).

HÉLICOSOPHIE, ſ. f. (*Mathém.*) Quelques géometres ont appelé ainſi l'art de tracer des hélices ou des ſpirales. *Voyez dans l'hiſtoire de l'Académie des Sciences de* 1741, la deſcription de différens compas propres à cet objet. (*O*).

HÉLIOCENTRIQUE, adj. (*Aſtron.*) épithete que les aſtronomes donnent au lieu d'une planete vue du ſoleil, c'eſt à dire, au lieu où paroîtroit la planete, ſi notre œil étoit dans le centre du ſoleil; ou, ce qui revient au même, le lieu *héliocentrique* eſt le point de l'écliptique auquel nous raporterions une planete, ſi nous étions placés au centre du ſoleil. Il eſt oppoſé à géocentrique; le mot *héliocentrique* vient de ἥλιος, *ſoleil*; & de κέντρον, *centre*. *Voyez* PLANETE.

HÉLIOCOMETE, ſ. f. (*Aſtron. & Phyſ.*) comme qui diroit comete du ſoleil; phénomene qui a été remarqué quelquefois au coucher du ſoleil. Sturmius & d'autres, qui l'ont vu, lui ont donné le nom d'*héliocomete*, parce que le ſoleil reſſemble alors à une comete. C'eſt une longue queue ou colonne de lumiere atachée & comme traînée par cet aſtre dans le temps qu'il ſe couche, à peu près de la même maniere qu'une comete traîne ſa queue. *Voyez* COMETE.

Dans l'*héliocomete* obſervé à Grypſwald le 15 mars 1702, à cinq heures après midi, le bout qui touchoit le ſoleil n'avoit que la moitié de la largeur du diametre du ſoleil, mais l'autre bout étoit beaucoup plus large: ſa largeur avoit plus de cinq diametres du ſoleil, & elle ſuivoit la même route que le ſoleil: ſa couleur étoit jaûne près du ſoleil, & s'obſcurciſſoit en s'en éloignant. On ne la voyoit peinte que ſur les nuages les plus rares & les plus élevés. Cette *héliocomete* parut dans toute ſa force l'eſpace d'une heure, & diminua enſuite ſucceſſivement & par degrés. (*Harris & Chambers*).

Ce phénomene pouroit avoir raport à celui de la lumiere zodiacale & de l'aurore boréale. *Voyez, dans le Dictionaire de Phyſique*, LUMIERE ZODIACALE & AURORE BORÉALE. Peut-être n'eſt-ce qu'un effet des nuages. (*O*).

HÉLIOMETRE, *aſtrometre*, *micrometre objectif*; inſtrument d'aſtronomie formé par deux objectifs, ou deux moitiés d'objectifs & un ſeul oculaire; il eſt deſtiné à meſurer plus exactement qu'avec les micrometres ordinaires, les diametres du ſoleil & des planetes, & les petites diſtances apparentes entre les objets céleſtes; on évite, par ſon moyen, l'inconvénient du mouvement diurne des aſtres, & celui de la petiteſſe du champ d'une lunete quand elle groſſit beaucoup.

Bouguer eſt le premier qui nous ait appris la maniere de faire un *héliometre*, *Mémoires de l'Académie*, 1758.

On en voit un dans la *Figure* 227 *des Planches d'Aſtronomie*; il eſt monté ſur un bout de tuyau *A*, qui fait l'extrémité d'une lunete de 18 pieds, dont je me ſers depuis 1753; *B* eſt un des deux objectifs de 18 pieds de foyer, il eſt logé dans une feuillure circulaire de cuivre, collé avec du maſtich, & recouvert par deux têtes de vis *C* & *D*; le verre mobile *E*, qui eſt égal à l'autre, de même ouverture & de même foyer, eſt porté dans un châſſis *F G H I*, mobile entre deux couliſſes *K* & *K*, formées en queue d'aronde; ce châſſis eſt taraudé en *L*, & reçoit une vis *N M L O*, dont la tête eſt arrêtée en *M* ſur la platine fixe. Lorſqu'on tourne la tête de la vis par le moyen de la roſete *N*, le châſſis qui porte le verre *E* eſt obligé de s'approcher du verre dormant *B*, ou de remonter vers *L*, juiqu'à ce qu'il rencontre l'extrémité de la vis en *O*, c'eſt le terme de ſon plus grand écartement; le châſſis mobile porte ſur le côté en *I* un trait de burin qui ſert d'index, & qui marque ſur une petite échele *P*, les tours de la vis & l'écartement des deux objectifs. Le châſſis eſt évidé entre *L* & *O*, pour qu'il ſoit plus léger; mais afin que la vis ne ſe rouille pas à l'humidité de l'air, on la recouvre d'une plaque de cuivre, qui tient avec deux vis ſur les couiſſes *K*, *K*; on doit auſſi recouvrir l'intervalle *E B*, qui eſt entre les deux verres, avec un papier noir ou un morceau de drap, pour empêcher le paſſage des rayons de lumiere qui ne traverſeroient point les objectifs.

L'effet du micrometre objectif conſiſte à donner deux lunetes dans un ſeul tuyau & avec un ſeul oculaire; le cercle *R R R* marque la largeur du tuyau de la lunete vers l'objectif; ce tuyau va en diminuant vers l'oculaire, où l'on peut le rétrécir à volonté; car l'on n'a pas beſoin d'avoir un grand champ dans cette ſorte de lunete.

On voit, dans la *Figure* 228, un cercle *A A A* qui repréſente le champ de la lunete, ou le cercle viſible au foyer commun des deux objectifs & de

Digitized by Google

l'oculaire ; *S T* eſt un cercle qui repréſente l'image du ſoleil formée par l'un des objectifs de l'*héliometre*, *R V* eſt l'image que donne l'autre objectif. Quand on veut meſurer le diametre du ſoleil, on approche les deux verres juſqu'à ce que les deux images ſe touchent en un point *T*, & l'écartement des deux objectifs, évalué en ſecondes comme dans les micrometres ordinaires, donne la diſtance des deux centres *C* & *B*, c'eſt-à-dire, le diametre du ſoleil ; cet écartement des objectifs eſt toujours égal au diametre de l'image qui ſe forme à leur foyer.

L'invention de l'*héliometre*, faite par M. Bouguer, fut appliquée, en Angleterre, aux telescopes, comme je le fus par une lettre de Short à Don Georges Juan, écrite au mois de janvier 1754 ; mais ce fut d'une maniere un peu différente ; elle conſiſte à partager un objectif en deux parties égales, que l'on fait mouvoir en ſens contraire, & que l'on place à l'extrémité d'un telescope ; Short & Dollond furent les premiers qui en firent conſtruire, & ils en attribuent la premiere invention à un anglois, nommé Savery ; Short aſſure que cette invention avoit été dépoſée, en 1743, à la Société Royale (*Philoſ. Tranſact.* tom. 48, *Mémoires de Marſeille*, 1755) ; mais du moins cette invention ne fut répandue & employée en Angleterre, qu'après le Mémoire de Bouguer, à peu près comme il étoit arivé à l'occaſion du micrometre d'Auzout, revendiqué enſuite par Gaſcoigne.

Les demi-cercles *A B C*, *D E F*, *Fig.* 223, repréſentent les deux moitiés de l'objectif, qui ſe meuvent parallélement le long de la ligne *A F* ; le ſegment *A B C* eſt fixé ſur une platine de cuivre *A G H I*, & le ſegment *D E F* ſur une platine *K L M N* ; ces deux platines ſe terminent chacune par une crémaillere *H I & M N*, dont les dentures ſe regardent : un pignon fixé vers *P*, ſous un coq, à l'extrémité de la monture de l'*héliometre*, ou de la platine qui lui ſert de baſe, engrene dans les deux crémailleres ; en ſorte que l'une montant l'autre eſt forcée de deſcendre, pour qu'elles aient des mouvemens égaux, en ſens contraire, & que les centres des deux portions d'objectifs ſoient toujours l'un & l'autre à la même diſtance de l'axe du téleſcope. On fait tourner le pignon *P* par le moyen d'une tringle *Q*, *Fig.* 224 ; les deux platines *A G H*, *K L M*, qui portent les verres, gliſſent ſur une platine fixe & plus grande *O S S Q Q R R O*, qui forme l'aſſemblage de la piece entiere, & qui s'adapte au téleſcope ; cette platine du fond porte deux couliſſes *R R*, *S S*, entre leſquelles ſe meuvent les deux platines mobiles ; ces deux couliſſes doivent être parfaitement paralleles à la ligne *A F*, ſur laquelle ſe meuvent les deux verres. Afin que les centres des verres ſoient toujours maintenus ſur cette même ligne *A F*, le coq ou la châpe de cuivre *T T*, fixée ſur la grande platine, & qui porte le pignon *P*, reçoit auſſi les crémailleres des deux platines, & les aſſujétit contre le pignon ; pour empêcher qu'elles ne s'écartent l'une de l'autre. Le mouvement ſe communique aux deux crémailleres par le moyen du pignon, qui eſt en *P*. Les deux crémailleres tienent aux platines des verres, & ont le même mouvement ; c'eſt pourquoi les diviſions qu'on voit en *X* & *Y*, marquent le mouvement des verres & leur diſtance en cinq centiemes de pouce.

Le téleſcope, garni de ſon micrometre objectif, eſt repréſenté dans la *Figure* 224 ; *A B* eſt le tuyau du téleſcope, *C D* eſt la platine fixe du micrometre, vue par-deſſous, *E E* eſt un *chercheur* ou une petite lunete qui a un grand champ, & qui eſt deſtinée à trouver plus facilement les objets que l'on veut obſerver ; *F* eſt le tuyau des oculaires, *C* la vis qui ſert à changer la diſtance du petit miroir, ſuivant la vue de l'obſervateur, ou la diſtance de l'objet ; *H H* eſt la circonférence de l'extrémité du tube du téleſcope, qui eſt dentée, pour procurer le mouvement de rotation du micrometre. La platine du micrometre porte en deſſous un collet circulaire, ou un bout de tuyau qui eſt ſoudé de champ, c'eſt-à-dire, perpendiculairement au plan de la platine, & que l'on inſere dans l'extrémité *B* du téleſcope ; ce collet répond exactement à l'ouverture circulaire *L G* de la *Figure* 223. Il y a un autre collet *H* qui embraſſe le tuyau du téleſcope à quelques lignes de ſon extrémité, il y eſt fixé par des vis & il porte un cercle ou eſpece de roue dont une partie eſt dentée, & le reſte ſolide ; cette roue ſert à retenir le micrometre par le moyen de trois crochets, comme *L*, *K*, qui ſont fixés à la grande platine du micrometre, & vienent par-deſſous la roue dentée, en tournant librement ſur ſa circonférence.

Le crochet en double équerre, que l'on voit en *K*, eſt plus compoſé, parce qu'il ſert au mouvement de rotation que doit avoir le micrometre ; il renferme une petite roue ou pignon, dont un pivot eſt arrêté daps la platine du micrometre, l'autre pivot ſe termine par une tige d'acier taillée carrément, qui paſſe hors de la châpe ou du tenon, ſur laquelle on place une clef *O*, dont le trou carré s'engage ſur la tige du pignon, & qui ſert à le faire tourner au moyen d'une tringle *P Q*.

La châpe, qui eſt repréſentée en *K* dans la *Figure* 224, ſe voit ſéparément en *R*, *Fig.* 225. La partie *S* eſt celle qui tient à la platine du micrometre ; la partie *R* contient le pignon & la tige *T* eſt celle où l'on place la clef briſée, qui ſert à donner le mouvement ; elle eſt auſſi repréſentée à part au deſſous de la *Figure* 225 ; c'eſt une eſpece de charniere double formée par deux axes qui ſe croiſent à angles droits, & qui ſont mobiles chacun ſur ſes pivots ; c'eſt ainſi que l'on ſuſpend les bouſſoles pour leur donner la liberté de ſe mouvoir en tout ſens, & c'eſt ce qu'on appele *lampe de cardan*. Le bord de l'équerre, *Fig.* 225, porte un index, pour marquer ſur les diviſions de

Digitized by Google

la circonférence *V X*, les degrés d'inclinaiſon de la ligne des centres, ou de la diſtance que l'on meſure, cela eſt néceſſaire pour la corriger par l'effet de la réfraction & de la parallaxe. Le téleſcope, que nous venons de décrire, a deux pieds de foyer, & l'objectif en a quarante.

On voit, dans la *Figure* 226, le micrometre objectif que Dollond avoit coutume d'appliquer à ſes téleſcopes d'un pied; il eſt vu dans une ſituation renverſée, ce qui fait qu'on ne diſtingue pas les deux platines mobiles. Le cercle *A B* a 2 pouces 5 lignes de diametre, meſure de Paris, & les verres *C*, *D*, 1 pouce 11 lignes d'ouverture lorſqu'ils ſont réunis; le cercle de cuivre *E S* a 4 lignes de hauteur pour s'ajuſter dans le tuyau du téleſcope, & la platine fixe du micrometre eſt arrêtée par pluſieurs vis ſur ce bout de tuyau qui s'ajuſte au téleſcope.

Les deux grandes vis *G*, *H* ſont à 14 lignes de diſtance l'une de l'autre; elles ont 18 lignes de longueur & 3 lignes de diametre, & elles portent 42 pas ou filets ſur chaque pouce. Ces vis ſont apuiées, par leur baſe, ſur deux pointes *I* & *K*, fixées dans des zenons qui tiennent ſur la plaque fixe du micrometre; elles paſſent enſuite dans des écrous *L*, *M*, qui ſont mobiles, & conduiſent chacune une des deux platines mobiles du micrometre, au travers d'une longue ouverture pratiquée dans la platine fixe, pour laiſſer paſſer les écrous; ces deux vis tournent à contre-ſens l'une de l'autre, pour que l'un des écrous puiſſe monter pendant que l'autre deſcend.

Pour meſurer le mouvement & la diſtance des verres, chaque tour de vis eſt diviſé en 35 parties, par le moyen de l'aiguille qui tourne ſur le cadran *N*, & qui eſt fixée carrément ſur la tête d'une des vis *X*, au dedans de la boîte *O P*, chaque vis porte une roue dentée de 54 dents; ces roues ont 13 lignes de diametre, elles engrenent l'une dans l'autre, afin qu'une vis ne puiſſe tourner ſans l'autre, & que les deux mouvemens ſoient contraires, mais égaux.

Les tours de la vis *X* ſont marqués ſur le cadran *Q*, par le moyen d'un engrenage intérieur, les vis *G H* ſont recouvertes par une boîte de cuivre deſtinée à empêcher la rouille & la pouſſiere.

C'eſt l'objectif appliqué au téleſcope, pour former le micrometre, qui détermine ſeul la valeur des angles que l'on meſure, par la diſtance des deux moitiés d'objectif, comparée à la longueur focale de cet objectif; il eſt vrai que les miroirs acourciſſent cette longueur de foyer, puiſqu'un objectif de 40 pieds ſe réduit à un téleſcope de 2 pieds; mais les miroirs ne font qu'abréger le chemin que les rayons ont à faire pour ſe réunir, ſans changer l'angle que les rayons font entr'eux; l'écartement des deux moitiés d'objectif ſera exactement le même pour meſurer le diametre du ſoleil, que ſi ces verres étoient employés à former un ſimple *héliometre*, en forme de lunete ordinaire, comme celui de la *Figure* 227. (*Mém. de Marſeille*, 1755, *p.* 93.)

Le plus grand inconvénient du micrometre objectif dans le téleſcope, eſt la parallaxe optique des objets que l'on regarde. Je ſuppoſe que les deux images du ſoleil ſe touchent parfaitement lorſqu'elles ſont au milieu du champ, & ſur l'axe même du téleſcope; les deux bords ſe quiteront lorſque le ſoleil s'éloignera du milieu, ou que l'œil de l'obſervateur changera de place, parce que le rayon viſuel paſſera entre les deux images. Quelquefois même il arive que, ſans changer la ſituation de l'œil ni de l'objet, on voit les deux bords de l'objet ſe mordre & ſe quiter alternativement.

Il arive auſſi, par l'effet de la chaleur ſur le tuyau, que le diametre du ſoleil paroît plus grand le ſoir que le matin, & l'on eſt obligé alors de raprocher le petit miroir du grand, pour rendre les images plus nettes, & retrouver dans le diametre du ſoleil les mêmes parties; ces inconvéniens ſont que l'uſage des *héliometres* n'eſt pas auſſi étendu & auſſi utile qu'il paroiſſoit devoir l'être dans le principe. C'eſt cependant avec le premier *héliometre* que Bouguer reconut la différence entre les diametres du ſoleil: le diametre vertical, eſt un peu plus grand que le diametre horizontal, à cauſe de la décompoſition des rayons colorés. C'eſt auſſi avec un inſtrument pareil que j'ai déterminé exactement le raport entre le diametre de la lune & ſa parallaxe. (*D. L.*)

HÉLIOSCOPE, (*Aſtron.*); inſtrument dont on ſe ſert pour regarder le ſoleil, & afoiblir ſa lumiere, de façon que l'œil puiſſe la ſupporter. Ce mot eſt grec, compoſé d'ἥλιος, *ſoleil*, & σκόπεω, *video*, *ſpecto*, *je regarde*, *je conſidere*.

Le P. Scheiner avoit employé, pour obſerver le ſoleil, une lunete qu'il appeloit *helioſcopium*, dont l'objectif & l'oculaire étoient d'un verre coloré. Hévélius en parle auſſi; M. le Gentil s'eſt ſervi d'un objectif vert pour regarder le ſoleil, & il y trouvoit l'avantage de diminuer la courone lumineuſe, qui borde les objets dans les lunetes ordinaires, à cauſe des rayons colorés; il trouvoit le ſoleil mieux terminé, & le diametre plus petit de cinq ſecondes, qu'avec un objectif blanc; mais il eſt très-difficile d'avoir du verre coloré aſſez parfait pour former un bon objectif. M. le Gentil propoſe auſſi de ſe ſervir de pluſieurs toiles d'araignées couchées légérement les unes ſur les autres, à l'extrémité du tuyau de l'objectif; ces toiles forment une eſpece de voile tranſparent, qui interceptre une partie de la lumiere, & diſpenſe de l'uſage des verres noirs.

On préfere ordinairement les verres colorés qui ſe placent du côté de l'œil; ils ſont colorés en rouge, en jaûne, en bleu, en vert ou en noir; cependant on doit craindre l'irrégularité qu'il y a preſque toujours dans la matiere & dans l'épaiſſeur de ces ſortes de verres: on aperçoit ordinairement des défectuoſités monſtrueuſes quand on met

Digitized by Google

ces verres sur l'objectif, comme M. le Gentil l'a éprouvé ; il vaut mieux employer des morceaux de glace de miroir que l'on peut enfumer soi-même ; on choisit les plus minces ; on les éprouve en les plaçant sur l'objectif de la lunete, & l'on n'admet que ceux dont l'interposition n'altere point l'image de l'objet. Il est vrai que l'erreur résultante de l'imperfection des verres colorés devient beaucoup moindre, quand on les met entre l'œil & la lunete ; mais cette erreur, quoique peu sensible, mérite encore quelque attention : ainsi, je préfere les glaces enfumées à toute autre sorte d'*héliscope*. (*D. L.*)

HÉLIOSTATE, (*Astron.*) ; instrument propre à observer le soleil & les autres astres, & à les fixer, pour ainsi dire, dans la lunete, de maniere que le mouvement continuel de l'astre n'apporte point d'obstacle à l'observation. Pour cet effet, il est nécessaire que la lunete soit montée sur un axe parallele à l'axe du monde, ainsi que les *lunetes parallatiques*, & de plus que l'axe soit conduit par un mouvement d'horloge qui lui fasse faire un tour en vingt-quatre heures. L'*héliostate* seroit sur-tout fort nécessaire pour observer la parallaxe de mars, quand il est près d'une étoile, & qu'on veut les comparer ensemble à plusieurs reprises & avec une très-grande précision : mais les astronomes sont rarement en état de se procurer des instrumens aussi compliqués & aussi disendieux. Il y en a un au cabinet de physique du roi, à Passy, près le château de la Muette ; il avoit été exécuté par Passement. M. le président de Saron en a fait exécuter un chez lui à Paris. On se sert aussi d'une espece d'*héliostate* dans les observations de la lumiere, pour conduire le miroir, & ramener toujours le soleil sur le trou par lequel on introduit le rayon solaire dans le lieu de l'observation. (*D. L.*)

HÉMI, (*Mathém.*) : ce mot entre dans la composition de quelques termes des sciences & des arts. Il signifie *demi*, & est un abrégé du mot grec ἡμισυς, *hemisis*, qui signifie la même chose. Les Grecs retranchent la derniere syllabe du mot ἡμισυς dans la composition des mots, & nous l'avons fait à leur exemple dans la composition des mots que nous avons pris d'eux. *Chambers, & diction. de Trévoux.* (*E*).

HÉMICYCLE *de Bérose* ; espece de cadran solaire ; on croit que c'étoit un plinthe incliné, coupé en demi-cercle, concave du côté du septentrion. *Voyez* CADRAN. Il y avoit un style sortant du milieu, dont la pointe répondoit au centre de l'*hémicycle*, représentant le centre de la terre. Son ombre tomboit sur la concavité de l'*hémicycle*, marquoit non seulement les déclinaisons du soleil, c'est-à-dire, les jours des mois, mais aussi les heures de chaque jour. *Voyez* Perrault *sur Vitruve*, *liv. IX. ch. ix. Hémicycle* vient des deux mots grecs ἡμισυ, *demi*, & κυκλος, *cercle*.

Bérose, historien de Babylone, vivoit du temps d'Alexandre, & au commencement du regne d'Antiochus Soter, qui prit le surnom de *Théos* ; il lui dédia son histoire, laquelle contenoit les observations astronomiques de 480 ans. Il enseigna l'astronomie à Cos, patrie d'Hippocrate, & de là se rendit à Athènes, où l'on éleva à sa gloire dans le gymnase une statue avec une langue d'or. (*D. J.*)

HÉMISPHERE, s. m. (*Géom.*) ; moitié d'un globe ou d'une sphere terminée par un plan qui passe par son centre. *Voyez* SPHERE. Ce mot est composé de ἡμισυς, *demi*, & σφαιρα, *sphere* ou *globe*.

HÉMISPHERE, (*Astron.*) ; moitié du globe céleste. L'équateur divise la sphere en deux parties égales, dont l'une est appelée *hémisphere septentrional*, & l'autre *hémisphere méridional*. *Voyez* ÉQUATEUR.

L'*hémisphere* septentrional est celui qui a le pole du nord à son sommet. Tel est celui qui est représenté dans la *Figure premiere d'Astron.* depuis l'équateur jusqu'au pole élevé.

On distingue aussi l'hémisphere oriental ou ascendant, & l'occidental ou descendant ; ils sont séparés par le méridien, & les astres qu'ils renferment changent continuellement par le mouvement diurne.

En géographie, l'hémisphere oriental & l'occidental sont séparés par le premier méridien ; l'un contient l'Europe, l'Asie & l'Afrique, l'autre contient l'Amérique ou le nouveau monde, qui par raport à nous est à l'occident, & forme l'*hémisphere* occidental.

Hémispheres supérieur & inférieur ; ils sont séparés par l'horizon, l'un contient la partie du ciel que nous voyons, & l'autre la partie qui est cachée.

Hémispheres visible & invisible : ils sont distingués, dans les planetes par celui de leurs grands cercles, dont le plan est perpendiculaire à notre rayon visuel. Les taches du soleil sont pendant treize jours dans l'*hémisphere visible pour nous*.

Hémispheres éclairé & obscur : ils sont distingués dans les planetes, par celui de leurs grands cercles ; dont le plan est perpendiculaire au rayon mené du soleil au centre de la planete. Le soleil étant plus grôs que les planetes, il éclaire toujours, à la vérité, un peu plus de la moitié du globe, c'est-à-dire, un peu plus d'un *hémisphere* ; mais la différence est petite ; elle est égale à l'angle du cône d'ombre que forme la planete ; ou égale à peu près à l'angle du diametre apparent du soleil vu de la planete ; on néglige communément cette différence dans l'altronomie.

Hémisphere est encore un plan ou projection de la moitié du globe terrestre ou céleste sur une surface plane. *Voyez* CARTE & PROJECTION. Cette projection est appelée plus proprement *planisphere*. *Voyez* PLANISPHERE. (*D. L.*)

HÉMISPHÉROÏDE, s. m. *terme de Géométrie*, est proprement la moitié d'un sphéroïde, c'est-à-dire, d'un solide qui approche de la figure d'une demi-sphere. *Voyez* SPHÉROÏDE (*E*).

HENDÉCAGONE,

Digitized by Google

HENDÉCAGONE, ſ. m. *terme de Géométrie*. Ce mot eſt grec & compoſé d'*ἑνδεκα*, *onze*, & *γωνία*, *angle*, figure compoſée d'onze côtés, & d'un pareil nombre d'angles. *Voyez* FIGURE & POLYGONE. L'angle au centre de l'*hendécagone* régulier, c'eſt-à-dire, dont tous les angles & les côtés ſont égaux, eſt la 11e partie de 360°, & ne peut ſe déterminer par la regle & le compas; on ne peut décrire géométriquement l'*hendécagone*, qu'en réſolvant une équation du 11e degré. *Voyez* POLYGONE. (*E*).

HENIOCHUS, (*Aſtronom.*), eſt le nom d'une des conſtellations boréales, nommée *Cocher*. (*O*).

HEPTAGONE, ſ. m. *terme de Géométrie*; figure compoſée de ſept angles & de ſept côtés. *Voyez* FIGURE.

Ce mot eſt grec & compoſé d'*ἑπτα*, *ſept*, & *γωνία*, *angle*.

Quand tous ſes côtés ſont égaux, on l'appele *heptagone régulier*. *Voyez* RÉGULIER.

Les nombres *heptagones* ſont des nombres polygones, où la différence des termes de la progreſſion arithmétique correſpondante eſt cinq. *Voyez* POLYGONE.

Entre pluſieurs propriétés, le nombre *heptagone* en a une aſſez remarquable, c'eſt que ſi on le multiplie par 40, & qu'on ajoute 9 au produit, la ſomme ſera un nombre carré. (*E*).

HEPTANGULAIRE, adj. (*Géométrie*). Une figure *heptangulaire* eſt celle qui eſt compoſée de ſept angles. (*E*).

HERCULE, (*Aſtronomie*); conſtellation boréale, appelée auſſi *engonaſis*, c'eſt-à-dire, *genuflexus*, *ovillus* ou *mellus*, parce qu'il eſt couvert d'une peau de centaure; *Neſſus*, du nom de ce centaure; *cernator*, *claviger*, *thamyris* ou *thracien*; *niſus*, à cauſe de la ville de Niſa; *Melicerta* (roi de la cité), ou *Melica*, c'eſt le nom d'*Hercule* le phénicien ou le tyrien; *Defanes*, *Defanus* ou *Dorſanes*, c'étoit le nom de l'*Hercule* des Indiens; *Macceris*, nom de l'*Hercule* des Iduméens; il étoit pere de Sardus qui conduiſit une colonie en Sardaigne; *Sancus* ou *Sanctus*, c'eſt le nom de l'*Hercule* romain; *Almanus*, c'étoit le nom de l'*Hercule* germain ou celtique; *Lycaon*, roi d'Arcadie, que Jupiter changea en loup. On a auſſi appelé cette conſtellation *Ixion*, *Prométhée*, *Orphée*, *Palamon*, *Théſée*, *&c.*; car d'autres diſent que cette figure d'un homme à genou eſt celle de Théſée, qui leve avec effort la pierre ſous laquelle ſon pere avoit caché ſon épée; elle a porté autant de noms qu'*Hercule* lui-même: on fait aſſez combien il y a de diſſertations parmi les érudits, ſur le temps, la patrie & les travaux d'*Hercule*; mais, ſuivant l'opinion commune, c'eſt *Hercule* le thébain, fils d'Amphitrion & d'Alcmene, qui vivoit quelques années avant le ſiége de Troye, & fut du voyage des Argonautes; il eſt repréſenté dans l'attitude d'un combatant, un genou en terre, tenant d'une main ſa maſſue, & de l'autre la peau du lion de la forêt de Némée, qu'il préſente comme un bouclier; on lui met auſſi dans la main le rameau qu'il arracha dans ſa deſcente aux enfers, pour délivrer Théſée, & un ſerpent ſous le nom de *cerbere*.

L'hiſtoire d'*Hercule* n'eſt peut-être qu'une allégorie ou un ſymbole de la force de la nature.

M. Dupuis explique tous les travaux d'*Hercule* par l'Aſtronomie; il prouve que la ſucceſſion de ſes 12 travaux eſt la même que celle des 12 ſignes du zodiaque ou des conſtellations extrazodiacales qui fixoient le paſſage du ſoleil dans chaque ſigne, à partir du lion céleſte, au lever duquel ſe couchoient les dernieres étoiles de la conſtellation d'*Hercule*; celui-ci étoit auſſi le génie inſpecteur du premier ſigne. *Voy.* ZODIAQUE.

Cette conſtellation renferme 113 étoiles dans le catalogue britannique de Flamſteed; la plus remarquable déſignée par la lettre α eſt ſituée ſur la tête d'*Hercule*. Elle eſt de ſeconde ou de troiſieme grandeur. Son aſcenſion droite, en 1750, étoit de 255° 48′ 46″; & ſa déclinaiſon boréale 14° 41′ 46″, ſuivant le *Catalogue* de la Caille. (*D. L*)

HÉRISSON, ſ. m. (*Méchan.*). C'eſt une roue dont les rayons ſont plantés directement ſur la circonférence du cercle, & qui ne peuvent s'engager que dans une lanterne, & ne reçoivent le mouvement que d'elle. *Voy.* LANTERNE. Il y a des *hériſſons* dans un grand nombre de machines, tant hydrauliques qu'autres.

HERMÉDONE *ou plutôt* HARMÉDONE, ſ. f. (*Aſtron.*); c'eſt dans les anciens, une ſuite d'étoiles qui ſortent de la crête de la baleine.

HERSCHEL, (*Aſtron.*), *planete de Herſchel*; nom que porte, du moins en France, une nouvele planete découverte, le 13 mars 1781, par M. *Herſchel*, hanovrien, qui étoit établi à Bath, en Angleterre.

Cette nouvele planete ſe trouve former une exception aux regles que les aſtronomes s'étoient faites juſqu'à préſent: elle eſt petite & brillante comme une étoile fixe de 6 à 7e grandeur; elle eſt à une diſtance énorme du ſoleil, comme les cometes; elle a une période plus longue que toutes les planetes que nous connoiſſons; mais elle tourne preſque circulairement, ainſi que les planetes, en ſorte que nous ne ceſſerons plus de la voir. Ce nouvel aſtre eſt une des choſes les plus ſingulieres qu'on ait découvertes dans le ciel, & l'on étoit bien loin de l'eſpérer. Depuis le temps que l'on cherche des cometes, l'on n'en avoit jamais vu qui reſſemblât à une petite étoile; on ne ſoupçonoit jamais ce qui paroiſſoit une petite étoile d'avoir un mouvement; d'ailleurs on y donnoit peu d'attention, & le nombre des étoiles de ſeptieme grandeur eſt ſi prodigieux, qu'on auroit regardé comme impoſſible & inutile de les obſerver toutes & à pluſieurs repriſes; cela eût été cependant néceſſaire pour ſavoir s'il n'y en avoit pas quelqu'une qui eût un mouvement.

Lorſqu'on avoit déterminé pluſieurs petites étoiles dans une région du ciel, on croyoit ſuperflu

Digitized by Google

d'observer les autres, puisqu'il suffit d'avoir quelques points fixes dans chaque partie du ciel. Aussi voit-on, en comparant les catalogues de Flamsteed, de Mayer, de Bradley, de la Caille, que plusieurs étoiles, qui se trouvent dans les uns, sont négligées dans les autres. Nous pouvions donc être encore bien des années sans connoître la planete que M. *Herschel* a découverte, si son habileté n'eût été secondée par un heureux hazard.

J'appele le nouvel astre *planete* plutôt que *comete*: il est vrai que les limites de ces dénominations ne sont pas les mêmes qu'autrefois, puisque les cometes sont de véritables planetes, & ces limites sont encore plus confondues par l'observation dont il s'agit; mais il me semble naturel de réserver le nom de *comete* aux astres, dont les apparitions sont courtes & rares, qui se font remarquer par les queues, les chevelures & les nébulosités qu'on a vues jusqu'à présent dans toutes les cometes.

M. *Herschel*, à qui nous devons la découverte du nouvel astre, est un de ces hommes privilégiés par la nature, dans qui le génie a triomphé de toutes les circonstances qui pouvoient lui donner des entraves; il s'est formé sans maîtres & sans secours, & il a fait tout seul ce que jamais n'auroient osé tenter, les artistes les plus consommés, réunis avec les géometres les plus habiles.

William *Herschel*, *né à Hanover* en 1738, étoit encore dans un régiment hanovrien, lorsqu'il passa en Angleterre; mais il étoit déja distingué par son talent pour la musique, & ce musicien avoit été l'ouvrage de la simple nature; il n'en étoit que plus digne d'être remarqué; il fut choisi pour musicien de l'Église de Bath, en Angleterre: là un nouveau genre d'occupation, ou plutôt d'amusement, vint remplir ses loisirs. Il s'occupa à faire des téleſcopes, &, comme il a autant de patience que d'adresse, il y réussit supérieurement: on n'en faisoit guere qui pussent grossir les objets plus de 400 fois; le nouvel opticien ayant facilement atteint ce terme ordinaire, voulut aller plus loin; il en fit un qui grossissoit 1000 fois, 2000 fois; &, dans les transactions de 1782, il parle d'un grossissement de 6000 fois, dont il donne le calcul, & auquel il est parvenu dans un téleſcope newtonien de 7 pieds. Il continue de s'occuper à faire de nouveaux téleſcopes. J'ai parlé plus au long de cet homme rare & extraordinaire dans le 8e volume de mes Éphémérides.

Le roi d'Angleterre, qui se plaît à encourager les gens de mérite, & qui aime l'astronomie & l'optique, a pris plaisir à entendre M. *Herschel* parler de ses recherches; il lui a assuré une pension de trois cents louis, & il l'a placé à Datchet, village voisin du château de Windsor, que le roi aime de préférence. C'est de ce village solitaire & du milieu d'un boulingrin renfermé, que l'univers apprendra désormais ce qui nous reste à connoître de plus singulier dans le ciel, & de plus difficile peut-être à apercevoir. Quelques personnes pensoient que le roi auroit pu le placer dans son observatoire de Richemond, où il y avoit déja de très-beaux instrumens; mais M. *Herschel* aime mieux observer du milieu d'une vaste campagne, & nos instrumens, qui servent à prendre des mesures, des hauteurs, des distances, ne sont pas ceux dont il a besoin; il ne mesure que les distances si petites, qu'elles échapperoient à d'autres instrumens que les siens.

Ce fut le 13 mars 1781, que M. Herschel, regardant avec un téleſcope de 7 pieds les étoiles qui sont vers les pieds des gémeaux, vit un petit astre différent des étoiles, de même lumiere, qui paroissoit plus large, & qu'il soupçona être une comete (*Philosophical Transactions*, 1781); il regarda cet astre avec un équipage qui grossissoit 932 fois, & il trouva que son diametre étoit encore plus grand, tandis que celui des étoiles ne changeoit pas; il le compara avec beaucoup de petites étoiles, & il en donne la configuration dans son Mémoire, avec la description d'un micrometre de son invention. Il fut assuré deux jours après, que ce n'étoit pas une étoile, en voyant que cet astre avoit changé de place; mais il avoit présumé, dès la premiere vue, que ce n'étoit pas une étoile, quoique dans une bonne lunete, qui grossît cent vingt fois, cette planete ne paroisse pas différente d'une étoile de septieme grandeur; mais il seroit encore plus difficile de croire que M. Herschel se fût aperçu de son mouvement, si quelque raison n'avoit fixé son attention sur un aussi petit astre, confondu avec tant d'autres; il me paroît donc certain que M. Herschel dut cette découverte à la grande force de son téleſcope.

Il en donna bientôt avis à M. Maskelyne, astronome d'Angleterre; celui-ci ayant examiné les petites étoiles auxquelles M. Herschel avoit comparé la planete dès le 17 mars, trouva que ce jour-là, à 10h 40', temps moyen, elle étoit à 83° 59' 44" d'ascension droite, & à 23° 33' 8" de déclinaison boréale; il s'assura du mouvement les jours suivans.

M. Maskelyne écrivit, dès les premiers jours d'avril, cette nouvele à Paris; M. Messier commença à observer la planete le 16 avril, & continua jusqu'à la fin d'octobre, la plupart des astronomes s'occuperent de ces obſervations; j'en ai rapporté un grand nombre dans les *Mémoires de l'Académie* pour 1779, qui ont paru en 1783.

Aussi-tôt qu'on eut à Paris quelques jours d'obſervations, on entreprit de calculer cet astre comme les cometes ordinaires, dans une parabole. MM. Méchain, l'abbé Boscovich, le Président de Saron, de la Place, Lexell, firent diverses tentatives; mais, comme on ne pensoit pas à supposer cette planete dix-huit fois plus loin que le soleil, on représentoit fort bien quelques obſervations, &, peu de jours après, l'écart étoit considérable.

M. le Président de Saron fut le premier qui, le

Digitized by Google

Mai, s'aperçut que cette planete devoit être fort éloignée de nous; il l'eſtimoit au moins douze fois plus loin que le ſoleil, & les calculs commencerent à s'acorder beaucoup mieux.

M. l'abbé Boſcovich compoſa, au commencement de juin, un ſavant Mémoire, où, par une théorie ingénieuſe & ſimple, il montra qu'il y avoit quatre paraboles qui pouvoient ſatisfaire au petit mouvement qu'on avoit obſervé juſqu'alors.

M. Lexell, qui étoit à Londres, nous écrivit qu'on pouvoit employer un cercle dont le rayon fût 18 fois la diſtance de la terre au ſoleil; dès-lors il me parut qu'on devoit lui donner le nom de *nouvele planete*; le 24 juillet, M. Lexell, qui avoit calculé ſon mouvement dans différentes hypotheſes paraboliques, vit que, dans toutes les paraboles qui avoient depuis 14 juſqu'à 18 de diſtance périhélie, on trouvoit à peu près le même acord entre le calcul & l'obſervation. On comprit alors qu'il falloit atendre que la planete eût parcouru un arc plus étendu pour entreprendre de calculer ſon orbite.

Mais, lorſque j'eus huit mois d'obſervations, la planete ayant été en conjonction & en oppoſition, & la ſituation de la terre nous l'ayant fait voir dans toutes les poſitions, avec un mouvement de plus de ſix degrés, je crus que l'on pouvoit former des hypotheſes au moins pour calculer ſa route dans le cours d'une année; je pris trois obſervations, je ſuppoſai une diſtance de la planete au ſoleil, avec laquelle je réduiſis les obſervations au centre du ſoleil, pour avoir un mouvement héliocentrique, & par conſéquent la durée de la révolution; &, comme cette durée m'étoit donnée, d'un autre côté, par la regle de Kepler, au moyen de la diſtance que j'avois ſuppoſée, je fis varier la diſtance de la planete, juſqu'à ce que le mouvement héliocentrique, calculé avec cette diſtance, fût le même que celui qui réſultoit de l'intervalle des temps & de la durée de la révolution tirée de la diſtance; je trouvai par-là qu'il falloit ſuppoſer la diſtance 18,931, & la révolution ſidérale 82 ans $\frac{3}{100}$; la longitude héliocentrique pour le 1er janvier 1782, à midi moyen, 3s 0° 59′ 22″, & le mouvement diurne 43′ 13″; le nœud a 2s 13°, & l'inclinaiſon de 46′. Je calculai un grand nombre d'obſervations avec mon hypotheſe, &, au mois de mars 1783, l'erreur de mon calcul n'alloit pas à 3 minutes. Mais cette erreur, qui avoit augmenté peu à peu, indiquoit une accélération dans le mouvement de la planete; alors M. Méchain, M. de la Place & M. Oriani calculerent, chacun de leur côté, une orbite elliptique; celui-ci a trouvé le demi-grand-axe 19,04596, la plus grande équation 5° 33′; le lieu de l'aphélie le 31 déc. 1781, 11s 25° 11′ 30″; la longitude héliocentrique moyenne 3s 6° 28′ 52″; la longitude du nœud 2s 12° 52′ 0″; l'inclinaiſon, 46′ 25″; le mouvement ſéculaire, 2s 14° 30′ 4″, par raport aux équinoxes. (Éphém. de Milan, 1785.)

M. Bode ayant remarqué, dans les Éphémérides de Berlin pour 1784, que l'étoile 964 du catalogue de Tobie Mayer, pouroit bien n'être autre choſe que la planete de *Herſchel*, parce qu'on ne retrouvoit point d'étoile à la place où Mayer l'avoit marquée; on a recherché dans les manuſcrits de Mayer à Gottingen, la date de l'obſervation ſur laquelle il s'étoit fondé pour la poſition de cette étoile, & l'on a trouvé que l'obſervation étoit du 25 ſeptembre 1756, & donnoit la longitude 11 ſignes 16° 37′ 43″ à 10h 21′ 18″, temps moyen à Paris, & la latitude 48′ 23″; ainſi, l'on s'eſt trouvé tout-d'un-coup avoir une obſervation éloignée de 25 ans de celles de M. Herſchel; mais, par un hazard que l'on n'eſpéroit pas, cette obſervation s'eſt trouvée exactement d'acord avec les élémens que je viens de raporter; ainſi, l'on peut regarder dès à préſent comme connue à très-peu près l'orbite de la nouvele planete, & l'on trouvera tous ſes élémens avec les autres, au *mot* PLANETE.

Cette obſervation de Mayer a fait connoître plus exactement la poſition du nœud 2s 12° 47′ 52″ pour la fin de 1781, & l'inclinaiſon de ſon orbite 46′ 13″; cette poſition ne differe que de 7 minutes de celle que j'avois trouvée par les obſervations de la premiere année, mais la nouvele détermination a plus de certitude. La plus grande équation de l'orbite de cette planete ſuivant les calculs de M. de la Place, eſt de 5° 27′ 17″, & elle a lieu à 93° 24′ 31″ d'anomalie moyene. Dans l'obſervation de 1756, la planete étoit à 353° 35′ 53″ d'anomalie vraie; ainſi, elle étoit fort près de ſon aphélie, au lieu qu'elle eſt réciellement dans ſes moyenes diſtances; cette circonſtance fait que l'inégalité eſt plus ſenſible, & qu'on a pu trouver plus facilement les élémens de ſon orbite.

Dès qu'il a été queſtion, dans les Journaux, d'une planete, on a voulu lui donner un nom; M. *Herſchel*, guidé par ſa reconoiſſance pour le roi, ſon bienfaiteur, l'a appelée *Georgium Sidus*, l'aſtre de George. Je conviens que le prince eſt digne de la reconoiſſance de l'aſtrie. Depuis le commencement de ſon regne, il n'a ceſſé d'encourager les ſavans par ſes bienfaits & par ſon exemple.

Mais le zele des aſtronomes pour les princes ne parvient pas à perpétuer toujours les monumens de leur reconoiſſance. Lorſque Galilée eut découvert, en 1610, les ſatellites de Jupiter, il voulut les appeler *aſtres de Médicis*; Caſſini voulut appeler les ſatellites de Saturne, *aſtres de Bourbon*, & cela n'a point été adopté: les préjugés nationaux réſiſtent de toutes parts à ces préférences nationales, & en empêchent le ſuccès.

Tandis que M. Herſchel ne conſultoit que ſa reconoiſſance, d'autres conſultoient l'analogie, pour donner un nom au nouvel aſtre. Toutes les autres planetes ont des noms conſacrés dans la mythologie, les noms des dieux de l'antiquité; Jupiter & Saturne ſont les peres des dieux;

Digitized by Google

M. Poinſinet crut que l'on devoit appeler du nom de Cybele (qui eſt la mere des dieux) la planete qui eſt la plus voiſine de Jupiter & de Saturne.

M. Proſperin, aſtronome ſuédois, conſidérant que Neptune étoit un des fils de Saturne, & que Jupiter, ſon frere, étoit placé d'un côté, a cru que l'on pouvoit mettre Neptune de l'autre côté, & il a choiſi ce nom pour la nouvelle planete.

M. Bode, aſtronome de Berlin (dans d'excellentes Éphémérides qu'il publie chaque année), a cru qu'on devoit l'appeler *Uranus*; c'étoit le plus ancien des dieux, le ciel même, dont l'immenſité renfermoit tout & avoit tout produit. Notre planete eſt la plus enfoncée dans la profondeur du ciel, & dans l'immenſité de l'eſpace céleſte; le nom d'Uranus ſemble lui convenir plus que tout autre, & déja pluſieurs aſtronomes allemands ſe ſont réunis pour l'adopter.

Pour moi, je n'ai pas pu voir ſans regret qu'on voulût prolonger le regne des fables déja trop étendu; les noms des planetes furent ſans doute ainſi que les noms des dieux produits par des ſavantes allégories tirées de la nature; mais elles ſont depuis long-temps oubliées, & M. Dupuis, profeſſeur au Collége de Liſieux, eſt le premier qui ait découvert le véritable ſens des fables, tirées de l'Aſtronomie; ſans cela, les noms des dieux ne rapelent, en général, que des hiſtoires incohérentes & puériles; un motif plus reſpectable & plus utile m'a fait déſirer d'attacher au nouvel aſtre le nom de celui à qui nous en devons la découverte. J'ai cru devoir appeler le nouvel aſtre *Herſchel* ou *planete d'Herſchel*; c'eſt une eſpece d'apothéoſe, comme dit M. Vicq d'Azir, dans l'éloge de M. Pringle; mais c'eſt une récompenſe due au travail pénible & ardent qui a produit la découverte dont nous ſommes occupés; c'eſt un objet d'émulation pour l'avenir; & peut-être qu'en rendant cette juſtice à l'auteur d'une découverte curieuſe, nous en préparons de nouveles pour la gloire des ſciences.

Il me reſte à dire quelque choſe de la grandeur de cette nouvele planete; elle ne paroît que comme une étoile de 7e grandeur, il faut un très-beau temps & une très-bonne vue pour l'apercevoir ſans lunete. Son diametre apparent a été trouvé de 4 à 5 ſecondes, avec les excellens téleſcopes de Herſchel; mais il y a toujours une irradiation, une amplification, un débordement de lumiere dans tous les aſtres, & je crois qu'il ne faut ſuppoſer que 3" pour ce diametre apparent. Cette quantité, vue à la diſtance de 650 millions de lieues, ſuppoſe un diametre réel & abſolu de 9460 lieues; c'eſt à peu près 3 fois le diametre de la terre, qui n'a que 2865 lieues.

Cette nouvele planete exigera déformais une addition dans nos almanacs, dans nos ſpheres; auſſi en ai-je fait un article à la tête du Calendrier de la Cour ou Colombat pour 1783, & dans le 8e volume des mes Éphémérides pour 1785-1792; M. de la Ferté a tracé cette nouvele orbite avec celles des autres planetes, dans le tableau intéreſſant qu'il a publié de toute l'Aſtronomie; & on la trouvera, ci-après, au *mot* PLANETTE.

La découverte que je viens d'annoncer ſemble agrandir nos idées ſur l'immenſité de l'univers. Nous voyons d'abord le ſoleil, ce globe immenſe & embraſé, de 9 cents mille lieues de circonférence, autour duquel ſont forcées de circuler une multitude de planetes & de cometes, juſqu'à plus de mille millions de lieues de diſtances. Tout ce vaſte aſſemblage de corps céleſtes n'eſt qu'un point en comparaiſon de la partie de l'univers que nous apercevons; & j'ai prouvé, dans un Mémoire ſur la rotation du ſoleil, que cet aſtre, accompagné de tout ſon cortege planétaire, eſt tranſporté par un mouvement commun dans les eſpaces céleſtes. Des millions de ſyſtêmes ſemblables rempliſſent l'immenſité de l'eſpace; le plus voiſin de nous en eſt à dix millions de millions de lieues; les groupes d'étoiles que M. Herſchel aperçoit avec ſes nouveaux téleſcopes, indiquent juſqu'à ſix intervalles pareils, qui s'étendent par conſéquent à un million de fois 60 millions de lieues; au delà de tous ces aſſemblages, nous ne pouvons qu'en imaginer d'autres ſemblables; notre vue a un terme, l'objet de notre admiration n'en a point. (*D. L.*)

HESPER, (*Aſtron.*) ou *veſper*; nom que l'on donne quelquefois à la planete de Vénus, lorſqu'elle brille le ſoir après le coucher du ſoleil, dans ſes plus grandes digreſſions. Ce mot vient de ἑσπερος, *veſper*, fin du jour. Il eſt oppoſé au nom de *phoſphore*, *lucifer* ou *porte-lumiere*, qu'on donne à cette belle planete, quand elle brille le matin avant le lever du ſoleil. C'eſt celle que le peuple nomme *étoile du berger*, *voyez* VÉNUS. Bianchini a donné un ouvrage ſur les taches & la rotation de *Vénus*, qui a pour titre: *Heſperi & phoſphori nova phænomena*. (*D. L.*)

HÉTÉRODROME, adj. m. & f. *levier hétérodrome*, *terme de méchanique*; c'eſt un levier dont le point d'apui eſt entre le poids & la puiſſance. *Voy.* LEVIER *&* APUI.

On l'appele autrement: *levier du premier genre*.

Ce mot vient des mots grecs ἑτερος, *autre*, *différence*, & δρομος, *je cours*, parce que, dans ce levier, la puiſſance & le poids ſe meuvent en ſens différens.

HÉTÉROSCIENS, (*Aſtron. Géogr.*); peuples des zônes tempérées, qui ont toujours les ombres du même côté, par oppoſition aux *Amphiſciens*, qui habitent la zône torride, & qui ont les ombres tantôt du côté du nord, tantôt du côté du midi.

HEURES, parties du jour; c'eſt ordinairement la 24e partie du temps que le ſoleil met à revenir au méridien, ou du jour ſolaire vrai. Cependant les aſtronomes font plus ſouvent uſage des *heures* ſolaires moyenes.

Les *heures antiques* planétaires ou judaïques,

Digitized by Google

heures temporaires, *heures* inégales, usitées autrefois chez les Juifs, & les Romains commençoient au lever du soleil, & recevoient leur nom d'une des sept planetes; cet usage étoit venu des Égyptiens, suivant Hérodote (L. II) & Dion Cassius (L. 37) ou des Caldéens (*Salmas. de ann. Climat*, Goguet, tom. II, p. 437; Sallier, *Mém. des Inscript.* tom. IV). On croit que l'ordre des planetes, dans les jours de la semaine, venoit de l'influence qu'on leur supposoit sur les différentes *heures* du jour; le dimanche, au lever du soleil, la premiere *heure* étoit pour le soleil, ensuite venoient vénus, mercure, la lune, qui étoient supposés au dessous du soleil, puis saturne, jupiter & mars qui étoient au dessus. Par-là il arrivoit que le lendemain commençoit par la lune, & voilà pourquoi le jour de la lune, c'est-à-dire, le lundi, fut placé à la suite du jour consacré au soleil. (*Clavius in Sphæram.*)

L'abbé Roussier, dans un savant ouvrage sur la musique des anciens, croit que cet arrangement vient des intervalles de la musique, comme l'infinue Xiphilen d'après Dion (*L. 36, in Pompejo*). Scaliger l'explique par des triangles faits sur les côtés d'un eptagone (*Emend. Temp.* l. I *de Diebus*). Plutarque en avoit fait la matiere d'une dissertation dont il ne nous reste que le titre dans ses Questions de tables, *Sympofium*, l. IV, q. 7. Ces *heures* étoient inégales, parce qu'on divisoit le jour naturel en douze parties, & la nuit en douze autres parties.

Les astronomes du Cathay conservent encore aujourd'hui cette division. Ils appelent l'*heure Chag*, & donnent à chaque *chag* un nom particulier pris de quelque animal. Le premier est appelé *zeth*, souris; le second, *chio*, taureau; le troisieme, *zam*, léopard; le quatrieme, *mau*, lievre; le cinquieme, *chiu*, crocodile; le sixieme, *fix*, serpent; le septieme, *vou*, cheval; le huitieme, *vi*, brebis; le neuvieme, *fchim*, singe; le dixieme, *you*, poule; l'onzieme, *fou*, chien; le douzieme, *cai*, porc.

Les *heures* babyloniques commençoient à se compter au lever du soleil (*Macrobe, Saturn.* l. I, c. 3); cela se pratique encore à Majorque & à Nuremberg. Celles des Égyptiens & des Romains commençoient à minuit; & cet usage est encore celui de la plupart des nations de l'Europe.

Tous les astronomes commencent à compter les *heures* depuis midi, comme faisoient autrefois les Umbres, suivant Macrobe, & comme font aussi les Arabes; les astronomes vont jusqu'à 24 heures; ainsi, lorsqu'on compte dans la société, les 2 janvier, 8 heures du matin, les astronomes disent, le 1er janvier, à 20 heures, & c'est ce que nous appelons temps astronomique.

Les Juifs & les Romains, avant la premiere guerre punique, ne connoissoient point la division en 24 heures égales; ils distinguoient dans le jour artificiel, pris du lever au coucher du soleil, quatre parties principales, prime, tierce, sexte & none. Prime commençoit au lever du soleil, tierce trois heures après, sexte à midi, & none trois heures avant le coucher du soleil; mais ces *heures* étoient plus ou moins grandes, suivant que le soleil étoit plus ou moins long-temps sur l'horizon; l'on emploie encore, dans le bréviaire de l'Église, les mêmes dénominations, ce sont les *heures* judaïques, planétaires ou inégales. Cela sert à concilier, par exemple, les Évangiles de S. Marc & de S. Jean, dont le premier dit que Jésus-Christ fut crucifié à la 3e *heure*, & le second à la 6e. En supposant que ce fût vers midi (9½ *heures* à Paris), c'étoit très-près de la fin de tierce & du commencement de sexte; ainsi, l'on a pu estimer indifféremment l'une ou l'autre. On divisoit aussi la nuit en quatre veilles, dont chacune contenoit trois *heures*.

Les Athéniens commençoient à compter les *heures* depuis le coucher du soleil; on en fait de même en Italie; on le faisoit également en Pologne, en Autriche, en Bohême; mais il n'y a plus à Prague que deux horloges de cette espece. Les Italiens commencent leurs 24 *heures* une demi-*heure* après le coucher du soleil; j'ai expliqué leur usage à cet égard dans la Préface du livre, intitulé: *Voyage d'un François en Italie*. Paris, 1769; & j'en ai donné une Table pour différentes villes d'Italie.

Les astronomes distinguent trois sortes d'*heures* astronomiques; savoir, *heures* solaires moyenes, *heures* solaires vraies, & *heures* du premier mobile; les *heures* solaires moyenes sont toujours égales & uniformes; elles sont la 24e partie d'un jour moyen, c'est-à-dire, d'un retour moyen du soleil au méridien; ce sont ces *heures* égales & ces jours moyens sur lesquels se reglent tous les calculs, ainsi que les pendules astronomiques. *Voyez* TEMPS MOYEN. Les *heures* solaires vraies sont celles que marque chaque jour le soleil sur nos méridiennes & nos cadrans, mais qui varient tous les jours, à raison des inégalités du soleil. Les *heures* solaires vraies sont plus grandes au commencement de janvier de 29 secondes par jour que les moyenes, & plus petites de 29″, trois mois après.

Les *heures* du premier mobile sont celles que l'on compte par la révolution des étoiles fixes, qui est la véritable durée de la roration de la terre & qui est toujours égale, ou, 23h 56′ 4″ de temps moyen; il y a des astronomes qui reglent leurs horloges ou pendules sur ces *heures* du premier mobile; ils y trouvent cet avantage que les étoiles passent tous les jours à la même *heure* de la pendule, mais le soleil y passe environ quatre minutes plutard; cette méthode a encore la commodité de donner, par une opération très-simple, les arcs de l'équateur, qui correspondent aux *heures* de la pendule, 15° pour une *heure*, 15 secondes de degré pour une seconde de temps; c'est ce qu'on appele convertir en degrés les *heures* du premier mobile.

Digitized by Google

Les aſtronomes calculent l'*heure* qu'il eſt, 1°. par la hauteur du ſoleil ou d'une étoile; 2°. par les hauteurs correſpondantes; 3°. par les pendules réglées ſur des lunetes méridiennes, ou ſur des méridiennes ordinaires.

On trouve l'*heure* en mer par la hauteur du ſoleil, priſe au moyen du *quartier de réflexion*; il y a un volume tout entier des pieces qui ont concouru pour le prix de l'académie, en 1745 & 1747, ſur la meilleure maniere de trouver l'*heure* en mer; Daniel Bernoulli eſt un des auteurs qui partagerent le prix; mais la méthode la plus générale & la plus uſitée eſt d'obſerver la hauteur du ſoleil; alors la réſolution d'un ſeul triangle ſphérique donne l'angle au pole ou l'angle horaire, & par conſéquent l'*heure* qu'il eſt. *Voyez* HAUTEUR.

HEURE eſt quelquefois le nom d'un inſtrument de gnomonique propre à montrer les *heures* du jour & la hauteur du ſoleil; il eſt décrit dans les ſupplémens de l'encyclopédie *in-folio*, mais c'eſt à peu près le cadran de la figure 271. (*D. L.*)

HEXAEDRE, ſ. m. *terme de Géométrie*; c'eſt un des cinq corps réguliers qu'on appele auſſi *cube*. *V.* CUBE & RÉGULIER. Ce mot eſt grec & formé de ἕξ, ſix, & ἕδρα, *ſedes*, ſiége, *baſe*, chaque face pouvant être priſe pour la baſe du corps régulier. *Voy.* BASE.

Le carré du côté d'un *hexaedre*, eſt le tiers du carré du diametre de la ſphere qui lui eſt circonſcrite. D'où il ſuit que le côté de l'*hexaedre* eſt au diametre de la ſphere dans laquelle il eſt inſcrit, comme $1 \sqrt{3}$, & par conſéquent incommenſurable. *Chambers*. (*E*)

HEXAGONE, ſ. m. *terme de Géométrie*; figure compoſée de ſix angles & de ſix côtés. *Voy.* FIGURE & POLYGONE. Ce mot eſt grec, & formé d'ἓξ *ſex*, ſix & γωνία, *angulus*, angle.

Un *hexagone* régulier eſt celui dont les angles & les côtés ſont égaux. *Voy.* RÉGULIER.

Il eſt démontré que le côté d'un *hexagone* eſt égal au rayon du cercle qui lui eſt circonſcrit *Voy.* CERCLE & RAYON.

On décrit donc un *hexagone* régulier en portant ſix fois le rayon du cercle ſur ſa circonférence.

Pour décrire un *hexagone* régulier ſur une ligne donnée *AB*, *Pl. Géom. Fig.* 84, il ne faut que former un triangle équilatéral *ACB*, le ſommet *c* ſera le centre du cercle circonſcriptible à l'*hexagone* que l'on demande. (*E*).

HIADES. *Voy.* HYADES.

HIDRES. *Voy.* HYDRES.

HIRCUS; nom de l'étoile appelée auſſi la *Chevre*.

HIVER; ſaiſon de l'année qui commence pour nous quand le ſoleil eſt dans le premier degré du capricorne, c'eſt-à-dire, à ſa plus grande déclinaiſon auſtrale, c'eſt actuellement le 21 décembre. L'*hiver* dure juſqu'au 20 mars, ou à l'équinoxe du printemps. Mais, ſi l'on entend par *hiver* la ſaiſon des froids, & qu'on en juge par la table des hauteurs du thermometre à Paris, qui eſt dans le *Traité de Météorologie* de M. Cotte, on trouvera que c'eſt entre le 25 décembre & le 5 février qu'eſt le plus grand froid; il faudroit donc faire commencer l'*hiver* beaucoup plutôt, pour que la ſaiſon du plus grand froid fût à peu près le milieu, ce ſeroit alors du 1er décembre au 1er mars. (*D. L.*)

HOLOMETRE, ſ. m. (*Géom.*); inſtrument de Mathématiques dont on ſe ſert pour prendre toutes ſortes de hauteurs, tant ſur la terre qu'au ciel: il eſt compoſé de trois regles mobiles; leurs ouvertures & leurs poſitions donnent les trois angles à la fois.

HOMOCENTRIQUE, adj. *terme d'Aſtronomie*, il ſignifia la même choſe que *concentrique*.

Ce mot eſt grec, compoſé d'ὁμὸς, ſemblable, & κέντρον, centre. On expliquoit autrefois les mouvemens des aſtres dans le ſyſtême de Ptolémée, par le moyen de pluſieurs cercles, ou *homocentriques*, ou excentriques; mais tous ces cercles ſont aujourd'hui bannis de l'aſtronomie.

HOMODROME, adj. *terme de Méchanique*. Levier *homodrome*, eſt un levier dans lequel le poids & la puiſſance ſont tous deux du même côté du point d'apui.

Ce mot vient du grec ὁμὸς, *ſemblable*, & δρόμος, *je cours*, parce que, quand la puiſſance & le poids ſont du même côté du point d'apui, ils ſe meuvent dans le même ſens.

Il y a deux ſortes de leviers *homodromes*: dans l'un, le poids eſt entre la puiſſance & l'apui; on appele ce levier, *levier de la deuxieme eſpece*. Dans l'autre, la puiſſance eſt entre le poids & l'apui; on l'appele *levier de la troiſieme eſpece*.

HOMOGENE, adj. (*Alg.*). On appele *quantités homogenes* des quantités qui ont le même nombre de dimenſions, comme a^2, bbc, bcd, &c. On dit que la loi des *homogenes* eſt obſervée dans une équation algébrique, lorſque tous les termes y ſont de la même dimenſion.

Quantités ſourdes homogenes, ſont celles qui ont le même ſigne radical, comme $\sqrt[3]{37}, \sqrt[3]{9}$.

Homogene de comparaiſon: on appeloit ainſi, autrefois, le terme tout connu d'une équation; cette expreſſion n'eſt guere plus en uſage; & à ſa place, on emploie celle de *dernier terme* de l'équation, en ſuppoſant qu'elle ſoit ordonée par raport à l'inconnue, & que tous ſes termes ſoient placés dans un même membre.

HOMOGENES. (*Algebre. Calcul intégral*). On appele, en général, *équations homogenes* celles où les variables montent au même degré dans tous les termes. Un radical eſt d'un degré égal à celui des termes qui ſont ſous le ſigne diviſé par l'expoſant. Une fonction logarithmique eſt du degré zéro, & une exponentielle du degré de ſon expoſant.

Dans les équations *homogenes* différentielles du premier ordre en x, y, z, &c. ſi on fait $x = sx'$,

Digitized by Google

$y = e^{v} y'$, $z = e^{x} z'$ *&c.* il eſt clair que e^{v} ſe trouvera au même degré à tous les termes, qu'on pourra par conſéquent le faire diſparoître par la diviſion, & qu'ainſi, réſolvant l'équation algébrique *homogene* par raport à dx, on aura, toutes les fois que la propoſée eſt poſſible, $dx = Adz + Bdy$, *&c* B étant des fonctions de y & de z, & par conſéquent $x = \int Adz + Bdy$ par les quadratures. S'il n'y avoit que deux variables x & y on auroit toujours $x = \int Bdy$.

Si une équation *homogene* eſt entre deux variables, & qu'on faſſe $x + ny = o$, on aura n par une équation d'un degré égal à celui où montent les dx & dy. On aura donc un nombre égal d'équations linéaires, qui donneront autant de ſolutions particulieres de la propoſée.

Si une fonction *homogene* $Adx + Bdy + Cdz$ eſt la différentielle exacte d'une fonction algébrique, on aura $\frac{\int Adx + Bdy + Cdz}{n} = \frac{Ax + By + Cz}{n}$, n étant l'expoſant du degré des variables, augmenté de l'unité.

En effet, ſoit $y = y'x$ & $z = z'x$, il eſt clair que l'intégrale algébrique ſera $x^{n} \phi y'z'$: donc la différence ſera $x^{n} \frac{d\phi y'z'}{dy'} dy' + \frac{d\phi y'z'}{dz'} dz' + nx^{n-1} \phi y'z' dx$.

Mais, après la ſubſtitution, la différentielle propoſée devient $x^{n-1} A'dx + x^{n} E'dy' + x^{n} C'dz' + x^{n-1} y' B'dx + x^{n-1} z' C'dx$.

Donc comparant, $n\phi y'z' = A' + By' + Cz'$: donc, *&c.*

En voici une autre plus élémentaire. Je ſuppoſe d'abord que l'intégrale cherchée eſt rationele, algébrique & entiere, il eſt clair qu'elle ſera compoſée de termes $mx^{\alpha} y^{\beta} z^{\epsilon} \ldots$ tels que $\alpha + \beta + \epsilon \ldots$ ait une même valeur dans chaque terme : or $dmx^{\alpha} y^{\beta} z^{\epsilon} = max^{\alpha-1} y^{\beta} z^{\epsilon} dx + m\beta x^{\alpha} y^{\beta-1} z^{\epsilon} dy + m\epsilon x^{\alpha} y^{\beta} z^{\epsilon-1} dz$: donc, en y mettant x pour dx, y pour dy, z pour dz, cette différence devient $max^{\alpha} y^{\beta} z^{\epsilon} + m\beta x^{\alpha} y^{\beta} z^{\epsilon} + m\epsilon x^{\alpha} y^{\beta} z^{\epsilon} = a + b + c \ldots mx$, $\frac{abc}{yz}$, or $a + b + c$ eſt le même dans tous les termes, & égal à n : donc, *&c.*

Soit enſuite l'intégrale algébrique & rationele, mais fractionaire, appelant le numérateur P, & le dénominateur Q, on a $d\frac{P}{Q} = \frac{QdP - PdQ}{Q^{2}}$; ſoit m' le degré de P, & n' celui de Q, on trouvera que, par la démonſtration précédente, dP devient, après la ſubſtitution, égal à $m'P$, & dQ égal $n'Q$; donc $d\frac{P}{Q}$ devient, après la ſubſtitution, $\frac{mQP - n'PQ}{Q^{2}} = (m' - n')\frac{P}{Q} = n\frac{P}{Q}$; donc, *&c.* Soit enfin l'intégrale algébrique, mais contenant des radicaux quelconques, n étant le degré de l'intégrale, je fais u^{n} égal à cette intégrale, je forme une équation *homogene* rationele en x, y, z, u, je la différence, & j'ai $Adx + Bdy + Cdz + Ddu = o$, & par la démonſtration ci-deſſus, $Ax + By + Cz + Du = o$, & par conſéquent l'intégrale cherchée, ou $u^{n} = -\frac{Ax + By + Cz}{D} u^{n-1}$: de même d, u^{n}, ou la différence propoſée à cauſe de l'équation $Adx + Bdy + Cdz + Ddu = o$ eſt égale à $-\frac{Adx + Bdy + Cdz}{D} \times nu^{n-1}$: donc, ſi on fait la ſubſtitution, elle devient $-\frac{Ax + By + Cz}{D} nu^{n-1} = nu^{n}$; donc, *&c.*

Si $n = o$, cette méthode ne donne aucun réſultat ; ſi l'intégrale contenoit des fonctions logarithmiques, après la ſubſtitution, la portion algébrique deviendroit nulle, parce que $n = o$, & la portion logarithmique deviendroit m ; m étant la ſomme des degrés des fonctions qui ſont ſous le ſigne.

Si on a $e^{V} Adx + Bdy + Cdz$, différentielle exacte, & qui ſoit ſuſceptible de la forme, $e^{V} d + e^{V} \phi dV$, V & ϕ étant *homogenes*, on aura $e^{V} Ax + By + Cz = e^{V} n\phi + m\phi V$, m étant le degré de V ; donc $\phi = \frac{Ax + By + Cz}{n + mV}$.

Si, dans une équation du premier ordre, la ſeule variable x & ſa différence ſont *homogenes*, on réduira la propoſée aux quadratures, en faiſant $x = e^{z}$. *Euler*.

Si, dans une équation d'un ordre quelconque, leurs variables & leurs différences ſont *homogenes*, ou une partie des variables & leurs différences, on parviendra, par les mêmes ſubſtitutions, à avoir une équation où une des variables manque, & où il ne ſe trouve que ſes différences ; ce qui, lorſqu'il n'y a que deux variables, réduit l'intégration à celle d'une équation d'un ordre moindre d'une unité, & à une quadrature. *Euler*. (*M. D. C.*)

HOMOLOGUE, adj. *terme de Géométrie*, qui ſe dit des côtés des figures ſemblables qui ſont oppoſés à des angles égaux. *Voyez* SEMBLABLE.

Ce mot eſt grec, compoſé d'ὁμόι, *ſemblable*, & λόγος, *ratio*, raiſon, c'eſt-à-dire, *quantité ſemblable*.

Les triangles équiangles ou ſemblables, ont

Digitized by Google

leurs côtés *homologues* proportionés. Tous les rectangles semblables ſont entr'eux, comme les carrés de leurs côtés *homologues*. *Voyez* RECTANGLES. (*E*).

HORAIRE, adj. (*Aſtron.*), ſe dit de pluſieurs choſes qui ont raport aux heures.

Les cercles *horaires* ou cercles de déclinaiſons ſont des cercles qui paſſent par les poles du monde, & qui, par leurs diſtances au méridien, marquent les heures; ainſi, quand le ſoleil eſt dans un cercle *horaire*, éloigné du méridien de 15°, on dit qu'il eſt une heure de temps vrai.

L'angle *horaire* eſt l'angle au pole formé par le cercle *horaire* & par le méridien du lieu; cet angle eſt de 15 degrés à une heure, de 30 degrés à deux heures.

Le mouvement *horaire* eſt la quantité dont un aſtre varie en une heure, ſoit en longitude, ſoit en latitude: les aſtronomes ont fait des tables du mouvement *horaire* de la lune où ſont renfermées toutes les inégalités dont ce mouvement eſt ſuſceptible, ſoit à raiſon de l'excentricité de l'orbite lunaire, ſoit à cauſe de l'attraction du ſoleil.

La parallaxe *horaire* ou parallaxe d'aſcenſion droite, eſt celle que l'on obſerve au moyen du changement qu'elle cauſe dans l'aſcenſion droite d'une planete telle que mars ou la lune.

Les *lignes horaires* ſont les lignes qui marquent les heures ſur un cadran ſolaire. Ces lignes ſont les communes ſections des *cercles horaires* & du plan du cadran. La principale eſt la ligne méridiene, ou la commune ſection du plan du cadran & du méridien.

Pour les heures babyloniques & italiques que l'on commence à compter de l'horizon, les prémieres au lever du ſoleil, & les autres à ſon coucher, il y a d'autres *cercles horaires* qui déterminent ces heures; on les nomme *cercles horaires babyloniques* ou *italiques*, afin de les diſtinguer des premiers, appelés *cercles horaires aſtronomiques*. *Voyez* CADRAN. (*D. L.*)

HORIZON, ſ. m. (*Aſtron. & Géogr.*); grand cercle de la ſphere qui la diviſe en deux parties ou hémiſpheres, dont l'un eſt ſupérieur & viſible, & l'autre inférieur & inviſible.

Ce mot eſt purement grec, & ſignifie à la lettre ce qui *termine* ou *borne* la vue; ὁρίζω, *termino*, *definio*, je limite, je borne; auſſi l'appele-t-on en latin *finitor*.

L'*horizon* vrai ou aſtronomique, que l'on nomme auſſi *horizon* rationel ou ſimplement *horizon*, eſt un grand cercle dont le plan paſſe par le centre de la terre, & qui a pour poles le zénit & le nadir; il eſt marqué dans la ſphere *Figure prem. des Planches d'Aſtronomie*. Tel eſt auſſi le cercle repréſenté par *GHFO*, *Fig.* 26, dont les poles ſont le zénit *Z*, & le nadir qui lui eſt oppoſé; d'où il ſuit que les divers points de l'*horizon* ſont éloignés de 90 degrés du zénit & du nadir.

Le méridien & les cercles verticaux coupent l'*horizon* rationel à angles droits & en deux parties égales.

L'*horizon* oriental eſt cetre partie de l'*horizon*, où les corps céleſtes paroiſſent ſe lever.

L'*horizon* occidental eſt la partie de l'*horizon*, où les aſtres paroiſſent ſe coucher.

L'*horizon ſenſible* ou l'*horizon viſuel*, en *terme de Géographie*, eſt un cercle qui raſe la ſurface de la terre, & qui ſépare la partie viſible de la terre & des cieux, de celle qui eſt inviſible. *Voy.* TERRE.

On l'appele *horizon ſenſible*, pour le diſtinguer de l'*horizon* rationel, qui paſſe par le centre de la terre, comme nous l'avons déja obſervé; car nous devons raporter tous les phénomenes céleſtes à une ſurface ſphérique qui ait pour centre celui de la terre, & non le lieu qu'occupe l'œil. Il eſt vrai que ces deux *horizons* étant continués juſqu'aux étoiles fixes ſe confondent enſemble, la terre comparée à la ſphere des étoiles fixes n'étant qu'un point; des cercles qui ne ſont diſtans, relativement aux étoiles que d'un intervalle imperceptible, doivent être regardés comme ne faiſant qu'un ſeul & même cercle; mais il n'en eſt pas de même par raport à la lune & aux planetes les plus proches de la terre: c'eſt pourquoi la diſtinction des deux *horizons* eſt néceſſaire à cet égard.

On entend quelquefois par *horizon ſenſible* un cercle qui détermine la portion de la ſurface de la terre, que nous pouvons découvrir de nos ieux; on l'appele auſſi *horizon phyſique*.

On dit, dans ce ſens, un *horizon* borné, un *horizon* étendu. En pleine mer, l'*horizon* ſenſible eſt plus bas que l'*horizon* rationel & aſtronomique. Pour trouver l'étendue de l'*horizon* en mer, ou juſqu'à quel point la vue d'un homme peut s'étendre, en ſuppoſant la terre un globe ſans inégalités & tel que la vue ne puiſſe être arrêtée par aucune éminence étrangere, il ne faut que tirer une tangente & réſoudre un triangle rectangle. Suppoſons, par exemple, que *BSC*, *Fig.* 27, ſoit un grand cercle du globe terreſtre, *T* ſon centre, *TC* ſon rayon, & *O* la hauteur de l'œil; il eſt évident que la partie viſible de la ſurface de la terre eſt terminée du côté de *B* par la ligne *OB*, qui touche la terre en *B*. Ainſi, puiſque *OB* eſt une tangente, il s'enſuit que l'angle *B* ſera droit: on connoît dont *TB* qui eſt le rayon de la terre, & dont on a la valeur en toiſes ou en pieds, *TD* eſt la même longueur que *TS*, à laquelle on ajoute la hauteur de l'œil, *SO*; ainſi, il eſt aiſé de trouver toutes les autres parties du triangle *OTB*. Voici d'abord la proportion qu'il faut faire pour trouver l'angle *O*, & enſuite le côté *HE*: le côté *TO* eſt au ſinus de l'angle droit *B*, comme le côté *TB* eſt au ſinus de l'angle *O*, dont la valeur étant retranchée de 90 degrés, donnera celle de l'angle *T*. On dira enſuite: comme le ſinus de l'angle *O* eſt à ſon côté oppoſé *BT*, de même le ſinus de l'angle *T* eſt à la ligne *OB* qui détermine la poſition & l'étendue de *l'horizon* viſible. Cette ligne fait un angle

Digitized by Google

HOB avec l'*horizon* rationel *OH*, & cet angle eſt le même que l'angle au centre ou l'angle *BTO*; l'on en fait uſage, ſur-tout en mer, où l'on obſerve les hauteurs des aſtres par raport à l'*horizon* ſenſible ou à la tangente *OB*, ces hauteurs ſont toujours trop grandes & cela de la quantité *OTB*.

La table de cet abaiſſement du niveau eſt dans tous les livres de Navigation; on la trouve même dans la *Connoiſſance des temps*, 1783. En voici un abrégé, où l'on voit ce qu'il faut ôter de la hauteur obſervée, ſuivant le nombre de pieds dont l'œil eſt élevé au deſſus du niveau de la mer.

Pieds.	M. S.	*Pieds.*	M. S.	*Pieds.*	M. S.	*Pieds.*	M. S.	*Pieds.*	M. S.
1	1 1	6	2 31	12	3 33	25	5 8	60	7 57
2	1 27	7	2 43	14	3 50	30	5 37	70	8 35
3	1 47	8	2 54	16	4 6	36	6 9	82	9 17
4	2 3	9	3 4	18	4 21	40	6 29	102	10 22
5	2 18	10	3 14	20	4 28	48	7 6	220	15 14

HORIZONTAL, adj. (*Aſtron.*), qui eſt de niveau ou parallele à l'horizon; qui n'eſt point incliné ſur l'horizon ou qui ſe raporte à l'horizon.

Cadran horizontal eſt celui qui eſt décrit ſur un plan parallele à l'horizon, & dont le ſtyle eſt élevé ſuivant l'élévation du pole du lieu où il eſt conſtruit. *Voyez* CADRAN.

Diametre horizontal eſt le plus grand diametre apparent.

Ligne horizontale en perſpective, eſt une ligne droite tirée du point de vue parallélement à l'horizon, ou l'interſection du plan du tableau & du plan *horizontal*.

Parallaxe horizontale, eſt la plus grande de toutes les parallaxes.

Plan horizontal, eſt celui qui eſt parallele à l'horizon du lieu: l'objet du nivélement eſt de voir ſi deux points ſont dans un plan *horizontal*.

Plan horizontal en perſpective, eſt un plan qui eſt parallele à l'horizon, paſſant par l'œil, & coupant le plan du tableau à angles droits.

Réfraction horizontale, eſt d'environ 32 minutes.

HORLOGES aſtronomiques, ou *pendules* aſtronomiques, ſont celles qui marquent les heures minutes & ſecondes, & qui batent, les ſecondes par le moyen d'un pendule. *Voyez* les Traités d'horlogerie de MM. Thiout, le Paute, & Berthoud. On y emploie ordinairement une verge de compenſation pour remedier à la dilatation des métaux.

Pour connoître le temps vrai d'une obſervation, l'on n'avoit autrefois d'autre moyen que d'obſerver l'hauteur du ſoleil ou d'une étoile, comme nous l'avons expliqué au *mot* HAUTEUR. Ce fut vers l'an 1300 que commença l'uſage des horloges à roues dentées (*Voyez* le Traité d'horlogerie de M. le Paute, 1755, *in-4°*, chez Samſon); mais ce ne fut que deux ſiecles après qu'elles furent aſſez communes pour être employées par des aſtronomes.

Dans les obſervations de Waltherus, faites vers l'an 1500, & publiées par Schoner en 1544, on lit que l'*horloge* dont il ſe ſervoit étoit très bien réglée, que d'un midi à l'autre, elle ſe trouvoit parfaitement d'acord avec le ſoleil & que les temps marqués ſur l'*horloge* étoient preſque les mêmes que ceux qu'on tiroit du calcul. Je crois qu'il ne faut entendre ceci que de la préciſion d'environ une minute.

Tycho-Brahé avoit quatre *horloges* qui marquoient les minutes & les ſecondes de temps; la plus groſſe n'avoit que trois roues, dont la premiere & la plus grande avoit trois pieds de diametre & 1200 dents; on ſe ſervoit toujours de deux *horloges* à la fois. Hévélius employa auſſi les meilleures *horloges* de ſon temps; mais ces machines étoient bien imparfaites, par le défaut d'un régulateur conſtant. Galilée apercut qu'un pendule ou un poids ſuſpendu à un fil faiſoit toujours des oſcillations égales, & il reconut que la durée des oſcillations dépendoit de la longueur du pendule; Édouard Bernard dit même que les Arabes le ſavoient, mais ce fut Huygens qui imagina, en 1656, d'y appliquer le ſeul régulateur fixe qu'il y avoit dans la nature, je veux dire les oſcillations du pendule. (*Voy. Horologium oſcillatorium* 1673, & le Traité d'horlogerie de M. le Paute). Il y en a qui prétendent que Vincent, fils de Galilée, avoit appliqué le pendule aux *horloges*, quelques années auparavant, en 1649, à Venise.

HORLOGES MARINES ou MONTRES MARINES, GARDE-TEMPS (*Aſtron.*) ſont une nouvele eſpece de montres faites avec une extrême préciſion pour l'uſage des longitudes en mer; *voyez* LONGITUDE. Harrison, Arnold & Kendal, en Angleterre, M. Berthoud & M. le Roy, en France, en ont fait, depuis quelques années; elles ont été éprouvées avec ſuccès à la mer, dans des voyages de long cours, & elles donnent la longitude ſans qu'il y ait un demi degré d'erreur dans ſix ſemaines ou deux mois de navigation: les procès verbaux d'ex-

Digitized by Google

périences, & les descriptions de ces différentes montres, sont imprimés; on peut voir sur-tout le résultat du voyage fait sur l'Isis en 1769, & du voyage fait sur la Flore en 1772, par M. de Verdun, M. Pingré & M. de Borda, aux îles de l'Amérique & en Islande, où les montres de M. Berthoud & de M. le Roy, furent d'un secours infini, & d'une exactitude surprenante. Sur le vaisseau le Roland & la frégate l'Oiseau, qui partirent de Brest au mois d'Avril 1773, sous les ordres de M. Kerguelen & de M. de Rosnevet, pour les terres australes, il y avoit aussi deux montres marines de M. Berthoud, qui furent éprouvées avec succès. M. le Marquis de Chabert en a fait usage dans plusieurs campagnes en Amérique, de même que le fameux Capitaine Cook dans son dernier voyage autour du monde.

Quant à la construction de ces *horloges* on pourra consulter l'ouvrage, intitulé: *Principes de la montre de M. Harrison*, avec les planches relatives à la même montre, imprimés à Londres en 1767, par ordre des commissaires des longitudes, traduits par le P. Pezenas, à Avignon, & à Paris, chez Jombert.

M. le Roy a donné, en 1768, un exposé succint des travaux de M. Harrison & des siens sur cette matiere.

Le voyage de M. Cassini, fils, en Amérique, fait pour éprouver les montres marines de M. le Roy, en 1768, avec le Mémoire de M. le Roy, qui remporta le prix de l'Académie sur ce sujet, a été imprimé en 1770, à Paris, chez Jombert. M. le Roy a aussi donné en 1773 & 1774, un précis des recherches faites en France, depuis 1730, pour la détermination des longitudes par la mesure artificielle du temps.

M. Berthoud a donné un grand Traité des *horloges* marines en 1773, avec des éclaircissemens sur l'invention, la théorie & la construction de ces montres marines pour justifier ses droits dans cette partie.

M. le Président de Saron a une montre de poche, faite en Angleterre sur les mêmes principes des montres marines, elle varie à peine de quelques secondes par jour, soit qu'on la porte ou qu'on la laisse suspendue; ainsi l'horlogerie peut fournir, de même que la lune, un moyen de trouver les longitudes. *Voyez* LONGITUDES. (*D. L.*)

HORLOGE; constellation méridionale de l'Abbé de la Caille, située au dessous de l'éridan. La principale étoile n'est que de cinquieme grandeur. Ascension droite en 1750, 61° 26′ 5″, déclinaison 42o 55′ 10″ australe. (*D. L.*)

HORODICTIQUE, (*Astron.*); instrument qui sert à trouver l'heure. *Voyez* CADRAN.

HOROGRAPHIE, s. f. (*Astron.*); c'est l'art de faire des cadrans; on l'appele encore *Horologiographie*, *Sciatérique*, *Photosciatérique*, & plus communément *Gnomonique*. *Voyez aussi* CADRAN.

Ce mot vient du grec ὥρα *heure*, & γράφω, *scribo*, j'écris. *Chambers*. (*O*).

HOROLOGIOGRAPHIE, s. f. l'art de faire des cadrans. Le P. de la Magdelene, feuillant, a donné un traité sur la construction des cadrans, qui a pour titre: *traité d'Horologiographie*. Cet ouvrage est assez complet pour ce qui regarde la pratique & la description de toutes sortes de cadrans; mais les méthodes que donne l'auteur ne sont point acompagnées de démonstrations. *Voyez* CADRAN.

On a aussi donné quelquefois le nom d'*Horologiographie* à l'art de faire des horloges, plus communément appelé *Horlogerie*.

HOROMETRIE, s. f. l'art de mesurer ou de diviser les heures, & de tenir compte du temps. Ce mot vient des mots grecs ὥρα, *heure*, & μέτρον, *mesure*.

HOROPTERE, s. m. *terme d'Optique*; c'est la ligne droite qui est tirée par le point où les deux axes optiques concourent ensemble, & qui est parallele à celle qui joint les centres des deux ieux, ou des deux prunelles. *Voyez* AXE, OPTIQUE.

Telle est la ligne *AB*, *Pl. d'Optique*, *Fig. 67*, tirée par le point de concours *C* des axes optiques des ieux *D* & *E*, parallélement à *HI*, qui joint les centres des ieux *H* & *I*.

On appele cette ligne *horoptere*, parce qu'on a cru, d'après quelques expériences, qu'elle étoit la limite de la vision distincte. *Voyez* VISION.

Le *plan de l'horoptere* est un plan qui passe par l'*horoptere*, & qui est perpendiculaire à celui des deux axes optiques. (*Chambers*.)

Les auteurs d'Optique se sont servis principalement de l'*horoptere*, pour expliquer la cause qui fait quelquefois paroître les objets doubles. Ils prétendent que toutes les fois qu'un objet est hors du plan de l'*horoptere*, il doit paroître double; parce que, selon ces auteurs, c'est à l'*horoptere* qu'on raporte toujours tous les objets qu'on voit; de sorte que les objets paroissent simples lorsqu'ils sont placés dans l'*horoptere*, & doubles lorsqu'ils n'y sont pas. Nous ne prétendons point décider de la justesse de cette explication; il nous paroît seulement qu'elle se réduit à ceci, qu'un objet est vu simple, quand il est dans le concours des axes optiques, ou plutôt des deux axes des ieux; & que cet objet paroît double, quand il ne se trouve point dans le concours de ces axes.

Un des auteurs qui ont fait le plus d'usage de l'*horoptere*, est le P. Aquilon, *Franciscus Aquilonius*, Jésuite, dans un grôs traité d'Optique, *in-folio*, imprimé à Anvers en 1613. (*O*).

HOROSCOPE, *terme d'Astrologie*; point de l'écliptique situé dans l'horizon au moment d'une nativité. Ce nom vient de ὥρα, *hora*, σκόπος, *scopus*, parce que ce point est le bur principal des. astrologues. Le point de l'*horoscope* est le point *ascendant* éloigné de 90° de celui que les astronomes appelent *nonagésime*, & dont on se sert pour calculer les parallaxes & les éclipses. Le point de l'*horoscope* étoit regardé, parmi les astrologues, comme le point le plus important du *theme* célé-

Digitized by Google

ſte ; voilà pourquoi l'on diſoit , tirer l'*horoſcope* , pour dire dreſſer le thême de la nativité d'une perſone, ou l'état du ciel, pour le moment de ſa naiſſance. Le ciel étoit diviſé en douze *maiſons*, par le moyen de ſix cercles, l'horizon, le méridien & les quatre cercles de *poſition*, menés par les deux ſections nord & ſud de l'horizon & du méridien, & par les points de l'équateur, qui ſont à 30° & à 60° du méridien ; l'*horoſcope* eſt le point où commence la premiere maiſon ; le point culminant de l'écliptique commence la dixieme maiſon ; l'on en trouve des tables dans Monteroyal, Henrion, Magini & autres anciens aſtrologues.

On appeloit auſſi *horoſcope* la premiere des douze maiſons. *Horoſcope* eſt encore le nom d'un inſtrument de mathématique, fait en forme de planiſphere, inventé par Jean *Paduanus*, qui en a fait un traité particulier. (*D. L.*)

HORUS & HARPOCRATE ; divinités égyptiennes que l'on célebroit toujours enſemble, & qui paroiſſent avoir été, parmi les Grecs, le type de Caſtor & de Pollux, & l'origine de la conſtellation des gémeaux. Jablonski, *Pantheon Ægyptiorum*. M. Schmidt, *Journal de Berne*, juin, 1760, *pag* 60 (*D. L.*)

HUIT, ſ. m. (*Arithm.*), eſt le huitieme terme de la ſuite des nombres naturels, le quatrieme de celle des pairs, & le ſecond de celle des cubes : on n'en fait un article que pour faire connoître une propriété qui lui eſt particuliere, & qui ſemble avoir juſqu'ici échapé aux obſervateurs : la voici avec ſa démonſtration.

8 étant multiplié ſucceſſivement par chacun des nombres triangulaires, le produit augmenté de l'unité donne par ordre tous les carrés impairs, à commencer à celui dont 3 eſt la racine.

$$\begin{aligned} 8.\ 1 + 1 &= 9 : \\ 8.\ 3 + 1 &= 25 \\ 8.\ 6 + 1 &= 49. \\ 8.\ 10 + 1 &= 81, \ \&c. \end{aligned}$$

Il ſuit que tout carré impair (le premier excepté) étant diminué de l'unité, le reſte ſe diviſe exactement par 8.

Soit un carré impair quelconque repréſenté par $aa + 2a + 1$ (a étant un nombre pair), il faut prouver, 1°. que 8 eſt diviſeur exact ou facteur de $aa + 2a$; 2°. que ſon co-facteur eſt un nombre triangulaire.

Les valeurs de a ſont tous les termes de la ſuite des pairs 2, 4, 6, 8, *&c* laquelle n'eſt elle-même que 2 multiplié ſucceſſivement par chacun des nombres naturels 1, 2, 3, *&c*. La *premiere partie de la propriété* étant démontrée pour le premier terme 2, le ſera donc par le même moyen pour tous les autres qui n'en ſont que des multiples. Or le carré de 2 eſt $4 = \frac{8}{2}$.)

D'ailleurs 2 prix *deux* fois ne differe point de ſon carré, & eſt auſſi $\frac{8}{2}$ } on a donc $\frac{aa + 2a}{2} = 2.\frac{8}{2} = 8.1.$

Quant à la *ſeconde partie de la propriété*, la ſuite des aa relative aux différentes valeurs de a, eſt le premier aa ou $\frac{8}{2}$ multipliés ſucceſſivement par les carrés des nombres naturels, 1. 4. 9. *&c.* celle des $2a$ n'eſt pareillement que le premier $2a$ (auſſi $\frac{8}{2}$) multiplié par les racines de ces mêmes carrés, 1. 2. 3. *&c.* En ajoutant enſemble terme à terme ces deux ſuites correſpondantes, il réſulte que le co-facteur de 8 eſt toujours la ſomme d'un carré & de ſa racine, *diviſée* par le dénominateur 2 (qu'on peut tranſporter du premier facteur au ſecond). Mais la moitié de la ſomme d'un carré & de ſa racine, ou, ſi l'on veut $\left(\frac{nn+n}{2}\right)$, eſt l'expreſſion caractériſtique d'un nombre triangulaire. Donc, *&c.* Il ſuit que, ſi n repréſente le quantieme d'un terme dans la ſuite des impairs, le carré du terme même eſt $8\left(\frac{n^2-n}{2}\right) + 1$. On emploie ici $\frac{nn-n}{2}$, au lieu de $\frac{nn+n}{2}$; parce qu'à cauſe de l'excluſion du premier carré impair (1), au quantieme n du terme dans la ſuite des impairs, répond dans celle des nombres triangulaires le quantieme, non n, mais $n-1$: ce qui n'empêche pas que la formule ne donne l'expreſſion juſte du carré, lors même que la racine eſt 1. Car alors le quantieme ſe confondant avec le terme même, $\frac{nn-n}{2}$ eſt $\frac{1-1}{2} = 0$; ce qui rend nul le premier terme de la formule, en ſorte qu'il ne reſte que le ſecond (+ 1).

On pouroit au reſte faire entrer 8 dans l'expreſſion de tout carré pair, comme on vient de le faire dans celle de tout carré impair. Si n déſigne le quantieme de la racine dans la ſuite des pairs, le carré pair ſera généralement $\frac{8.nn}{2}$.

La démonſtration en eſt ſi aiſée à déduire de celle qu'on vient de voir pour les carrés impairs, qu'il paroît inutile de s'y arrêter.

Comme nn eſt alternativement un nombre impair & un nombre pair, $\frac{nn}{2}$ eſt, dans le même ordre alternatif, tantôt une fraction, tantôt un entier. Il ſuit que les carrés pairs ne ſont diviſibles par 8 que *de deux en deux*, mais c'eſt *ſans ſubir aucun changement* : au lieu que les impairs le ſont *tous*, mais ſous la condition de *perdre une unité* ; compenſation qui partage aſſez également, entre les deux eſpeces, la propriété. (*M. Rallier des Ourmes.*)

Digitized by Google

HYADES, ſ. f. pl. (*Aſtron.*); étoiles en forme d'Y, qui ſont dans la conſtellation du taureau. Elles paroiſſent dans la ſaiſon des pluies, & les poëtes ſuppoſoient qu'elles en étoient la cauſe, & qu'elles amenoient toujours la pluie; Virgile dit *Arcturum pluviaſque Hyadas*; c'eſt pour cette raiſon qu'on les a appelées *hyades* du mot grec ὗειν, *pluere*, pleuvoir. *Ora micant tauri ſeptem radiantia flammis, Navita quas Hyades Græius ab imbre vocat*; on les appele auſſi en latin *fuculæ*. La principale eſt l'œil du taureau, appelé communément *aldebaran*, *fulgens fuculorum*. Il y a une carte des *hyades* dans le Zodiaque de M. le Monnier, & dans le ſecond volume des *Mémoires préſentés par les ſavans étrangers*.

Les poëtes ont feint que les *hyades* ſont filles d'Atlas & de Pleione, & que leur frere Hyas ayant été déchiré par une lionne, elles pleurerent ſa mort avec tant de douleur, que les dieux, touchés de compaſſion, les tranſporterent au ciel, & les placerent ſur le front du taureau, où elles pleurent encore. Cette fable vient de ce que ces étoiles ſe levent au coucher d'atlas, qui eſt la conſtellation du bouvier.

D'autres repréſentent les *hyades* comme les nourices de Bacchus, que Jupiter tranſporta au ciel pour les mettre à couvert de la colere de Junon. *Voyez* TAUREAU.

HYDRAULICO-PNEUMATIQUE, adj. (*Méchan.*); eſt un terme compoſé, dont quelques auteurs ſe ſervent pour déſigner certaines machines qui élevent l'eau, par le moyen du reſſort de l'air. On peut voir, au *mot* FONTAINE, la déſcription de différentes machines de cette eſpece.

Les machines qui ſervent à élever l'eau par le moyen du feu, peuvent être regardées, en quelque maniere, comme les machines *hydraulico-pneumatiques*; car ces machines agiſſent par le moyen du reſſort de l'air, qui eſt augmenté par la chaleur; telle eſt la machine hydraulique de Londres, qui eſt conduite ſur ce principe. On a fait connoître ces ſortes de machines à l'*article* FEU. (*O*).

HYDRAULIQUE, ſ. f. partie de la méchanique qui conſidere le mouvement des fluides, & qui enſeigne la conduite des eaux, & le moyen de les élever, tant pour les rendre jailliſſantes, que pour d'autres uſages.

Ce mot eſt dérivé du grec ὕδραυλος, *eau ſonante*, formé d'ὕδωρ, *aqua*, eau, & de αὐλὸς, *tibia*, flûte; la raiſon de cette étymologie eſt que l'*hydraulique*, chez les anciens, n'étoit autre choſe que la ſcience qui enſeignoit à conſtruire des jeux d'orgue, & que, dans la premiere origine des orgues, où l'on n'avoit pas encore l'invention d'appliquer des ſoufflets, on ſe ſervoit d'une chute d'eau, pour y faire entrer le vent, & les faire ſoner.

L'*hydraulique* traite non ſeulement de la conduite & de l'élévation des eaux & des machines propres pour cet effet, mais encore des loix générales du mouvement des corps fluides. Cependant, depuis quelques années, les mathématiciens ont donné le nom d'*hydrodynamique* à la ſcience générale des mouvemens des fluides, & ont réſervé le nom d'*hydraulique* pour celles qui regardent, en particulier, le mouvement des eaux, c'eſt-à-dire, l'art de les conduire, de les élever, & de les ménager pour les différens beſoins de la vie. *Voyez les mots* FLUIDE & HYDRODYNAMIQUE.

L'hydroſtatique conſidere l'équilibre des fluides qui ſont en repos: en détruiſant l'équilibre, il en réſulte un mouvement, & c'eſt-là que commence l'*hydraulique*.

L'*hydraulique* ſuppoſe donc la connoiſſance de l'hydroſtatique, ce qui fait que pluſieurs auteurs ne les ſéparent point, & donnent indifféremment à ces deux ſciences le nom d'*hydraulique* ou d'*hydroſtatique*. *Voyez* HYDROSTATIQUE. Mais il eſt beaucoup mieux de diſtinguer ces deux ſciences par les noms différens d'*hydroſtatique* & d'*hydraulique*.

L'art d'élever les eaux & les différentes machines qui ſervent à cet uſage, comme les ſiphons, les pompes, les ſeringues, les fontaines, les jets d'eau, &c. ſont décrits chacun en leur place. *Voy.* SIPHON, POMPE, SERINGUE, FONTAINE, JET D'EAU, *&c. Voyez* auſſi la ſuite de cet article, où l'on traite des machines *hydrauliques*.

Les principaux auteurs qui ont cultivé & perfectioné l'*hydraulique*, ſont, Mariote, dans ſon *Traité du mouvement des eaux, & autres corps fluides*; Guglielmini, dans ſa *Menſura aquarum fluentium*, où il réduit les principes les plus compliqués de l'*hydraulique* en pratique, *voyez* FLUIDES; M. Newton, dans ſes *Phil. Nat. Prin. Mathémat.*; M. Varignon, dans les *Mémoires de l'Académie des Sciences*; M. Daniel Bernoulli, dans ſon Traité, intitulé: *Hydrodynamica*, imprimé à Strasbourg en 1738; M. Jean Bernoulli, dans ſon *Hydraulique*, imprimée à la fin du recueil de ſes Œuvres, en 4 *vol. in-4°* à *Lauſanne*, 1743. J'ai auſſi donné un ouvrage ſur ce ſujet, qui a pour titre: *Traité de l'équilibre & du mouvement des fluides*.

Depuis M. l'abbé Boſſut a publié un *Traité d'hydrodynamique*, où la théorie & l'expérience ſont réunies & ſe prêtent un ſecours mutuel.

Heron d'Alexandrie eſt le premier qui ait traité des machines *hydrauliques*: ceux qui en ont écrit parmi les modernes, ſont entr'autres Salomon de Caux, dans un Traité françois des machines, ſurtout des *hydrauliques*: Gaſp. Schottus, dans ſa *Mechanica hydraulico-pneumatica*; de Chales, dans ſon *Mundus mathematicus*; M. Belidor, dans ſon *Architecture hydraulique*. On peut voir l'extrait des différentes parties de ce dernier ouvrage, dans l'*Hiſt. de l'Acad. des Sciences, pour les ann.* 1737, 1750, 1753. (*O*).

Machines hydrauliques. Les Machines, en général, ſervent à augmenter les forces mouvantes, & les *hydrauliques* à élever les eaux par différens

Digitized by Google

moyens. Elles ſont également l'objet de la méchanique comme de l'*Hydraulique*.

On y emploie pour moteur la force des hommes & des animaux ; mais, lorſqu'on ſe ſert des trois élémens, de l'air, de l'eau & du feu, on peut s'aſſurer d'une plus grande quantité d'eau ; leur produit, qui eſt preſque continuel, les fait préférer aux eaux naturelles, qui tariſſent la plupart en été & en automne : on les appelle alors des *machines élémentaires*.

Voici un choix des plus belles machines qui aient été conſtruites juſqu'à préſent, elles pourront ſervir de modeles dans l'exécution qu'on en voudra faire ; on eſt sûr de la réuſſite des machines exécutées, qu'on peut conſulter ſur le lieu ; au lieu que le ſuccès des autres eſt ſouvent très-incertain.

Ces machines ſont, celles de Marly, la pompe Notre-Dame, la machine de Nymphinbourg en Baviere, les moulins à vent de Meudon, la pompe du réſervoir de l'égoût, la machine à feu de Londres, la pompe de M. Dupuis, une pompe à bras, & une pour les incendies. *Voyez*, ſur les machines ſuivantes, l'*Architecture hydraulique*, *tome II*, *pag.* 196 ; & pour la pompe à feu, à l'*article* Feu *de ce Dictionaire*.

Nous allons raporter la deſcription de ces machines, & nous emploirons le plus ſouvent les propres termes des auteurs qui en ont parlé.

Machine de Marly, *Arch. Hydr. de Bélidor*, tom. 2, p. 196. La machine de Marly eſt ici repréſentée dans ſon plan, & dans le profil d'une de ſes roues, qui ſont au nombre de 14. „ Cette roue, qui ſert à porter l'eau depuis la riviere de Seine juſqu'à l'aqueduc, a un courſier formé par une vanne comme à l'ordinaire : ſon mouvement produit deux effets ; le premier eſt de faire agir pluſieurs pompes aſpirantes & refoulantes, qui ſont monter l'eau, par 5 tuyaux, à 150 pieds de hauteur, dans le premier puiſard, éloigné de la riviere de 100 toiſes ; le ſecond eſt de mettre en mouvement les balanciers, qui ſont agir des pompes refoulantes placées dans les deux puiſards ; celles qui répondent au premier puiſard, repreſent l'eau qui a été élevée à mi-côte, & la font monter par 7 tuyaux dans le ſecond puiſard, élevé au deſſus du premier de 175 pieds, éloigné de 324 toiſes de la riviere : de là, elle eſt repriſe de nouveau par les pompes qui ſont dans le ſecond puiſard, qui la refoulent, par 6 tuyaux de 8 pouces de diametre, ſur la plate-forme de la tour, élevée au deſſus du puiſard ſupérieur de 177 pieds, & de 502 pieds au deſſus de la riviere, dont elle eſt éloignée de 614 toiſes ; de là l'eau coule naturellement ſur un aqueduc, de 330 toiſes de long, percé de 36 arcades, en ſuivant la pente qu'on lui a donnée juſqu'auprès de la grille du château de Marly, d'où elle deſcend dans les grands réſervoirs, qui la diſtribuent aux jardins & boſquets „.

Planche I des machines hydrauliques, *Figure* 1. On a formé ſur le lit de la riviere un radier *A*, qu'on a rendu le plus ſolide qu'il a été poſſible, par des pilots & palplanches, garnis de maçonnerie, ainſi qu'on le pratique en pareil cas, & c'eſt ce qu'on remarque dans les 1re, 6e & 7e *Figures* ; à 14 pieds au deſſus de ce radier, on a établi un plancher ou point qui ſert à ſoutenir les pompes, & tout ce qui leur apartient, comme on en peut juger par la premiere *Figure*, qui fait voir que l'arbre de la roue eſt acompagné de deux manivelles *C* & *D* ; à cette derniere répond une bielle *E* ; à chaque tour de manivele, cette bielle fait faire un mouvement de vibration au varlet *F*, *Pl. II*, *Fig.* 6, ſur ſon eſſieu. A ce varlet eſt une autre bielle pendante *G*, qui eſt acrochée au balancier *H*, aux extrémités duquel ſont deux poteaux *II*, portant chacun 4 piſtons, qui jouent dans autant de corps de pompes marqués au plan par le nombre *KK*, *Figure* 1, *Pl. I*.

Figure 6, *Pl. II*. Quand la manivele *C* & le varlet font monter la bielle *G*, les piſtons, qui répondent à la gauche du balancier, aſpirent l'eau par les tuyaux *LL* qui trempent dans la riviere, tandis que ceux de la gauche la refoulent pour la faire monter dans le tuyau *MM*, d'où elle paſſe dans le premier puiſard, & lorſque la manivele tire à ſoi le varlet *F*, le balancier *H* s'inclinant d'un ſens oppoſé au précédent, les piſtons de la gauche refoulent, & ceux de la droite aſpirent, & continuent toujours de faire la même choſe alternativement.

Pour empêcher que l'air n'ait communication avec la capacité des corps de pompes, & que les cuirs qui ſont aux piſtons ne laiſſent point de vide, on a ajouté à chaque équipage, indépendament des huit pompes refoulantes, une pompe aſpirante, appelée *mere nourice*, afin d'entretenir toujours de l'eau dans un baſſin *N*, élevé à peu près à la hauteur du bord des corps de pompes ; ainſi, il y a un des poteaux pendans *I*, qui porte un cinquieme piſton.

La manivele *D*, *Pl. II*, *Fig.* 7, donne le mouvement aux pompes du premier & du ſecond puiſard ; &, pour juger comme cela ſe fait, il faut conſidérer la troiſieme *Figure* relativement à la ſeconde, du ſens qui leur convient ; on y verra que cette manivele fait faire un mouvement de vibration au varlet *O*, par le moyen de la bielle *P* qui tire à ſoi, & pouſſe en avant l'extrémité *Q*. Ce varlet en fait agir deux autres, horizontalement placés au deſſous des nombres *R* & *S*, par le mouvement qui leur eſt communiqué de la part des bielles *T* & *U*, qui pouſſent ou qui tirent à elles le varlet ſupérieur ou inférieur, ſelon la ſituation de la manivele.

Pl. I, *Fig.* 1. L'on voit ſur le plan comme le varlet *X* peut ſe mouvoir ſur ſon axe *Y*, & qu'à l'extrémité *Z*, il y a une chaîne *1*, qu'on doit regarder comme faiſant partie de la chaîne 2 & 3 exprimée dans la 2e *Figure*, *Pl. I*, de même le varlet *R*, *Fig.* 7, *Pl. II*, qu'on ne peut voir ſur

Digitized by Google

le plan, mais qui eſt tout ſemblable à l'inférieur, répond auſſi à une chaîne qui fait partie de l'autre 4 & 5; ainſi, ces deux chaînes ſont tirées alternativement par les varlets *R* & *S*, pour faire agir les pompes des puiſards, *Fig.* 1, *Pl. I*; pour les entretenir, on les a ſoutenus avec les balanciers 6, poſés de 18 pieds en 18 pieds; ces balanciers ſont traverſés par un boulon, qui apuie ſur le cours de lice 7, poſé ſur les chevalets 8.

La figure 2, *Pl. I*, eſt un profil qui peut être commun au premier & au ſecond puiſard, mais qui doit plutôt apartenir au ſecond qu'au premier, parce que les chaînes vont aboutir aux varlets 9 & 10, au lieu qu'elles traverſent le premier, après y avoir mis en mouvement les pompes qui y ſont.

Fig. 2, *Pl. I.* Lorſque la chaîne 4 & 5 tire à ſoi de la droite à la gauche le varlet 9, ce varlet enleve le châſſis 11 ſuſpendu à l'extrémité 12, ayant trois cádres 13, portant les piſtons qui refoulent l'eau dans les corps de pompes 14 & 15. Quand cette chaîne ceſſe d'être tendue, & que l'inférieure 2 & 3 eſt tirée, alors le poids du châſſis 11, celui des cádres & des piſtons fait baiſſer l'extrémité 12 du varlet 9, & l'eau monte dans les trois corps de pompes de cet équipage; d'autre part, l'extrémité 16 du varlet 10 enleve le châſſis 17, & les piſtons que ſoutiennent les cádres 18, refoulent l'eau dans les trois corps de ce ſecond équipage, qui ſont unis, comme les précédens, aux tuyaux 14 & 15.

Tous ces corps de pompes, au nombre de 257, ſont ſoutenus inebranlables, par des bâres de fer qui les embraſſent, comme on le peut voir au plan du puiſard, *Fig.* 5, *Pl. I.*

Fig. 3, *Pl. I.* On voit plus en grand l'intérieur d'une des pompes refoulantes du premier & du ſecond puiſard; chaque corps de pompe 19, y eſt porté par des liens de fer 20; & d'autres 21, empêchent que ce corps de pompe ne ſoit enlevé par le piſton dans le temps qu'il refoule: on voit auſſi que la tige 22, qui porte le piſton, eſt arachée à deux entre-toiſes du châſſis 23, que ce cádre & le piſton hauſſent & baiſſent enſemble; il y a deux clapets aux endroits 24, & des roulettes en 25, qui ſervent à ſoulager la manœuvre lorſqu'on veut ôter ou remettre un cádre ou châſſis.

Fig. 4, *Pl. I.* Cette figure eſt l'intérieur d'une des pompes de la riviere; c'eſt un tuyau de communication *HGEFIL* fondu d'une ſeule piece, dont l'un des bouts *GH* eſt uni par une bride avec un tuyau d'aſpiration *NO* qui trempe dans l'eau, & où il y a un clapet *P*: l'autre bout *LMK*, qui eſt fait en retour d'équerre, abourit au tuyau montant *MKS*, qui porte l'eau ſur la montagne, au premier puiſard, en ouvrant ſon clapet *R*. Dans le milieu eſt une branche *CDEF*, liée par une bride avec le corps de pompe *ABCD*, dans lequel agit le piſton *Q*, parfaitement cylindrique & maſſif, traverſé par la tige *TV* ſuſpendue à une bielle pendante qui lui donne le mouvement, & refoule l'eau dans le tuyau *S* en ouvrant le clapet *R*, & ſucceſſivement ſe rend dans le lieu deſtiné.

Les pompes que la manivele fait agir dans le premier & ſecond puiſard, élevent l'eau dans leurs baches, ſans rien avoir de commun avec les équipages des autres roues, c'eſt-à-dire, qu'au rez-de-chauſſée des bâtimens des puiſards il y a un baſſin qui en occupe preſque toute la capacité, diviſée par des cloiſons pour former des baches, dans chacune deſquelles il y a fix corps de pompes renverſées, qui ne font monter l'eau que quand on le juge néceſſaire; & s'il y a quelques réparations à faire aux équipages dont je viens de parler, on peut mettre leur bache à ſec, & y faire deſcendre des ouvriers, ſans interrompre l'action des autres pompes.

Pompe de Nymphinbourg. C'eſt encore l'*Architecture hydraulique* qui nous fournira les développemens d'une fort belle machine exécutée à Nymphinbourg, par M. le comte de Wahl, directeur des bâtimens de l'électeur de Baviere; ſon objet eſt d'élever l'eau à 60 pieds dans un réſervoir, pour la faire jaillir dans le jardin électoral.

„ L'eau du canal qui a 2 pieds de profondeur, & 2 de viteſſe par ſeconde, fait tourner une roue de 24 pieds de diametre, dont l'arbre eſt acompagné de deux manivele *A*, *Planches d'Hydraulig. Fig.* 1, 2, 4, *Pl. I, & Fig.* 5, 6, *Pl. II*, qui aboutiſſent à des tirans de fer; *B*, répondant à des bras de levier *D*, qui font mouvoir deux treuils *C*, à chacun deſquels ſont atachés ſix balanciers *E*; que l'on diſtingue particuliérement dans la *Fi.* 2 *&* 4. *Pl. I*, portant les tiges *F* des piſtons de douze corps de pompes *G*, partagés en quatre équipages.

Fig. 1, 2, 4, *Pl. I*, & *Fig.* 5, *Pl. II.* „ Chacun de ces équipages eſt renfermé dans une bache *IK*, au fond de laquelle ſont aſſis les corps de pompes, arrêtés avec des vis ſur deux madriers *H* percés de trous, pour que l'eau du canal, qui vient ſe rendre dans les baches par des tuyaux de conduite *R* (*Fig.* 6. *Pl. II*), puiſſe s'introduire dans les corps de pompes „.

Fig. 3, 4, *Pl. I*, & *Fig.* 5 *&* 6, *Pl. II.* Les trois branches *L* de chaque équipage ſe réuniſſent aux fourches *O*, qui aboutiſſent aux tuyaux montans *P*, qui conduiſent l'eau au réſervoir; & pour que les pompes, qui répondent à chacun de ces tuyaux, ſoient ſolidement établies, on les a liées enſemble par des entre-toiſes *N*, aux extrémités deſquelles il y a des bandes de fer qui embraſſent les pompes, comme on peut juger par la *Fig.* 3, *Pl. I*, qui repréſente une de ces pompes avec ſa branche, exprimée plus ſenſiblement que dans les autres.

Cette machine eſt fort ſimple, & bien entendue; ſi les fourches, qui n'ont que trois pouces de diametre, étoient proportionées aux corps de

Digitized by Google

pompes qui en ont dix, le produit en seroit beaucoup plus considérable, mais c'est le défaut de presque toutes les pompes.

Machine hydraulique appliquée au pont Notre-Dame à Paris. Cette machine représentée par les *Pl. XXXVI*, *XXXVII*, *XXXVIII*, *XXXIX de la Charpente*, est composée de deux parties entièrement semblables, qui sont placées chacune vis-à-vis du côté d'aval de deux arches contiguës de ce point.

La Planche XXXVI est le plan général de la machine. La partie à droite est le plan au niveau de la grande roue; & celle à gauche, le plan pris au dessus du premier plancher.

Les lettres *B B B* indiquent les plans des trois piles qui soutienent les arches, vis-à-vis desquelles la machine est placée.

L'espace, qui est entre les piles & qui sert de courfier, est rétréci par quatre pessieres *A A A A*, formées par deux cours de madriers, dont l'intérieur est rempli de pierres. Les madriers sont soutenus par une file de pieux recouverts par les chapeaux *E E*, *&c.* les chapeaux sont liés les uns aux autres par des moises *F E*, *&c.*

Explication du plan au dessous du plancher. La cage de chaque machine est composée de deux palées *G G G G*, formées par un certain nombre de longs pieux qui soutienent le plancher. Ces pieux sont entrelacés par plusieurs cours de moises *K K*, dont les inférieurs passent sur les tasseaux *M*, qui sont portés dans les chapeaux qui couronent les deux files de pieux *L L*, *Pl. XXXVII*, qui acompagnent les longs pieux *G G*, & les affermissent au fond de la riviere.

Entre les deux palées, que l'on vient de décrire, sont plantés deux files de pieux *Æ a*, *Æ a*, recouverts par un chapeau. La distance entre ces deux files est de 19 pieds, & c'est où la grande roue est placée. Ces pieux, aussi-bien que les pieux du rang intérieur *L* (dans le profil) supportent des madriers, qui forment un encaissement que l'on a rempli de pierres; c'est entre ces deux massifs qui forment le courfier ou la noue, que la roue est placée.

Le chapeau *Æ a* est relié avec la palée *G G* par plusieurs liens ou moises *F F*, *F F*, qui portent quatre pieces de bois verticales *c c c c c c*, qui fervent de guides au châssis qui porte la roue. Il y a encore deux autres pieces de bois verticales, placées en *Æ Æ*, qui soutienent la face du bâtiment, & la grille qui est au devant de la machine du côté d'amont.

La châssis qui porte la roue est composé de huit poutres *C C*, *C C*, *C C*, *C C*, dont quatre sont paralleles au courant, & les quatre autres perpendiculaires. Ces dernieres embrassent, par leurs extrémités, les quatre pieces des bois verticales (*c c c c c c c c* dans le plan, & *C C C C* dans l'élévation); ces pieces reçoivent les extrémités de celles qui sont paralleles au courant, sur le milieu desquelles posent les tourillons *l b* de l'axe de la grande roue. Les rencontres de ces huit poutres forment, aux quatre coins du châssis, quatre petits carrés *d d d d*, dans lesquels passent les aiguilles qui suspendent le châssis & la roue à une hauteur convenable, pour que les aubes soient entiérement plongées dans l'eau.

La roue est composée de huit aubes *Y Y Y*, de 3 pieds de large, sur 18 pieds de long, affermies par quatre cours de courbes *X X* de vingt pieds de diametre. Cette roue porte un rouet *i* de 60 aluchons, qui engrene dans la lanterne *k* de 20 fuseaux, fixée sur un arbre vertical, *l*, *Pl. XXXVII*. Ce même rouet conduit aussi une petite lanterne *S*, qui a pour axe une manivelle à tiers-point *f*, qui conduit les bascules qui sont agir trois corps de pompes; ainsi qu'il sera dit ci-après.

A la face latérale de la premiere poutre qui forme le châssis, sur lequel est porté la roue, & du côté d'amont, sont fixés trois rouleaux fervant à faciliter le mouvement de la vanne *d*, qui ferme le courfier pour modérer la viteſſe du courant, en faisant que les aubes soient frapées par une plus grande ou une moindre partie de leurs surfaces.

Explication du plan au premier étage qui répond à la seconde roue. d d d d, extrémités supérieures de quatre aiguilles qui suspendent le châssis sur lequel la roue est portée; *f f*, manivelles ou croisées des crics avec lesquels on éleve le châssis & la roue; *g g*, les prisons qui embrassent les aiguilles; *h h*, les clefs qui traversent les aiguilles, & reposent sur les prisons ou sur les semelles des crics, ainsi qu'il sera expliqué ci-après. *d d*, extrémités supérieures de l'aiguille de la vanne, & les deux crics qui servent à l'élever. *l*, extrémité supérieure de l'arbre vertical de la lanterne *K*, lequel traverse le moyen du rouet horizontal *m*, garni de quarante aluchons. Ce rouet conduit la lanterne *n* de 20 fuseaux, & l'arbre *o* de cette lanterne terminé par une manivele à tiers-point *p q p*, fait agir trois corps de pompes, semblables à ceux cotés *r* dans l'autre moitié du plan: ce sont là toutes les pieces essentieles de l'équipage que l'on appele *du grand mouvement*.

L'équipage que l'on nomme du *petit mouvement* est composé de la lanterne *S*, dont l'axe, formé en manivele à tiers-point, tire des chaînes qui répondent aux extrémités *T* des bascules *T X V*, qui, par d'autres chaînes, font agir trois corps de pompes semblables à ceux cotés *y* dans l'autre moitié du plan; ainsi, ces corps de pompes, pour les quatre mouvemens, sont au nombre de 12, fix pour chaque roue.

Explication de la Pl. XXXVII qui représente l'élévation géométrale de tout le bâtiment des deux machines vues du coté d'amont. La machine cotée *A A* est vue au dessus de la grille ou brise-glace *Z Z*; on a supprimé la clôture antérieure du premier étage pour laisser voir l'intérieur. On a aussi supprimé les bascules de petit mouvement pour

Digitized by Google

mieux laiſſer voir le rouet *m* du grand mouvement. *LL LL*, pieux qui accompagnent les paliſſes *GG*, *HIK*, moiſes qui aſſemblent & relient tous les pieux *G. N*, chapeau de la paliſſe ſur lequel repoſent les corbeaux *O* ou *NR*, ſoutenus par des liens ſur leſquels poſent les poutres *RR* qui forment le plancher. *ff*, *&c.* cries qui ſervent à élever les aiguilles *dd*, par leſquels le châſſis eſt ſuſpendu. *gg*, les priſons. *aa*, les priſons de l'aiguille de la vanne *d. c c c c*, deux des quatre montans qui ſervent de guides au châſſis. *YYY*, les aubes de la roue. *XXX*, les courbes qui les aſſemblent. *k*, lanterne du grand mouvement. *m*, le rouet. *n*, lanterne. *o*, orbre terminé en manivele *q*, portée par un bâti de charpente *pp. qr*, les chaînes & châſſis des pompes. *r*, la baſche où l'eau du puiſard *T* eſt conduite par les pompes aſpirantes *r X*, & de là portée par les pompes ſoulantes dans la cuvere de diſtribution *A D*, *A D*, placée au haut d'une tour de charpente à 81 pieds au deſſus du niveau de la riviere.

La machine cotée *B B* eſt repréſentée en coupe. On ſuppoſe la grille abatue auſſi-bien que la clôture antérieure de l'étage au deſſus du plancher, pour laiſſer voir l'équipage du petit mouvement. *i*, le rouet de la grande roue à aubes. *S*, lanterne de 15 fuſeaux. *f*, la manivele en tiers-point. *fT*, les trois chaînes qui répondent aux baſcules *T XV*, dont le point d'apui eſt en *X Y*, les trois chaînes & les trois châſſis du petit mouvement. *y* la baſche qui reçoit l'eau par les pompes aſpirantes *y Z*, qui deſcendent au fond du puiſard *T*; la même eau eſt renvoyée par les pompes ſoulantes dans la cuvete de diſtribution placée au haut du bâtiment.

Explication de la Planche XXXVIII. Cette planche eſt la coupe de l'un des deux pavillons de la machine par la longueur du courſier. On y voit diſtinctement comment la palée eſt conſtruite, comment les pieux *GG*, qui la compoſent, ſont entretenus & liés les uns aux autres par les moiſes horizontales *K K II*, par les moiſes obliques *HH*, & par le chapeau *NN*, ſur lequel porte le plancher *RR. Z Z Z*, profil de la grille placée du côté d'amont. *a*, tourillon de l'axe de la grande roue. *b*, le palier ſur lequel le tourillon repoſe. *XX*, autre palier qui porte la crapaudine de l'arbre vertical *l* du grand mouvement. *i*, rouet de la grande roue. *YY*, les aubes. *k*, lanterne du grand mouvement. *m*, rouet du grand mouvement. *VVX*, chaînes du petit mouvement. *dd*, aiguilles par leſquelles on éleve le châſſis *CC* qui porte la roue. *ff*, les cries. *ge*, les priſons qui embraſſent les aiguilles.

Après avoir décrit la machine dont il s'agit, il reſte à expliquer quelques-unes de ſes parties qui n'ont pas pu être repréſentées diſtinctement dans les planches précédentes, à cauſe de la petiteſſe de l'échele, & qui ſont repréſentées plus en grand, *Pl. XXXIX*. La figure premiere eſt le plan plus en grand de la cuvete de diſtribution placée au bout du donjon, & la figure 2 en eſt le profil. Au deſſus du puiſard *y 22 y* eſt cette cuvete qui a la forme d'un fer-à-cheval, diviſée en pluſieurs ſéparations. *y r*, *y r*, tuyaux montans de quatre équipages, qui dégorgent l'eau dans la cuvete. 22, tuyaux montant de deux équipages de relais. *t*, languete de calme qui ne touche point au fond de la cuvete. *u*, languete de jalge percée d'un nombre de trous circulaires, d'un pouce de diametre, ſervant à eſtimer le produit de la machine. *x*, baſſinets percés de même dans leur circonférence de trous circulaires, pour jauger l'eau que l'on diſtribue aux différens quartiers. *ssss*, tuyaux deſcendans qui reçoivent l'eau de la cuvete & la portent aux fontaines. *Fig. 3*, coupe longitudinale de l'une des baſches & des ſix corps de pompes qui y ſont adaptées. *A B C*, les pompes ſoulantes dont les chapiteaux ſe réuniſſent à un ſeul tuyau *D*, qui ſe racorde avec la conduite qui porte l'eau à la cuvete de diſtribution. *a b c*, les trois pompes aſpirantes dont les tuyaux deſcendans *Z Z*, vont chercher l'eau au fond du puiſard *T*, *Planch. XXXVII.* Tous les piſtons, les pompes aſpirantes & la pompe ſoulante *C*, ſont à clapets, les deux autres pompes ſoulantes *A B* ſont à coquille.

Fig. 4, coupe tranſverſale de la même baſche & des deux corps de pompes ſoulantes & aſpirantes. On y voit comment le châſſis, qui porte le piſton de la pompe ſoulante & qui tire celui de la pompe aſpirante, eſt aſſemblé & racordé avec la chaîne verticale par laquelle il eſt tiré.

Fig. 5, élévation extérieure des trois corps de pompes ſoulantes, & du chapiteau commun qui les aſſemble.

Fig. 6, coupe du cric qui ſert à élever les aiguilles.

Fig. 7, élévation du cric du côté de la manivele.

Fig. 8, élévation des deux cries qui poſent ſur le plancher, & ſervent à élever les aiguilles du châſſis & celle de la vanne. (*D*).

Le moulin à vent de Meudon. Ce moulin eſt ſitué vis-à-vis d'un pareil dans le parc du château de Meudon, près la ferme de Vilbon; il eſt monté ſur un bâtiment rond & terminé en forme de glaciere *A A*, autour duquel eſt la baluſtrade de bois *B B*, pour pouvoir tourner tout autour & monter ſur l'échele tournante *L L*, qui conduit à la lanterne & au rouet qu'il eſt beſoin de graiſſer de temps en temps. Le haut de la machine eſt un bâti de charpente compoſé d'entre-toiſes & de moiſes qui entretiennent en deux endroits *C C*, *D D*, l'arbre immobile *E E* du moulin, qui eſt un cylindre creux, compoſé de quatre pieces aſſemblées par des ſtetes de fer par où paſſe une groſſe tringle de fer qui communique aux mouvemens d'en bas, & ſert d'axe à la lanterne horizontale *F*, dont les fuſeaux reçoivent les dents d'un

uroie

rouet vertical *G*, ataché au cylindre *HH*, qui ſert d'axe aux quatre volans ou ailes du moulin *III*. Tout ce bâti de charpente, l'échele, le cylindre, les ailes, que d'autres appelent *girouettes*, tournent par le moyen du gouvernail *N*, que le vent fait aller; & quand on veut arrêter le moulin, il y a un frein ou cerceau ataché ſur le rouet qui le ſerre ou le laiſſe libre par le moyen d'une baſcule *OO*, qui tire ou ſerre le haut du frein par une chaîne de fer *MM*. On voit dans le bas une citerne *PP*, pleine d'eau, où vient aboutir le bout de la tringle, partie en fer & le reſte en bois *QQ*, qui tourne ſur une matrice de cuivre ſervant d'œil, au travers de laquelle paſſe la tige de la manivele *R*, fortement aſſemblée dans la tringle de bois *QQ*: cette manivele *R* eſt coudée, tirant les chevalets *SS* atachés ſur des tourillons *TT*, leſquels, en hauſſant & baiſſant, font lever les châſſis & les tringles de quatre corps de pompes foulantes *VVVV*, qui trempent dans l'eau du puiſard *P*, & font monter l'eau dans quatre tuyaux de plomb *XXXX*, dont on ne voit ici que le bout du quatrieme tuyau où eſt un pareil corps de pompe; le tout ſe racorde au grôs tuyau de fer de ſix pouces de diametre *YY*, qui va ſe rendre dans un réſervoir qui, par d'autres tuyaux, fournit les fontaines du parc.

Il faut entendre que les volans ou ailes du moulin ſont chargées de toile pour prendre tout le vent poſſible, & faire en ſorte, en les tendant plus ou moins, que l'axe où ſont atachées les ailes ſoient préciſément dans la direction du vent, en ſorte qu'elles ne ſoient point perpendiculaires à cet axe, mais un peu obliques formant un angle aigu.

La Pompe du réſervoir de l'égout mûe par quatre chevaux. Le réſervoir de l'égout ſitué au bas du boulevard, a été fait pour jeter l'eau avec impétuoſité dans les principaux égouts de la ville de Paris, & les nétoyer.

Cette piece d'eau a 35 toiſes de long, ſur 17 & demi de large, & a 7 pieds 8 pouces de profondeur; ce qui produit 21121 muids 72 pintes d'eau meſure de Paris. Ce réſervoir eſt fourni continuellement par 8 à 9 pouces d'eau venant de Belle-ville, & par deux équipages de pompes aſpirantes à 6 corps de pompes mûes par deux chevaux chacune, & l'eau qui vient à fleur du réſervoir, y forme une nappe de 66 pouces.

Cette pompe eſt pratiquée dans un grand bâtiment en face du réſervoir, formant deux maneges couverts *AA*, avec une citerne au milieu *BB*, de forme ovale; elle eſt remplie de 6 tuyaux aſpirans *CCCCCC*, ſoutenus par des traverſes & entre-toiſes *DD* communiquant à 6 corps de pompes *EE*, qui jettent l'eau dans une baſche *F*, qui fournit la rigole du milieu, d'où ſe forme une belle nappe à la tête de la piece d'eau. Les 6 tringles des aſpirans *GG*, ſont atachées par des mouffles trois par trois à une manivele *HH*, à tiers-point, dont l'axe s'enfonce dans un cylindre horizontal *II*, terminé par une lanterne verticale *KK*, dont les fuſeaux reçoivent les dents d'un rouet horizontal *LL*, ataché par des liens à un arbre perpendiculaire *MM*, tournant ſur un pivot *NN* à chaque extrémité, mû par un train à deux chevaux chacun.

Rien n'eſt ſi ſimple que cette machine, & elle fournit environ 3 muids par minute. Si on fait le calcul ſuivant la nappe de 66 pouces qui tombe continuellement dans le réſervoir, ce ſont 66 pouces à multiplier par 13 pintes & demie, valeur du pouce d'eau par minute; ce qui fait 891 pintes qui ſont 3 muids & 27 pintes par minute pour les 6 corps de pompes: cela fait par heure, en abandonnant pour les frotemens les 27 pintes, 180 muids d'eau, & par jour 4320 muids d'eau.

La pompe à feu. Cette machine, quoiqu'extrêmement compliquée, eſt admirable par la quantité d'eau qu'elle fournit; je l'ai vu placée à Londres au bord de la Tamiſe en 1728; on l'avoit détruite depuis, mais elle vient d'être rétablie & ſimplifiée par le retranchement de pluſieurs pieces; on dit même qu'elle coûte moins d'entretien pour le charbon & pour les hommes qui ſervent à la gouverner.

C'eſt une pompe placée dans un bâriment où l'on a conſtruit un fourneau, au deſſus duquel eſt une grande bouilloire de cuivre, ſphérique par-enhaut, bien fermée & entourée d'une petite galerie extérieure, régnant tout autour, & laiſſant circuler la fumée du fourneau qui entretient la chaleur de l'eau bouillante dont la bouilloire eſt pleine aux trois quarts.

Le cylindre de la pompe eſt de cuivre, & d'un diametre à diſcrétion. Il eſt garni de ſon piſton. Le piſton deſcend & s'éleve dans le cylindre. Ce n'eſt qu'une plaque de cuivre roulée & bordée de cuir. Il en eſt plus léger, & la vapeur le chaſſe d'autant plus facilement.

Il y a une chaîne de fer, dont l'anneau eſt accroché à la tige du piſton, & tient à la courbe d'un balancier, dont l'axe tourne ſur un tourillon, dont les parties portent ſur un des pignons du bâtiment.

Un bout de tuyau tranſmet la vapeur de la bouilloire dans le cylindre, & la partie de la machine qu'on appele *régulateur*, ouvre & ferme en dedans & au haut de l'alambic l'extrémité du tuyau de vapeur.

C'eſt un fléau ou une couliſſe de bois atachée à une petite courbe concentrique à la courbe du balancier, auquel elle eſt fixée, qui, ſe hauſſant par ce moyen & ſe baiſſant, donne le jeu au régulateur & au robinet d'injection, en retenant par des chevilles fixées dans pluſieurs trous faits dans ſon épaiſſeur, les axes recourbés & communiquant au robinet & au régulateur dont on rend l'effet plus ou moins prompt, en hauſſant ou baiſſant ces chevilles.

Le tuyau de l'injecteur deſcendant du réſervoir

au deſſus, & ſe coudant pour entrer dans le cylindre, y jete environ neuf à dix pintes d'eau froide à chaque injection, par un robinet qui s'ouvre & ſe ferme continuellement au moyen des chevilles fixées le long de la couliſſe.

Il y a un petit tuyau qui ſort de l'injecteur, & qui a un robinet toujours ouvert. Il jete de l'eau priſe dans le réſervoir au deſſus, en couvre le piſton de cinq à ſix pouces. C'eſt ainſi que l'entrée eſt fermée à l'air, & le cuir du piſton humecté.

On appele *robinets d'épreuve* ceux de deux tuyaux dont le plus court atteint ſeulement à la ſurface de l'eau de la bouilloire, & l'autre va juſqu'au fond. Ils indiquent l'un & l'autre l'excès ou le défaut de la quantité d'eau ou de vapeurs conſervée dans l'alambic ou la bouilloire.

Un tuyau communiquant à la capacité du cylindre, laiſſe écouler l'eau injectée, & la renvoie à la bouilloire. Un autre tuyau ataché au cylindre, donne iſſue à l'eau qui deborderoit, lorſque le piſton eſt relevé. On y pratique un robinet qui jete l'eau ſur la ſoupape du tuyau qui laiſſe ſortir & l'air du cylindre, & celui qui eſt amené par l'eau froide injectée.

Une valvule ou ſoupape couverte de plomb, laiſſe évaquer la vapeur de la bouilloire, quand elle a trop de force. Au deſſous du piſton, il y a un tuyau de décharge du cylindre, & au haut du bâtiment un tuyau de décharge du réſervoir.

Deux autres courbes placées à l'autre extrémité du levier font aller une pompe renverſée qui fournit un petit réſervoir, & des pompes aſpirantes poſées dans un puits d'où l'eau eſt portée dans un grand réſervoir.

C'eſt par une cheminée que ſort le trop de fumée de la bouilloire.

L'eau portée dans le petit réſervoir, fournit la machine. L'eau portée dans le grand réſervoir ſert à tel uſage que l'on veut. C'eſt elle qui meſure le vrai produit de la machine.

Il eſt inutile d'entrer ici dans un plus long détail ſur le principe d'action, ſur l'utilité des parties, & ſur l'effet de cette pompe, dont nous avons parlé fort au long à *l'article* Feu. *Voyez cet article, & nos Planches de machines hydrauliques.*

La pompe que nous y avons décrite n'eſt pas tout-à-fait la même que celle-ci, mais ce ſont ces petites différences, qui nous ont déterminés à revenir ici ſur cette machine.

Machine de M. Dupuis. Cette machine, qui a été approuvée par l'Académie des Sciences, & exécutée en pluſieurs endroits, eſt compoſée, dans ſon intérieur, de deux cofres de bois poſés l'un au deſſus de l'autre, & ſe garniſſent en dedans de plaques de cuivre de trois côtés, excepté celui où eſt atachée la plate-forme, qui eſt garnie de cuir, avec une rainure de ſon épaiſſeur pour éviter le trop de frotement; le cofre, où ſont les mouvemens, eſt ſéparé en dedans par une cloiſon; ces deux cofres ſont dans l'eau, dont la ſuperficie eſt comprimée par l'air extérieur. La premiere figure montre l'intérieur des deux cofres *A & B*. La plate-forme mouvante *CC*, garnie de fer, eſt inclinée dans la caiſſe, tenant par un bout à un boulon de fer ataché à la caiſſe en forme de charniere, & de l'autre taillé en portion de cercle, montant & agiſſant ſur une autre portion de cercle *D*, ſuivant lequel eſt taillé une des parois du cofre garni de cuir fort ou boure pour empêcher l'eau de deſcendre. Cette plate-forme eſt percée de deux ouvertures garnies des clapets *E*, *F*, qui donnent paſſage à l'eau dans le jeu de la plate-forme qui ſait agir une tringle de fer *IK*, inclinée par le moyen de deux mouffles ou d'un châſſis à deux branches, & qui ſe racorde à un des bouts de ladite plate-forme, & va ſe rendre à la manivele & au moteur.

Par ce mouvement, l'eau qui entoure les deux cofres, & qui y entre continuélement, étant comprimée par l'air extérieur ou l'atmoſphere, fait lever les deux clapets *E* & *F* de la plate-forme mouvante, & forcent à ſe lever les deux autres clapets *G & H* correſpondans & placés ſur le deſſus de la caiſſe, au moyen de quoi l'eau paſſe dans une eſpece de hotte de cheminée, pour ſe communiquer dans le tuyau montant *L*, qui porte l'eau dans le réſervoir au lieu deſtiné.

Fig. 2. On peut établir cette pompe pour l'épuiſement des eaux dans une mine, ainſi qu'elle a été exécutée à Pompéan, près de la ville de Rennes. L'eau eſt premiérement attirée par une pompe aſpirante à la hauteur de vingt-quatre pieds dans une baſche ou cofre de bois, & eſt repriſe par une ou pluſieurs pompes, ſucceſſivement juſqu'en haut. Le mouvement eſt une tringle de bois qui ſait agir tous les cofres par le moyen de deux bielles & d'une tringle de fer coudée qui y eſt atachée, & qui ſe rend par-deſſous dans le cofre où eſt la plate-forme; en haut c'eſt un rouet & une lanterne que font mouvoir deux chevaux atelés dans un manege.

On ne fait monter l'eau qu'à vingt-quatre pieds & à pluſieurs repriſes, que pour ſoulager la colonne d'eau ou tuyau montant; car on pouroit élever l'eau tout-d'un-coup à deux cents pieds par une pompe ſoulante; le minéral eſt monté à bras dans les ſeaux par le moyen d'un treuil.

Fig. 3. Cette machine peut être mûe par la force de l'eau, ſavoir, par le courant d'une riviere, ou faiſant tomber la chute d'un ruiſſeau ſur les aubes de la roue qui ſeroit agir une manivele coudée, où ſeroient atachées les deux tringles de fer qui correſpondent aux cofres poſés dans le bas de l'eau.

Un moulin à vent peut auſſi faire agir de la même maniere cette machine, en mettant la manivele dans le haut, & correſpondante à l'axe des deux ailes, alors la tringle paſſe à travers un arbre creuſé, & tourne de tous ſens, & vient ſe communiquer à un balancier que levent les trin-

Digitized by Google

gles qui vont faire agir les plates-formes des coffres qui ſont poſés au bas de la citerne.

Fig. 4. On voit de la face le châſſis de fer, qui eſt attaché au haut de la tringle de fer, pour donner le mouvement à la plate-forme *CC*; au bas du châſſis ſe voit la pate-de-chat *BB* qui eſt chevillée ſur la plate forme pour la faire mouvoir.

On trouvera ici l'application de la même machine à une pompe à cheval, dont on voit, *Fig. 5*, le manege *A*, le rouet *B* portant ſur ſon pivot *C*, la lanterne *D*, la manivele *E* qui fait lever & baiſſer les trois tringles *FFF* garnies de leurs châſſis ou portes qui donnent le mouvement aux plates-formes des coſes placés au fond d'un puits, & font élever l'eau par les trois cheminées *GGG*, qui ſe racordent par une fourche au tuyau *H*, qui porte l'eau au réſervoir.

Il eſt bon de remarquer que, quand la manivele eſt ſimple, il n'y a qu'une plate-forme dans le cofre; lorſqu'elle eſt coudée ou à tiers-point, il y a une ou deux ſéparations dans le cofre pour y loger deux ou trois plates-formes, ce qui ne change rien à la méchanique de cette machine, ce qui revient aux trois corps de pompe ordinaires. La tringle eſt ſimple pour une plate-forme; quand il y en a deux, la tringle ſe termine en bas par une pate à deux branches, qui prend ſur la plate-forme.

Fig. 6. Cete machine eſt encore d'une grande utilité, quand on veut deſſecher un marais, ou vider une piece d'eau, en l'établiſſant ſur un des bords & par des baſcules mencés par deux ou quatre hommes qui ſe ſuccéderont, ſans diſcontinuité, d'heure en heure; on fera mouvoir deux tringles qui feront agir deux plates-formes dans un cofre, d'où l'eau, paſſant par les deux cheminées, ſera portée par une fourche dans le tuyau montant, pour ſe vider dans une auge de bois, & ſe perdre où l'on jugera à propos, ſoujours un peu loin de la piece, afin que l'eau, en filtrant à travers les terres, n'y puiſſe revenir. C'eſt ainſi que les bénédictins ont vidé, au village de Cachans, près Paris, une grande piece d'eau de près de trois arpens d'étendue, & de cinq pieds de profondeur, en dix jours de tems.

C'eſt ſur le pied de ſix mille muids en vingt-quatre heures, & ſoixante mille en tout pendant les dix jours, avec quatre hommes qui ſe relevoient d'heure en heure, & quatre hommes frais pour la nuit.

Fig. 7. Le moindre effet que peut faire cette machine, eſt d'être employé à faire jouer une pompe à bras, placée dans un puits pour l'uſage d'un petit jardin ou d'une maiſon; on mettra au bas du puits un cofre ſéparé en deux par une cloiſon, pour y loger deux plates-formes qui feront monter l'eau dans deux hottes, ou, par une fourche, elle ſe joindra au tuyau montant, d'où l'eau tombera dans une auge de pierre ou de plomb à l'uſage de la maiſon; les deux tringles correſpondantes aux deux plates-formes ſeront mûes par une manivele à bras, dont le mouvement ſera vertical par le moyen d'un tourillon, en hauſſant une pendant que l'autre deſcendra ſans aucune interruption, elles jéteront de l'eau dans l'auge de pierre.

L'avantage de cette machine eſt de n'avoir point de piſtons ni de corps de pompe, & d'avoir peu de frotement, de s'uſer moins qu'une autre, d'être de peu d'entretien, de coûter moins dans l'exécution, qui ne paſſe pas ordinairement, étant ſimple, la ſomme de douze cents livres; de pouvoir ſervir aux mines, aux deſſéchemens des marais & foſſés; de ſe loger dans les puits & partout, ſans échafaudage & ſans grande préparation; d'être miſe en mouvement par des hommes, des chevaux, par l'eau & par le vent, & avec tout cela d'amener dans le même eſpace de temps, le double de l'eau que peut fournir la meilleure machine qui ait été exécutée juſqu'à préſent. La raiſon en eſt fort ſimple: le cofre, où eſt renfermée la plate-forme mouvante, a ordinairement deux pieds & demi de long, ſur neuf pouces de large, & un pied environ de haut, & par ſa capacité & étendue, a plus de jeu, contient plus d'eau, & l'agite plus violemment qu'un corps de pompe d'un pied de diametre avec un piſton qui lui ſoit proportioné; ainſi, la pompe à cheval du pont-au-choux fournit, avec les deux maneges à quatre chevaux tirant enſemble, & les ſix corps de pompes aſpirantes, environ deux muids par minute; celle de M. Dupuis fournit, ſans manege, mûe par quatre hommes, quatre muids & quatre cinquiemes par minute, à ſeize pieds de haut, ſuivant le raport de MM. de l'académie des ſciences.

Si elle étoit exécutée en grand avec une manivele à tiers-point, une plate-forme percée de trois clapets, qu'elle fût mûe par un ſeul cheval dans un manege avec un train, un rouet & une lanterne, ce qui augmente beaucoup la force du moteur, elle fourniroit huit muids au moins par minute, le reſte du produit abandoné pour les frotemens, ce qui ſeroit par jour 11520 muids.

Pompe à bras. La pompe à bras *A*, *Figure premiere*, eſt compoſée d'un tuyau de plomb *BB* de deux pouces de diametre, ayant ſon extrémité *C* coudée & portée ſur un ſocle de bois *D*; ce bout coudé doit être percé de pluſieurs trous, tremper dans l'eau du puits *E*, & ce tuyau doit aboutir à un plus large d'environ cinq pouces de diametre, ſervant de corps de pompe fait en entonoir, pour ſe racorder avec le tuyau aſpirant *BB*, & pour ſervir à loger à force le petit barillet *F* couvert d'une ſoupape ou clapet *G*, & garnie de filaſſe pour empêcher l'eau de deſcendre; le piſton *H* eſt garni de cuir par-en-haut avec ſon clapet *I*, & attaché à une anſe de fer *K*, ſuſpendue à une verge de fer *L*, attachée à la baſcule *M*, compoſée d'un levier & d'une poignée *N*, ſoutenue par un étrier de fer *O*, attaché à la cuvete

Digitized by Google

par deux liens de fer avec un œil & un boulon de fer, où tournent les deux bras du levier *M* & *N*. L'eau tombe par une gargouille *P*, où eſt un maſque dans une cuvete de pierre *Q*.

Fig. 2. La même machine *A* eſt répétée de profil; les *Figures* marquées *R S*, *Fig.* 3, ſont deux outils de fer qui ſervent dans le tuyau à aſſeoir ou à retirer le barillet *F*, que les ouvriers appelent *ſecret*.

Les *Figures* 4 & 5 offrent en profil & en coupe la pompe de bois *T* & *V*, *Fig.* 4 & 5, des plus ſimples dont on ſe ſerve; on la nomme *hollandoiſe*, étant très-en uſage dans ce pays; on l'emploie dans les vaiſſeaux, dans les jardins, & il n'y a pas une maiſon en Hollande qui n'en ait pluſieurs: c'eſt un tuyau d'aune ou d'orme creuſé, au bas duquel, à la diſtance de ſix à ſept pouces, eſt un clapet *X*, *Fig.* 5, au deſſous duquel on perce pluſieurs trous qui trempent dans l'eau; il y a une tringle de bois *Y*, dont un bout eſt attaché à l'anſe *Z* d'un piſton avec ſon clapet; l'autre bout tient à la baſcule de bois *a a*, attachée au tuyau par un étrier de bois en fourchete avec un boulon, *&c.* L'eau tombe par une gargouille *b* dans une auge de pierre ou autre endroit deſtiné.

Le moteur ou la puiſſance appliquée à la poignée *N*, *Fig.* 1, on au bout du levier, *&c.* fait jouer le levier *M* & *N*, dont le bras *O N* eſt de trente pouces, & l'autre *O M* n'a que cinq pouces; ainſi, on voit que la puiſſance eſt la ſixieme partie du poids, ou comme 1 eſt à 6.

La *pompe pour les incendies*. Cette pompe *A* eſt pareille à celle que l'on trouve dans les Pays-Bas; on en voit ici la coupe *A*, *Fig.* 1, & le plan *B*, *Fig.* 2. Ce plan eſt carré & eſt compoſé d'un bac partagé en trois parties par deux cloiſons *C C* percées en *D* de pluſieurs trous, pour que l'eau verſée dans les réſervoirs *C C* parviene pure au retranchement du milieu *D*, *Fig.* 2, par le moyen du jeu des deux pompes foulantes *E E* qui ſont à ſes côtés, dont l'eau ſe communique par les deux paſſages *F* & *G* qui s'ouvrent & ſe ferment alternativement par des clapets; l'eau venant plus fortement par les deux piſtons, ſurmonte le trou *H*, & ſe réunit vers le ſommet du récipient où l'air ſe trouve de plus en plus condenſé; l'eau eſt refoulée ſans interruption, & lancée continuellement avec une viteſſe qui eſt preſque toujours la même.

Figure 3. La *Fig.* 3 expoſe un boyau de cuir *L M* qui s'ajuſte avec une boîte de cuivre au trou *H*, & l'eau y eſt refoulée pour être dirigée avec viteſſe par un ajutage *N* dans les endroits embraſés.

Figure 4. On voit dans la quatrieme *Figure* l'élévation de la même pompe compoſée d'une caiſſe de cuivre rouge, de trois pieds de large, ſur deux pieds & demi de haut, ſurmontée d'un chapiteau arrêté par des vis, portant l'axe d'un balancier dont les extrémités ſont faites en fourches, afin de pouvoir y enfiler une poignée aſſez longue pour que cinq ou ſix perſones puiſſent agir de front; il y a une ouverture *O* ſaillante de quelques pouces en forme de tuyau, pour y loger le bout *H* du tuyau de cuir qui porte l'eau à la deſtination. (*K*).

HYDRE, (*Aſtron.*) *hydre* femele, *hydra*; conſtellation méridionale, appelée *ſerpens aquaticus*, *aſina coluber*, *echidna* ou *vipere*. Cette conſtellation s'étend au deſſus du lion, de la vierge & de la balance: elle a une étoile remarquable, appelée le *cœur de l'hydre*, en arabe, *alphrad*. L'*hydre* a une origine commune avec les deux conſtellations de la coupe & du corbeau, au rapport d'Ovide, qui annonce leur lever acronique au 14 février.

Dixit & antiqui monumenta perennia facti,
Anguis, avis, crater, ſidera juncta micant.
Faſt. *lib. II.*

Apollon voulant faire un ſacrifice à Jupiter, envoya, dit-on, le corbeau avec une coupe pour apporter de l'eau. Il s'arrêta ſur un figuier pour attendre la maturité du fruit; enſuite, pour excuſer ſon retardement, il prit un ſerpent qu'il accuſa de lui avoir fait obſtacle lorſqu'il vouloit puiſer de l'eau. Mais Apollon, pour punir le corbeau, changea ſon plumage de blanc en noir, plaça le corbeau vis-à-vis de la coupe, & chargea le ſerpent d'empêcher le corbeau de boire.

On a prétendu auſſi que c'étoit l'*hydre* de Lerne, tuée par Hercule. Ce monſtre a pluſieurs têtes, eſt le ſymbole de l'envie, qui fut ſurmontée par les exploits de ce héros. Mais il eſt plus vraiſemblable que la conſtellation a fait imaginer le ſecond travail d'Hercule, expliqué par M. Dupuis (*Aſtr. IV, pag.* 480). En effet, quand le ſoleil entroit au ſigne de la vierge, la conſtellation de l'*hydre* diſparoiſſoit dans les feux ſolaires; mais, lorſque le ſoleil arivoit aux dernieres étoiles, celles de la tête ſe levoient déja héliaquement; voilà pourquoi l'on dit que cette *hydre* renaiſſoit.

Cette conſtellation contient 60 étoiles dans le catalogue Britannique, & 100 en y comprenant la coupe & le corbeau, qui ne ſont qu'un ſeul groupe, & qui vont communément enſemble. La principale étoile eſt celle du cœur de l'*hydre*; & ſon aſcenſion droite, en 1750, étoit de 138° 49′ 40″, & ſa déclinaiſon auſtrale de 7° 35′ 12″.

L'*hydre* mâle, *hydrus*, eſt une conſtellation plus méridionale, qui ne paroît point dans nos régions; elle eſt ſituée entre le Toucan & la Dorade: la principale étoile eſt de troiſieme grandeur: aſcenſion droite, en 1750, 27° 43′ 24″; déclinaiſon auſtrale, 62° 47′ 34″. (*D. L.*)

HYDROCHOOS, ſ. m. (*Aſtron.*); conſtellation qu'on nomme en latin *aquarius*, & en françois le *verſeau*; elle a donné ſon nom à un des douze ſignes du zodiaque.

HYDRODYNAMIQUE, ſ. f. *l'Hydrodynamique*, eſt proprement la dynamique des fluides, c'eſt-à-

Digitized by Google

dire, la ſcience qui enſeigne les loix de leur mouvement. Ainſi, on voit que l'*hydrodynamique* ne differe point, quant à l'objet, de la ſcience qu'on appeloit autrefois & qu'on appele encore très-ſouvent *hydraulique*. *Voyez* HYDRAULIQUE.

On appele *dynamique*, comme nous l'avons dit à ce mot, la partie de la méchanique qui enſeigne à déterminer les mouvemens d'un ſyſtême de corps qui agiſſent de quelque maniere que ce ſoit, les uns ſur les autres. Or tout fluide eſt un compoſé de particules faciles à ſe mouvoir, & qui ſont liées entr'elles de maniere qu'elles alterent & changent réciproquement leurs mouvemens. Ainſi, l'hydraulique & l'hydroſtatique eſt la vraie *dynamique* des fluides.

Il paroît que le premier qui ſe ſoit ſervi de ce terme, eſt M. Daniel Bernoulli, qui a donné ce titre à ſon traité du mouvement des fluides, imprimé à Straſbourg en 1738. Si le titre étoit nouveau, il faut avouer que l'ouvrage l'étoit auſſi. M. Daniel Bernoulli eſt le premier qui ait réduit les loix du mouvement des fluides à des principes ſûrs & non arbitraires, ce qu'aucun des auteurs d'hydraulique n'avoit fait avant lui. Le même auteur avoit déja donné en 1727, dans *les mémoires de l'académie de Peterſbourg*, un eſſai de ſa nouvele théorie. On n'attend pas de nous que nous en donnions ici un extrait; nous nous contenterons de dire qu'il ſe fert principalement du principe de la conſervation des forces vives, reconnu aujourd'hui pour vrai par tous les méchaniciens, & dont on fait un uſage ſi fréquent dans la dynamique, depuis qu'il a été découvert par M. Huyghens ſous un autre nom. M. Jean Bernoulli a donné une hydraulique, dans laquelle il ſe propoſe le même objet que M. Daniel Bernoulli ſon fils; mais il prétend y employer des principes plus directs & plus lumineux que celui de la conſervation des forces vives; & on voit à la tête de cet ouvrage, une lettre de M. Euler à l'auteur, par laquelle M. Euler le felicite d'avoir trouvé les vrais principes de la ſcience qu'il traite. M. Maclaurin a auſſi donné dans ſon *traité de fluxions* un eſſai, ſur le mouvement des fluides qui coulent dans les vaſes, & cet eſſai n'eſt autre choſe qu'une extenſion de la théorie de M. Newton, que cet auteur a perfectionée. J'ai traité la même matiere en 1744, dans mon ouvrage, intitulé: *Traité de l'équilibre & du mouvement des fluides*; j'avois pu donner à cet ouvrage le titre *d'hydrodynamique*, puiſque c'eſt une ſuite du traité dynamique que j'avois publié en 1743. Mon objet, dans ce livre, a été de réduire les loix de l'équilibre & du mouvement des fluides au plus petit nombre poſſible, & de déterminer par un ſeul principe général, fort ſimple, tout ce qui concerne le mouvement des corps fluides. J'y examine les théories données par M. Bernoulli & par M. Maclaurin, & je crois y avoir montré des difficultés & de l'obſcurité. Je crois auſſi avoir prouvé que, dans certaines occaſions, M. Daniel Bernoulli a employé le principe des forces vives dans des cas où il n'auroit pas dû en faire uſage. J'ajoute que ce grand géometre a d'ailleurs employé ce principe ſans le démontrer, ou plutôt que la démonſtration, qu'il en donne, n'eſt point ſatisfaiſante; mais cela n'empêche pas que je ne rende avec tous les ſavans, la juſtice due au mérite de cet ouvrage. Je traite auſſi, dans ce même livre, de la réſiſtance des fluides au mouvement des corps, de la réfraction, ou du mouvement d'un corps qui s'enfonce dans un fluide, & enfin des loix du mouvement des fluides qui ſe meuvent en tourbillon.

Comme nous avons donné au *mot* FLUIDE les principales loix du mouvement des fluides, nous y renverrons ceux de nos lecteurs, qui voudront s'inſtruire des principales loix de l'*hydrodynamique*. Nous ajouterons ſeulement ici quelques réflexions qui n'ont point été données dans cet article FLUIDE, & qui lui ſerviront comme de complément.

La premiere de ces réflexions aura pour objet la contraction de la veine d'eau qui ſort d'un vaſe. M. Newton a obſervé le premier que l'eau qui ſortoit d'un vaſe, n'en ſortoit pas ſous une forme cylindrique, mais ſous une forme de cône tronqué, qui va en ſe rétréciſſant depuis la ſortie du vaſe. M. Daniel Bernoulli ajoute à cette obſervation (*Voyez* ſon *hydrodynamique*, *ſection* 4), que quand les eaux ſortent, non par un ſimple trou, mais par un tuyau, la veine ſe contracte, ſi les parois du tuyau ſont convergens, & ſe dilate, ſi ces parois ſont divergens. La raiſon en eſt aſſez facile à apercevoir, c'eſt que l'eau dans ſa direction, au ſortir du tuyau, ſuit pendant quelque temps la direction des parois du tuyau, le long deſquels elle a coulé. Cette contraction & dilatation de la veine d'eau varie donc ſuivant les différens cas, ce qui fait qu'il eſt très-difficile de déterminer exactement la viteſſe de l'eau au ſortir du vaſe. Car il eſt encore néceſſaire de connoître la figure de la veine d'eau, qu'on ne peut pas ſuppoſer cylindrique, & dont on ne peut pas ſuppoſer par conſéquent que les parties ſe meuvent avec une égale viteſſe, puiſque la viteſſe eſt en raiſon inverſe de la largeur de la veine. M. l'Abbé Boſſut a fait une multitude d'expériences très-curieuſes & très-importantes ſur la contraction de la veine fluide. *Voyez* ſon HYDRODYNAMIQUE.

À l'occaſion de cette veine d'eau, nous dirons un mot de la cataracte de M. Newton. Ce grand géometre prétend, dans le *ſecond Livre de ſes principes*, que l'eau qui ſort d'un vaſe cylindrique par un trou fait à la baſe de ce vaſe, en ſort en formant depuis la partie ſupérieure du vaſe juſqu'au trou, une eſpece de cataracte ou de veine qui va en ſe rétréciſſant, & dont la largeur à chaque endroit eſt en raiſon inverſe de la viteſſe de l'eau, c'eſt-à-dire, en raiſon inverſe de la racine carrée de la diſtance de cet endroit à la ſurface ſupérieure de l'eau; de maniere que cette cataracte eſt une eſpece d'hyperbole du ſecond genre, dans laquelle les carrés des ordonées ſont en rai-

ſon inverſe des abſciſſes. M. Jean Bernoulli, dans ſon hydraulique (*Voyez le tome IV de ſes Œuvres*) a très-bien prouvé l'impoſſibilité d'une pareille cataracte, parce que la partie du fluide qui ſeroit hors de cette cataracte ſeroit ſtagnante, & par conſéquent agiroit par ſa peſanteur pour détruire cette cataracte, dans laquelle le fluide n'auroit aucune preſſion. *Voyez* un plus grand détail dans l'ouvrage cité.

Ma ſeconde obſervation aura pour objet la preſſion des fluides en mouvement. J'ai donné dans mon *Traité des fluides*, en 1744, une méthode directe pour déterminer cette preſſion, & j'ai expliqué au *mot* FLUIDE, en quoi conſiſte cette méthode. Or il y a des cas où la formule, qui exprime cette preſſion, devient négative, & j'ai prétendu que, dans ce cas, la preſſion ne doit pas ſe changer en *ſuction*, comme le dit M. Daniel Bernoulli, c'eſt-à-dire, que les parois du canal ne doivent pas être preſſés de dehors en dedans, mais qu'ils le ſont toujours de dedans en dehors. En vain m'objecteroit-on les expériences par leſquelles M. Bernoulli a prétendu confirmer ſa Théorie; ces expériences prouvent ſeulement ce que je n'ai jamais nié, & ce qui eſt évident par ſoi-même, que, quand la preſſion du fluide eſt négative, la preſſion totale de l'air & du fluide ſur les parties intérieures du canal, eſt moins grande que celle qui eſt exercée par l'air ſeul ſur les parties extérieures du même canal. Or, dans toute ma theorie du mouvement des fluides, j'ai fait abſtraction de la preſſion de l'air, à l'exemple de tous les auteurs d'hydraulique; & j'avois jugé que M. Bernoulli en faiſoit abſtraction lui-même en cet endroit, ainſi que dans tout le cours de ſon ouvrage. Si M. Bernoulli, en diſant, p. 264 de ſon Hydrodynamique, *preſſio in ſuctionem mutatur, id eſt, latera canalis introrſum premuntur*, eût ajouté ces trois mots, *ab aere circumambiente*, nous étions pleinement d'accord, & je ne lui aurois fait, ſur cet article, aucune objection; mais il ſemble qu'il ait cherché à éloigner cette idée par la maniere dont il explique immédiatement après cette preſſion changée en ſuction; *tunc autem*, dit-il, (c'eſt-à-dire, dans le cas où la preſſion eſt négative) *res ita conſideranda eſt, ac ſi loco columnæ aquæ ſuperincumbentis, & in æquilibrio poſitæ cum aqua præterfluente, ſit columna aquea appenſa, cujus niſus deſcendendi impediatur ab attractione aquæ præterfluentis.*

En effet, ce n'eſt point par l'attraction de l'eau qui coule dans le fluide que cette colonne eſt ſoutenue, mais par la preſſion de l'air inférieur, laquelle, dans le cas dont il s'agit, ſe trouve égale à la preſſion que l'air ſupérieur exerce ſur la ſurface du fluide qui coule. Il paroît donc que M. Bernoulli ne s'eſt pas ſuffiſamment expliqué ſur ce qu'il appele *la preſſion changée en ſuction:* mais, quoi qu'il en ſoit, il eſt certain que toute la théorie que j'ai établie eſt exactement vraie, en faiſant abſtraction, comme je l'ai ſuppoſé, de la preſſion de l'air environant. C'eſt ce qui fait dire à M. Euler, dans une lettre du 29 décembre 1746: *Je crois que vos raiſons ſont auſſi-bien fondées que celles de M. Bernoulli, & que c'eſt une circonſtance étrangere à laquelle il faut attribuer l'effet de la ſuction..... Si le tuyau étoit ſitué dans un eſpace vide d'air, il n'y a aucun doute que l'eau ne perdît ſa continuité (lorſque la preſſion eſt négative) comme vous prétendez. Votre théorie ſera donc vraie dans le cas où le tuyau eſt placé dans un eſpace vide d'air; & celle de M. Bernoulli l'eſt également quand le tuyau ſe trouve en plein air.*

Au reſte, quand on conſidere le tuyau en plein air, la théorie de M. Bernoulli demande encore, ce me ſemble, quelque modification. Car lorſque le fluide deſcend pour ſortir du vaſe, l'air qui environe ce vaſe de toutes parts n'eſt pas en repos, puiſque l'air deſcend dans le tuyau à meſure que le fluide s'abaiſſe; ce qui ne peut ſe faire, ſans qu'il y ait du mouvement dans tout l'air environant; ainſi, la preſſion de l'air ſur le tuyau, tant extérieurement qu'intérieurement, ne doit pas être la même que ſi l'air étoit en repos; pour déterminer cette preſſion, il faudroit connoître le mouvement de l'air environant; & c'eſt ce qui paroît très-difficile. Ne pourra-t-il donc pas y avoir des cas où la preſſion de l'air ſur la ſurface extérieure du tuyau ne ſoit pas plus grande, ou même ſoit plus petite que la preſſion ſur la ſurface intérieure, auquel cas, les parois du tuyau ne ſeroient pas preſſées, de dehors en dedans, par l'air qui environe le tuyau, quoique la preſſion du fluide qui coule dans le tuyau fût négative? Il paroît donc que le meilleur parti à prendre dans la théorie de la preſſion des fluides qui ſont en mouvement, eſt de faire abſtraction de l'air qui environe le tuyau. C'eſt auſſi le parti que j'ai pris.

Enfin ma derniere obſervation aura pour objet l'application du calcul au mouvement des fluides. J'ai donné dans le chapitre VIII de mon *eſſai ſur la réſiſtance des fluides* en 1752, une méthode générale pour appliquer le calcul à ce mouvement. Cette méthode a cet avantage qu'elle ne ſuppoſe abſolument aucune hypotheſe, & qu'elle eſt en même temps aſſez ſimple; mais je n'ai donné, dans ce chapitre, qu'un eſſai de cette méthode, très-analogue à celle que j'ai employé dans le même ouvrage de la détermination de la réſiſtance des fluides. M. Euler, dans les *Mémoires de l'Acad. des Sciences de Pruſſe, pour l'année* 1755, a donné une méthode fort ſemblable à celle-là, pour déterminer le mouvement des fluides, & paroît faire entendre que la mienne n'eſt pas générale. Je crois qu'il ſe trompe ſur ce point, & j'ai prouvé dans un écrit particulier, imprimé dans le tome I de mes *Opuſcules Mathématiques*, que ma méthode eſt auſſi générale qu'on le peut déſirer, à moins qu'on ne ſuppoſe le fluide *indéfini* & ſans limites; ce qui n'a point lieu, & ne ſauroit avoir lieu dans la nature. Il eſt vrai que je n'ai traité

Digitized by Google

du mouvement du fluide que dans un plan ; mais il eſt aiſé d'étendre la théorie que j'ai donnée au mouvement d'un fluide dans un ſolide. L'écrit que j'ai compoſé ſur ce ſujet n'étant pas de nature à pouvoir être inſéré dans l'Encyclopédie, je me contenterai de donner une légere idée de ce qu'il contient. Je ſuppoſe, pour fixer les idées, le vaſe plein & vertical, & je nomme x les abſciſſes verticales, & z les ordonées horizontales ; il réſulte de mes démonſtrations, 1°. que la viteſſe verticale doit être exprimée par $\phi p, \theta$ étant une fonction du ſeul temps t écoulé depuis le commencement du mouvement, p & q des fonctions de x & de z. Ces fonctions de x & de z doivent être telles, 1°. que $pdz+qdx$ ſoit une différentiele complete : 2°. que $pdx-qdz$ en ſoit auſſi une ; 3°. que lorſque $z=y$, c'eſt-à-dire, lorſque z devient égale à l'ordonée de la courbe qui exprime la figure du vaſe, on ait $pdx-qdy=o$, c'eſt-à-dire, que $pdx-qdy=o$ ſoit l'équation de la courbe qui exprime la figure du vaſe. M. Euler paroît avoir cru qu'il étoit toujours poſſible que ces trois conditions euſſent lieu à la fois ; je crois avoir démontré le contraire. Mais la démonſtration n'eſt pas de nature à pouvoir être raportée ici.

2°. Je donne une méthode pour trouver la fonction θ du temps t, & une méthode pour déterminer la courbe que la ſurface ſupérieure du fluide forme à chaque inſtant. L'équation de cette courbe eſt auſſi déterminée par differentes conditions qui doivent toutes s'accorder à donner la même courbe : ſi cet acord n'a pas lieu, le problème ne peut ſe réſoudre analytiquement. D'où il eſt aiſé de conclure qu'il y a bien peu de cas où l'on puiſſe trouver rigoureuſement, par une méthode analytique, le mouvement d'un fluide dans un vaſe. On peut donc s'en tenir, ce me ſemble, dans le plus grand nombre des cas, à la méthode que j'ai donnée, en 1744, dans mon *Traité des fluides*, méthode qui donne des réſultats aſſez conformes à l'expérience, quoiqu'elle ne ſoit pas, dans la rigueur, mathématique.

Lorſque le fluide a une maſſe finie & un mouvement progreſſif, alors le temps t doit néceſſairement entrer dans l'expreſſion de ſa viteſſe, & les conditions précédentes doivent néceſſairement avoir lieu. Il n'y a que le cas où le fluide ſe meut ſuivant une ligne qui rentre en elle même, ſans être animée par aucune force accélératrice, dans lequel on puiſſe ſuppoſer que le temps t n'affecte point l'expreſſion de la viteſſe. Dans ce cas, on a toujours $pdx-qdz=$ à une différentiele complete ; mais au lieu de l'autre condition $pdz+qdx$, égale à une différentiele complete, qui donneroit $\frac{dp}{dx}=\frac{dq}{dz}$, on a $d\left(\frac{dp}{dx}\right)=d\left(\frac{dq}{dz}\right)$.

Voilà le précis des loix du mouvement des fluides, telles qu'elles ſont expoſées dans l'écrit dont j'ai fait mention, & qui contient différentes autres recherches ſur le mouvement des fluides, dont il ſeroit trop long de parler ici.

À l'égard de la réſiſtance des fluides au mouvement des corps, laquelle fait une partie eſſentiele de l'*hydrodynamique*, voyez *les articles* FLUIDE, RÉSISTANCE. Voyez auſſi le *chap. j* du troiſieme livre de mon *Traité des fluides*, & mon *Eſſai ſur la réſiſtance des fluides*, Paris, 1752. (*O*).

HYDROGRAPHE, ſ. m. ſe dit d'une perſone verſée dans l'hydrographie. *Voyez* HYDROGRAPHIE. (*O*).

HYDROGRAPHIE, ſ. f. C'eſt cette partie de la géographie qui conſidere la mer, en tant qu'elle eſt navigable. *Voyez* GÉOGRAPHIE. Ce mot eſt compoſé des mots grecs ὕδωρ, *aqua*, eau, & γράφω, *deſcribo*, je décris.

L'*hydrographie* enſeigne à conſtruire des cartes marines, & à connoître les différentes parties de la mer. Elle en marque les marées, les courans, les baies, les golfes, *&c.* comme auſſi les rochers, les bancs de ſable, les écueils, les promontoires, les havres, les diſtances qu'il y a d'un port à un autre, & généralement tout ce qu'il y a de remarquable tant ſur la mer que ſur les côtes.

Quelques auteurs emploient ce mot dans un ſens plus étendu, pour ce que nous appelons *l'Art de naviguer*.

Dans ce ſens, l'*hydrographie* comprend l'art de faire les cartes marines, la maniere de s'en ſervir, & généralement toutes les connoiſſances mathématiques néceſſaires pour voyager ſur mer le plus promptement & le plus ſûrement qu'il eſt poſſible. *Voyez* NAVIGATION, CARTES.

Les peres Riccioli, Fournier, & Dechales, nous ont donné des Traités d'*hydrographie*. Le P. Dechales, qui avoit déja examiné cette matiere dans ſon *cours* de mathématiques, l'a traité, en 1677, dans un ouvrage exprès. M. Bouguer le pere ſuppléa à ce qui manquoit à cet ouvrage dans le *Traité de navigation*, qu'il publia en 1698, & qui a été imprimé pluſieurs fois. M. Bouguer, ſon fils, de l'académie royale des ſciences, a publié, en 1753, un Traité de navigation plus complet que tous les précédens, & qui contient la théorie & la pratique du pilotage ; car le pilotage ne differe point, à proprement parler, de l'*hydrographie*. *Voyez* PILOTAGE. Nous renvoyons à ce dernier ouvrage les lecteurs qui voudront s'inſtruire de l'*hydrographie*. (*O*).

HYDROGRAPHIQUE, adj. qui a raport à l'hydrographie. *Voyez* HYDROGRAPHIE. Cartes *hydrographiques*, ſont les mêmes qu'on appele plus communément *cartes marines*. *Voyez* CARTE. (*O*).

HYDROMANTIQUE, ſ. f. & adj. (*Math.*) Quelques auteurs ont appelé ainſi l'art de produire, par le moyen de l'eau, certaines apparences

Digitized by Google

ſingulieres. Cette ſcience, ſi elle en mérite le nom, eſt fondée principalement ſur deux faits très-connus; l'un eſt, qu'un corps *R*, placé au fond d'un vaſe plein d'eau, *Pl. Hydr. Fig.* 50, peut être vu par un œil *O*, placé près du bord du vaſe, quoique ce même œil ne pût le voir, ſi l'eau étoit ôtée; l'autre eſt, que le fond *CHD* d'un vaſe plein d'eau, paroît plus élevé qu'il n'en eſt en effet, par exemple, en *EIF*: ces deux phénomenes ſont une ſuite des loix de la réfraction. *Voyez* RÉFRACTION.

On trouve dans quelques Traités d'Optique, la deſcription de pluſieurs machines qui ſont d'uſage dans l'*hydromantique*.

Ainſi, par exemple, pour conſtruire une machine *hydromantique*, au moyen de laquelle on ſera perdre une image ou un objet de vue au ſpectateur, & on le lui ſera apercevoir de nouveau ſans changer la poſition de l'un ou de l'autre: prenez deux vaiſſeaux *ABF*, & *CGMK*, *Pl. Hydr. Fig.* 51, dont l'un ſoit plus haut que l'autre; rempliſſez le premier d'eau, & ſoutenez-le ſur trois piliers, dont l'un doit être creux & muni d'un robinet *B*; partagez le vaiſſeau le plus bas *CM* en deux parties, par une cloiſon *HI*, & adaptez un robinet à celle d'en-bas, pour pouvoir l'ouvrir & fermer à plaiſir.

Placez un objet ſur la cloiſon que le ſpectateur, placé en *O*, ne pourra apercevoir par le rayon direct *NL*.

Si l'on ouvre le robinet *B*, l'eau deſcendant dans la cavité *CI*, le rayon *NL* s'éloignera de la perpendiculaire, & réfléchira vers *O*, & le ſpectateur apercevra l'objet par le rayon rompu *NO*. Si l'on ferme le robinet *B*, & que l'on ouvre celui qui eſt marqué par la lettre *P*, l'eau deſcendra dans la cavité la plus baſſe *HI*; la réfraction ceſſera, & il ne viendra aucun rayon de l'objet à l'œil. Mais, en fermant de nouveau le robinet *P*, & ouvrant l'autre *B*, la cavité le remplira de nouveau; & l'on apercevra l'objet comme auparavant. *Voyez* RÉFRACTION.

Pour conſtruire un vaiſſeau *hydromantique* qui repréſente les objets extérieurs comme s'ils nageoient dans l'eau, prenez un vaſe cylindrique *ABCD*, *Pl. Hydr. Fig.* 52, partagé en deux par un verre *EF*, qui ne ſoit pas exactement poli: appliquez au point *G* une lentille convexe des deux côtés, & inclinez en *H* un miroir plan de figure elliptique ſous un angle de 45 degrés; que *IH* & *HG* ſoient un peu moindres que la diſtance du foyer de la lentille *G*; en ſorte que l'image de l'objet puiſſe paſſer à travers dans la cavité du vaiſſeau ſupérieur; noirciſſez la cavité intérieure, & rempliſſez celle de deſſus d'eau bien claire.

HYDROSCOPE de Syneſius. *Voyez* CLEPSYDRE.

HYDROSCOPE eſt auſſi le nom que l'on donnoit, en 1772, à un impoſteur qui prétendoit voir les eaux au travers de la terre; voyez le *Mercure de juillet* 1772, 2e volume; c'étoit une charlatanerie de la même eſpece que celle de la *Baguete*. (*D. L.*)

HYDROSTATIQUE, ſ. f. partie de la Méchanique qui conſidere l'équilibre des corps fluides, auſſi-bien que des corps qui y ſont plongés.

Ce mot eſt grec, & compoſé de ὕδωρ, *eau*, & de ἵστημι, *je poſe*. *Hydroſtatique* ſignifie proprement la *ſtatique* de l'eau, la ſcience de l'équilibre des eaux; mais, comme les loix de l'équilibre de l'eau ſont les mêmes pour les autres corps fluides, on a donné en général le nom d'*hydroſtatique* à la ſcience de l'équilibre des fluides.

On confond ſouvent l'*hydroſtatique* avec l'*hydraulique*, à cauſe de l'affinité du ſujet, & pluſieurs auteurs ne les traitent point ſéparément. En effet, les loix du mouvement des fluides ſe réduiſent à celui de leur équilibre. *Voyez* HYDRAULIQUE & HYDRODYNAMIQUE.

L'auteur le plus ancien que nous avons ſur l'*hydroſtatique* eſt Archimede, qui en a donné les loix dans ſon traité *de inſidentibus humido*.

Parmi les modernes, le célebre M. Paſcal a donné, ſur ce ſujet, un excellent ouvrage, intitulé: *Traité de l'équilibre des liqueurs & de la peſanteur de l'air*.

M. Mariotte, dans un Traité qu'il a publié en 1686, ſur le *mouvement des eaux & des autres fluides*, donne preſque toutes les propoſitions de l'*hydroſtatique* & de l'*hydraulique*, prouvées par la raiſon & confirmées par l'expérience.

Nous avons donné au *mot* FLUIDE les principales loix de l'*hydroſtatique*, & il ne nous reſte preſque rien à y ajouter ici.

La loi générale de l'équilibre des fluides eſt, 1°. que la direction des forces ſoit perpendiculaire à la ſurface du fluide: 2°. qu'un canal quelconque rectiligne, formé de deux branches terminées à la ſurface, & aboutiſſant où l'on voudra dans l'intérieur du fluide, ſoit en équilibre, M. Maclaurin eſt le premier qui ait fait uſage de ce dernier principe; & qui l'ait heureuſement appliqué à la recherche de la figure de la terre. De ce principe réſulte celui de l'équilibre des canaux curvilignes quelconques, dont M. Clairaut s'eſt ſervi avec beaucoup de ſagacité pour le même uſage. Sur quoi, *voyez le* chap. II *de mon eſſai ſur la réſiſtance des fluides*, 1752.

Lorſque pluſieurs fluides de différentes denſités ſont placés les uns au deſſous des autres, comme de l'huile, de l'eau, du mercure, &c. la ſurface de chacun de ces fluides doit être de niveau, c'eſt-à-dire, perpendiculaire en chaque point à la direction de la force qui agit ſur les particules de fluide. Cependant, lorſque le fluide eſt compoſé de couches infiniment peu épaiſſes, & dont la denſité ne varie qu'infiniment peu d'une couche à l'autre, cette loi ne doit pas être néceſſairement obſervée, excepté à la ſurface ſupérieure. Je crois avoir fait le premier cette remarque, & je m'en ſuis ſervi pour étendre la théorie de la figure de la

Digitized by Google

la terre plus loin qu'on ne l'avoit fait encore. *Voyez* l'appendice qui eſt à la fin de mon *Eſſai ſur la réſiſtance des fluides*, 1752, & la troiſieme partie de *mes Recherches ſur le ſyſtême du monde, liv. VI.* Je renvoie le lecteur à ces deux ouvrages pour le détail d'une théorie qui, demandant aſſez de calcul; ne peut être traitée commodément dans l'Encyclopédie. (*O*).

HYGROMETRE, ſ. m. (*Hyd.*); machine ou inſtrument qui ſert à marquer les degrés de ſéchereſſe ou d'humidité de l'air. Voyez *le Dictionnaire de Phyſique*.

HYPERBOLE, ſ. f. en *Géométrie*, c'eſt une des lignes courbes formées par la ſection d'un cône. *Voyez* CONIQUE.

Si le cône *ABC*, *Pl. con. Fig.* 33, eſt coupé de telle ſorte, que l'axe de la ſection *DQ* étant continué, rencontre le côté du cône *AC*, prolongé juſqu'en *E*, la courbe qui naîtra de cette ſection ſera une *hyperbole*.

Quelques auteurs définiſſent l'*hyperbole* une ſection du cône par un plan parallele à ſon axe; mais cette définition eſt défectueuſe. Car bien qu'il ſoit vrai qu'une pareille ſection forme réellement une *hyperbole*, néanmoins il eſt vrai auſſi qu'il peut s'en former une infinité d'autres, dont le plan ne ſera point parallele à l'axe, & qui ne ſont point compriſes dans la définition.

Les auteurs appelent quelquefois le plan terminé par cette courbe, une *hyperbole*, & la courbe même *ligne hyperbolique*.

On peut définir l'*hyperbole* une ligne courbe, dans laquelle le carré de la demi-ordonée eſt au rectangle de l'abſciſſe, par une ligne droite compoſée de la même abſciſſe, & d'une ligne droite donnée, qu'on appele l'*axe tranſverſe*, comme une autre ligne droite donnée, appelée le *parametre* de l'axe, eſt à l'axe, tranſverſe (ou bien en nommant *y* l'ordonée, *x* l'abſciſſe, à l'axe tranſverſe, & *b* le parametre); c'eſt une ligne courbe dans laquelle $ayy = abx + bxx$, c'eſt-à-dire, $b : a :: yy : ax + xx$.

Dans l'*hyperbole*, une moyene proportionele entre l'axe tranſverſe ou le parametre, eſt appelée l'*axe conjugué*; &, ſi l'on coupe l'axe tranſverſe *AB*, *Pl. con. Fig.* 34, en deux parties égales au point *C*, ce point eſt appelé le *centre de l'hyperbole*. *Voyez* AXE & CENTRE.

La ligne droite *DE* menée par le ſommet *A* de l'*hyperbole*, parallélement à l'ordonée, *Mm*, *Fig.* 35, eſt tangente à la courbe au point *A*. *Voyez* TANGENTE.

Si l'on mene, par le ſommet *A* d'une *hyperbole*, une ligne droite *DE*, parallele aux ordonées *Mm*, & égale à l'axe conjugué, c'eſt-à-dire, dont les parties *DA* & *DE* ſoient égales au demi-axe conjugué, & qu'on tire du centre *C* par *D* & *E* les lignes *CF* & *CG*, ces lignes ſeront les aſymptotes de l'*hyperbole*. *Voyez* ASYMPTOTE.

Le carré dont le côté ſeroit *CI* ou *IA*, eſt appelé la *puiſſance de l'hyperbole*. *Voyez* PUISSANCE.

Propriétés de l'hyperbole. Dans l'*hyperbole*, les carrés des demi-ordonées ſont l'une à l'autre comme les rectangles de l'abſciſſe, par une ligne droite compoſée de l'abſciſſe & de l'axe tranſverſe; d'où il ſuit qu'à meſure que les abſciſſes *x* augmentent, les rectangles $ax + xx$, & par conſéquent les carrés des demi-ordonées yy, & les demi-ordonées elles-mêmes augmentent à proportion: l'*hyperbole* s'éloigne donc continuellement de ſon axe.

2°. Le carré de l'axe conjugué, eſt au carré de l'axe tranſverſe, comme le parametre eſt au même axe tranſverſe, d'où il ſuit que, puiſque $b : a :: PM : AP \times PB$, le carré de l'axe conjugué eſt au carré du tranſverſe, comme le carré de la demi-ordonée eſt au rectangle de l'abſciſſe, par une ligne compoſée de l'abſciſſe & de l'axe tranſverſe.

3°. *Décrire une hyperbole par un mouvement continu*: plantez aux deux points *F* & *Z*, *Fig.* 36, qu'on appele *foyers*, deux clous ou deux épingles, & arachez au point *F* un fil *FOC*, & l'autre extrémité *C* de ce fil à la regle *CZ*, en obſervant que le fil *CF* ſoit moindre que la longueur de la regle *CZ*; enſuite, fixant un ſtyle *O* au fil, faites mouvoir la regle autour de *Z*, ce ſtyle tracera une *hyperbole*. Sans avoir recours à cette deſcription, on peut trouver autant de points que l'on voudra de l'*hyperbole*, & il ne s'agira plus que de les joindre. Par exemple, du foyer *Z*, avec un intervalle *Zm* plus grand que la ligne *AB*: laquelle on ſuppoſe être l'axe tranſverſe de l'*hyperbole*; décrivez un arc, & faites $Zb = AB$, avec l'intervalle reſtant *bm*, décrivez du point *F* un autre arc qui coupe le premier au point *m*; &, comme $Zm - Fm = AB$, il s'enſuit que *m* eſt un des points de l'*hyperbole*, & ainſi du reſte.

4°. Si l'on prolonge la demi-ordonée *PM*, *Fig.* 35, d'une *hyperbole*, juſqu'à ce qu'elle rencontre l'aſymptote en *R*, la différence des carrés de *PM* & *PR*, ſera égale au carré du demi-axe conjugué *Cd*, d'où il ſuit qu'à meſure que la demi-ordonée *PM* augmente, la ligne droite *MR* diminue, & l'*hyperbole* s'approche toujours de plus en plus de l'aſymptote, ſans pouvoir jamais la rencontrer; car, comme $PR^2 - PM^2 = DA^2$, il eſt impoſſible que $PR^2 - PM^2$ devienne jamais $= 0$.

5°. Dans une *hyperbole*, le rectangle de *MR* & de *Mr* eſt égal à la différence des carrés PR^2 & PM^2, d'où il ſuit que le même rectangle eſt égal au carré du demi-axe conjugué *Cd*, & que tous les rectangles, formés de la même maniere, ſont égaux.

6°. Lorſque *QM* eſt parallele à l'aſymptote *CG*, le rectangle de *QM* par *CQ*, eſt égal à la puiſſance de l'*hyperbole*; d'où il ſuit, 1°. qu'en faiſant $CI = AI = a$, $CQ = x$, & $QM = y$, on aura $a^2 = xy$, qui eſt l'équation de l'*hyperbole* rapportée à ſes aſymptotes. Que les aſymptotes étant données de poſition, auſſi-bien que le côté

Digitized by Google

de la puissance CI ou AI, si l'on prend sur l'une des asymptotes tel nombre d'abscisses qu'on voudra, on aura autant de demi-ordonnées, &, par leur moyen, autant de points de l'*hyperbole* qu'on voudra, en trouvant des troisiemes proportionelles aux abscisses, & au côté de la puissance CI. 3°. Si l'on ne prend point les abscisses du centre C, mais de quelque autre point L, & que l'on suppose $CL = b$, on aura $CQ = b + x$, & par conséquent $a^2 = by + xy$.

7°. Dans l'*hyperbole*, l'axe transverse est au parametre comme la somme de la moitié de l'axe transverse & de l'abscisse est à la sous-normale; & la somme du demi-axe transverse & de l'abscisse, est à l'abscisse, comme la somme de l'axe transverse entier & de l'abscisse à la sous-tangente. *Voyez* SOUS-NORMALE & SOUS-TANGENTE.

8°. Si l'on tire au dedans des *asymptotes* d'une *hyperbole* & d'un de ses points m, *Fig.* 37, la ligne droite HmK, & l'autre droite RNo, on aura $Hm \times mK = RN \times No$.

9°. Si l'on tire une ligne droite HK, de telle maniere qu'on voudra, entre les asymptotes d'une *hyperbole*, les segmens HE & mK, compris de chaque côté entre l'*hyperbole* & ses asymptotes, seront égaux. Il suit de là, si $Em = o$, que la ligne droite HK sera tangente à l'*hyperbole*; par conséquent la tangente FD, comprise entre les asymptotes, est coupée en deux au point d'attouchement V. Enfin le rectangle des segmens Hm & mK parallele à la tangente DF, est égal au carré de la moitié de la tangente DV.

10°. Si, par le centre C, *Fig.* 30, on tire une ligne droite quelconque CA, & par le point A une tangente EAD terminée aux asymptotes (on appele la ligne CA *demi-diametre transverse*,) & une ligne égale & parallele à EAD, menée par le centre C, est nommée *diametre conjugué*. Or le carré de la demi-ordonée PM, parallele au diametre conjugué, est au rectangle de l'abscisse par la somme du diametre transverse quelconque AB, & de l'abscisse AP, comme le carré de la moitié du diametre conjugué AD, est au carré de la moitié du diametre transverse CA. D'où il suit qu'en supposant $AP = x$, $PM = y$, $AB = a$, $DA = c$, on aura $y^2 = (c^2ax + c^2x^2) : \frac{1}{4}$ $aa = \frac{4c^2x}{a} + \frac{4c^2x^2}{a^2}$; & faisant $4c^2 : a = b$, on aura $y^2 = bx + bx^2 : a$. Ainsi, la propriété des ordonées de l'*hyperbole* par raport à son axe, a lieu de la même maniere par raport à ses diametres.

11°. Si l'on tire d'un point quelconque A & d'un autre point quelconque de l'*hyperbole* M, *Fig.* 30, les lignes AI, MQ paralleles à l'asymptote CG: le rectangle de MQ par CQ sera égal au rectangle de CI par IA. Donc, si $QC = x$, $QM = y$, $CI = a$, $IA = b$: l'équation qui exprime la nature de l'*hyperbole* raportée à ses asymptotes, sera $xy = ab$.

12°. Si l'on prend une des asymptotes, qu'on la divise en parties égales, & que, par chaque point de toutes ces divisions qui forment autant d'abscisses qui augmentent sans cesse également, on mene des ordonées à la courbe parallélement à l'autre asymptote: les abscisses repréſenteront une suite infinie de nombres naturels, & les espaces hyperboliques ou asymptotiques correſpondans, la suite des logarithmes des mêmes nombres. *Voyez* LOGARITHME & LOGARITHMIQUE.

Il suit de là que différentes *hyperboles* donneront différentes suites de logarithmes aux mêmes nombres naturels, & que, pour déterminer une suite particuliere de logarithmes, il faut faire choix de quelque *hyperbole* particuliere. La plus simple de toutes les *hyperboles* est l'équilatere, c'eſt-à-dire, celle dont les asymptotes forment un angle droit. On appele cette *hyperbole équilatere*, parce que les axes sont égaux; car l'angle droit des asymptotes donne $CA = AD$, *Fig.* 35. Dans cette même *hyperbole*, le parametre est égal à l'axe, & son équation est en général $y^{m+n} = a^{n}x^{m} + x^{n}$.

Nous avons raporté sans démonstration ces différentes propriétés de l'*hyperbole*, par les raisons qui ont été déja dites *au mot* ELLIPSE. Sur la quadrature de l'*hyperbole*, *voyez* QUADRATURE.

Les *hyperboles* à l'infini, ou du plus haut genre, sont celles qui sont exprimées par l'équation $a^{m+n}y^{n} = y^{m}x^{n}(a+x)$. *Voyez* HYPERBOLOÏDE.

L'*hyperbole* du premier genre a deux asymptotes; celles du second peuvent en avoir trois; celles du troiſieme, quatre, *&c. Voyez* ASYMPTOTE &. COURBE. On trouvera, dans ce dernier article, les dénominations des différentes *hyperboles* du second genre, *&c.* L'*hyperbole* du premier genre eſt appelée *hyperbole conique*, ou d'*Apollonius*. *Voyez* APOLLONIEN. Elle a été appelée *hyperbole* d'un mot grec qui signifie *surpaſſer*, parce que, dans cette courbe, le carré de l'ordonée y^2 étant égal à $bx + \frac{bxx}{a}$, surpaſſe le produit du parametre b par l'abſciſſe x. *Voyez* CONIQUE & ELLIPSE.

Nous avons vu ci-deſſus que l'équation $xy = ab$, ou $xy = aa$, marquoit l'*hyperbole* raportée à ſes asymptotes. De même on peut, en général, prendre l'équation $x^{m}y^{n} = a^{m+n}$ pour celle d'une infinité de courbes à asymptotes, que l'on nomme auſſi *hyperboles*, quoiqu'elles ſoient différentes de celles dont la nature eſt exprimée par l'équation $a^{m+n}y^{n} = b^{n}x^{m}(a+x)$; & ces courbes peuvent avoir leurs branches diſpoſées, par raport à leurs asymptotes, de trois manieres: 1°. telles qu'on les voit dans la *Figure* 29, *ſections coniques*; ce qui arivera, ſi m & n ſont deux nombres impairs, comme dans l'*hyperbole* ordinaire ou apollonienne: 2°. telles qu'on les voit dans la *Figure* 40; ce qui arivera, ſi n eſt un nombre pair, & m un impair: 3°. enfin telles

Digitized by Google

qu'on les voit dans la *Figure* 41 ; ce qui arrivera, si m eſt pair, & n impair. On trouvera une propriété des paraboles à peu près ſemblables dans l'*article* PARABOLE. (*O*).

HYPERBOLIFORME, adj. (*Mathém.*) : on appele ainſi les courbes dont les équations ont une forme analogue à celle de l'hyperbole ordinaire. *Voyez* HYPERBOLE *&* HYPERBOLOÏDE. (*O*).

HYPERBOLIQUE, adj. ſe dit de tout ce qui a raport à l'hyperbole, dans quelque ſens que l'on prene ce mot. (*O*).

HYPERBOLOÏDE, ſ. f. (*Géom.*) eſt le nom qu'on donne en général à toutes les courbes dont la nature eſt exprimée par l'équation $a^{\frac{m+n}{n}} y = b^{\frac{m}{n}} x$ ($a + x$). Cette équation générale renferme, comme un cas particulier, l'équation $ay^2 = bax + bx^2$, de l'hyperbole ordinaire. (*O*).

HYPOMOCHLION, ſ. m. *terme de Méchanique* ; c'eſt le point qui ſoutient le levier, & ſur lequel il fait ſon éfort, ſoit qu'on le baiſſe, ou qu'on le leve. On l'appele plus ordinairement *point d'apui* ou *apui*. Ce mot eſt grec, & vient d'ὑπὸ, *ſous*, & μοχλὸς, *veſtis*, levier.

L'*hypomochlion* eſt ſouvent une roulete que l'on place ſous le levier, ou une pierre, ou un morceau de bois, pour pouvoir ſoulever le levier plus aiſément. (*O*).

HYPOTENUSE, ſ. f. *terme de Géométrie* ; c'eſt le plus grand côté d'un triangle rectangle, ou la ſous-tendante de l'angle droit, *Voyez* TRIANGLE.

Ce mot eſt grec, *ſous-tendante*, formé d'ὑπὸ, *ſous*, & τείνω, *j'étends*. La plupart des géometres ecrivent *hypoténuſe* par une *ſ* ; ſi cette orthographe n'eſt pas vicieuſe, ce mot ne doit pas venir de τείνω, *j'étends*, mais de τίθημι, *je poſe*. On s'en raporte là-deſſus aux ſavans.

Dans le triangle *KML*, *Pl. géom. Fig.* 71, le côté *ML*, oppoſé à l'angle droit *K*, eſt appelé *hypoténuſe*.

C'eſt un théorême fameux, en Géométrie, que, dans tout triangle rectiligne rectangle *KLM*, le carré de l'*hypoténuſe ML* eſt égal aux carrés des deux autres côtés *KL* & *KM* ; on l'appele le théorême de Pythagore, à cauſe qu'il en eſt l'inventeur. Il fut ſi charmé de cette découverte, qu'il fit, dit-on, une hécatombe aux muſes pour les remercier de ce bienfait. *Voyez* GÉOMÉTRIE.

La propoſition de Pythagore peut être démontrée de pluſieurs manieres, entr'autres au moyen de la propoſition ſuivante :

Si, d'un point pris hors d'un cercle, on tire une tangente & une ſécante qui aillent ſe terminer à la circonférence du cercle, la tangente eſt moyene proportionele entre la ſécante entiere & la partie de cette ſécante qui eſt hors du cercle. Soit donc le triangle rectangle *ABC*, *Pl. de Géom. Fig.* 23, *n°.* 1, . Avec l'un des deux côtés *CA*, qui comprenent l'angle droit, décrivons un cercle du centre *C*, & prolongeons l'*hypoténuſe BC* juſqu'à ce qu'elle rencontre un autre point de la circonférence en *D* ; ſuppoſons maintenant que l' *hypoténuſe* $BC = h$, le côté $AC = r$, le côté $AB = t$. Il s'agit de démontrer que $hh = rr + tt$.

Démonſtration par la propoſition précédente $BD : AB :: AB : BL$ ou $h + r : t :: t : h - r$; donc, en faiſant le produit des extrêmes & celui des moyens, l'on a $hh - rr = tt$, & par conſéquent $hh = rr + tt$. C. Q. F. D. (*E*).

De ce que $hh = rr + tt$, il n'en faut pas conclure que $h = r + t$; car la racine carrée de $rr + tt$ n'eſt pas $r + t$, puiſque le carré de $r + t$ eſt $rr + 2rt + tt$. Nous faiſons cette remarque, parce que nous avons vu pluſieurs commençans qui croient que la propoſition du carré de l'*hypoténuſe* étoit contradictoire à celle qui prouve que l'*hypoténuſe* eſt plus petite que la ſomme des deux côtés : ces deux propoſitions ſont au contraire parfaitement d'accord ; car, puiſque $hh = rr + tt$, & que $rr + tt$ eſt moindre que $\overline{rr + 2rt + tt}$, c'eſt-à-dire, que $r + t$, il s'enſuit que hh eſt moindre que $\overline{r + t}^2$, & par conſéquent h moindre que $r + t$.

HYPOTHESE, en *Mathématiques*, c'eſt une ſuppoſition que l'on fait, pour en tirer une conſéquence qui établit la vérité ou la fauſſeté d'une propoſition, ou même qui donne la réſolution d'un problème. Il y a donc deux choſes principalement à conſidérer, dans une propoſition mathématique, l'*hypotheſe* & la conſéquence ; l'*hypotheſe* eſt ce que l'on acorde, ou le point d'où l'on doit partir, pour en déduire la conſéquence énoncée dans la propoſition, en ſorte qu'une conſéquence ne peut être vraie, en Mathématiques, à moins qu'elle ne ſoit tirée de l'*hypotheſe*, ou de ce que les Géometres appelent les *données* d'une queſtion ou d'une propoſition : quand une conſéquence ſeroit vraie abſolument, ſi elle ne l'eſt pas relativement à l'*hypotheſe* ou aux *données* de la propoſition, elle paſſe & doit effectivement paſſer pour fauſſe en Mathématiques, puiſqu'elle n'a pas été déduite de ce dont l'on étoit convenu ; on n'a donc pas pris l'état de la queſtion, & par conſéquent l'on a fait un paralogiſme, que l'on appele, dans les écoles, *ignorantia elenchi*, ignorance ou oubli de ce qui eſt en queſtion.

Dans cette propoſition, *ſi deux triangles ſont équiangles, leurs côtés homologues ſont proportionels* ; la premiere partie, *ſi deux triangles ſont équiangles*, eſt l'*hypotheſe* ; & la ſeconde, *leurs côtés homologues ſont proportionels*, eſt la *conſéquence*. (*E*).

HYPOTHESE, (*Aſtron.*) ſe dit de la théorie de Kepler, pour le mouvement des planetes dans des ellipſes, ſuivant la loi des aires proportionneles aux temps, mais l'*hypotheſe* de Kepler eſt trop bien démontrée pour qu'on doive ſe ſervir de ce nom.

L'*hypotheſe elliptique ſimple*, qu'on lui ſubſtitue ſouvent pour ſimplifier les calculs, étant

Digitized by Google

moins exacte, mérite ſeule le nom d'*hypotheſe*. Elle conſiſte à ſuppoſer que les planetes qui tournent dans une ellipſe *A L*, *Fig.* 87 *d'Aſtron.*, ont une inégalité telle, que ſi la force centrale eſt à un des foyers *S* de l'ellipſe, le mouvement ſoit uniforme par raport au foyer ſupérieur *F*, ou que les anomalies vraies *A S L* étant comptées à l'un des foyers, les anomalies moyenes *A F L* puiſſent ſe compter autour de l'autre foyer *F*. Boulliaud fit uſage de cette *hypotheſe* dans ſon *Aſtronomie philolaïque*; mais Seth-Ward donna un moyen de la calculer avec beaucoup de facilité, & les Anglois l'appelent en conſéquence *hypotheſe* de Wardus. Suivant cette *hypotheſe*, on prolonge *F L*, de maniere que *F E* ſoit égale au grand axe *A P* de l'ellipſe, on aura *L E = L S*, parce que *F L* & *L S* équivalent auſſi au grand axe par la propriété de l'ellipſe; ainſi, le triangle *L S E* eſt iſoſcele, l'angle *E* égale à l'angle *L S E*, & l'angle extérieur *F L S* double de l'angle *E*.

Pour trouver l'anomalie vraie & l'équation de l'orbite ou l'angle *F L S*, on conſidere que, ſuivant une proportion connue dans la trigonométrie rectiligne, la demi-ſomme des côtés *F E* & *F S* eſt à leur demi-différence, comme la tangente du demi-ſupplément de l'angle *L F S* eſt à la tangente de la demi-différence des angles *E* & *F S E*; mais la demi-ſomme de *F E* & *F S* eſt égale à *A S*, leur demi-différence eſt égale à *P S*, la demi-ſomme des angles *F E S*, *F S E* eſt égale à la moitié de l'angle externe *A F L*, ou à la moitié de l'anomalie moyene; la demi-différence de ces angles eſt auſſi la demi-différence de l'angle *F S E* & de l'angle *L S E* (qui eſt égal à *L E S*); c'eſt donc la moitié de l'anomalie vraie *A S L*; ainſi, il ſuffira de faire cette proportion: *la diſtance aphélie eſt à la diſtance périhélie comme la tangente de la moitié de, l'anomalie moyene, eſt à la tangente de la moitié de l'anomalie vraie*.

La diſtance *S L* de la planete au ſoleil ſe trouve auſſi par une ſimple proportion, au moyen du triangle *S L F*, en diſant: le ſinus de l'équation du centre *S L F* eſt au double *F S* de l'excentricité, comme le ſinus de l'anomalie moyene *L F S* eſt au rayon vecteur *S L*. Cette maniere de trouver le lieu d'une planete eſt fort commode; mais elle n'eſt pas aſſez exacte quand les orbites ſont fort excentriques.

Hypotheſe de Copernic. Le ſyſtême du mouvement de la terre autour du ſoleil, démontré par Copernic, Galilée, *&c.* ataqué par des théologiens, fut permis comme *hypotheſe* par la cour de Rome, dans des temps plus éclairés. *Voyez* SYSTÊME.

Les aſtronomes font des *hypotheſes*, pour lier enſemble des obſervations dont la loi n'eſt pas aſſez connue; par exemple, ſur les denſités de l'atmoſphere, pour calculer les réfractions; ſur les denſités de la terre, pour calculer les degrés du méridien l'on ne juge du mérite de ces *hypotheſes* que par l'acord de leurs réſultats avec les obſervations. (*D. L.*)

Digitized by Google

ICARE, (*Aſtron.*); nom que porte quelquefois la conſtellation du Bouvier ou Bootès. (*D. L.*)

ICHNOGRAPHIE, ſub. f. (*Mathém.*) Ce mot ſignifie proprement le plan ou la trace que forme, ſur un terrain, la baſe d'un corps qui y eſt appuié.

Ce mot vient du grec ἴχνος, *veſtigium*, trace, & de γράφω, *ſcribo*, je décris; l'*ichnographie* étant véritablement une deſcription de l'empreinte ou de la trace d'un ouvrage.

En perſpective, c'eſt la vue ou la repréſentation d'un objet quelconque, coupé à ſa baſe ou à ſon rez-de-chauſſée par un plan parallele à l'horizon.

L'*ichnographie*, *en Architecture*, eſt une ſection tranſverſe d'un bâtiment, qui repréſente la circonférence de tout l'édifice, des différentes chambres & appartemens, avec l'épaiſſeur des murailles, les diſtributions des pieces, les dimenſions des portes, des fenêtres, des cheminées, les ſaillies des colonnes & des pieds-de-roi, en un mot, avec tout ce qui peut être vu dans une pareille ſection.

En fortification, le mot *ichnographie* ſignifie le *plan* ou la *repréſentation* de la longueur & de la largeur des différentes parties d'une forteresſe, ſoit qu'on trace cette repréſentation ſur le terrain ou ſur le papier. *Voy.* FORTIFICATION. (*E*).

C'eſt auſſi, dans la même ſcience, le plan ou le deſſein d'une forteresſe coupée parallélement & un peu au deſſus du rez-de-chauſſée. *Voyez* PLAN.

L'*ichnographie* eſt la même choſe que ce que nous appelons *plan géométral*, ou ſimplement *plan*. L'*ichnographie* eſt oppoſée à la *ſtéréographie*, qui eſt la repréſentation d'un objet ſur un plan perpendiculaire à l'horizon, & qu'on appele autrement *élévation géométrale*. *Voy.* PLAN.

ICONANTIDIPTIQUE; nom que l'on avoit donné à une lunete appelée enſuite *diplantidiene*.

ICOSAÈDRE, ſ. m. (*Géom.*); c'eſt un corps ou ſolide régulier terminé par vingt triangles équilatéraux & égaux entr'eux.

On peut conſidérer l'*icoſaidre* comme compoſé de vingt pyramides triangulaires, dont les ſommets ſe rencontrent au centre d'une ſphere, & qui ont par conſéquent leurs hauteurs & leurs baſes égales; d'où il ſuit qu'on aura la ſolidité de l'*icoſaedre*, en multipliant la ſolidité d'une de ces pyramides par 20, qui eſt le nombre des baſes. (*E*).

IDENTIQUE, (*Alg.*). On appele équation *identique*, celle dont les deux membres ſont les mêmes, ou contienent les mêmes quantités, ſous la même ou ſous différentes formes; par exemple, $a=a$, ou $aa-xx=(a+x)\times(a-x)$, ſont des équations *identiques*. Dans ces équations, ſi on paſſe tous les termes d'un même côté, on trouve qu'ils ſe détruiſent mutuellement, & que tout ſe réduit à $o=o$, ce qui n'apprend rien. Ces ſortes d'équations ne ſervent à rien pour la ſolution des problêmes, & il faut prendre garde, dans la ſolution de certains problêmes compliqués, de tomber dans les équations *identiques*; car on croiroit être parvenu à la ſolution, & l'on ſe tromperoit: c'eſt ce qui arive quelquefois; par exemple, on veut tranſformer une courbe en une autre; on croit avoir réſolu le problême, parce qu'on eſt parvenu à une équation qui, en apparence, differe de la propoſée, & on n'a fait quelquefois que transformer les axes. (*O*).

IDES; terme du calendrier romain, qui exprime le 15 du mois, en mars, mai, juillet & octobre, & le 13 dans les autres mois. Les 7 jours précédens étoient auſſi comptés comme *ides*.

IMAGE, ſ. f. *en Optique*, eſt la peinture naturele & très-reſſemblante qui ſe fait des objets quand ils ſont oppoſés à une ſurface bien polie. *Voyez* MIROIR.

Image ſignifie plus généralement le ſpectre ou la repréſentation d'un objet que l'on voit, ſoit par réflexion, ſoit par réfraction. *Voyez* VISION.

C'eſt un des problêmes des plus difficiles de l'Optique, que de déterminer le lieu apparent de l'*image* d'un objet que l'on voit dans un miroir, ou à travers un verre. *Voyez* ce que nous avons dit ſur ce ſujet aux *articles* APPARENT, MIROIR, DIOPTRIQUE, *&c.*

IMAGINAIRE, adj. on appele ainſi, en *Algebre*, les racines paires de quantités négatives. La raiſon de cette dénomination eſt, que toute puiſſance paire d'une quantité quelconque, poſitive ou négative, a néceſſairement le ſigne +, parce que + par +, ou — par —, donnent également +. *Voyez* QUARRÉ, PUISSANCE, NÉGATIF & MULTIPLICATION. D'où il s'enſuit que toute puiſſance paire, tout carré, par exemple, qui a le ſigne —, n'a point de racine poſſible (*Voyez* RACINE), & qu'ainſi la racine d'une telle puiſſance eſt impoſſible ou *imaginaire*. Les quantités *imaginaires* ſont oppoſées aux quantités *réelles*. *Voyez* RÉEL & ÉQUATION.

Non ſeulement toute racine paire d'une quantité négative, comme $\sqrt[2]{-aa}$, eſt *imaginaire*, mais encore, ſi on y joint une quantité réelle b, le tout devient *imaginaire*; ainſi, $b+\sqrt[2]{-aa}$ eſt *imaginaire*, ce qui eſt évident; car, ſi $b+\sqrt[2]{-a^4}$ étoit égal à une quantité réelle c, on auroit $\sqrt[2]{-aa}=c-b$, ce qui eſt impoſſible.

Digitized by Google

Les quantités composées de réel & d'*imaginaire* s'appelent *mixtes imaginaires*, & les autres *imaginaires simples*.

J'ai démontré le premier, dans les Mémoires de l'Académie de Berlin, pour l'année 1746, & même dans un ouvrage antérieur, envoyé à l'Académie de Berlin au commencement de 1746, que toute quantité *imaginaire* donnée à volonté, & de telle forme qu'on voudra, peut toujours se réduire à $e+f\sqrt{-1}$, & f étant des quantités réelles. M. Euler a démontré depuis cette même proposition, dans les Mémoires de l'Académie de Berlin 1749; mais il eſt aiſé de voir que la démonſtration ne differe en aucune façon de la mienne. Pour s'en convaincre, on peut comparer la page 273 des Mémoires de Berlin de 1749, avec l'article 79 de ma Diſſertation ſur les vents.

J'ai démontré de plus, dans les mêmes Mémoires de 1746, que toute racine *imaginaire* d'une équation quelconque pouvoit toujours ſe réduire à $e+f\sqrt{-1}$, e & f étant des quantités réelles. M. Euler a donné, de ſon côté, dans les Mémoires de 1749, une démonſtration de cette propoſition, qui differe entiérement de la mienne, & qui ne me paroît pas auſſi ſimple. On peut voir les démonſtrations des deux propoſitions dont je viens de parler, dans le Traité des M. de Bougainville, ſur le calcul intégral.

Un corollaire de cette propoſition, qui eſt démontré fort ſimplement dans les Mémoires de Berlin 1746, c'eſt que, ſi $e+f\sqrt{-1}$ eſt une des racines d'une équation, $e-f\sqrt{-1}$ en ſera une autre; & voilà pourquoi les racines *imaginaires* des équations vont toujours en nombre pair. *Voyez* RACINE.

Deux quantités *imaginaires* jointes enſemble peuvent former une quantité réelle; par exemple, $\sqrt[3]{a+b\sqrt{-1}}+\sqrt[3]{a-b\sqrt{-1}}$ eſt une quantité réelle. *Voyez* CAS IRRÉDUCTIBLE. (*O*).

IMMERSION (*Aſtron.*), commencement d'une éclipſe; quelquefois on s'en ſert pour déſigner le temps où un aſtre eſt ſi proche du ſoleil, qu'on ne peut la voir, parce qu'elle eſt comme enveloppée dans ſes rayons. *Voyez* COUCHER HÉLIAQUE.

Immerſion, ſe dit plus ordinairement pour ſignifier le commencement d'une éclipſe d'étoile, quand elle eſt cachée par la lune; on s'en ſert auſſi pour les éclipſes de lune: l'*immerſion* eſt le moment où la lune commence à être tout obſcurcie, ou plongée dans l'ombre de la terre.

Comme la lune n'eſt jamais entiérement cachée dans ſes éclipſes, mais qu'elle conſerve une couleur rougeâtre, le moment précis de ſon *immerſion*, ou de ſon entrée dans l'ombre, n'eſt pas aiſé à déterminer par obſervation; il en eſt de même du moment précis de l'émerſion. Au contraire, dans les éclipſes d'étoiles, le moment de l'*immerſion*, ou le commencement de l'éclipſe eſt inſtantanée & très-remarquable; dans les éclipſes du ſoleil, on peut juger du commencement de quelques ſecondes près.

Immerſion, ſe dit auſſi en parlant des ſatellites de jupiter, dont les obſervations ont été d'une grande utilité pour la détermination des longitudes. On appele *immerſion* d'un ſatellite, le moment auquel cette petite planete nous paroît entrer dans l'ombre de jupiter; & *émerſion* le moment auquel elle paroît en ſortir.

On obſerve les *immerſions* depuis la conjonction de jupiter avec le ſoleil juſqu'à ſon oppoſition, & les emerſions depuis ſon oppoſition juſqu'à ſa conjonction. La commodité de ces obſervations conſiſte en ce qu'on les peut faire pluſieurs fois chaque mois, excepté pendant deux mois de l'année.

L'*immerſion* des ſatellites de jupiter, dans l'ombre de cette planete, eſt beaucoup plus aiſée à déterminer avec préciſion que l'*immerſion* de la lune, parce que ces ſatellites étant fort petits, s'obſcurciſſent & diſparoiſſent plus promptement. C'eſt ce qui fait que les éclipſes des ſatellites de jupiter donnent la longitude avec plus de juſteſſe que les éclipſes de lune. Mais les *immerſions* d'étoiles, quand elles ſont éclipſées, valent beaucoup mieux. *Voyez* LONGITUDE. (*O*).

1. IMPAIR, adj. (*Arith.*); c'eſt ainſi qu'on nomme, par oppoſition à *pair*, un nombre qui ne ſe peut exactement diviſer par 2.

2. Tout nombre *impair* eſt eſſentiellement terminé vers la droite par un chifre *impair*, & c'eſt de ce chifre ſeul qu'il prend ſon nom; car ceux qui précedent étant tous des multiples de $10=2\times5$, ſont conſéquemment diviſibles par 2; & juſque-là le nombre reſte pair.

3. Il eſt évident que l'obſtacle, qui ſe rencontre à la diviſion exacte d'un chifre ſimple par 2, ne réſide que dans une unité qui s'y trouve de trop ou de trop peu. Tout chifre *impair* devient donc pair par l'addition ou la ſouſtraction de l'unité, & par une ſuite (n°. 2) le nombre même qu'il termine.

4. Un *impair* étant combiné avec un autre nombre quelconque *b*.

Si c'eſt par *addition* ou par *ſouſtraction*, la ſomme ou la différence ſont d'un nom différent de celui de *b*.

Si c'eſt par *multiplication* ou par *diviſion* (on ſuppoſe celle-ci exacte), le produit ou le quotient ſont de même nom que *b*.

S'il s'agit d'*exaltation* ou d'*extraction*, une racine exprimée par un nombre *impair*, donne une puiſſance de même nom, & réciproquement.

5. Telles ſont les principales propriétés du nombre *impair* pris en général; mais le caprice & la ſuperſtition lui en ont attribué d'autres bien plus importantes. Il fut en grande vénération dans l'antiquité payene. On le croyoit par préférence agréable à la divinité: *numero Deus impare gaudet*. C'eſt en nombre *impair* que le rituel magique preſcrivoit ſes plus myſtérieuſes opérations; *nec ritibus nodis ternos*, &c. Il n'étoit pas non plus

Digitized by Google

indifférent dans l'art de la Divination ſi des augures. Ne s'eſt-il pas aſſujéti juſqu'à la Médecine? L'année *climatérique* eſt, dans la vie humaine, une année *impaire*; entre les jours critiques d'une maladie (*Voyez* CRISE), les *impairs* ſont les jours dominans, ſoit par leur nombre, ſoit par leur énergie. Au reſte, en rejetant ce qu'il y a de chimérique dans la plupart de ces attributions, nous ne laiſſons pas de reconoître en certains *impairs* des propriétés très-réelles, mais numériques, c'eſt-à-dire, du genre qui leur convient; & nous en ferons mention dans leur article particulier. *Voyez* entr'autres NEUF & ONZE.

6. Si l'on conçoit les nombres *impairs* rangés par ordre à la ſuite l'un de l'autre, il réſulte une progreſſion arithmétique indéfinie, dont le premier terme eſt 1, & la différence 2: c'eſt ce qu'on nomme *la ſuite des impairs*.

Cette ſuite a une propriété remarquable relative à la formation des puiſſances; mais qui n'a juſqu'ici, du moins que nous ſachions, été connue ni développée qu'en partie. La voici dans toute ſon étendue.

7. A toute puiſſance numérique d'une racine r & d'un expoſant e quelconques, répond, dans la ſuite générale des *impairs*, une ſuite ſubalterne des termes conſécutifs, dont la ſomme eſt cette puiſſance même.

Il s'agit d'en déterminer généralement le premier terme p, & le nombre des termes n.

8. A l'égard des puiſſances d'un *expoſant pair*, la choſe a déja été exécutée. On s'eſt aperçu que le premier terme de la progreſſion ſubalterne ne differe point de celui de la ſuite principale, & que le nombre des termes eſt exprimé par la racine ſeconde de la puiſſance cherchée; c'eſt-à-dire, que pour ce cas-là . . . . . $p=1$. Faut-il élever 5 à la quatrieme puiſſance, on a . . . . . $n=r^{\frac{e}{2}}$

$p=1$ dernier terme 49, ſomme des extrêmes 50;
$n=25$ ſomme totale $625=5^4$.

9. Quant aux puiſſances d'un *expoſant impair*, il n'a juſqu'ici rien été déterminé. Le premier terme de la progreſſion ſubalterne dont elles ſont la ſomme, eſt enfoncé plus ou moins dans la profondeur de la ſuite principale: mais il en ſera toujours tiré, & comme montré au doigt par cette formule . . . . . $p=r-1\times r^{\frac{e-1}{2}}+1$.

& le nombre des termes par cet autre $r=r^{\frac{e-1}{2}}$.

S'agit-il d'élever 3 à la ſeptieme puiſſance, on trouve,

$p=2\times 27+1=55$ dernier terme 107; ſomme des ext. 162; ſomme totale $2187=3^7$.
$n\ldots\ldots=27$

10. Les choſes conſidérées ſous ce point de vue, élever une racine quelconque à une puiſſance donnée, ce n'eſt que chercher la ſomme d'une progreſſion arithmétique, dont, avec la différence conſtante 2, on connoît le premier terme & le nombre des termes (variables l'un & l'autre, mais déterminés par les formules).

Pour faciliter l'opération, comme en toute progreſſion arithmétique, qui a 2 pour différence (*Voyez* PROGRESSION ARITHMÉTIQUE), la ſomme eſt $\frac{2p+2n-2\times n}{2}=p+n-1\times n$; en ſubſtituant, au lieu de p & de n, leurs valeurs indiquées par les formules, le réſultat ſera la puiſſance demandée.

Si $p=1$, $p+n-1\times n$ ſe réduit à $n\times n=n^2$: mais (n°. 8) quand l'expoſant eſt pair, on a $p=1$. Donc, quand l'expoſant eſt pair, la ſomme de la progreſſion ſubalterne (égale à la puiſſance cherchée) eſt le carré du nombre même de ſes termes.

En effet, dans le premier exemple ci-deſſus, $n^2=25^2=625=5^4$.

11. Il n'eſt pas beſoin de faire obſerver que, quand $r^{\frac{e}{2}}$ ou $r^{\frac{e-1}{2}}$ (qui expriment le nombre des termes), ſont des puiſſances elles-mêmes trop élevées, on peut les former par la même méthode, & rabaiſſer tant qu'on voudra de l'un en l'autre l'expoſant de r, juſqu'à le réduire à l'unité.

12. Au reſte, il eſt facile de rapeler les puiſſances de l'une & de l'autre claſſe à une formule commune, qui aura même ſur celles qu'on vient de voir cet avantage, qu'outre la ſolution de tous les cas poſſibles, elle donnera de plus toutes les ſolutions poſſibles de chaque cas. (Car, dès que $e>3$, le problême devient indéterminé; c'eſt-à-dire, qu'il y a, dans la ſuite générale des *impairs*, pluſieurs ſuites ſubalternes, dont la ſomme eſt la puiſſance cherchée).

m, dans la nouvele formule ci au deſſous, eſt un nombre quelconque $<e$ pair, dans les puiſſances d'un expoſant pair, où il peut même être 0, & *impair* dans celles d'un expoſant *impair*. Autant que m aura de valeurs, autant le problême aura de ſolutions; & m aura autant de valeurs que $\frac{e}{2}$ (pour les puiſſances de la premiere claſſe), ou $\frac{e-1}{2}$ (pour celles de la ſeconde), expriment d'unités.

$p=r^{m-1}\times r^{\frac{e-m}{2}}+1$.

$n=r^{\frac{e-m}{2}}$.

On pouroit même abſolument ſupprimer la formule de n, dont la valeur ſe produit toujours dans la formule de p, où elle eſt le ſecond facteur du premier terme.

Digitized by Google

13. Plus simplement encore, & sans l'attirail d'aucune formule, partagez e en deux parties à volonté, & donnez à r chacune de ces deux parties pour exposant; vous aurez deux puissances de r. Leur différence, augmentée de l'unité, sera la valeur de p; celle des deux qu'on soustrait de l'autre, sera la valeur de n.

14. Si les deux parties, dans lesquelles e se trouve partagé, sont le moins inégales qu'il se puisse; ou (ce qui revient au même) si, faisant usage de la formule, on y donne à m la plus petite valeur qu'elle puisse avoir, en sorte qu'elle soit o pour les puissances d'un exposant pair, & 1 pour celles d'un exposant *impair*, on verra naître les formules des numéros 8 & 9.

15. Reprenant les exemples que nous avons donnés sous ces deux articles, pour former la quatrieme puissance de 5.

$m=o$ donne la solution qui se trouve à l'endroit cité.

$m=2$ donne $p=\overline{24\times5+1}=121$ d'où $\overline{p+n-1}\times n=125\times5=625=5^4$.
$n\ldots\ldots\ldots=5$

Pour former la septieme puissance de 3.

$m=1$ donne la solution qui se trouve à l'endroit cité.

$m=3$ donne $p=\overline{26\times9+1}=235$ d'où $\overline{p+n-1}\times n=243\times9=2187$
$n\ldots\ldots\ldots=9$

$m=5$ donne $p=242\times3+1=727$ d'où $\overline{p+n-1}\times n=729\times3=2187$
$n\ldots\ldots\ldots=9$

$=3^7$.

16. Si l'on vouloit une démonstration, on peut s'en procurer une fort simple. Pour cela, qu'on prene, dans celle qu'on voudra des formules, l'expression de p & de n pour le premier terme & pour le nombre de termes d'une progression arithmétique dont la différence soit 2, & qu'on se donne la peine d'en faire la somme, on trouvera pour dernier résultat r^n, c'est-à-dire, la puissance cherchée.

17. Ce qu'on connoissoit jusqu'à présent de cette propriété de la suite des *impairs*, ne pouvoit être d'un grand secours, & ne dispensoit pas de recourir à la pratique usitée pour former les puissances même d'un exposant pair, toutes les fois que $\frac{e}{2}$ exprimoit un nombre *impair*. Ayant à former, par exemple, la dixieme puissance de 7, il falloit préalablement trouver 7^5, qui indique le nombre des termes dont la somme est 7^{10}. En un mot, on ne pouvoit se passer de la méthode ordinaire que dans le seul cas (assez rare) où e est une puissance de 2.

De plus, on ne soupçonoit pas que la progression subalterne, dont la somme est la puissance d'un exposant pair cherchée, se trouvât ailleurs qu'à l'origine de la suite principale. On tenoit, il est vrai, une solution de cette partie la plus exposée en vue du problême; mais on ne s'avisoit pas qu'il y en eût d'autres: or il y en a, comme on l'a vu, autant que $\frac{p}{2}$ exprime d'unités.

18. Nommant s le nombre des termes qui précedent p dans la suite générale des *impairs*, & qu'il faut sauter vers l'origine pour monter jusqu'à lui, on aura (par la nature des progressions) $2s+1=p$: & substituant cette valeur dans $\overline{p+n-1}\times n$, on trouvera la somme de la progression, ou $r^n=\overline{2s+n}\times n$. Mais on a aussi, comme il est évident, $r=r^{\frac{e+m}{2}}\times r^{\frac{e-m}{2}}$; & d'ailleurs (n.° 12) $n=r^{\frac{e-m}{2}}$: donc $\overline{2s+n}=r^{\frac{e+m}{2}}$; c'est-à-dire, que,

„ Si, au nombre des termes de la suite subalterne, dont la somme est une puissance quelconque r^e, on ajoute le double du nombre de „ ceux qui en précedent le premier dans la suite „ générale, il en résulte une puissance complete de r, dont l'exposant est invariablement „ $\frac{e+m}{2}$ „.

Théorême assez singulier! car il ne s'agit nullement ici de la valeur même des termes, mais simplement de leur nombre.

Dans l'exemple du n.° 6 $n=\ldots\ldots\ldots\ldots=27$; $f=\frac{55-1}{2}=25$; d'où $27=54$; or $27+54=81=3^4=3^{\frac{7+1}{2}}$.

(*Par M. Rallier des Ourmes.*)

Digitized by Google

IMPRESSION (*centre d'*). *Hydraulique*. Quand un fluide s'échape d'un vase par un orifice horizontal ou vertical très-petit, relativement à la hauteur de son niveau sur cet orifice, sa vitesse est la même sensiblement pour tous les points de l'orifice, & égale à celle qu'un corps pesant acquerroit en tombant du niveau sur l'orifice. Mais, si l'orifice est de grandeur sensible & vertical, il n'en est pas ainsi. Cependant on peut toujours imaginer une hauteur, telle que, si toutes les parties du fluide étoient animées d'une vitesse due à cette hauteur, il sortiroit, dans le même temps, une quantité de fluide égale à celle qui sort avec les vitesses effectives. C'est le point de l'orifice où répondroit cette hauteur comptée du niveau, que quelques auteurs d'Hydraulique ont appelé *centre d'impression*.

IMPULSION; c'est la force d'un corps qui agit sur un autre avec une vitesse finie, pendant un temps infiniment petit, ou au moins inappréciable. Si vous enfoncez un clou avec un marteau, le coup de marteau fera une force d'*impulsion*.

INACCESSIBLE, (*Géom.*). Une hauteur ou une distance *inaccessible*, est celle qu'on ne peut mesurer immédiatement, à cause de quelque obstacle, telle que l'eau ou autre chose semblable.

INCIDENCE, s. f. *en Méchanique*, exprime la direction suivant laquelle un corps en frape un autre.

On appele ordinairement, en Optique, *angle d'incidence*, l'angle compris entre un rayon incident sur un plan, & la perpendiculaire tirée sur le plan au point d'*incidence*.

Par exemple, si l'on suppose que *AB*, *Pl. Opt. Fig.* 26, soit un rayon incident qui parte du point rayonant *A*, & tombe sur le point d'*incidence B*, & *HB* une perpendiculaire sur *DE* au point d'*incidence*, l'angle *ABH*, compris entre *AB* & *HB*, sera l'angle d'*incidence*.

Quelques auteurs appelent *angle d'incidence*, le complément de ce dernier angle; ainsi, supposant que *AB* soit un rayon incident, & *HB* une perpendiculaire comme ci-devant, l'angle *ABD*, compris entre le rayon & le plan réfléchissant ou rompant *DE*, est appelé, par ces auteurs, l'*angle d'incidence*; mais la premiere dénomination est la plus usitée, sur-tout dans la Dioptrique.

Il est démontré en Optique, 1.° que l'angle d'*incidence ABH*, *Fig.* 26, est toujours égal à l'angle de réflexion *HBC*, ou l'angle *ABD* à l'angle *CBE*. *Voyez* RÉFLEXION.

2.° Que les sinus des angles d'*incidence* & de réflexion sont toujours l'un à l'autre en raison constante, à quelques exceptions près, comme l'a très-bien démontré M. d'Alembert dans son Traité d'*Hydrodynamique*.

3.° Que, dans le passage des rayons de l'air dans le verre, le sinus de l'angle d'*incidence* est au sinus de l'angle de réfraction comme 300 à 193, ou à peu près comme 14 à 9; au contraire, que, du verre dans l'air, le sinus de l'angle d'*incidence* est à celui de l'angle de réfraction comme 193 à 300, ou comme 9 à 14.

INCLINAISON, (*Astron.*); c'est l'angle que forme, avec l'écliptique, l'orbite d'une planete. Cet angle est donc mesuré au centre du soleil, qui est à l'intersection & au centre de tous les cercles de la sphere, de l'écliptique & de toutes les orbites planétaires; ainsi, pour déterminer l'*inclinaison* par observation, il faut connoître la latitude héliocentrique de la planete ou la déduire de la latitude géocentrique observée; la plus grande de toutes les latitudes héliocentriques, celle qui a lieu à 90° des nœuds, est nécessairement l'*inclinaison* de l'orbite; mais, pour éviter l'inconvénient de cette réduction au soleil, on choisit, quand on le peut, le temps où le soleil est dans le nœud de la planete; c'est-à-dire, nous paroît au degré de longitude que la planete traverse quand elle est dans son nœud. Soit *S* le soleil, *Fig. 98 des Planches d'Astron.*, *APN* l'orbite d'une planete, la terre en *T* sur son orbite & sur la ligne des nœuds *NST*; dans ce cas, la détermination de l'*inclinaison* est fort simple. Commençons par établir un principe sur l'*inclinaison* des plans: soit un plan *ABCD*, *Fig.* 94, qui soit incliné sur un autre plan *ABEF*, en sorte que *AB* soit leur commune section, & que les lignes *EB*, *CB* soient perpendiculaires sur la section *AB*, elles feront entr'elles un angle *CBE*, que l'on prend pour la mesure de l'angle d'*inclinaison* de ces deux plans. Si l'on prenoit deux autres lignes *BO* & *BH*, faisant, avec la section *AB* des angles aigus, l'angle *OBH*, compris entre ces deux lignes, seroit toujours plus petit que l'angle *CBE*, & il n'y auroit rien de déterminé pour la mesure de l'angle des deux plans.

Ainsi, dans la *Figure* 98, les lignes *PR* & *LR* perpendiculaires sur la commune section *NRT*, font un angle égal à l'*inclinaison* de l'orbite de la planete sur l'écliptique.

Supposons que la planete se trouve pour lors au point *A* de son orbite, de maniere qu'ayant abaissé la perpendiculaire *AB* sur le plan de l'écliptique ou de l'orbite de la terre prolongée jusque vers la planete, la ligne *TB*, qui marque son lieu, réduit à l'écliptique, soit perpendiculaire à la ligne *TSN*, dans laquelle se trouvent, & le soleil *S*, & le nœud de la planete; l'angle d'élongation *BTS* étant de 90°, les lignes *AT* & *BT* sont perpendiculaires à la commune section *TN*, l'une dans le plan de l'orbite, & l'autre dans le plan de l'écliptique; elles font donc entr'elles le même angle que les deux plans, c'est-à-dire, un angle égal à l'*inclinaison* que l'on cherche; or l'angle *ATB* n'est autre chose que la latitude même de la planete vue de la terre; donc la latitude observée fera elle-même l'*inclinaison* de l'orbite. Cependant, comme il est rare de rencontrer ces deux circonstances ensemble, c'est-à-dire, le soleil dans le nœud, & la planete à 90° du soleil, & que d'ailleurs cette derniere condition ne

Digitized by Google

se rencontre que dans les planetes supérieures, nous avons besoin d'une regle plus générale pour la détermination des *inclinaisons*.

Supposons qu'on ait observé la latitude d'une planete vue de la terre, quelle qu'elle soit, pourvu que le soleil soit dans le nœud de la planete ou à peu près; soit *P* la planete en un point quelconque de son orbite, la terre étant toujours en *T* dans la ligne des nœuds *TSN*, on abaisse la perpendiculaire *PL* du lieu de la planete sur le plan de l'écliptique; on tire des points *P* & *L* les perpendiculaires *PR* & *LR* sur la commune section des deux plans; l'angle *PRL* de ces deux perpendiculaires sera égal à l'angle des deux plans, c'est-à-dire, à l'*inclinaison* de l'orbite sur le plan de l'écliptique. L'angle *LTP* sera égal à la latitude géocentrique de la planete, l'angle *RTL* égal à l'élongation de la planete; alors la propriété ordinaire des triangles rectilignes, tels que *RTL* & *PTL* rectangles en *R* & *L*, donnera les deux proportions suivantes, suivant les élémens de la trigonométrie rectiligne, en nommant *R* le sinus total ou le rayon:

TL : *RL* :: *R* : sin. *RTL*;
TL : *PL* :: *R* : tang. *LTP*.

Donc *RL* : *PL* :: sin. *RTL* : tang. *LTP*.

Mais, dans le triangle *PRL* rectangle en *L*, on a cette autre proportion *RL* : *PL* :: *R* : tang. *PRL*; donc, en comparant la troisieme proportion avec cette derniere, on aura sin. *RTL* : tang. *LTP* :: *R* : tang. *PRL*; c'est-à-dire, que le sinus de l'élongation observée est au rayon comme la tangente de la latitude géocentrique est à la tangente de l'*inclinaison* que l'on cherche.

On emploie souvent des observations qui ne sont pas faites dans les circonstances que nous venons d'expliquer, afin d'avoir un plus grand nombre de déterminations des *inclinaisons*.

C'est après avoir calculé un nombre considérable d'observations de toutes les planetes, que j'ai déterminé leurs *inclinaisons* de la maniere indiquée dans la table que l'on trouvera au *mot* PLANETE.

Mais ces *inclinaisons*, qui sont les latitudes vues du soleil, sont ordinairement fort différentes des latitudes géocentriques que nous observons; celle de mercure ne va jamais pour nous à la moitié de l'*inclinaison*, & celle de vénus va presqu'au triple.

Variations des inclinaisons. Les calculs de l'attraction, par lesquels j'ai recherché les mouvemens des nœuds des planetes produits par leurs attractions réciproques, m'ont fait remarquer, en 1761, que les *inclinaisons* des orbites sur l'écliptique ne pouvoient être constantes, à cause du déplacement des nœuds, produit par les attractions réciproques des planetes. J'ai trouvé que l'angle d'*inclinaison* de mercure diminue de 7″ par siecle; celle de vénus de 3″; celle de mars diminue de 29″. L'*inclinaison* de jupiter diminue de 8″, & celle de saturne augmente de 9″. *Voyez les Mémoires* de 1783.

Les *inclinaisons* des satellites de jupiter ont des variations beaucoup plus considérables, plus singulieres & plus rapides; les astronomes n'en soupçonoient pas même la cause, lorsque j'ai fait voir, en 1764, que ces changemens d'*inclinaisons* provenoient du mouvement des nœuds produits par les attractions réciproques des satellites.

Soit *AB*, *Fig.* 125, l'orbite de la planete troublante, & *AC* l'orbite de la planete troublée, dont le nœud rétrograde de *A* en *a*; l'*inclinaison* mutuelle des deux orbites ne change pas. Ainsi, l'angle *A* & l'angle *a* sont égaux; &, vers ce point-là, les cercles *AC*, *ac*, sont paralleles. Ils vont se rencontrer en un point *D*, éloigné de 90 degrés du point *A*; car deux grands cercles de la sphere, pris à 90° de leur intersection, deviennent sensiblement paralleles sur un espace très-petit. Dans le triangle *DCc*, on voit évidemment que l'angle *c* est plus petit que l'angle *DCE*, puisque celui-ci est l'angle extérieur du triangle *DCc*, & que le cercle *Dc* est plus couché que le cercle *DC*. Il en est de même dans la figure 127, parce que le nœud *B* de la planete troublante sur l'écliptique, est également plus avancé que le nœud *C* de la planete troublée. Ainsi, quand le nœud ascendant de la planete troublante est plus avancé que celui de la planete troublée, l'*inclinaison* de celle-ci est diminuée, pourvu que l'excès ne soit pas de 180°, ou à peu près. Cette regle est aisée à apercevoir, en figurant les positions de différentes orbites les unes par raport aux autres. Par conséquent, si l'on dispose les planetes dans l'ordre des longitudes de leurs nœuds ascendans, en commençant par celle dont le nœud est le moins avancé, nous aurons l'ordre suivant: mercure, mars, vénus, jupiter & saturne. Cela nous indiquera que mercure contribue à augmenter les *inclinaisons* de toutes les planetes, & que saturne les diminue toutes; mars diminue l'*inclinaison* de mercure; mais il augmente celles de vénus, de jupiter & de saturne, dont les nœuds sont plus avancés, & ainsi des autres.

Ces considérations, que perſone n'avoit encore faites, m'ont donné l'explication des inégalités observées dans les *inclinaisons* du fecond & troiſieme satellite: inégalités ſi ſingulieres, qu'on en doutoit preſque, mal-gré l'obſervation, ou du moins qu'on n'en ſoupçonoit pas la raiſon. (*D. L.*)

INCLINÉ, adj. *plan incliné*, en *termes de Méchanique*, eſt celui qui fait un angle oblique avec l'horizon.

Il eſt démontré qu'un corps, tel que *D*, *Pl. Méch. Fig.* 91, qui eſt apuié ſur un *plan incliné*, perd toujours une partie de ſa peſanteur; & que la puiſſance, ou force *L* néceſſaire pour le ſoutenir dans une direction *AC* parallele au plan, eſt à la peſanteur de *D*, comme la hauteur *BA* du plan eſt à ſa longueur *CA*. Cette propoſition ſe démontre aiſément, en décompoſant l'effort abſolu de la peſanteur du corps *D*, ſuivant *QF* en deux efforts *QG*, *QE*, dont l'un *QG* eſt détruit

Digitized by Google

par la réſiſtance du plan auquel il eſt perpendiculaire; & l'autre QE, parallele au plan, eſt à l'effort total, comme QE eſt à QF, c'eſt-à-dire, comme AB eſt à AC, à cauſe des triangles ſemblables EQF, ABC; d'où il ſuit que l'inclinaiſon du plan peut être ſi petite, qu'il ne faille qu'une force extrêmement petite pour ſoutenir deſſus un poids conſidérable.

La force avec laquelle un corps peſant deſcend le long d'un plan *incliné*, eſt à la force avec laquelle il deſcendroit perpendiculairement, comme le ſinus de l'angle de l'inclinaiſon du plan eſt au rayon; car le ſinus de l'inclinaiſon eſt au rayon, comme AB à AC. *Voyez* DESCENTE.

Suppoſons que l'on connoiſſe la peſanteur d'un corps, & qu'il ſoit queſtion de trouver la puiſſance P néceſſaire pour le ſoutenir ſur un plan *incliné* D. J'appele le poids V, & la puiſſance P. J'ai, par la regle précédente, ſin. tot.: ſin. incl. comme V à P, c'eſt-à-dire, comme le rayon eſt au ſinus d'inclinaiſon, ainſi le poids eſt à la puiſſance que l'on cherche; & comme les trois premiers termes ſont donnés, il s'enſuit que le quatrieme l'eſt auſſi.

Les loix du mouvement des corps qui deſcendent ſur des plans *inclinés*, ſont abſolument les mêmes que celles du mouvement des corps qui deſcendent perpendiculairement; avec cette ſeule différence, que la peſanteur doit être diminuée dans la raiſon de la hauteur du plan à ſa longueur. C'eſt pourquoi, ſi on appele g la peſanteur abſolue, b la hauteur du plan, l ſa longueur, il faudra mettre $\frac{gb}{l}$, au lieu de g dans les calculs, qui du reſte ſeront abſolument les mêmes. *Voyez* les *articles* ACCÉLÉRATION, DESCENTE, FORCE, & l'*article* PLAN, où les loix, dont il s'agit, ſeront détaillées.

INCOMMENSURABLE, adj. (*Alg. & Géom.*) Il ſe dit de deux quantités qui n'ont point de meſure commune, quelque petite qu'elle ſoit, pour meſurer l'une & l'autre. *Voyez* MESURE.

Le côté d'un carré eſt *incommenſurable* avec ſa diagonale, parce que le côté étant repréſenté par 1, la diagonale eſt repréſentée par $\sqrt{2}$; mais le côté eſt *commenſurable* en puiſſance avec la diagonale, parce que le carré de la diagonale contient deux fois le carré fait ſur le côté.

On dit auſſi que des ſurfaces ſont *incommenſurables* en puiſſance, lorſqu'elles ne peuvent être meſurées par une ſurface commune. (*E*).

* On a démontré aux *mots* FRACTION & DIVISEUR, que, ſi deux nombres a, b, n'ont point de diviſeur commun, autre que l'unité, leurs carrés aa, bb, leurs cubes a^3, b^3, *&c.* & ainſi du reſte, n'auront point de diviſeur commun, autre que l'unité; d'où il s'enſuit que le carré, le cube, *&c.* d'une fraction $\frac{a}{b}$ eſt toujours une fraction; j'entends ici par fraction toute quantité dans laquelle a ne ſe peut diviſer exactement par b, ſoit que a ſoit plus petit ou plus grand que b. Donc tout nombre entier, comme 2, 3, 5, 6, *&c.*, qui ne ſauroit avoir, pour racine carrée, un nombre entier, ne ſauroit avoir, pour racine carrée, un entier, plus une fraction; donc on ne ſauroit exprimer en nombre la racine carrée de ces ſortes de nombres; ainſi, la racine carrée de 2, par exemple, eſt *incommenſurable* à l'unité; & en général on appele *incommenſurable* la racine du degré m de tout nombre entier p, dont on ne peut trouver la racine du degré m en nombres entiers; car il eſt démontré que cette racine ne ſauroit être exprimée par quelque nombre que ce puiſſe être.

À plus forte raiſon, les racines des *incommenſurables*, ſont *incommenſurables*, comme le ſeroit, par exemple, la racine de la racine de 2.

Il y a cette différence entre les *incommenſurables* & les imaginaires; 1°. que les *incommenſurables* peuvent ſe repréſenter par des lignes (comme la diagonale du carré), quoiqu'ils ne puiſſent s'exprimer exactement par des nombres; au lieu que les imaginaires ne peuvent ni ſe repréſenter, ni s'exprimer. *Voyez* IMAGINAIRE. 2°. Qu'on approche des *incommenſurables* autant qu'on veut par le calcul, *voyez* APPROXIMATION; ce qu'on ne peut faire des imaginaires; *voyez* ÉQUATION. (*O*).

INCOMPLEXE, (*Arithm.*). On appele ainſi tout nombre concret ou abſtrait qui n'eſt pas compoſé de pluſieurs eſpeces réductibles à une ſeule. Ainſi, $18^{liv.}$, $35^{tol.}$, 42 jours, ſont des nombres *incomplexes*; . . . au contraire, $18^{liv.}$ 6^{s} 8^{d}, 35^{t} $9^{pi.}$ $4^{pouc.}$, 42^{j} 7^{h} $16'$, ſont des nombres complexes.

INCONNUE, adj. *pris ſubſtantivement*. (*Alg.*) On appele ainſi la quantité qu'on cherche dans la ſolution d'un problême. *Voyez* ÉQUATION, PROBLÊME. (*O*).

INCRÉMENT, dans la *Géométrie*, ſe dit de la quantité dont une quantité variable augmente ou croît; ſi la quantité variable décroît ou diminue, ſa diminution ou ſon décroiſſement s'appele encore alors *incrément*; mais l'*incrément* eſt négatif. *Voyez* DIFFÉRENTIEL & FLUXION.

M. Taylor a appelé *incrémens* les quantités différentielles. *Voyez* ſon ouvrage intitulé: *Methodus incrementorum*, *&c.* (*O*).

INDÉFINI. *Voy.* INFINI.

INDÉTERMINÉ, adj. (*Mathémat.*), ſe dit d'une quantité ou choſe qui n'a point de bornes certaines & preſcrites.

On appele en Mathématiques, *quantités indéterminées* ou *variables*, celles qui peuvent changer de grandeur, par oppoſition aux quantités données & conſtantes, dont la grandeur reſte toujours la même; dans une parabole, par exemple, les coordonnées x & y ſont des *indéterminées*, & le paramettre eſt une quantité conſtante. (*O*).

Un problême *indéterminé* eſt celui dont on peut

Digitized by Google

donner un nombre infini des ſolutions différentes. *Voyez* PROBLÊME, COURBE, LIEU, *&c.*

On demande, par exemple, un nombre qui ſoit multiple de 4 & de 5; ce nombre peut être 20, 40, 60, *&c.* à l'infini, & ainſi du reſte.

On regarde ordinairement le problême comme *indéterminé*, lorſqu'il renferme plus d'inconnues que d'équations, parce qu'alors on ne peut jamais réduire les équations à une ſeule qui ne contienne qu'une inconnue. Cependant il eſt certains problêmes qui, par leur nature, ſont déterminés, quoiqu'ils renferment moins d'équations que d'inconnues. Un exemple éclaircira & prouvera en même temps ce que nous avançons. Suppoſons que l'on partage 40 ſous à 20 perſones, hommes, femmes, & enfans, en donnant aux hommes 4 ſous, aux femmes 2 ſous, aux enfans 1 ſou. On demande combien il y avoit d'hommes, de femmes, & d'enfans. Il eſt certain qu'il y a ici trois inconnues, x, y, z, & que l'on ne peut trouver que ces deux équations $x+y+z=20$; & $4x+2y+z=40$. La premiere donne $z=20-x=y$, & $4x+2y+20-x-y=40$, ou $3x+y=20$, & $x=\frac{20-y}{3}$. Or il ſemble d'abord que l'on puiſſe prendre pour y tout ce qu'on veut; mais on ſera réflexion que, comme y exprime un certain nombre de perſones, auſſi-bien que x, il faut que y & x ſoient chacun des nombres entiers poſitifs. D'où il s'enſuit que y doit être un nombre entier plus petit que 20, & que $20-y$ doit être diviſible exactement par 3. On ſera donc ſucceſſivement $20-y$ égal à tous les multiples de 3; ſavoir, $20-y=3$, $20-y=6$, $20-y=9$, $20-y=12$, $20-y=15$, $20-y=18$; & l'on ne ſauroit aller plus loin, parce que, ſi on prenoit $20-y=21$, on auroit $y=-1$: c'eſt pourquoi on aura toutes les ſolutions poſſibles de ce problême dans la table ſuivante:

$y=17.$	$x=1.$	$z=2.$
$y=14.$	$x=2.$	$z=4.$
$y=11.$	$x=3.$	$z=6.$
$y=8.$	$x=4.$	$z=8.$
$y=5.$	$x=5.$	$z=10.$
$y=2.$	$x=6.$	$z=12.$

ce qui fait en tout ſix ſolutions poſſibles. (*O*).

INDÉTERMINÉ, (*fonctions indéterminées*). On appele quelquefois de ce nom des fonctions, qui cependant, ne ſont pas toujours *indéterminées*, mais qui, pour ſe ſervir de l'expreſſion de M. Euler, paroiſſent le devenir dans quelques cas. Une telle fonction peut toujours être repréſentée par une fraction dont le numérateur & le dénominateur, fonctions d'une même variable, deviennent chacun o pour une certaine valeur de cette variable. Par exemple, la fraction $\frac{a^2-x^2}{a-x}$ devient $\frac{o}{o}$ quand $x=a$: cette fraction n'eſt pas *indéterminée*; car, ſi on diviſe le numérateur par le dénominateur, on trouve $a+x=2a$ pour le cas de $x=a$. La fonction paroiſſoit donc *indéterminée*, parce qu'un facteur inutile, qui affectoit à la fois le numérateur & le dénominateur, eſt devenu o dans le cas de $x=a$; on peut donc réſoudre ces eſpeces de fractions, en diviſant le numérateur & le dénominateur par le facteur inutile.

Cette diviſion s'eſt faite ſans difficulté dans l'exemple cité, & généralement ſe fera, ſans beaucoup de peine, toutes les fois que le numérateur & le dénominateur de la fraction ſeront rationels. Mais, ſi les termes de la fraction, ou même un ſeul, contenoit des quantités, ſoit radicales, ſoit tranſcendantes, il faudroit, pour faire la diviſion, réduire le terme ou les termes qui ne ſont pas rationels en ſuites infinies, ordonées ſuivant les puiſſances du facteur. Cette réduction ſera inévitable, quand on voudra trouver l'expreſſion générale de la fraction, débarraſſée du facteur commun, qui la rendoit *indéterminée*.

Mais, le plus ſouvent, on n'a pas beſoin de cette expreſſion générale, & on veut connoître la fraction, pour le cas où elle paroît *indéterminée*. Alors,

Soit y cette fraction, M ſon numérateur, & N ſon dénominateur, fonctions de x, on aura $y=\frac{M}{N}$; changeant x en $x+\Delta x$ (Δ eſt la caractériſtique des différences finies), on aura $y+\Delta y=\frac{M+\Delta M}{N+\Delta N}$; &, ſi M & N deviennent o en même temps pour le cas de $x=a$, on a $(y)+(\Delta y)=\frac{(\Delta M)}{(\Delta N)}$ (les crochets ſont ici pour diſtinguer les nouveles fonctions de leurs correſpondantes quelconques). Enfin paſſant des différences finies aux différences nulles, on aura $(y)=\frac{(dM)}{(dN)}$.

Regle générale. *Diviſez la différentiele du numérateur par celle du dénominateur; changez* x *en* a *après les différentiations, & vous aurez la quantité demandée; ſi la nouvele fraction étoit encore indéterminée, il faudroit paſſer aux différences ſecondes, & ainſi de ſuite.*

INDÉTERMINÉS, *problêmes indéterminés*, (*Alg. Analyſe*). Le premier auteur qui ait donné un ouvrage ſur cette matiere eſt Diophante, mathématicien de l'école d'Alexandrie. *Voyez* DIOPHANTE. Cette partie de l'analyſe fit peu de progrès juſqu'au commencement du dix-ſeptieme ſiecle, où Bachet de Méziriac, un des premiers membres de l'Académie Françoiſe, célebre par ſon érudition dans la langue Greque, a donné un ſavant commentaire de Diophante, ouvrage excellent dans ce genre. Fermat, Deſcartes, Frénicle, en Fran-

Digitized by Google

ee, & Wallis, en Angleterre, ſe propoſerent réciproquement pluſieurs problêmes de cette eſpece. Le fils de Fermat recueillit les ſolutions de ſon pere, & pluſieurs beaux théorêmes dont elles lui avoient fourni l'occaſion, dans une édition de Diophante qu'il a donnée; mais les géometres paroiſſoient avoir oublié ces queſtions & même les mépriſer comme inutiles, lorſque M. Euler, qui n'a laiſſé aucune partie des mathématiques ſans l'avoir aprofondie & perfectionée, à réveillé l'attention des géometres par de très-belles recherches ajoutées à celles de Fermat, & par des démonſtrations générales de théorêmes qu'on n'avoit trouvés que par induction. M. de la Grange s'eſt occupé enſuite des mêmes objets, & non ſeulement il a réſolu des problêmes plus généraux & plus difficiles, mais il a trouvé des méthodes plus directes, plus analytiques; car juſqu'à lui les analyſtes n'avoient qu'une eſpece de tâtonement & de divination, pour ainſi dire; & c'étoit en partie pour cela que pluſieurs, ou les avoient dédaignées, ou n'avoient oſé s'y livrer. Le ſecond volume de la *traduction françoiſe des Elémens d'Algebre*, de M. Euler, renferme un Traité Élémentaire, &, avec les additions de M. de la Grange, une théorie preſque complete de cette partie de l'Algebre. Cet article ne ſera qu'un extrait de cet ouvrage.

Problêmes indéterminés du premier degré. Ces problêmes ſe réduiſent à trouver les valeurs en nombres entiers que peuvent avoir x & y, lorſque ces quantités ſont données par l'équation $ax - by = c$: a, b, c étant des nombres entiers poſitifs ou négatifs.

Bachet eſt le premier qui ait donné une ſolution complete de ce problême: on la trouve dans ſes récréations mathématiques, intitulées: *Problêmes amuſans*.

Soit $x = a'$, $y = b'$ une ſolution de l'équation ci-deſſus, on aura $a'a - b'b = c = ax - by$; donc $\frac{x - a'}{y - b'} = \frac{b}{a}$; or, puiſque (hypotheſe) toutes ces quantités ſont des nombres entiers, & que par conſéquent a & b ne peuvent avoir un diviſeur commun qui ne diviſe également c, & par conſéquent tous les termes, on poura regarder $\frac{b}{a}$ comme une fraction réduite à ſes plus ſimples termes, & l'on aura $x - a' = mb$, $y - b' = ma$, m étant un nombre entier poſitif ou négatif; donc $x = a' + mb$, $y = b' + ma$; donc, connoiſſant une ſolution, on aura toutes les autres; donc, m pouvant être ou poſitif, ou négatif, à volonté, on aura une valeur de x entre $-\frac{b}{2}$ & $\frac{b}{2}$, & une de y entre $\frac{a}{2}$ & $-\frac{a}{2}$.

Mais, puiſque $ax - by = c$ fait ait $x = \pm x'c$, & $y = \pm y'c$, nous aurons $ax' - by' = \pm 1$; donc, réſolvant cette équation & prenant $x = x'$ & $y = y'c$, nous aurons une valeur de x & de y, & par celle-là toutes les autres.

L'équation $ax' - by' = \pm 1$ eſt toujours réſoluble, puiſque, réduiſant $\frac{a}{b}$ en fraction continue (*Voyez* FRACTIONS CONTINUES), prenant les valeurs approchées ſucceſſives pour $\frac{a}{b}$, &, appelant $\frac{a'}{b'}$ la plus approchée, nous aurons $ab' - a'b = \pm 1$; ainſi, $x = \pm c a'$ & $y = \pm cb'$ ſeront une des valeurs cherchées de x & de y.

Problêmes indéterminés dont l'équation eſt telle qu'une des variables ne monte qu'au premier degré. La condition de ces problêmes eſt de trouver pour x & y des nombres entiers, lorſque

$$y = \frac{a + bx + cx^2 + dx^3, \&c.}{f + gx + bx^2, \&c.}$$

donc nous aurons.

$$\begin{aligned} a + bx + cx^2 \ldots\ldots\ldots &= Ay \\ f + gx + bx^2 \ldots\ldots\ldots &= A \end{aligned}$$

éliminant x, nous aurons une équation de la forme $C + AB$, où C eſt une quantité donnée en a, b, c & f, g, &c. & où B eſt une fonction rationele & entiere des mêmes coëfficiens de y & de A; donc C doit être diviſible par A; donc, prenant pour A un des diviſeurs de C, & l'équation $A - f - gx \ldots = 0$, les racines rationeles de cette équation, ſi elle peut en avoir, ſeront les valeurs de x qui ſatisferont au problême.

Si l'on avoit l'équation $y = \frac{a + bx + cx^2}{f}$, &c. & que $x = A$ fût une des ſolutions, il eſt aiſé de voir que $A + mf$ en ſeroit une autre, m étant un entier quelconque: or on peut ſuppoſer que $A + mf$ ſoit entre $\frac{f}{2}$ & $-\frac{f}{2}$, dont, eſſayant tous les nombres entiers contenus dans ces limites, on aura toutes les ſolutions premieres deſquelles il ſera aiſé de déduire toutes les autres.

9. Soit la fonction homogene $\frac{ay^m + by^{m-1}x \ldots}{f}$ que je ſuppoſe égale à un entier.

D'abord il eſt aiſé de voir que, ſi l'on fait $x = ny - fQ$, le numérateur deviendra de la forme $(a + bn + cn^2 \ldots)y^m + Bf$, qui doit être diviſible par f; donc $(a + bn + cn^2 \ldots)y^m$ ſera diviſible par f: ſoit $f = f' \cdot f'' \cdot f''' \ldots$; f', f'', $f''' \ldots$ étant des nombres premiers, il faudra que $a + bn + cn^2 \ldots$ ſoit diviſible ou par f, ou par f', ou par f'', &c. ou par f''', parce que y ne peut être ſuppoſé diviſible par f; ainſi, nous cherchons d'abord n tel que $\frac{a + bn + cn^2}{f \cdot f' \cdot f''}$ ſoit un entier, & les valeurs de n trouvées, nous

Digitized by Google

donneront les valeurs de y premieres à f, & les autres ſuppoſitions nous donneront les autres juſqu'à y, diviſible par f, qui donne y^m, diviſible par f.

Voilà les ſeules équations qu'on a pu réſoudre juſqu'ici pour un degré quelconque. Je vais maintenant parler de celles du deuxieme degré qu'on a réſolues en général.

Des équations du ſecond degré. On obſervera d'abord que, par l'algebre ordinaire, on réduira la ſolution de ces équations, ſoit en nombres ſeulement rationels, ſoit en nombres entiers, à la recherche de $\sqrt{Ay+B}$, égale à une fonction rationele ou à un entier.

Pour le premier cas, nous obſervons que (*Voyez* DIOPHANTE), ſi A ou B ſont carrés ou égaux à l'unité, le problême ſe réſout par la méthode de Diophante; ainſi, c'eſt à rapeler la formule propoſée à ce cas, qu'il faut s'appliquer. Soit donc Ay^2+B qui doit être un carré, A & B n'ayant point de facteurs carrés; car, s'ils en avoient, il n'y auroit qu'à diviſer A & B par les facteurs a^2, b^2, & réſoudre la queſtion pour $\frac{AQ^2}{a^2}+\frac{B}{b^2}$ égal à un carré, & faire $y=\frac{aQ}{b}$.

Je fais $y=\frac{p}{q}$, p & q étant des nombres entiers premiers entr'eux; $A\frac{p^2}{q^2}+B$ ſera donc un carré, & l'équation $Ap^2+Bq^2=Q^2$ ſera réſoluble en nombres entiers. De ce que p & q ſont premiers entr'eux, q & B le ſeront auſſi; autrement il faudroit que le diviſeur rBq^2 fût diviſible par r^2, B ne l'étant que par r, ce qui eſt impoſſible. Je ferai donc $Q=nq-Aq'$, ou n & q' ſont de nouveles *indéterminées*, il en réſulte que tous les termes ont A pour facteur, excepté q^2 qui a n^2-B; donc n^2-B doit être diviſible par A; ainſi, toutes les fois que $n<\frac{A}{2}$ ne donne pas n^2-B diviſible par A, le problême n'eſt pas réſoluble.

Mais, ſi $\frac{n^2-B}{A}=A'$, alors ſubſtituant, dans l'équation en p, q, Q, ci-deſſus, la valeur de Q, on aura une fonction $By'^2+A'^1$, qui devra être égal à un carré. Si $A'<B$, nous aurons avancé la ſolution, ſinon, mettant ſous cette forme $A'y'^2+B'^1$ égal à un carré, & la traitant comme la propoſée, nous aurons $\frac{n'^2-B'^2}{A''}=A$; & ſi $n'<\frac{A''}{2}$ donne une ſolution à cauſe de $B<A'$, nous aurons $A''=\frac{n'^2-A'}{B}<A'$, & on cherchera $B''y''^2+A''^1$ égal à un carré; continuant toujours ainſi, il eſt clair que l'on trouvera néceſſairement une équation impoſſible, ou des équations dont deux des termes aient ou zéro, ou l'unité pour coëfficiens: équations dont on connoît la ſolution; l'on voit que toutes les ſubſtitutions étant linéaires, la ſolution générale de la derniere équation donnera celle de la propoſée.

Des ſolutions en nombres entiers. On trouvera, en faiſant les mêmes ſubſtitutions que dans l'article précédent, que, pour que $Q^2-Ay^2=B$, il faut que $\frac{n^2-A}{B}$ ſoit égale à un nombre entier $n<\frac{B}{2}$, & enſuite il faudra que $CAy^2-2BQy+CQ^2=1$: tous ces nombres étant entiers, ſi cette équation avoit des facteurs rationels, il n'y auroit pas de difficulté: ſinon, pour ſatisfaire à cette derniere condition, on cherchera la plus petite valeur, en nombres entiers de la fonction égalée à l'unité; & ſi cette valeur eſt un, le problême ſera poſſible, ſinon il ne le ſera pas. Maintenant, pour trouver ces valeurs qui rendent la fonction ci-deſſus la plus petite, on verra que ſoit $+y^m+By^{m-1}z\ldots+Qx^m$, qui doit être une quantité moindre, elle ſera $y-ax\times y-bx\ldots\ldots\times y-(C+e\sqrt{-1})x\times y-(C-e\sqrt{-1})x$, &c. $=y-ax\times y-bx\ldots\ldots\times y^2-C^2+e^2x^2\ldots\ldots$ donc il faudra que $y-ax$, $y-bx$ ſoient moindres que $y'-a'x$, $y'-b'x$, y' & x' étant des nombres $<y$ & x; il faudra donc ſavoir, a étant un nombre donné non rationel, quelles valeurs de y & de x donnent à $y-ax$ cette propriété; pour cela, on ſuppoſera que, ſoit $p-aq$ une fonction, & $sp\pm qr=\pm 1$, on aura en général $r<p$, & $s<qp$, $-aq<r-as$, & $<$ que toute fonction $a-ay$ ou x eſt entre p & r, & y entre q & s; faiſant donc $\frac{p}{q}=a$, & réduiſant en fractions continues, on aura les fractions $\frac{p}{a}$, $\frac{r}{s}$, &c. qui jouiront de la propriété ci-deſſus; donc, ſi les fractions $\frac{p}{q}$, $\frac{r}{s}$, &c. ou les fonctions $p-aq\times y'-a'q'\ldots\ldots$ qu'on ſuppoſe devenir *minimum*, ſont en nombres finis, on connoîtra le vrai *minimum*, & c'eſt ce qui arrive toutes les fois que a eſt rationel, ou que la fonction eſt du ſecond degré. *Voyez* FRACTIONS CONTINUES.

Connoiſſant une ou pluſieurs valeurs de Q, de y, on trouvera que les autres ſeront données par l'équation $t^2-Au^2=1$, A étant une fonction des valeurs connues de Q & de y: or cette équation admet une infinité de ſolutions, ſi A eſt négatif ou eſt carré, & n'en admet qu'une ſeule, ſi A eſt poſitif & non carré. Connoiſſant y & Q & toutes

Digitized by Google

eurs valeurs, comme nous avons les quantités cherchées égales à des fonctions linéaires de y & de Q, nous n'aurons à résoudre que des équations *indéterminées* linéaires, & l'on trouvera que, pour le cas où il y a un nombre infini de valeurs de Q, & satisfaisant au problème, il suffira de voir si la solution est possible pour un certain nombre de valeurs, & qu'on pourra, d'après cela, juger des autres.

Je me suis borné à indiquer la solution de ce dernier problème, dont les détails demandent des opérations très-épineuses.

Je m'arrêterai peu aux degrés supérieurs, parce qu'à l'exception de ceux qui se résolvent par la même méthode que ceux de Diophante, il n'y a encore qu'un très-petit nombre d'équations particulieres qui aient été résolues par des méthodes indirectes. La plus susceptible de généralisation est celle de M. Euler, qui consiste à trouver successivement qu'il doit y avoir des solutions en nombres plus petits, jusqu'à ce qu'on tombe à des équations que les suppositions les plus simples doivent résoudre; c'est ainsi qu'il démontre qu'on ne peut avoir $x^4+y^4=Q^2$, $m\,x^4-y^4=Q^2$, ni $x^3\pm y^3=Q^2$. *Voyez le tome II de l'Algebre* de M. Euler déja cité. (*M. D. C.*)

Méthode des coëfficiens indéterminés. On regarde Descartes comme l'inventeur de cette méthode. Voici en quoi elle consiste. Il faut d'abord connoître la forme générale à laquelle doit se réduire nécessairement, soit l'équation cherchée, soit une équation d'une nature donnée, qui doit avoir lieu en même temps qu'une équation connue. Ensuite on suppose égale à zéro une fonction indéfinie de cette forme, & on fait en sorte qu'en y substituant la valeur d'une des variables, tirée de l'équation donnée, le reste soit identiquement égal à zéro, ou bien que l'équation indéfinie satisfasse aux conditions du problème. On a ensuite, entre les coëfficiens, des équations qui servent à le déterminer & à marquer le point où la fonction indéfinie s'arrête; par-là tous les problèmes se réduisent à connoître la forme dont est susceptible l'équation définitive qu'on cherche. On voit de là combien cette méthode de Descartes a généralisé les problèmes de l'analyse. En effet, la recherche de cette forme générale est d'une très-grande généralité, & il y a toujours une infinité d'équations à qui elle convient; au lieu qu'avant cette méthode, on ne pouvoit connoître *a priori*, ni la réunion de tous les problèmes de la même classe, ni l'étendue de la méthode qu'on employoit à les résoudre chacun en particulier. Cette détermination de la forme générale, dont est susceptible l'équation cherchée, & la réduction de chaque problème à la méthode des coëfficiens *indéterminés*, deviendra d'autant plus d'importance dans l'analyse, que celle-ci deviendra plus étendue. A la fin, les géomettres seront obligés de s'y arrêter dans bien des problèmes compliqués; & il en naîtra une sorte d'algebre, aussi supérieure en généralité à l'algebre ordinaire, que celle-ci l'est à l'arithmétique. (*O*).

Séparation des indéterminées. On appele *équation séparée*, celle où on a une des variables égale à une fonction donnée des autres, ou une fonction d'une des variables, aussi égale à une fonction des autres. Toute équation séparée, différentielle du premier ordre, est intégrable par les quadratures. Aussi toutes les méthodes d'intégrer de Jean Bernoulli, tendent-elles à faire des substitutions, telles qu'on puisse séparer les *indéterminées* dans l'équation transformée. Cette méthode n'est pas générale, si l'on se borne à des substitutions algébriques. Il y a d'ailleurs des équations qui ne sont pas intégrables étant séparées, & dont on peut avoir cependant l'intégrale algébriquement. *Voyez*, dans les *Mémoires de Turin*, *tom. IV*, ceux de M. de la Grange.

Quelle que soit une équation finie entre x, y, z, on peut toujours regarder z comme une fonction de x, y: mais, lorsque l'équation contient des transcendantes, il y a une infinité de cas où l'on ne peut exprimer cette fonction par un nombre fini de termes. Et lorsqu'on a deux équations entre trois variables, il peut arriver, dans le même cas, qu'il soit impossible d'en éliminer une sans différencier. Cela vient de ce qu'appelant $V=o, V'=o$, les deux équations, & Z la fonction, qui, après l'élimination, seroit égalée à zéro, on a toujours Z égal à une fonction de V & de V'. Mais l'élimination n'est possible que lorsque cette fonction de V & V' est expressible en termes finis; c'est-à-dire, lorsque l'équation en Z, V, V' est séparable; lorsqu'elle ne l'est pas, & que dV, dV' sont algébriques, on peut supposer que $Ad\,V+A'd\,V'$ soit une différenciele exacte, telle que, l'égalant à zéro, on puisse en tirer z en x, y; & par conséquent, en substituant dans les équations $V=o$, ou $V'=o$, avoir l'équation cherchée en x, y: on auroit, par les mêmes moyens, l'équation qui a lieu en x, z & en y, z, lorsqu'elle est possible en termes finis. *Voyez l'article* INTÉGRAL, & les *Mémoires de l'Académie*, pour les années 1770 & 1772. (*M. D. C.*)

INDEX, s. m. (*Arith.*). C'est la même chose que la caractéristique ou l'exposant d'un logarithme. *Voyez* LOGARITHME.

L'*index* est ce qui montre de combien de chifres le nombre absolu, qui appartient au logarithme, consiste, & de quelle nature il est, soit qu'il soit un nombre entier ou une fraction.

Par exemple, dans ce logarithme, 2,521293, le nombre qui est au côté gauche du point est appelé *index*; &, comme il vaut 2, il montre que le nombre absolu, qui lui appartient, doit avoir trois chifres: car il vaut toujours un de plus que l'*index*, à cause que l'*index* de 1 est 0; celui de 10, 1; & celui de 100, 2 *&c.* comme dans cet exemple,

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Digitized by Google

où les nombres de deſſus ſont les *index* de ceux de deſſous. C'eſt pourquoi, dans les petites tables des logarithmes de Brigg, où l'*index* eſt omis, il faut toujours le ſuppléer avant d'opérer.

Lorſque le nombre abſolu eſt une fraction, l'*index* du logarithme eſt un ſigne négatif, & on le marque ainſi $\bar{2}$. 562293: ce qui montre que le nombre correſpondant eſt une fraction décimale de trois chifres; ſavoir, 1. 365.

Il y a une maniere particuliere de marquer ces *index*, quand ils expriment des fractions, qui eſt fort en uſage aujourd'hui. Elle conſiſte à prendre, au lieu du vrai *index*, ſon complément arithmétique à 10. Voici comme on écrit le logarithme dont nous venons de parler. 8. 562293.

Voyez, au mot LOGARITHME, combien il eſt néceſſaire d'ajouter ou de retrancher des *index*.

INDICTION; période de 15 ans, uſitée dans le calendrier eccléſiaſtique. L'année 1783 a 1 d'*indiction*. *Voyez* CYCLE.

INDIEN, (*Aſtron.*); conſtellation méridionale, ſituée au deſſous du ſagittaire, du nombre de celles que les pilotes formerent peu après la découverte du cap de Bonne-Eſpérance & de l'Amérique: elles étoient faites groſſiérement; mais l'abbé de la Caille, dans ſon catalogue des étoiles auſtrales, les a réformées. On y voit que, pour la principale étoile α de l'*indien*, qui eſt de troiſieme grandeur, l'aſcenſion droite, en 1750, étoit de 304° 57′ 57″, & la déclinaiſon auſtrale de 48° 8′ 15″. (*D. L.*)

INDIVISIBLE, adj. (*Géométrie*). On entend par ce mot, en *Géométrie*, ces élémens infiniment petits, ou ces principes dans leſquels quelques géomettres ont ſuppoſé qu'un corps, ou une figure quelconque, pouvoit être décompoſé. *Voyez* INFINI.

Ils prétendent qu'une ligne eſt compoſée de points, une ſurface de lignes paralleles, & un ſolide de ſurfaces paralleles & ſemblables; &, comme ils ſuppoſent que chacun de ces élémens eſt *indiviſible*, ſi, dans une figure quelconque, l'on tire une ligne qui traverſe ces élémens perpendiculairement, le nombre des points de cette ligne ſera le même que le nombre des élémens de la figure propoſée.

Suivant cette idée, ils concluent qu'un parallélogramme, un priſme, un cylindre, peut ſe réſoudre en élémens ou *indiviſibles*, tous égaux entr'eux, paralleles & ſemblables à la baſe; que pareillement un triangle peut ſe réſoudre en lignes paralleles à ſa baſe, mais décroiſſantes en proportion arithmétique, & ainſi du reſte.

On peut auſſi réſoudre un cylindre en ſurfaces courbes cylindriques de même hauteur, mais qui décroiſſent continuélement à meſure qu'elles approchent de l'axe du cylindre, ainſi que le font les cercles de la baſe ſur laquelle s'apuient ces ſurfaces courbes.

Cette maniere de conſidérer les grandeurs s'appele *la Méthode des indiviſibles*. Elle n'eſt, au fond, que l'ancienne méthode d'exhauſtion déguiſée, dont on prend les concluſions comme principes, ſans ſe donner la peine de les démontrer. *Voyez* EXHAUSTION.

Ce qui a gâgné des partiſans aux *indiviſibles*, c'eſt que, par leur moyen, on abrege merveilleuſement les démonſtrations mathématiques; on peut en voir un exemple dans le fameux théoréme d'Archimede, qu'*une ſphere eſt les deux tiers du cylindre qui lui eſt circonſcrit*.

Ils emploient leur méthode, même dans le cas où celle d'exhauſtion eſt inutile. Par exemple, eſt-il queſtion de meſurer la ſurface d'un rectangle? Ils regardent ce rectangle comme compoſé d'une infinité d'élémens *indiviſibles* paralleles à ſa baſe; ils ſuppoſent qu'il y a autant de ces élémens que de points dans ſa hauteur; ils repréſentent le nombre de ces points par la hauteur, & concluent de là que le rectangle eſt égal au produit de ſa baſe par ſa hauteur. D'abord il eſt évident que cette méthode eſt défectueuſe, ou du moins obſcure; car, ſi ces élémens ſont des lignes, comment concevoir qu'une ſomme de lignes puiſſe donner une ſurface? ſi ce ſont des ſurfaces, il falloit commencer par les meſurer. Je dis de plus que cette méthode eſt inutile, & donne peut-être une idée peu exacte de la meſure des ſurfaces. Effectivement, quand on propoſe de meſurer une ſurface, on propoſe de la comparer à une autre qu'on prend pour terme de comparaiſon. Ainſi, la réponſe doit dépendre, non ſeulement des dimenſions de la ſurface, mais encore du terme de comparaiſon. Si ce terme de comparaiſon eſt le pied carré, & ſi vous demandez la ſurface d'un rectangle, je dois vous dire combien ce rectangle contient de pieds carrés. J'affirmerai donc que, ſi vous multipliez le nombre entier ou fractionaire des pieds linéaires de la baſe par le nombre des pieds de la hauteur, le nombre produit exprimera combien ce rectangle contient de pieds carrés, & il n'y a beſoin, pour cela, ni de la méthode des *indiviſibles*, ni même de celle d'exhauſtion. Il eſt ainſi de toutes les figures rectilignes. Je dois remarquer de plus que, quand les géometres diſent qu'un rectangle, ou plus généralement une ſurface quelconque, eſt égal au produit de deux lignes, il ne faut entendre ces termes que dans le ſens précédent. C'eſt à quoi les partiſans des *indiviſibles* n'ont pas fait aſſez d'attention.

Nous ne ſaurions mieux terminer cet article que par ces mots de Newton, que l'on ne ſoupçonera pas d'avoir parlé ſur cette matiere d'une maniere inconſidérée: *contractiores*, dit-il, *redduntur demonſtrationes per methodum* indiviſibilium; *ſed quoniam durior* indiviſibilium *hypotheſis*, *& propterea methodus illa minus geometrica cenſetur*, *malui*, &c. *Voyez la ſect. prem. du prem. liv. des Princ.* de M. Newton, *au ſchol. du lem. xj*.

Au reſte, Cavalleri eſt le premier qui ait introduit

Digitized by Google

duit cette méthode dans un de ſes ouvrages, intitulé : *Geometria indiviſibilium*, imprimé en 1635. Torricelli l'adopta dans quelques-uns de ſes ouvrages, qui parurent en 1644 ; & Cavalieri lui-même en fit un nouvel uſage dans un Traité publié en 1647, & aujourd'hui même un aſſez grand nombre de mathématiciens conviennent qu'elle eſt d'un excellent uſage pour abréger les recherches & les démonſtrations mathématiques. *Voyez* GÉOMÉTRIE. (*E*).

INDUCTION, (*terme de Mathématiques*). La ſignification de ce terme s'entendra très-bien par un exemple. On a $(a+b)^m = a^m + m\,a^{m-1}b + \frac{m(m-1)}{1\cdot 2}a^{m-2}b^2 + \frac{m(m-1)\cdot(m-2)}{1\cdot 2\cdot 3}a^{m-3}b^3 +$, *&c.* *Voyez* BINOME. Celui qui, ſans connoître la maniere exacte & générale de démontrer cette formule, la concluroit pour l'avoir vérifiée dans le cas de $m = 1$; $m = 2$; $m = 3$, *&c.* jugeroit par *induction*. Il ne faut donc ſe ſervir de cette méthode qu'à défaut de plus exacte & encore, dans ce cas, ne faut-il l'employer qu'avec beaucoup de circonſpection ; car quelquefois on arriveroit à des concluſions fauſſes.

INÉGALITÉ, ſ. f. terme fort en uſage dans l'*Aſtronomie*, pour déſigner toutes les irrégularités qu'on obſerve dans le mouvement des planetes. Premiere inégalité, ſeconde inégalité. *Voyez* LUNE, PLANETE, ÉQUATION.

Inégalité optique, celle qui ne dépend que de la diſtance ; on la nomme ainſi pour la diſtinguer de l'*inégalité* réelle.

INFINI, (*Géom.*). *Géométrie de l'infini*, eſt proprement la nouvele Géométrie des infiniment petits, contenant les regles du calcul différentiel & intégral. M. de Fontenelle a donné au public, en 1727, un ouvrage, intitulé : *Élémens de la Géométrie de l'infini*. L'auteur s'y propoſe de donner la métaphyſique de cette géométrie, & de déduire de cette métaphyſique, ſans employer preſqu'aucun calcul, la plupart des propriétés des courbes. Quelques géometres ont écrit contre les principes de cet ouvrage ; *voyez le ſecond volume du Traité des Fluxions* de M. Maclaurin. Cet ouvrage attaque, dans une note, le principe fondamental de l'ouvrage de M. de Fontenelle ; *voyez auſſi la Préface de la traduction de la Méthode des Fluxions* de Newton, par M. de Buffon.

M. de Fontenelle paroît avoir cru que le calcul différentiel ſuppoſoit néceſſairement des quantités infiniment grandes actuelles, & des quantités infiniment petites. Perſuadé de ce principe, il a cru devoir établir, à la tête de ſon livre, qu'on pouvoit toujours ſuppoſer la grandeur augmentée ou diminuée réellement à l'*infini*, & cette propoſition eſt le fondement de tout l'ouvrage ; c'eſt elle que M. Maclaurin a cru devoir attaquer dans le traité dont nous avons parlé plus haut : voici le raiſonement de M. de Fontenelle, & ce qu'il nous ſemble qu'on y peut oppoſer. „ La grandeur „ étant ſuſceptible d'augmentation ſans fin, il s'en- „ ſuit, dit-il, qu'on peut la ſuppoſer réellement „ augmentée ſans fin ; car il eſt impoſſible que „ la grandeur ſuſceptible d'augmentation ſans fin „ ſoit dans le même cas que ſi elle n'en étoit pas „ ſuſceptible ſans fin. Or, ſi elle n'en étoit pas „ ſuſceptible ſans fin, elle demeureroit toujours „ finie ; donc la propriété eſſentiele qui diſtingue „ la grandeur ſuſceptible d'augmentation ſans fin, „ de la grandeur qui n'en eſt pas ſuſceptible ſans „ fin, c'eſt que cette derniere demeure toujours „ finie, & ne peut jamais être ſuppoſée que fi- „ nie ; donc la premiere de ces deux eſpeces de „ grandeurs peut être ſuppoſée actuelement *infi-* „ *nie* „. La réponſe à cet argument, eſt qu'une grandeur qui n'eſt pas ſuſceptible d'augmentation ſans fin non ſeulement demeure toujours finie, mais ne ſauroit jamais paſſer une certaine grandeur finie ; au lieu que la grandeur ſuſceptible d'augmentation ſans fin, demeure toujours finie, mais peut être augmentée juſqu'à ſurpaſſer telle grandeur finie que l'on veut. Ce n'eſt donc point la poſſibilité de devenir *infinie*, mais la poſſibilité de ſurpaſſer telle grandeur finie que l'on veut (en demeurant cependant toujours finie), qui diſtingue la grandeur ſuſceptible d'augmentation ſans fin, d'avec la grandeur qui n'en eſt pas ſuſceptible. Si l'on réduiſoit le raiſonement de M. de Fontenelle en ſyllogiſme, on verroit que l'expreſſion : *n'eſt pas dans le même cas*, qui en ſeroit le *moyen terme*, eſt une expreſſion vague, qui préſente pluſieurs ſens différens, & qu'ainſi ce ſyllogiſme pêche contre la regle, qui veut que le moyen terme ſoit *un*. *Voyez l'article* DIFFÉRENTIEL, où l'on prouve que le calcul différentiel, ou la géométrie nouvele, ne ſuppoſe point à la rigueur & véritablement de grandeurs qui ſoient actuelement *infinies* ou infiniment petites.

La quantité *infinie* eſt proprement celle qui eſt plus grande que toute grandeur aſſignable ; &, comme il n'exiſte pas de telle quantité dans la nature, il s'enſuit que la quantité *infinie* n'eſt proprement que dans notre eſprit, & n'exiſte dans notre eſprit que par une eſpece d'abſtraction, dans laquelle nous écartons l'idée de bornes. L'idée que nous avons de l'*infini* eſt donc abſolument *négative*, & provient de l'idée du fini, & le mot même négatif d'*infini* le prouve. *Voyez* FINI. Il y a cette différence entre *infini* & *indéfini*, que dans l'idée d'infini, on fait abſtraction de toutes bornes, & que, dans celle d'*indéfini*, on fait abſtraction de telle ou telle borne en particulier. Ligne *infinie* eſt celle qu'on ſuppoſe n'avoir point de bornes ; ligne *indéfinie* eſt celle qu'on ſuppoſe ſe terminer où l'on voudra, ſans que ſa longueur, ni par conſéquent ſes bornes ſoient fixées.

On admet en Géométrie, du moins par la maniere de s'exprimer, des quantités *infinies* du

Digitized by Google

ſecond, du troiſieme, du quatrieme ordre ; par exemple, on dit que, dans l'équation d'une parabole, $y = \frac{x^3}{a}$; ſi on prend x *infinie*, y ſera *infinie* du ſecond ordre, c'eſt-à-dire, auſſi *infinie* par raport à *l'infinie* x, que x l'eſt elle-même par raport à a. Cette maniere de s'exprimer n'eſt pas fort claire ; car, ſi x eſt *infinie*, comment concevoir que y eſt infiniment plus grande ? voici la réponſe. L'équation $y = \frac{x^3}{a}$ repréſente celle-ci, $\frac{y}{x} = \frac{x}{a}$, qui fait voir que le raport de y à x va toujours en augmentant à meſure que x croît, en ſorte que l'on peut prendre x ſi grand, que le raport de y à x ſoit plus grand qu'aucune quantité donnée : voilà tout ce qu'on veut dire, quand on dit que x étant *infini* du premier ordre, y l'eſt du ſecond. Cet exemple ſimple ſuffira pour faire entendre les autres. *Voyez* INFINIMENT PETIT.

Arithmétique des infinis, eſt le nom donné par M. Wallis à la méthode de ſommer les ſuites qui ont un nombre *infini* de termes. *Voyez* SUITE *ou* SÉRIE *&* GÉOMÉTRIE. (*O*).

INFINIMENT PETIT, (*Géom.*). On appele ainſi, en Géométrie, les quantités qu'on regarde comme plus petites que toute grandeur aſſignable. Nous avons aſſez expliqué, au *mot* DIFFÉRENTIEL, ce que c'eſt que ces prétendues quantités, & nous avons prouvé qu'elles n'exiſtent réellement ni dans la nature, ni dans les ſuppoſitions des géometres. Il nous reſte à dire un mot des *infiniment petits* de différens ordres, & à expliquer ce qu'on doit entendre par-là. Prenons l'équation même $y = \frac{x^3}{a}$, que nous avons déja conſidéré au *mot* INFINI ; on dit ordinairement, en géométrie, que, quand x eſt *infiniment petit*, y eſt *infiniment petit* du ſecond ordre, c'eſt-à-dire, auſſi *infiniment petit* par raport à x, que x l'eſt par raport à a ; l'explication de cette maniere de parler eſt la même que nous avons déja donnée au *mot* INFINI : elle ſignifie que plus on prendra x petit, plus le raport de y à x ſera petit, en ſorte qu'on peut toujours les rendre moindre qu'aucune quantité donnée. *Voyez* LIMITE, *&c.* (*O*).

INFLEXION, ſ. f. *en Optique*, eſt la même propriété des rayons de lumiere, qu'on appele autrement & plus communément *diffraction*. *Voyez* DIFFRACTION.

Point d'inflexion d'une courbe, en *terme de Géométrie*, eſt le point où une courbe commence à ſe courber, ou à ſe replier dans un ſens contraire à celui dans lequel elle ſe courboit d'abord ; c'eſt-à-dire, où de concave qu'elle étoit vers ſon axe, elle devient convexe, ou réciproquement.

Si une ligne courbe, telle que *AFK*, *Pl. de Géom. Fig.* 100, eſt en partie concave & en partie convexe vers quelque ligne droite que ce ſoit, comme *AB* : le point *F*, qui ſépare la partie concave de la partie convexe, eſt appelé *le point d'inflexion*, lorſque la courbe, étant continuée au delà de *F*, ſuit la même route ; mais, lorſqu'elle revient vers l'endroit d'où elle eſt partie, il eſt appelé *point de rebrouſſement*. *V.* REBROUSSEMENT. (*O*).

INFLEXION, (*Aſtron.*). C'eſt le nom que les aſtronomes donnent à un phénomene qui paroît conſtaté depuis quelques années ; ſavoir, le changement de direction des rayons de lumiere qui raſent le bord de la lune. Les rayons ſe rompent dans l'atmoſphere de la terre, & cette réfraction eſt d'environ 32 minutes ; ſi la lune a une atmoſphere, & que les rayons y ſoient rompûs, cette réfraction doit produire un effet ſur les éclipſes ; & pour peu qu'elle ſoit ſenſible, elle doit en changer la durée.

L'inflexion des rayons qui raſent les bords de la lune, paroît indiquée par les obſervations de l'éclipſe de 1764, que M. du Séjour a diſcutées dans pluſieurs ſavans *Mémoires*, *Acad. des Scienc.* 1767, 1775 : il la trouve d'environ 3 ſecondes & demie, & il l'attribue à une petite réfraction de l'atmoſphere de la lune. Ayant comparé d'abord les diſtances des cornes de l'éclipſe de ſoleil à divers inſtans, que Short avoit obſervées à Londres, il vit qu'on ne pouvoit les concilier. La réfraction dans l'atmoſphere de la lune, & les cauſes phyſiques d'*inflexion* dont la Hire, M. Euler & M. le Monnier, *&c.* avoient parlé, lui firent naître l'idée de calculer les mêmes phaſes avec une formule, dans laquelle entroit une ſuppoſition d'une *inflexion*, dont la valeur pouvoit ſe déterminer enſuite, en comparant la formule avec les obſervations ; & il trouva qu'il falloit, pour concilier toutes ces obſervations, faire l'*inflexion* d'environ $3\frac{1}{2}$ ſecondes. C'eſt à peu près le même effet, quant au commencement & à la fin des éclipſes, que ſi l'on diminuoit de 7″ le diametre de la lune. Mais il y a des cas où l'effet eſt différent de celui d'une diminution dans le diametre de la lune. *Mém. de l'Ac.* 1775, *p.* 356. (*D. L.*)

INFLUENCE *des aſtres* ; on n'y croit plus aujourd'hui ſi ce n'eſt tout au plus à l'*influence* de la lune ſur les ſaiſons & ſur les variations de l'atmoſphere. *Connoiſſance des temps de* 1765, *p.* 161. M. Toaldo, *Saros Météorologique*. *Voyez* LUNE. (*D. L.*)

INFORMES, (*Aſtron.*); nom que les aſtronomes ont donné aſſez mal-à-propos aux étoiles *parſiles*, *ſporades*, ou diſperſées, qui n'entrent point dans la forme des grandes conſtellations. Pluſieurs de ces étoiles étoient auſſi brillantes que les autres ; mais, étant trop éloignées de celles qui faiſoient la maſſe des conſtellations, elles ne pouvoient s'y raporter facilement ſans rendre les figures difformes : on aima mieux laiſſer ces étoiles, ſans dénominations, ſous le nom d'*informes*. Cel-

Digitized by Google

les des anciens catalogues ont été employées, pour la plupart, à former des conſtellations nouvelles ; mais, celles-ci n'ayant pu remplir tous les interſtices, il eſt encore reſté des étoiles *informes*. Telles ſont celles du quadrilatere, ſitué au deſſus des poiſſons, dont les aſtronomes font ſouvent uſage, parce qu'elles ſont fort près de l'écliptique. (*D. L.*)

INSCRIT, adj. on dit, *en Géométrie*, qu'une figure eſt *inſcrite* dans une autre, quand tous les angles de la figure *inſcrite* touchent la circonférence de l'autre. *Voyez* CIRCONSCRITE.

Hyperbole *inſcrite* eſt celle qui eſt entiérement renfermée dans l'angle de ſes aſymptotes, comme l'hyperbole ordinaire. *Voyez* HYPERBOLE & COURBE. *Chambers.* (*E*).

INSTRUMENT *baliſtique*, (*Méch. Artill.*). C'eſt ainſi que M. Daniel Bernoulli a nommé une petite machine de ſon invention, très-propre à exercer ceux qui ſe vouent au ſervice de l'artillerie, & dont je lui ai vu faire un emploi ſi avantageux dans un petit cours expérimental ſur le jet des bombes, que j'ai lieu de croire qu'on en verra avec plaiſir ici une deſcription, avec quelques remarques, tant de pratique que de théorie, propres à en faciliter l'uſage.

A B & *C D*, *Fig.* 1, *Pl. II de Méchanique*, ſont deux planches de bois, dont les dimenſions ſe proportionent à la force de la machine. Sur la piece *A B* eſt couché, dans une couliſſe, un tube de cuivre qui doit être bien poli en dedans & d'un calibre parfaitement égal. Il eſt ataché à la planche par deux bandes de cuivre en deux endroits *o*, *o*. On introduit, dans cette eſpece de canon ou de mortier, un fil d'acier tourné en ſpirale ; il formera un reſſort propre à lui donner une charge plus ou moins grande : on bande ce reſſort par le moyen d'un poids accroché à un fil de fer ou de laiton, qui va de l'extrémité *I* juſqu'en *A*, où il eſt viſſé dans une petite piece de bois ou de cuivre faite en forme de tampon, ſur laquelle on met une balle. A la planche *C D*, qui tient à l'autre par une charniere, eſt fixé en *F* un quart de cercle de cuivre diviſé en degrés, & qu'on arrête avec une vis *H*, à telle inclinaiſon qu'on veut donner au canon. Cette piece *C D* doit être poſée verticalement, & atachée à une table ou un établi bien ſolide, en différens endroits, comme *m*, *m*, *&c.* pour éviter un ébranlement dans le temps qu'on fait partir le coup. Tout le méchaniſme, au reſte, de cette décharge, conſiſte à couper promptement le fil par lequel on ſuſpend le poids au fil d'archal en *I* ; mais voici à préſent pluſieurs autres remarques qu'il eſt bon de ne pas perdre de vue.

Le calibre du canon le plus convenable, eſt de 4 juſqu'à 6 lignes ; on perdroit plus qu'on ne gâgneroit en le faiſant plus grand, & on auroit peine à ſe procurer un reſſort tel qu'il le faudroit : le tube dont mon oncle ſe ſervoit, & qui étoit de verre, n'avoit qu'entre 3 & 3 $\frac{1}{2}$ lignes de diametre ; & en bandant le reſſort avec une livre, nous jetions une balle de plomb à 10 pieds ſous un angle de 45°.

L'*inſtrument* doit être d'une ſolidité proportionée aux poids dont on peut charger le reſſort juſqu'à ſa plus forte compreſſion. Les planches auront donc environ 1 pouce d'épaiſſeur & 2 de largeur. Comme la charniere ſur-tout, qui joint les deux planches l'une à l'autre, ſouffre beaucoup, tant de la preſſion de la vis *H* (cette preſſion devant vaincre tout le poids *P*), que des ébranlemens de la machine quand on coupe le fil, on ſera bien de faire apuier la vis ſur un reſſort plat, & de faire paſſer le fil ſur une poulie détachée de la machine. Il eſt fort eſſentiel que le reſſort ſe lâche avec la plus grande promptitude ; il faut couper le fil adroitement, ſoit avec des ciſeaux bien tranchans, ſoit en le brûlant avec un fer rougi au feu. Il faut tâcher d'éviter les frotemens, tant en graiſſant d'huile l'intérieur du canon, qu'en obtenant que la poulie tourne librement ſur ſon axe. On ſera bien, avant l'obſervation, de donner de petits coups de doigt au tuyau pour obtenir le vrai point d'équilibre, & même de prendre le poids avec la main pour le mettre tantôt un peu au deſſus, & tantôt au deſſous du point cherché ; enfin il eſt bon de pincer le fil avec les doigts à l'endroit où on veut le couper, & de prendre cet endroit aſſez près du poids. Il y a encore quelques autres frotemens qu'il faut chercher à éviter ; il importe, par exemple, que la direction du fil, ſur la poulie, ſoit exactement dans une même ligne avec l'axe de la petite ouverture par laquelle paſſe le fil d'archal. Il faut faire attention que la baſe ſoit bien ronde, & qu'elle coule librement dans le tuyau. On ne ſera pas mal de donner au tampon, ſur lequel la balle repoſe, un petit rebord d'environ 2 lignes de hauteur, mais en ménageant au reſte la matiere autant que ſa deſtination le permet. Quant à la longueur du canon, elle n'eſt pas non plus indifférente ; pour éviter pluſieurs petites corrections à faire dans le calcul des expériences, ſi on lui donnoit plus de longueur qu'il n'en faut, on ſe contentera de faire cette longueur égale à celle du reſſort dans l'état naturel, augmentée du diametre de la balle. Je ſerai remarquer enfin que l'eſpace *I K* doit être exactement diviſé en pouces & lignes, ou en d'autres parties égales, pour qu'on puiſſe toujours meſurer les racourciſſemens du reſſort.

Venons à la théorie de l'*inſtrument* dont il s'agit. On s'apercevra facilement que le raport, entre les forces du reſſort & ſes racourciſſemens, eſt un des principaux élémens de cette théorie ; & voici une expérience fondamentale qui déterminera ce raport : qu'on dreſſe le canon verticalement ; qu'on obſerve avec exactitude le point de la planche auquel répond l'extrémité du fil d'archal, & qu'on examine toujours de combien le point *I* deſcend quand on atache ſucceſſivement au fil les poids *p*, 2*p*, 3*p*, 4*p*, *&c.* en com-

Digitized by Google

mençant par un poids peu conſidérable, qui ait ſeulement la force de racourcir très-peu le reſſort. On connoîtra, de cette maniere, le raport qu'on cherchoit ; mais, quant à la charge du canon, autre élément important, ce ne ſont pas ces poids ſans doute qui l'expriment ; on le trouvera au moyen du théorême ſuivant :

Soient p, 2p, 3p, 4p, *&c. les poids qu'on pend au reſſort ; que* p *faſſe deſcendre le point* I *de la quantité* a, *& qu'enſuite l'eſpace que le point* I *parcourt à chaque augmentation du poids, ou bien que chaque nouveau racourciſſement du reſſort ſoit indiqué reſpectivement par* b, c, d, *&c. la charge ſera exprimée par* p.a, + 2 p.b + 3 p.c + 4 p.d +, *&c. en continuant juſqu'au point pour lequel on veut ſavoir la charge.* Moyénant ce théorême, les principales queſtions de la théorie de l'*inſtrument baliſtique* pouront facilement être réſolues. Qu'il s'agiſſe, par exemple, de trouver la montée verticale de la balle pour une charge donnée, ſoit cette hauteur S, la charge $= C$, & la maſſe de la balle $= m$, on aura $ms = C$; donc $C = \frac{s}{m}$.

Cela ſuppoſe à la vérité qu'il n'y ait point de frotement, ni aucune autre réſiſtance étrangere, & que le reſſort ſoit ſans poids, de même que le tampon ſur lequel repoſe la balle : mais voici comment on pourra corriger de beaucoup la hauteur trouvée, pour mettre enſuite, ſur le compte des divers frotemens, toute la différence qui ſe trouvera entre les réſultats des expériences & ceux que donnent les formules. D'abord on ſait que le reſſort a autant d'inertie qu'en auroit le tiers de ſon poids mis à l'extrémité immédiatement devant la balle ; en ſecond lieu, le tampon eſt pareillement une maſſe qui ſe trouve à la même extrémité du reſſort ; ſi l'on nomme donc π le poids du tampon, & φ celui du reſſort, la hauteur s devra être multipliée par $\frac{m}{m+\pi+\frac{1}{3}\varphi}$. On pouroit encore conſidérer auſſi la petite augmentation de la charge cauſée par le poids de la balle ; mais, pour s'en épargner la peine, on la compenſera en eſtimant la hauteur de la montée verticale depuis l'extrémité du reſſort libre, au lieu de la prendre depuis celle du reſſort bandé.

La même ſuite, qu'on a vu exprimer la charge, ſert à doubler, tripler, *&c.* la charge ; car ayant ſommé, par exemple, les quatre premiers termes de la ſuite pour déterminer la charge ſimple, pour le poids $4p$, il ſuffira d'ajouter autant de termes ſuivans qu'il en faut, juſqu'à ce que l'on trouve une ſomme double ou triple de la premiere.

Ces principes ſuffiſent pour qu'on ſoit en état d'aprofondir l'exactitude de l'*inſtrument* baliſtique, & de ſe guider dans le calcul des expériences qui doivent en déterminer le degré ; j'ajouterai ſeulement que pluſieurs expériences que j'ai faites, m'ont appris qu'on peut ſuppoſer auſſi les racourciſſemens proportionels aux poids ſuſpendus ; au moyen de quoi, ſi le racourciſſement entier pour un certain poids P eſt $= a$, on trouve la hauteur du jet vertical exprimée ſimplement par $\frac{Pa}{2m}$. Quant aux expériences mêmes qu'il s'agira de faire pour apprendre à connoître l'*inſtrument*, & pour montrer l'application dans les cours ſur le jet des bombes, on ſent bien qu'on peut les varier extrêmement. J'indiquerai donc ſeulement les principales : lorſqu'on aura obſervé quels ſont les racourciſſemens à meſure qu'on augmente le poids qui tend le reſſort, en allant, par exemple, depuis $\frac{1}{2}$ de ℔, $\frac{2}{2}$ de ℔, *&c.* juſqu'à 20 ou 24 quarts de livre, on en formera une table, dans laquelle on ſera entrer auſſi une colonne pour les produits des poids multipliés, avec les différences des racourciſſemens qui répondent à ces poids, & une autre colonne qui indique les charges ou les ſommes des termes de la colonne précédente. Après cela, on pourra commencer par une ſuite des jets verticaux, en mettant une perche graduée à côté du canon, & voir ſi, en doublant, triplant, *&c.* la charge, la hauteur devient double, triple, *&c.* de ce qu'elle eſt avec le poids qu'on aura employé pour la charge ſimple priſe pour baſe. Ces exercices demanderont qu'on calcule d'avance, de la maniere que je l'ai dit, les poids qui ſont requis pour doubler, tripler, *&c.* la charge. Il ſera bon auſſi de voir ſi les montées obſervées répondent par elles-mêmes à celles que donnent, tant la théorie pure que la théorie corrigée par la formule $\frac{m}{m+\pi+\frac{1}{3}\varphi}$. Pour cet effet, il faudra calculer les hauteurs auxquelles les différens poids employés auront dû faire monter la balle. Si on veut enſuite paſſer aux jets obliques, on pourra commencer par examiner ſi, ſous un angle de 45°, les amplitudes ſont doubles des hauteurs obſervées précédemment. Il eſt à remarquer ſur-tout, que des expériences faites avec une balle d'ivoire ou de bois, ſerviront, à cauſe de la légéreté de ces balles, à éclaircir quelques points eſſentiels touchant l'art de bien ſervir l'artillerie. Mais, pour ne pas rendre cet article trop long, je vais le finir, en expliquant encore l'uſage d'une piece fort utile, quand on veut appliquer l'*inſtrument* aux gets des boulets de canon ou des balles de mouſquet, qu'on conſidere comme preſque rectiligne : je la nommerai *la mire* ; elle eſt repréſentée par la *Fig.* 2 ; AB eſt un petit cylindre de cuivre qui traverſe la planche AB, *Fig.* 1, en n; CB & AD ſont deux montans du même métal, garnis chacun au bas d'un cylindre de plomb p, & tournant librement autour de la traverſe AB, afin que la mire prene une ſituation verticale, quelque inclinaiſon que l'on donne au canon ; CD eſt une autre traverſe, dans laquelle ſe meut une lame de cuivre EF, diviſée en parties égales ; on peut la monter & la baiſſer, & l'arrêter à telle hauteur

Digitized by Google

qu'il convient par une vis *O* : le centre de la partie ronde qui la termine, eſt percé d'un petit trou par lequel on viſe : la hauteur de cette lame peut être d'environ 4 pouces.

Pour expliquer l'uſage de ſes *inſtrumens*, on ſuppoſera les regles de la théorie exactement obſervées. Un corps jeté avec force aura toujours un mouvement compoſé, l'un uniforme dans la direction du canon, en ligne droite, l'autre uniformément accéléré & vertical. De ce double mouvement, réſulte l'arc parabolique, qui ne differe pas beaucoup de la ligne droite, ſi le corps eſt jeté avec force, & ſi on ne prend que des diſtances médiocres. Cela poſé, on conſidérera d'abord le reſſort que le canon renferme, comme tendu dans toutes les expériences avec la même force. Il ſera bon de commencer les eſſais par des jets horizontaux. Suppoſons le petit canon couché horizontalement à la hauteur β, depuis le plancher ou quelque autre plan, & que cette hauteur ſoit de 6 pouces, on fait partir le coup, & un autre obſerve l'endroit du plan où la balle ſera tombée. Si la diſtance a, entre cet endroit & la bouche du canon, eſt $a = 6$ pieds, la balle aura décrit, par un mouvement uniforme horizontal, un eſpace de 6 pieds, dans le même temps que, par ſa peſanteur, elle ſera tombée de la hauteur de 6 pouces. Ce temps ſera égal à peu près à $\frac{1}{5}$ ſeconde, & la balle ſera partie avec une viteſſe à faire 33 pieds dans une ſeconde de temps. Le principal eſt de ſavoir, par cette expérience réitérée, que la diſtance horizontale eſt douze fois plus grande que le baiſſement ; & il faudra donc, pour pointer exactement la machine baliſtique, hauſſer la mire de la douzieme partie de la diſtance, qui eſt entre le petit trou de la mire & une viſée qu'on appliquera au bout du canon. La mire, ainſi placée, ſervira pour toutes les diſtances de 6 pieds, à quelque hauteur ou profondeur que ſe trouve le but, parce que, ſe tenant toujours verticalement par le moyen des contre-poids p, & parallélement au mouvement vertical accéléré de la balle, il y aura toujours deux triangles ſemblables ; la balle baiſſera toujours de 6 pouces : c'eſt ici un des grands avantages de la machine baliſtique ; &, ſuivant ces regles, nous avons ſouvent réuſſi à donner contre une balle ſuſpendue en l'air, à une diſtance donnée depuis la bouche du canon, pourvu que cette diſtance ne fût que d'un petit nombre de pieds. Mais il reſte à faire voir où il faudra placer la mire, lorſque la diſtance du but x n'eſt pas préciſément de 6 pieds.

Soit donc $n\,x$ une autre diſtance quelconque, il eſt clair (par la théorie de la chute des corps qui tombent) que la balle baiſſera dans ſa route de la quantité $n\,n\,\beta$, parce que les temps ſont ici comme $1 : n$; donc le baiſſement de la balle ſera à la route directe, ou à peu près à la diſtance du but, comme $n\,n\,\beta$ à $n\,a$, ou comme $n\,\beta$ à x ; d'où il ſuit que les hauſſemens du vrai point de la mire ſont en raiſon des diſtances du but. Soit, par exemple, la diſtance entre la mire & la viſée de 8 pouces, le hauſſement de la mire ſera de 8 lignes, lorſque le but eſt éloigné de 6 pieds ; mais, ſi cette diſtance n'étoit que de 3 pieds, il ne faudroit plus hauſſer la mire que de 4 lignes. (*J. B.*)

INSTRUMENS *d'Aſtronomie*, ſont les lunettes, cercles, ou machines de toute eſpece, dont les aſtronomes ſe ſervent pour obſerver les aſtres, & meſurer leurs mouvemens. On en trouvera la deſcription, dans ce livre, au mots *Anneau aſtronomique*, *Arbalète*, *Armilles*, *Aſtrolabe*, *Equatorial*, *Gnomon*, *Héliometre*, *Lunete*, *Lunete méridienne ou Inſtrument des Paſſages*, *Lunete parallactique*, *Méridienne*, *Micrometre*, *Mural*, *Pendule*, *Planétaire*, *Quart-de-cercle*, *Quartier de réflexion*, *Réticule*, *Secteur*, *Sphere*, *Téleſcope*.

Nous décrirons l'*inſtrument* des paſſages au *mot* LUNETTE MÉRIDIENNE, & l'*inſtrument* de Hadley, au *mot* QUARTIER DE RÉFLEXION.

La ſeule choſe que nous ayons à traiter dans cet article général, eſt la diviſion des *inſtrumens* d'aſtronomie. Une des plus grandes difficultés eſt de pouvoir diſtinguer ſur un quart-de-cercle, non ſeulement les degrés & les minutes, mais encore les ſecondes. On a imaginé, pour ces ſubdiviſions, deux ſortes de méthodes que nous allons expliquer ; ſavoir, les *Tranſverſales* & le *Vernier*.

La diviſion par tranſverſales droites eſt fort ancienne ; elle tire ſon origine de l'échele géométrique dont on ignore l'auteur. Tycho-Brahé nous apprend qu'avant lui on s'en ſervoit pour diviſer les fleches ou arbalètes. Thomas Digges, *Alæ ſeu ſcalæ Mathem.* 1573, l'attribue à un nommé *Cantzler*. Tycho, qui en parla, pour la premiere fois, dans ſon *Traité ſur la comete de* 1577, dit qu'il la tenoit d'un habile profeſſeur de Léipſick, nommé *Homelius*, qui l'employoit dans ſon échele géométrique. Tycho s'en ſervit dans preſque tous ſes *inſtrumens* ; mais, en 1572, il ne l'avoit pas encore employée.

Quant aux tranſverſales circulaires, Hévélius attribuoit cette invention à Benoît Hedræus, auteur ſuédois, qui la donna, en 1643, dans un livre, intitulé : *Nova & accurata Aſtrolabii geometrici ſtructura*, imprimé à Leyde ; mais Morin, dans ſon livre, intitulé : *Longitudinum cæleſtium atque terreſtrium ſcientia*, imprimé dès 1634, l'avoit attribuée à Jean Ferrier, artiſte induſtrieux. On ne ſait pas ſi c'eſt le même dont parle Clavius dans la préface d'un petit *Traité* qui eſt à la fin des huit livres de ſa *Gnomonique*. Celui-ci étoit eſpagnol, & avoit imaginé une méthode nouvele & très-ingénieuſe pour tracer les cadrans ſolaires.

Quoi qu'il en ſoit la méthode des tranſverſales s'emploie encore dans quelques muraux & dans les quarts-de-cercle mobiles, lorſqu'on n'a ni alidade ni micrometre. Soit *ALDE*, *Planches d'Aſtr. Fig.* 173, une portion du limbe d'un quart-de-cercle ; *AL*, une portion du rayon, ou de l'alidade qui porte la lunete du mural ; *LB* ou *AC*, un

Digitized by Google

arc de 5 minutes, qu'il s'agit de diviſer de 10 en 10 ſecondes, c'eſt-à-dire, en 30 parties; on voit aſſez qu'en diviſant la diagonale ou tranſverſale AB en 30 parties, à commencer du point A, l'alidade AL tombera ſur la premiere diviſion, lorſque le point L aura parcouru la 30e partie de l'arc LB ou 1$^{\prime}$, & ainſi des autres portions de l'arc qu'il s'agit de diviſer.

Ce que nous diſons de l'alidade AL, ſe doit dire du fil à plomb dans un quart-de-cercle mobile: ce fil tombe d'abord ſur 4° 0′, c'eſt-à-dire, ſur les points A & L, en ſuppoſant le quart-de-cercle dirigé à 4° de hauteur; il coupera la tranſverſale AB ſur le milieu H de ſa hauteur, quand le fil à plomb AL ſera ſur le milieu de l'arc LB ou AC. C'eſt ainſi qu'on ſubſtitue des diviſions d'une ligne AB, qui a 2 pouces de long, à celles d'une petite ligne LB, qui, à cauſe de ſon extrême petiteſſe, ne pouroit ſe diviſer facilement.

La hauteur AB devant être diviſée en parties égales, auſſi-bien que tous les rayons, tels que ED, *&c.* on ſe ſert, dans les quarts-de-cercles mobiles, de pluſieurs cercles concentriques & paralleles à CE & à BD; mais, dans un mural, il eſt bien plus commode de ne diviſer que la ſeule alidade AL, comme on le voit dans la *Figure*: elle peut être diviſée, ſur ſa hauteur, en 30 parties; ce qui eſt très-facile, en lui donnant 15 à 20 lignes de hauteur, ainſi qu'au limbe du quart-de-cercle. Les tranſverſales AB de l'*inſtrument* étant tirées de 5 en 5′, l'alidade AL, en parcourant l'eſpace BL de 5 minutes, rencontrera la tranſverſale BA ſucceſſivement dans les points 1, 2, 3, 4; lorſqu'elle ſera au point 1, elle aura fait une minute ou un cinquieme de l'eſpace qu'il y a de L en B, & ainſi des autres minutes. On voit même que chaque intervalle d'une minute étant diviſé en 6 parties égales ſur l'alidade, on pourra apercevoir ſi l'alidade AL, au lieu de rencontrer la tranſverſale AB au point 1, ne la rencontre qu'à un ſixieme de l'intervalle qu'il y a depuis A juſqu'en 1, c'eſt-à-dire, ſi elle eſt à $\frac{1}{6}$ de l'intervalle qu'il y a de A en C.

Les tranſverſales AB, à la rigueur, ne doivent pas être diviſées en parties égales, parce que AC eſt plus petit que BL, étant une partie d'un cercle de moindre rayon. Cette inégalité eſt ſenſible dans la pratique; car, ſi le point H de la ligne AB eſt celui qui répond à la moitié de LB, la partie AH doit être plus petite que HB d'une quantité égale, ſeulement à la moitié de AB multipliée par $\frac{LB-AC}{LB+AC}$; ce qui ſeroit aiſé à démontrer.

La diviſion, qui eſt aujourd'hui la plus employée, eſt appelée, dans pluſieurs auteurs, *diviſion de Nonius*, quoique Nonius n'en ſoit pas l'auteur; il en avoit imaginé une autre qui eut beaucoup de célébrité, & qui a ſemblé être l'origine de celle que nous avons aujourd'hui. Elle conſiſtoit à diviſer pluſieurs cercles concentriques, l'un en 90°, l'autre en 91, & ainſi de ſuite. *Voyez* ſon Traité *de Crepuſculis*, imprimé en 1542, & la *Géométrie* de Clavius. L'auteur de notre diviſion, dans ſon état actuel, eſt Pierre Vernier, châtelain de Dornans en Franche-Comté, qui la publia dans un petit ouvrage imprimé à Bruxelles en 1631, intitulé: *la Conſtruction, l'uſage & les propriétés du cadran nouveau*. Voyez une *diſſertation* du P. Pézenas, qui renferme beaucoup de choſes curieuſes ſur les *inſtrumens* de mathématiques, *Mémoires rédigés à l'obſervation de Marſeille*, année 1655, ſeconde partie, & les *notes* de Benjamin Robins, ſur l'*Optique de Semith*. Je crois donc qu'il eſt juſte de rétablir le véritable auteur de ſes droits, & d'appeler *Vernier* au lieu de *Nonius*, la piece qui forme la diviſion dont il s'agit; c'eſt ce que font les aſtronomes depuis quelque temps. Pour entendre le principe du *vernier*, il faut conſidérer que, ſi l'on prend une ligne af, *Pl. d'Aſtron. Fig.* 199, diviſée en cinq parties aux points b, c, d, e, & qu'on place au deſſous une ligne égale $\alpha\varepsilon$, diviſée en 4 parties ſeulement aux points β, γ, δ; le point δ ſera à gauche du point e d'un quart de l'intervalle ef; le point γ ſera à gauche du point d de deux quarts; le point β à gauche du point c de trois quarts du même intervalle ef; ainſi, en faiſant avancer vers la droite la ligne inférieure $\alpha\varepsilon$ d'un quart de l'intervalle, on fera coincider les diviſions e, δ, & ainſi des autres.

Le vernier eſt une piece de cuivre EF, *Fig.* 199 (c'eſt la petite portion kk de la *Fig.* 188, détachée de la lunete, & repréſentée ſéparément & en grand). On voit que la longueur entiere pq du vernier eſt diviſée en 10 parties égales; mais elle eſt placée ſous une portion du limbe du quart-de-cercle, qui contient 11 diviſions, c'eſt-à-dire, qu'on a pris la longueur de 11 diviſions du quart-de-cercle, & qu'on a diviſé cette longueur en 10 parties ſeulement. Ainſi la premiere diviſion du vernier, après le zéro, laquelle eſt marquée m, eſt un peu en arriere ou à droite de la premiere diviſion n du limbe, & cela de la 10e partie d'une des diviſions de 5 minutes du limbe; ce qui fait 30″. La ſeconde diviſion du vernier eſt à gauche de la ſeconde diviſion du limbe, & cela du double de la premiere différence, ou d'une minute, & ainſi de ſuite, juſqu'à la 10e & derniere diviſion p du vernier, où les dix différences qui ſont chacune de la 10e partie d'une diviſion du limbe, font une diviſion entiere; ainſi, ce point p du vernier ſe trouve exactement d'accord avec la 11e diviſion du limbe du quart-de-cercle.

Il faudra donc pouſſer l'alidade d'une 10e partie de diviſion ou de 30″ à droite, pour faire concourir la premiere diviſion du vernier avec une des diviſions du limbe; de même, en la pouſſant de deux 10es ou de 1 minute, il faudra regarder la ſeconde diviſion de l'alidade, & ce ſera celle

Digitized by Google

qui concourra avec une division du limbe. Ainſi, l'on jugera que le commencement q du vernier, qui eſt toujours l'index ou la ligne de foi, a avancé de deux diviſions ou d'une minute à droite, quand on verra que c'eſt la ſeconde diviſion, marquée 1 ſur le vernier, qui correſpond exactement à une des lignes du quart-de-cercle.

Par le moyen d'un vernier fait avec ſoin, l'on diſtingue aiſément un 100e de ligne; & ſur le limbe du quart-de-cercle de trois pieds, diviſé de 5 en 5′, l'on voit aiſément 15″; l'on eſtime enſuite, à la vue, juſqu'à 2 ou 3″. J'ai vu un *inſtrument* de 18 lignes de rayon, où l'on diſtinguoit les minutes. Cette méthode eſt aujourd'hui généralement adoptée comme la plus parfaite de toutes, & on l'emploie en Angleterre, même pour les quarts-de-cercle mobiles, à la place du micrometre dont on ſe ſert en France pour ſubdiviſer les intervalles du limbe.

M. Bailly (*Hiſt. de l'Aſtron.*) regarde la diviſion de Vernier comme étant celle de Nonius perfectionée. Je ne fuis pas de ſon avis; c'étoit une idée très-neuve que celle de mettre un ſeul petit arc à la place de 20 grandes circonférences, & une ſeule petite diviſion à la place de pluſieurs centaines de diviſions; enfin l'idée de mettre cette diviſion ſur l'alidade mobile, eſt une découverte précieuſe, à laquelle perſone que Vernier ne doit avoir de prétention; & ce qui le prouve encore plus, c'eſt que l'idée de la diviſion miſe ſur l'alidade, a un mérite indépendant de celui des nombres de Nonius, puiſque M. Megnié, habile artiſte, croit qu'il vaut encore mieux les abandoner, & ſe contenter d'un grand nombre de parties égales & aliquotes de celles du limbe, miſes ſur l'alidade; en ſorte que ce qu'il a emprunté de Vernier n'a plus aucun raport avec les nombres de Nonius, & il ne laiſſe pas de conſerver à Vernier la gloire de la premiere idée, en appelant comme nous cette petite diviſion un VERNIER. M. Megnié n'a beſoin que d'une ſeule diviſion du limbe, par exemple, de 5′: il la partage ſur ſon vernier en 50 parties égales, par le moyen d'une machine à diviſer. Quant à la méthode pratique pour bien diviſer les *inſtrumens* au compas ou à la machine, il faut conſulter l'ouvrage du duc de Chaulnes, publié parmi les actes de l'Académie des Sciences, & le *Mémoire* de Bird, publié en anglois par ordre du bureau des longitudes, qui a acheté le ſecret de ſa méthode pour diviſer.

M. Ramſden, en Angleterre, & M. Megnié, en France, ont fait des machines à diviſer, avec leſquelles on eſt aſſuré d'avoir une égalité parfaite entre les petites parties d'un arc ou d'une ligne droite. J'ai vu des diviſions faites par M. Megnié ſur du verre avec ſa machine, où l'étendue d'une ligne étoit diviſée en cent parties actuelles & viſibles au microſcope. (*D. L.*)

INTÉGRAL, adj. (*Math. tranſ.*): le calcul *intégral* eſt l'inverſe du calcul différentiel. *Voyez* DIFFÉRENTIEL.

Il conſiſte à trouver la quantité finie dont une quantité infiniment petite propoſée eſt la différentiele; ainſi, ſuppoſons qu'on ait trouvé la différentiele de x, qui eſt $mx^{m-1}dx$. Si on propoſoit de trouver la quantité dont $mx^{m-1}dx$ eſt la différentiele; ce ſeroit un problème de calcul *intégral*.

Les géometres n'ont rien laiſſé à déſirer ſur le calcul différentiel; mais le calcul *intégral* eſt encore très-imparfait. *Voyez* DIFFÉRENTIEL.

Le calcul *intégral* répond à ce que les Anglois appelent *méthode inverſe des fluxions*. *Voyez* FLUXIONS.

Le calcul *intégral* a deux parties, l'intégration des quantités différentielles qui n'ont qu'une variable, & l'intégration des différentieles qui renferment pluſieurs variables. On n'atend point de nous que nous entrions ici dans aucun détail ſur ce ſujet, puiſque ce ne ſera jamais dans un ouvrage tel que celui-ci, que ceux qui voudront s'inſtruire du calcul *intégral*, en iront chercher les regles. Nous nous contenterons d'indiquer les livres que nous jugeons les meilleurs ſur cette matiere, dans l'ordre à peu près dans lequel il faut les lire.

On commencera par les leçons de M. Jean Bernoulli ſur le calcul *intégral*, imprimées, en 1744, à Lauſane, dans le *tome II du Recueil de ſes Œuvres*. On continuera enſuite par la ſeconde partie du *tome II du Traité anglois des fluxions* de M. Maclaurin. Après quoi, on poura lire la *quadrature des courbes* de M. Newton, & enſuite le *Traité* de M. Cotes, intitulé: *Harmonia menſurarum*, imprimé à Londres en 1716. On trouvera, dans les actes de Léipſick de 1718, 1719, *&c.* & dans le *tom. VI des Mém. de l'Ac. de Petersbourg*, des Mémoires de MM. Bernoulli & Herman, qui faciliteront beaucoup l'intelligence de ce dernier traité. On peut auſſi avoir recours à l'ouvrage de Dom Walmeſley, qui a pour titre: *Analyſe des raports, &c.* & qui eſt comme un commentaire de l'ouvrage de M. Cotes. Dans ces ouvrages, on ne poura guere s'inſtruire que de la partie du calcul *intégral*, qui enſeigne à intégrer où à réduire à des quadratures les quantités qui ne renferment qu'une ſeule variable. Tout ce que nous avons ſur la ſeconde partie, c'eſt-à-dire, ſur l'intégration des différentieles à pluſieurs variables, ne conſiſte qu'en des morceaux ſéparés, dont les principaux ſe trouvent épars dans le Recueil des Œuvres de M. Bernoulli, & dans les Mémoires des Académies des Sciences de Paris, de Berlin & de Peterbourg. M. Fontaine, de l'Académie Royale des Sciences, a compoſé, ſur cette matiere, un excellent ouvrage, qui n'eſt encore que manuſcrit, & qui eſt rempli de recherches les plus belles, les plus neuves & les plus profondes. C'eſt le témoignage, qu'en a porté l'Académie dont il eſt membre. *Voyez l'Hiſtoire de cette Académie*, 1742.

Digitized by Google

Au reſte, ſans avoir recours aux différens écrits dont nous avons fait mention plus haut, on peut s'inſtruire à fond du calcul *intégral* dans l'ouvrage que M. de Bougainville le jeune a publié, ſur cette matiere, en deux volumes *in-4°*. Il y a recueilli avec ſoin tout ce qui étoit épars dans les différens ouvrages dont nous avons parlé; il a expliqué ce qui avoit beſoin de l'être, & a réuni le tout en un ſeul corps d'ouvrage, qui doit faciliter beaucoup l'étude de cette partie importante des Mathématiques. Mademoiſelle Agneſi, ſavante mathématiciene de Milan, avoit auſſi déja recueilli les regles de calcul *intégral* dans un ouvrage italien, intitulé: *Inſtituzioni analitiche*, &c. mais l'ouvrage de M. Bougainville eſt encore plus complet. (*O*).

§. INTÉGRAL (*Calcul*), *Math. tranſ.* J'ai tâché de raſſembler ici, & dans les articles auxquels je renverrai dans le courant de celui-ci, ce que les géometres ont fait juſqu'à préſent de plus général & de plus important ſur cette partie de l'analyſe. J'ai indiqué avec ſoin les ſources où l'on trouvera le dévelopement de ce que je ne fais qu'indiquer. J'ai cherché à être à la fois clair pour les commençans, & intéreſſant pour les géomêtres conſommés. Enfin j'ai voulu traiter cette matiere de maniere que, ſi tous les livres, qui en parlent, étoient un jour perdus, & qu'il ne reſtât que l'*Encyclopédie*, des hommes de génie puſſent en peu de temps réparer cette perte, & remettre la ſcience au point où elle eſt maintenant.

Hiſtoire abrégée du calcul intégral. Newton & Leibnitz en ſont les inventeurs: mais, depuis Archimede juſqu'à eux, on s'étoit occupé de problêmes particuliers que nous réſolvons par ce calcul, & qu'on réſolvoit alors par des équivalens. Archimede avoit découvert le raport de la ſphere au cylindre, carré la parabole, trouvé le centre de gravité des eſpaces paraboliques & circulaires, & donné des valeurs approchées du raport du diametre à la circonférence du cercle. Cette partie de l'analyſe ne fit aucun progrès, dans dix-huit ſiecles, entre Archimede & Deſcartes. Mais ce reſtaurateur des ſciences, ſes diſciples ou ſes contemporains carrerent ou rectifierent quelques autres courbes, déterminerent des ſurfaces de ſolides, & des centres de gravité, ſoit d'une maniere rigoureuſe, ſoit par approximation; les méthodes de Wallis & de Paſcal ſont très-générales: ils toucherent à l'invention du *calcul intégral*, comme Barrou touchoit à celle du calcul différentiel. La regle fondamentale pour les puiſſances ſimples, la maniere d'intégrer par parties pour les quantités compoſées, ſe trouvent dans ces deux géometres. La Méthode de Paſcal eſt le paſſage de l'analyſe des anciens aux nouveaux calculs; & celle de Wallis, le paſſage de l'analyſe de Deſcartes au calcul *intégral*: auſſi l'ouvrage de Paſcal, devenu inutile depuis qu'on connoît des méthodes plus ſimples, ſera-t-il toujours précieux comme un monument ſingulier de la force de l'eſprit humain, & comme liant enſemble Archimede & Newton. Newton n'employa le calcul *intégral*, proprement dit, que dans ſon ouvrage ſur la quadrature des courbes. *Voyez* QUADRATURE. Et, dans ſes *Principes*, il préféra ſouvent la méthode des anciens à celle qu'il avoit lui-même inventée. Mais Jean Bernoulli employa toujours le calcul *intégral*: il ajouta aux découvertes de Newton des méthodes particulieres pour des cas très-étendus (*Voyez* HOMOGENE, LINÉAIRE, QUADRATURE, SÉPARATION, SUBSTITUTION), & des principes généraux ſur la nature des fonctions différentielles. Alors il ne fut plus queſtion, dans le continent, de l'analyſe des anciens. MM. Euler & d'Alembert ont été les diſciples de Jean Bernoulli, & ſur-tout les héritiers de ſon génie. Ils ont donné des méthodes plus générales pour des cas plus difficiles, & perfectioné beaucoup la théorie du calcul. M. Fontaine s'eſt preſqu'uniquement occupé de cet objet; il a partagé, avec M. Euler, la premiere découverte des équations de condition (*Voyez* l'article *équations poſſibles*, au *mot* POSSIBLE), éclairci & dévelopé la vrai théorie des conſtantes arbitraires, & connu le premier le nombre d'équations *intégrales* de chaque ordre que peut avoir une même équation des ordres ſupérieurs. *Voyez*, ci-deſſous, *Théorie du calcul intégral*. On trouvera, aux *articles* HOMOGENE, LINÉAIRE, QUADRATURE, RICATI, SÉPARATION, SUBSTITUTION, une autre expoſition des principales méthodes particulieres connues juſqu'ici; j'ai donné, à l'*article* POSSIBLE, les moyens de reconoître ſi une équation d'un ordre quelconque eſt poſſible ou non. Il ne me reſte plus qu'à expoſer une méthode générale pour intégrer une équation quelconque, c'eſt-à-dire, pour trouver ſon *intégrale*, en termes finis, toutes les fois que cette *intégrale* exiſte. Je ne parlerai que d'une équation à deux variables, & j'appélerai *fonction de l'ordre* n, *équation de l'ordre* n, une fonction ou une équation qui contiendront $d^n y, d^n x$: ce degré d'une équation eſt celui où montent, dans cette équation, les plus hautes différences.

Soit donc une équation différentielle entre $x, y, dx, dy \ldots d^n x, d^n y$, & qu'on ſache qu'il y a une équation finie, qui a lieu en même temps que la propoſée; il s'agit de trouver cette équation finie.

1°. J'appele Z la fonction finie, qui, étant égalée à zéro, eſt l'*intégrale* cherchée. Il eſt clair que la propoſée eſt produite par la comparaiſon des équations $Z=0, dZ=0, d^2Z=0 \ldots d^nZ=0$. Ces équations ſont au nombre de $n+1$; &, comme chacune d'elles contient de nouvelles différences, on ne peut éliminer, par ce moyen, que n conſtantes, qui par conſéquent ne ſe trouvent plus dans la propoſée, & ſont arbitraires dans l'*intégrale*.

2°. Soit C la premiere de ces arbitraires, qu'on puiſſe faire évanouir, en ſorte qu'on ait n équations

Digitized by Google

tions sans C : on voit que, si on ajoute à C la somme d'un nombre indéfini de fonctions logarithmiques, ou qu'on multiplie la même quantité C par le produit d'un nombre indéfini d'exponentielles, telles que la différentielle des exposans soit algébrique, les logarithmes, ou les exponentielles, disparoîtront en même temps que C; & il ne restera plus, dans les équations, que la différence, soit des exposans, soit des fonctions logarithmiques; soit C' la seconde constante qu'on puisse faire disparoître pour avoir $n-1$ équations, on trouvera, 1°. que C peut se trouver dans les différences des fonctions disparues avec C; 2°. qu'il peut être multiplié, comme C, par un produit d'exponentielles, ou ajouté à une somme de logarithmes, sans qu'il reste autre chose de ces fonctions, après l'élimination, que la différentielle des logarithmes ou des exposans.

3°. La proposée peut toujours être mise sous la forme $AZ+Bd Z+C d^2 Z\ldots+Q d^n Z=0$. A, B, C, ... Q, ne devenant point infinis lorsqu'on y fait $Z=0$, on peut donc supposer que la proposée est de la forme $P.d^n Z+B' d Z\ldots+Q' d^{n-1} Z=0$. En effet, comparant terme à terme cette forme avec la précédente, on a autant de coëfficiens indéterminés que d'équations.

4°. Parmi les équations sans C du n°. 2, il y en a une du premier ordre, une du second.... une du n^e: & parmi les équations sans C & C', il y en a une du second ordre, une du troisième, une du n^e, & ainsi de suite. Puisqu'on a une valeur de C' en la substituant dans celle de C, on aura une valeur de C sans C'; de même, substituant la valeur de C'' dans celles de C & de C', on aura une valeur de C sans C' ni C'', & de C' sans C'', & ainsi de suite; on aura donc des valeurs de chaque arbitraire C, C', C'', ... telles que les autres arbitraires ne s'y trouvent point, non plus que les fonctions logarithmiques ou exponentielles qui peuvent leur avoir été ajoutées ou les avoir multipliées. Dans les équations qui donnent cette valeur de chacune des constantes arbitraires, on peut supposer qu'elle est multipliée par une fonction exponentielle, ou qu'elle est ajoutée à une fonction logarithmique, ces fonctions pouront être de l'ordre $n-1$. La différentielle de ces logarithmes ou des exposans, sera algébrique; en sorte que chacune de ces équations étant différenciée, pourra produire la proposée. La proposée aura donc un nombre n d'*intégrales* de l'ordre $n-1$, contenant chacune une logarithmique, & telle qu'éliminant les différences, on en déduise l'*intégrale* finie.

5°. Si la proposée est du premier degré, & ne contient pas de radicaux, le facteur, qui peut la rendre une différentielle exacte, peut être supposé ne point contenir de termes de la forme P^m, $m P$ étant rationel, & un nombre incommensurable. En effet, dans ce cas, la proposée ne contenant pas P^m, il faudroit que le coëfficient de P^m fût arbitraire. Or, si ce coëfficient est arbitraire, repassant dans l'*intégrale* des logarithmes aux nombres, on verra qu'il y aura toujours une autre valeur du facteur, qui ne contiendra point P^m: il n'est pas de même des radicaux commensurables, parce que, quoique le coëfficient du $p^{\frac{1}{2}}$, qui pouroit rester dans la différentielle exacte, soit arbitraire, cependant, comme P & ses puissances s'y peuvent trouver aussi, sans que leurs coëfficiens soient arbitraires, il ne s'enfuit pas que celui de $p^{\frac{1}{2}}$, le soit dans l'*intégrale*.

6°. Toute équation du premier degré aura un facteur de l'ordre $n-1$, qui la rendra une différentielle exacte: le facteur sera algébrique, si l'équation proposée ne contient point de transcendantes; &, si elle en contient, il ne pourra contenir que ces mêmes transcendantes, & sera une fonction algébrique des variables & des transcendantes. Puisque la proposée a n *intégrales* différentes de l'ordre $n-1$, il est aisé de voir que ce facteur algébrique a une infinité de valeurs, mais qu'on peut en trouver n qui donnent n différentielles exactes, dont on puisse tirer n *intégrales* différentes, & éliminer les différences qui y restent, afin d'avoir l'*intégrale* finie.

7°. D'après l'article 5, le facteur peut contenir un radical commensurable, quand même la proposée seroit du premier degré; mais ce radical ne se trouvant pas dans la proposée, chacune des racines de l'équation, qui donne ce radical, doit donner une valeur du facteur: or, comme le facteur ne doit avoir que n valeurs réellement différentes, l'équation, qui donnera le radical, ne devra pas non plus en donner un plus grand nombre. Si $m<$ ou $=n$, & qu'on ait le facteur par une équation de ce degré qui ait tous les termes, on aura à la fois, en résolvant l'équation au facteur, m différentielles exactes, dont chacune donnera une *intégrale* de la proposée. Si la proposée, mise sous une forme linéaire, par raport aux plus hautes différences, contient des radicaux, ce que je viens de dire a lieu également; mais ces radicaux entrent alors, comme de nouveles variables, dans l'équation au facteur, n étant toujours l'ordre de l'équation; on voit qu'en général on pourra supposer l'équation algébrique au facteur du degré pn; mais ne contenant que des puissances p du facteur p, peut être quelconque.

8°. L'*intégrale* finie, outre x, y peut encore contenir la variable z dont la différence est constante. Cela arive lorsque, faisant $dy=A dx$, $dA=B dx$, $dB=E dx$, &c., la proposée ne devient pas $V dx$, ou bien, lorsqu'après avoir supposé, dans la proposée, dx constant & complété l'équation qui en résulte, en remettant au lieu de $\frac{ddy}{dx}$ $d\frac{dy}{dx}$, $d^2\frac{dy}{dx}$ au lieu de $\frac{dddy}{dx^2}$, &c., on retrouve une équation différente de la proposée. Dans ce cas, un des facteurs qui rend la

Digitized by Google

proposée différentielle exacte d'une fonction de l'ordre immédiatement inférieur, la rend en même temps de la forme $d\,dB$, B étant une fonction d'un ordre inférieur de deux unités, & peut même, dans quelque cas, la rendre de la forme d^2B', B' étant une fonction de l'ordre $n-3$, & ainsi de suite ; mais, si V étant la proposée & A le facteur, $AV = d\,dB$, zAV est une différentielle &, si $AV = d_z B$, $z^2 AV$ est encore une différentielle exacte. Si x avoit eu sa différence constante, alors on auroit A, xA, x, A, qui seroient également les facteurs de la proposée. Cela posé, si on fait, dans la proposée, dx constant, & qu'on integre ensuite, on aura ce que devient l'*intégrale* de la proposée, lorsque $z = x$, & par conséquent, pour avoir la vraie *intégrale*, il n'y aura qu'à mettre x, au lieu de x, dans toutes les fonctions $ax + b$, a & b étant arbitraires.

Ces principes posés, il n'y a point d'équation qu'on ne résolve en faisant les opérations suivantes.

Premiere opération. Quelque nombre de transcendantes & de radicaux que contiene la proposée, on la réduira à être une équation algébrique & du premier degré, en la différenciant une fois de plus qu'elle ne contient de transcendantes. Il faut en effet une différenciation pour chaque transcendante, & une seule suffit pour tous les radicaux.

Cette premiere opération ne leroit néceſſaire que lorſque les plus hautes différences entreroient dans les transcendantes, autrement on pouroit intégrer, en regardant les radicaux & les transcendantes comme de nouveles variables ; mais j'ai cru devoir préferer ici la méthode la plus ſimple.

Deuxieme opération. La proposée, qui a ſubi la premiere, étant de l'ordre n, on ſuppoſera qu'étant multipliée par un facteur A, elle devient une différentielle exacte ; on mettra, dans les équations de condition, à la place des différences entieres ou partieles de A, leurs valeurs tirées de l'équation $a + bA^m + cA^{m-1} + eA^{m-2}$, *&c.*, ou a, b, c, e, *&c.*, ſont des fonctions rationeles & entieres de x, y, dy, dx, ddy, ddx, *&c.* $d^{n-1}y$, $d^{n-1}x$, ou ſeulement de x ; y, $\frac{dy}{dx}$, $\frac{d^2y}{dx^2}$, $\frac{d^{n-1}y}{dx^{n-1}}$. Si dx a été ſuppoſé conſtant, on ſuppoſera enſuite que l'équation hypothétique en A admete l'équation ou les équations qui naiſſent après la ſubſtitution précédente, & cela ſuffira pour déterminer les coëfficiens dans a, b, c, e, *&c.*, & le degré où monte A. Si la proposée eſt du premier ordre, comme elle ne doit avoir qu'une *intégrale*, l'équation en A ſera de la forme $a + pA^m = 0$; ſi elle eſt du ſecond, l'équation ſera $a + pA^m + qA^{m-1} = 0$, & ainſi de ſuite ; en ſorte qu'elle ſera toujours pour chaque ordre d'un degré déterminé, & pourra être ſuppoſée, ou de ce degré, ou d'un degré inférieur.

Troiſieme opération. La proposée étant devenue une différentielle exacte d'une fonction de x, y, dx, dy, ... $d^{n-1}x$, $d^{n-1}y$, ou bien de x, y, $\frac{dy}{dx}$, ... $\frac{d^{n-1}y}{dx^{n-1}}$, & d'un nouveau radical de la forme convenable, on la mettra ſous la forme $\frac{dB}{dx}dx + \frac{dB}{ddx}ddx + \frac{dB}{ddy}ddy$, ... & on aura (par l'*art.* POSSIBLE) les valeurs de $\frac{dB}{dx}, \frac{dB}{dy}$, *&c.* Si on avoit fait dx conſtant, on ne pouroit avoir, par cet article, que $\frac{dB}{dy}, \frac{dE}{d.dy}$, *&c.* ; pour avoir $\frac{dB}{dx}$, il faudroit retrancher de la proposée la fonction connue $\frac{dB}{dy}dy + \frac{dE}{d.dy}d.\frac{dy}{dx}$, ... & diviſer le reſte par dx.

Quatrieme opération. On cherchera, par la méthode, d'autres différences exactes, juſqu'à ce qu'on en ait n qui donnent des *intégrales* différentes. Cela poſé, il faut remarquer, 1°. que, ſi on a une *intégrale* algébrique, toute fonction de cette *intégrale* étant multipliée par le premier facteur, devient elle-même un nouveau facteur qui rend la propoſée différentielle exacte ; mais les deux *intégrales* ne ſont pas différentes. Si donc on connoît deux facteurs qui rendent la propoſée une différentielle exacte, & qu'on veuille ſavoir ſi ces deux différentielles donnent deux *intégrales* différentes, ſans s'être donné la peine d'intégrer en pure perte, après avoir fait l'opération troiſieme, on verra ſi les deux valeurs, qu'on a de $\frac{dB}{dy}, \frac{dB}{d.dy}$, ou $\frac{dB}{d.\frac{dy}{dx}}$, *&c.*, ſont proportioneles aux deux facteurs ; lorſque cela arive, on aura l'*intégrale* immédiatement, en égalant à une conſtante arbitraire un des facteurs diviſé par l'autre. 2°. Si on connoît deux facteurs qui donnent deux *intégrales* différentes, & qu'on veuille ſavoir ſi un troiſieme facteur en donne une différente, on pourra d'abord voir ſi, en comparant la troiſieme différentielle complete avec chacune des deux autres, elle n'eſt pas dans le cas dont je viens de parler ; enſuite, après avoir fait la troiſieme opération, on verra ſi la premiere différentielle exacte, ajoutée à la ſeconde multipliée

Digitized by Google

par la constante n, ne donne pas la troiſieme; ſi elle la donne, il faut alors chercher un nouveau facteur; ſinon, après avoir trouvé les deux *intégrales* qu'on fait devoir être différentes, & en avoir tiré, ſi cela eſt poſſible, une *intégrale* algébrique, la troiſieme différentielle exacte donnera une nouvele *intégrale*, ou ſera la différentiele exacte d'une des *intégrales*, plus une fonction de l'*intégrale* algébrique, ou d'une fonction des deux *intégrales*, ſi toutes deux ſont algébriques; ce qu'on poura connoître après avoir fait la troiſieme opération, ſans avoir intégré la troiſieme différentiele exacte.

En général, il faudra vérifier ſi la différentiele exacte, dont l'*intégrale* doit être différente, n'eſt pas différentiele exacte de la ſomme des *intégrales* logarithmiques, multipliées par des coëfficiens indéterminés par une fonction quelconque des *intégrales* algébriques; ce qu'on poura faire ſans avoir intégré la différentiele exacte qu'on veut examiner, & par conſéquent on poura ſe diſpenſer de faire des intégrations en pure perte de différentieles dont les *intégrales* rentrent les unes dans les autres.

Si dx n'avoit pas été ſuppoſé conſtant, & qu'on eût une *intégrale* algébrique, où il faudroit ajouter la conſtante $N dz$, ce qu'on connoît ſans l'intégration, on chercheroit un facteur qui, multiplié par z, rendroit encore la propoſée différentiele exacte; &, ſi l'on devoit avoir l'arbitraire $N z\, dz$, on chercheroit un facteur qui, multiplié par z^2, auroit cette même propriété, & ainſi de ſuite.

Cinquieme opération. Puiſqu'on n'a plus à intégrer que des différentieles exactes, des fonctions du premier ordre & de $n+1$ ou $2n$ variables, ſelon que x eſt ou n'eſt pas conſtant, on aura les *intégrales* par la méthode des quadratures. *Voyez l'art.* QUADRATURE.

En effet, ſi le facteur ne contient pas des radicaux, on aura l'*intégrale* par la méthode connue pour les fractions rationeles; s'il en contient, ou on ſuivra celle que j'ai propoſée à l'*article* QUADRATURE, ou bien, différenciant après avoir fait évanouir le radical du facteur, on aura une équation entre $n+1$ ou $2n$ variables: elle ſera du ſecond ordre, &, on poura ſuppoſer ſans radicaux le nouveau facteur qu'il faudra chercher; lorſqu'il ſera trouvé, on n'aura plus que des différences rationeles à intégrer. On obſervera ici que le facteur étant donné par une équation qui en produit pluſieurs valeurs, cela diminue le nombre des facteurs qu'il faut chercher; & que, dans le dernier moyen que je propoſe pour intégrer les différentieles exactes qui contiennent les radicaux, l'*intégrale*, qui reſte à trouver pour l'équation du ſecond ordre, donne tous les *intégrales* qui répondent aux différentes valeurs du facteur, en y faiſant les ſubſtitutions convenables.

Sixieme opération. Par le moyen des n *intégrales* différentes, il faut trouver l'*intégrale* finie, ce qui ne peut ſe faire qu'en éliminant les différences; il faut donc que les n *intégrales* ſoient telles que cette élimination ſoit poſſible; & ſi celles qu'on a trouvées ne ſatisfont point à cette condition, il faudra en chercher de nouveles; mais il ne ſera plus queſtion d'examiner ſi elles ſeront différentes. On pourroit ſe diſpenſer de la cinquieme opération, en cherchant d'abord un facteur tel que la propoſée deviene une différentiele exacte & qu'on puiſſe en tirer la valeur de $\frac{d^{n-1}y}{dx^{n-1}}$, ou $d^{n-1}y$, enſuite, en cherchant une différentiele exacte telle qu'après avoir mis dans l'*intégrale* pour $\frac{d^{n-1}y}{dx^{n-1}}$ ou $d^{n-1}y$ leur valeur, on puiſſe en tirer la valeur de $\frac{d^{n-2}y}{dx^{n-2}}$ ou $d^{n-2}y$, & que, dans ce dernier cas, $d^{n-1}x$ ne s'y trouve plus, & ainſi de ſuite; & c'eſt ce qu'on poura toujours faire, même ſans avoir intégré les différentieles exactes qu'on veut aſſujétir à ces nouveles conditions; il ſuffira de faire la troiſieme opération, & l'on évitera encore ici l'inconvénient d'avoir intégré en pure perte. Mais, ſi on veut, dans les cinquieme & ſixieme opérations, prendre toujours l'*intégrale* des différentieles exactes, à meſure qu'on les trouve, il ſera très-facile de diſtinguer celles qu'on doit employer & celles qu'on doit rejeter.

Septieme opération. L'*intégrale* finie étant ainſi trouvée, le problème eſt réſolu, ſi dx étoit conſtant dans la propoſée, ou ne l'a point été ſuppoſé dans l'intégration; mais, ſi, dx étant variable, on l'a ſuppoſé conſtant pour intégrer avec plus de facilité, il faut, dans les fonctions $ax+b, ax^2+bx+c$, &c. a, b, c, étant arbitraires, mettre à la place de x une variable quelconque z dont la différence eſt arbitraire.

L'*intégrale* ainſi trouvée ne contient pas toujours toutes les ſolutions poſſibles de la propoſée, il y en a encore de particulieres.

M. Euler a remarqué le premier, qu'il y avoit des équations qui ſatisfaiſoient à une équation différentiele, ſans cependant être compriſes dans ſon *intégrale* générale. Voici quelques réflexions ſur la cauſe de ce paradoxe, c'eſt ainſi que M. Euler l'a appelé.

1. Soit $Ad Z + B Z^n = 0$ une équation différentiele, il eſt clair que $z = 0$ y ſatisfera; mais l'équation, ſous cette forme, eſt égale à la différentiele exacte de l'*intégrale* multipliée par un facteur, donc il peut arriver que $z = 0$ ſatisfaſſe à

la propoſée, ſans ſatisfaire à la différentielle exacte de ſon *intégrale*. Il ſuffit, pour cela, qu'elle ſatisfaſſe au facteur, & que $z\,y$ ſoit une puiſſance poſitive plus grande que la plus petite puiſſance de z dans le dénominateur de la différentielle exacte.

2. Une équation *intégrale* étant ſuppoſée $Q+C=0$, où C eſt une conſtante arbitraire, les équations qui rendent $Q=0$, ou $Q=\infty$, ſatisfont également à $Q+C=0$, les unes répondant à l'hypothèſe de $C=0$, & les autres à celle de $C=-\infty$; donc, pour que la ſolution $Z=0$ ſatisfaſſe à la propoſée ſans ſatisfaire à l'*intégrale*, il faut que non ſeulement elle multiplie le facteur ſans ſatisfaire à la différentielle exacte, mais qu'elle ne puiſſe pas rendre l'*intégrale* infinie.

3. Soit $\frac{Z}{y^n}$ le facteur, l'*intégrale* ſera $\int AVZ^{-n}$ $dZ+BZ^{m-n}$, & elle eſt égale à $\int AVZ^{-n}dZ$ priſe en regardant Z ſeulement comme variable plus à un terme indépendant de Z; il faudra donc ici que $\int AVZ^{-n}dZ$ priſe par rapport à Z, ne ſoit point infinie lorſque $Z=0$; donc (comme M. Euler l'a enſeigné dans le chapitre de ſon *calcul intégral*, où il traite de ces ſolutions particulieres) il faut que n ſoit entre o & l'unité; mais il faut auſſi que BZ^{m-n} ait un terme ſans Z, ſans quoi Z ſe trouveroit à tous les termes de l'*intégrale*, ce qui eſt contre l'hypothèſe; donc $m=n$; donc m eſt entre zéro & l'unité.

4. Donc, ſi on a une équation différentielle d'un ordre quelconque, elle ne pourra avoir des ſolutions particulieres non compriſes dans l'*intégrale*, à moins qu'elle ne renferme des radicaux $\sqrt{Z}$, & que ces radicaux ne s'y trouvent pas multipliés à tous les termes par des puiſſances de Z; & les radicaux, qui ſeront dans le cas & qui réſolveront la propoſée, donneront les ſolutions particulieres.

5. Soit l'équation $A\,dZ+A\,dy+C\,dy\,Z^n=0$, à laquelle $Z=0$ ſatisfait, & que cette équation n'ait pas d'*intégrale* générale: il eſt clair que toutes les fois que n n'eſt pas entre zéro & l'unité, $Z=0$ ſatisfait à l'équation de condition, comme pour l'intégrabilité de ces équations, & que, lorſque n eſt entre zéro & l'unité, $z=0$ n'y ſatisfait pas; donc on pourra avoir, dans ce cas, pour ſolutions particulieres de la propoſée, non ſeulement l'équation de condition, mais encore les quantités qui ſe trouveront dans la propoſée ſous le ſigne radical avec la même condition que ci-deſſus, & il ſera facile d'appliquer le même raiſonnement aux équations de tous les ordres, pour leſquelles j'ai donné les équations de condition.

M. Euler a remarqué, dans les *Mémoires de* Petersbourg, où il recherche la courbe que décrit un point attiré par deux centres fixes, que ces ſolutions particulieres, non compriſes dans l'équation générale, ne pouvoient être employées à la ſolution des problèmes. Ainſi, lorſque l'on a ſu par des ſubſtitutions ou autrement, qu'une certaine équation ſatisfait à une équation différentielle, il faut, avant de l'employer, examiner ſi elle n'eſt pas dans le cas de nos ſolutions particulieres, c'eſt-à-dire, ſi la fonction égalée à zéro, dans cette équation, ne ſe trouve pas dans la propoſée ſous le ſigne radical avec la condition ci-deſſus.

7. La cauſe de ce nouveau paradoxe, remarqué encore par M. Euler, ſe peut découvrir en examinant la maniere dont, pour chaque problème, on parvient à une équation différentielle; en effet, on verra qu'elles ſont formées par la comparaiſon des valeurs ſucceſſives des y, des x, & en ſorte que, ſi, au lieu de $y+dy$, on mettoit y, & x au lieu de $x+dx$, elles doivent demeurer identiques; or il eſt aiſé de voir que, ſi dans $A\,dZ+\sqrt{Z}B=\overline{AZ+dZ}-AZ+\sqrt{Z}B$, on met Z au lieu de $Z+dZ$, elle ne devient pas identique.

On voit que, dans le cas de $A\,dZ+BZ=0$, la même ſubſtitution ne rend pas la propoſée identique, auſſi $Z=0$ n'eſt pas même, dans ce cas, une véritable ſolution de la propoſée, elle ne peut l'être que dans le cas particulier où elle ſe trouve être la même que ce que devient alors la ſolution générale. En effet, ſoit une équation $a\,y+b\,x^n-b\,c^n=0$, a étant arbitraire, on ne peut pas dire que l'équation $x=c$ ſoit une ſolution de cette équation, puiſqu'il y a une infinité de cas où elle ne réſout pas; & ſi on avoit eu l'équation $\frac{d(b\,x^n-b\,c^n)}{y}=0$, on n'auroit pas pu dire que $x=c$ réſout le problème qui a conduit à cette équation, parce qu'il y a une infinité de cas du problème qu'elle ne peut réſoudre. Ainſi, les ſolutions, contenues dans l'*intégrale*, réſolvent non pas le problème propoſé, mais quelques cas de ce problème, & les autres ſolutions de l'équation différentielle non contenues dans l'*intégrale* n'en réſolvent aucun.

8. Dans les cas des équations abſurdes, on trouvera que, ſi ces équations étant entre x, y & z, on cherche les valeurs de z répondant à $y=X$ (X eſt une fonction de x), les ſolutions de la propoſée contenues dans l'équation de condition deviendront, en y mettant X pour y, des ſolutions contenues dans l'*intégrale* de l'équation en z & x. Au lieu que celles qui ne ſeront pas contenues dans l'équation de condition, ne donneront pas non plus de ſolutions contenues dans l'*intégrale* de l'équation en z & x.

M. de la Place s'eſt occupé particuliérement de cet objet, ſur lequel il a fait un très-beau Mé-

Digitized by Google

moire, qui doit être inſéré dans le *Recueil de l'Académie des Sciences de Paris*.

Si on a différencié la propoſée par la premiere opération, l'*intégrale* trouvée ſera trop générale, & il y aura une partie des conſtantes arbitraires qu'il faudra déterminer ; on y emploîra la propoſée, qui d'ailleurs donnera immédiatement autant d'*intégrales* qu'on aura différencié de fois. Ce qui diſpentera d'en chercher d'autres toutes les fois que l'on pourra les employer à l'élimination ſucceſſive des plus hautes différences, & alors les arbitraires ne ſeront plus qu'au nombre néceſſaire.

Il n'y a point, pour un plus grand nombre de variables, d'autre difficulté, que plus de longueur dans le calcul.

Si on a m équations entre m variables ($m > m'$), on pourra les intégrer ſans éliminer, en ſuppoſant, 1°. qu'elles ont ſubi l'opération premiere, 2°. que chacune étant multipliée par un facteur, comme dans la ſeconde opération, leur ſomme eſt une différentielle exacte; 3°. en prenant *ma intégrales* différentes; 4°. en faiſant en ſorte que non ſeulement les différences, mais m' variables quelconques puiſſent s'éliminer. *V.* SÉPARATION.

Telle eſt la méthode générale que j'ai propoſée pour intégrer les équations différentielles. On en trouvera le détail dans mes *Eſſais d'analyſe*, dans les *Mémoires de Turin*, *t. IV*, & dans ceux de l'*Académie des Sciences*, *année* 1770.

J'ai déja prévenu que cette méthode ne donnoit que les *intégrales* des équations qui étoient ſuſceptibles d'avoir des *intégrales* finies. Or il n'eſt pas ſûr que toutes les équations poſſibles ſoient dans ce cas : en effet (*Voyez* l'article *Equations poſſibles* au *mot* POSSIBLE) les équations de condition peuvent avoir lieu, pourvu qu'il y ait une *intégrale* poſſible, même en ſérie infinie.

La méthode précédente ne peut donc être regardée comme vraiment générale, que ſi on a un moyen de s'aſſurer (le nombre de formes dont une *intégrale* finie eſt ſuſceptible étant connu) ſi les fonctions rationeles, qui entrent dans ces formes, ſe terminent à un nombre fini de termes.

On y parviendra toujours par la méthode ſuivante, que j'applique ſeulement ici au cas où la fonction n'a qu'une ſeule variable x. Soit A une fonction donnée par une équation quelconque, & que je cherche ſi A peut avoir une valeur rationele finie. Je remarque d'abord que, pour cela, il faudroit que A, réduit en ſérie, fût égal à une ſérie récurrente ; 2°. que le terme général d'une ſérie récurrente eſt $A_1 e^{fn} + B_1 e^{f'n} + \&c.$, où R eſt l'expoſant de x, A_1, B_1 des conſtantes arbitraires, & f, f', *&c.* les racines d'une équation d'un degré égal à l'expoſant de la plus haute puiſſance du dénominateur de la fraction A; 3o. que, ſi l'équation en f avoit deux racines égales, & que f fût cette racine, il faudroit prendre $A n e^{fn} + B_1 e^{fn}$, *&c.* & de même pour un ſyſtême quelconque de racines égales. Cela poſé, ſoit A réduit en ſérie, & la ſubſtitution faite, au lieu de A, dans l'équation qui le donne, il eſt clair d'abord que, ſi cette équation eſt linéaire, j'aurai le terme général de la ſérie qui exprime A par une équation aux différences finies entre ce terme & n ; donc, pour que A puiſſe être une fonction rationele finie, il faut que, mettant $A_1 e^{fn}$ au lieu de ce terme général, cette ſubſtitution ſatisfaſſe à l'équation : cette condition ſervira alors à trouver les valeurs de f.

Si l'équation en A n'étoit pas linéaire, alors on obſerveroit que ſi $A = \frac{P}{Q}$ (P, & Q étant des fonctions entieres) ſera $A^m = \frac{P^m}{Q^m}$, $A^m \, d\, Ap = \frac{P^{m+2}}{Q^p}$, & ainſi de ſuite ; donc la ſérie, qu'il faudra ſubſtituer pour A^m ou $A^m \, d\, Ap$, ſera encore une ſérie récurrente, mais dont le dénominateur ſera Q^m ou Q^{m+2} ; donc, ſi le terme général de la ſérie A eſt $A_1 e^{fn} + B_1 e^{f'n} + \ldots$, celui de la ſérie A^m, ou $A^m \, d\, Ap$ ſera :

$$(A^{m-1} n^{m-2} + A^{m-1} n^{m-2}, \&c.) e^{fn} + (B^{m-1} n^{m-2} + B^{m-1} n^{m-2}, \&c.) e^{f'n} + \&c.$$

ou $(A^{m+2q-1} n^{m+2q-2} + A^{m+2q-1} n^{m+2q-2}, \&c.) e^{fn} + (B^{m+2q-1} n^{m+2q-2} + B^{m+2q-1} n^{m+2q-2}, \&c.) e^{f'n} + \&c.$

Subſtituant donc, dans l'équation propoſée, au lieu de A & de ſes puiſſances, des ſéries infinies, on aura une équation entre les termes généraux de ces ſéries : on y ſubſtituera, au lieu de ces termes généraux, leur valeur hypothétique, & on déterminera f, ou bien la fonction A ne ſera pas ſuſceptible d'une forme rationele & finie.

Connoiſſant toutes les valeurs poſſibles de f, on aura le dénominateur de A ; mais il n'en réſulte pas néceſſairement que A ſoit ſuſceptible d'une forme finie, car il faut encore que le numérateur ſoit auſſi fini.

Pour y parvenir, ſoit P ce numérateur, on aura P par une équation quelconque. Je fais $P = \frac{1}{P'}$, j'ai P', dont je cherche le dénominateur de la même maniere que j'ai cherché celui de A, & je n'ai plus qu'à voir, en lui ſuppoſant pour numérateur ou l'unité, ou un facteur du dénominateur trouvé, ſi je ſatisfais à l'équation.

Digitized by Google

On pouroit auſſi, pour déterminer cette poſſibilité, ſuppoſer $P = s x^m$; car il eſt clair que, ſi P a une valeur entiere & finie, le coëfficient du plus haut terme de l'équation rationele & entiere en P & x doit être nul.

J'ai traité cette matiere avec beaucoup de détail dans les *Mémoires de l'Académie royale des Sciences, année* 1772. Ce que j'en dis ici, ſuffit pour en faire connoître l'eſprit & la méthode, & mettre en état de l'appliquer aux fonctions à pluſieurs variables.

Lorſque l'on a une équation, ſoit du premier ordre, qui n'admete aucune *intégrale* en termes finis, ſoit une équation du ſecond ordre qui n'ait pas, ou d'*intégrale* du premier ordre en termes finis, ou qui n'en ait qu'une, ou qui en ait deux, mais dont on ne puiſſe pas éliminer la différentiele, ni parvenir à l'*intégrale* finie, & ainſi de ſuite pour les autres ordres; il eſt clair que l'on ne peut avoir de valeur de l'*intégrale* en fonctions finies, ſi l'on ne regarde comme telles que les fonctions algébriques, les tranſcendantes algébriques connues, ou, ce qui revient au même, celles qui naiſſent de la quadrature du cercle, ou de celle des courbes algébriques.

Mais voici une maniere d'avoir ces *intégrales* en ſéries la plus propre à pénétrer dans la nature de ces équations, & que je donne ſeulement ici pour le premier ordre. Soit $B dx + Q dy$ une equation en x & y, je fais $x = A + z$ & $y = B + u$; A eſt une valeur de x & B celle de y qui y répond; par la méthode d'approximation, j'ai une ſerie en z & u, qui repréſente l'*intégrale* cherchée, je mets dans cette ſérie x au lieu de A, y au lieu de B, Δx au lieu de z, & Δy au lieu de u, & j'ai une fonction en ſéries & aux différences finies. *Voyez*, ſur ce ſujet, les *Mémoires de l'Académie, année* 1772.

Depuis l'impreſſion de l'*article* INTÉGRAL du *Dictionnaire raiſoné des Sciences, &c.* M. Fontaine & M. Euler ont donné un recueil de ce qu'ils ont fait de plus important ſur cette matiere. Les PP. Jacquier & le Soeur ont publié, en 1768, une collection des principales méthodes connues juſqu'alors, & qu'ils ont ſouvent expoſées d'une maniere qui leur eſt propre. Cette collection eſt plus complete que l'ouvrage de M. de Bougainville, qui auroit à préſent beſoin d'une continuation où on expoſeroit les progrès qu'a fait, depuis 1756, la théorie générale du *calcul intégral*, & ce que Mrs d'Alembert, Euler & de la Grange ont donné de méthodes ou de réflexions importantes, depuis la même époque, & qu'on trouve diſperſées dans les Mémoires des Académies de Paris, Berlin, Petersbourg & Turin, *&c.*

Applications du calcul intégral. Les applications qu'on a faites du *calcul intégral* ſont de trois ſortes; les unes ont pour objet l'analyſe pure; d'autres la ſcience du mouvement; d'autres enfin la connoiſſance des phénomenes de la nature. La meſure des courbes, des eſpaces qu'elles renferment, des ſurfaces & des ſolides qu'elles terminent, eſt le premier objet à quoi l'on ait penſé appliquer le *calcul intégral*; M. Euler l'a employé à perfectionner la théorie des ſuites infinies; M. d'Alembert s'en eſt ſervi pour celle des imaginaires. *Voyez* les articles QUADRATURE, IMAGINAIRE, *l'ouvrage de M.* de Bougainville, *& le calcul intégral de M.* Euler.

La *théorie des maximum*, que j'ai expoſée à cet article, eſt une des plus brillantes & des plus fécondes applications du *calcul intégral*.

C'eſt par le *calcul intégral* qu'on a déterminé, avec la plus grande généralité, le centre de gravité, d'oſcillation, ou de percuſſion des corps curvilignes.

La théorie du mouvement curviligne d'un point ou d'un ſolide, une partie de celle du mouvement des fluides n'a été perfectionée que par le *calcul intégral*. M. d'Alembert eſt le premier qui ait donné d'une maniere rigoureuſe & indépendante de toute hypotheſe arbitraire, les loix du mouvement des corps dont chaque partie eſt animée de forces différentes, & qui conſerve toujours ſa figure, & celles du mouvement ou de l'équilibre des corps fluides, qui, conſervant toujours la même maſſe, conſervent encore le même volume, ou en changent ſelon une loi donnée. *Voyez l'art.* PRINCIPES.

Dès l'année 1686, Newton avoit publié ſa Théorie du mouvement des planetes dans des orbites elliptiques, & ébauché le calcul des perturbations & des changemens que pouvoit produire la non ſphéricité des corps céleſtes, & depuis ce temps juſqu'en 1747, que Mr d'Alembert, Euler & Clairaut trouverent leurs ſolutions analytiques du problême des trois corps, la connoiſſance du ſyſtême du monde fit très-peu de progrès. Jean Bernoulli ne s'en occupa que pour le combattre, il ne voulut pas être, en philoſophie, le diſciple de Newton, dont il étoit l'égal en mathématiques. Il dédaigna d'aſſervir ſon génie à calculer d'après les principes d'un autre, & le temps qu'il employa à oppoſer des chimeres à la théorie de la gravitation, fut perdu pour les ſciences & pour ſa gloire; heureuſement ſes ſucceſſeurs ont bien réparé cette perte; le flux & reflux de la mer, le mouvement des ſatellites, des planetes principales qui s'attirent, des cometes qui s'en approchent, l'effet de la réſiſtance de l'éther ſur tous ces corps, la figure de la terre & des planetes, la préceſſion des équinoxes, la nutation de l'axe de la terre, la libration de la lune, les vibrations des cordes, les oſcillations de l'air ſonore, les cauſes des vents ont été traités d'après des principes nouveaux & plus certains, & des méthodes directes d'intégrer par approximation, plus exactes & moins ſujetes à des erreurs. *Voyez l'article* MÉTHODE, (*Math.*)

Tel eſt l'ouvrage immenſe qu'ont élevé, à l'aide du *calcul intégral*, & que perfectionent encore tous les jours les géometres qui ont remplacé

Digitized by Google

Newton, & rendu au continent de l'Europe, & ſur-tout à la France, la ſupériorité que Newton avoit donnée à l'Angleterre. (*O*).

INTÉGRAL, (*calcul intégral des équations en différences finies*). Les principes de ce calcul & leur application ſont expliqués avec clarté au *mot* DIFFÉRENCE *de ce Dictionnaire*, dans la ſeconde partie de cet article, qui a pour titre : *Calcul inverſe des différences*. Nous y renvoyons le lecteur, & nous le ſuppoſerons au fait de ce qui eſt contenu dans cet article.

Les équations, ou pour mieux dire, les fonctions, intégrées dans l'article cité, furent à peu près les ſeules connues juſqu'en 1760, temps auquel M. de la Grange fit voir que le terme général d'une ſuite récurrente quelconque dépendoit toujours d'une équation en différences finies, trouva cette équation & l'*intégra*.

Soient $p+2q$ l'échele de relation d'une ſuite récurrente, a & b les deux premiers termes, $\Phi(x)$ le terme général de cette ſuite, c'eſt-à-dire, celui qui occupe le rang x, on aura $\Phi(x+2) = 2q\Phi(x+1)+p\Phi(x)$, équation en différences finies du ſecond degré, dans laquelle $\Phi x = 1$, & qu'il eſt queſtion d'intégrer.

Pour y parvenir, ſoit $\Phi(x) = Am^x$; A & m ſont des conſtantes indéterminées. Cette ſuppoſition donne $\Phi(x+1) = Am^{x}.m$ & $\Phi(x+2) = Am^{x}.m^2$; ſubſtituant dans la propoſée, & diviſant par m^x, on aura $m^2 = 2qm+p$, ce qui détermine m, de maniere qu'il faudra faire $m = q+\sqrt{q^2+p}$, ou $m = q-\sqrt{q^2+p}$. Mais A reſte indéterminé, & on pourra faire $\Phi(x) = A\left(q+\sqrt{q^2+p}\right)^x$, ou $\Phi)x (= B) q-\sqrt{q^2+p}\Big)^x$, B étant auſſi quelconque; d'où je conclus qu'on peut faire plus généralement $\Phi(x) = A.\ldots\left(q+\sqrt{q^2+p}\right)+B\left(q-\sqrt{q^2+p}\right)^x$, comme on s'en aſſurera facilement par la ſubſtitution; & cette équation eſt la ſeule qu'on puiſſe regarder comme intégrale complete de la propoſée, parce qu'elle contient deux conſtantes indéterminées; mais, comme les deux premiers termes de la ſuite ſont a & b, on a $a = A\left(q+\sqrt{p+q^2}\right)+B\left(q-\sqrt{p+q^2}\right)$ & $b = A\left(q+\sqrt{p+q^2}\right)^2+B\left(q-\sqrt{p+q^2}\right)^2$, d'où on tirera A & B; ſi $\sqrt{p+q^2}$ devenoit o, la valeur de $\Phi(x)$ deviendroit $\frac{a}{2}$: pour trouver, dans ce cas, cette fonction, *voyez* (INDÉTERMINÉES (*fractions*): & ſi le radical devient imaginaire, $\Phi(x)$ ſe préſentera ſous une forme imaginaire, mais ſera réductible en ſinus ou co-ſinus d'arcs réels. (*Voyez* SINUS).

Si un terme de la ſuite récurrente étoit égal à la ſomme d'un certain nombre de termes précédens, multipliés par des coefficiens conſtans, plus à une fonction donnée du rang du terme, l'équation différentielle contiendroit un terme donné en x, & ſeroit, dans notre exemple $\Phi(x+2) = 2q\Phi(x+1)+p\Phi(x)+X$, X étant ce terme donné. Il y a pluſieurs méthodes pour intégrer cette claſſe d'équations. Voici celle que donne M. de la Grange dans les *Mémoires de Berlin pour l'année 1775*.

Il integre l'équation, comme ſi X étoit o, enſuite il fait varier les arbitraires introduites dans l'intégration, avec ces conditions que les valeurs de $\Phi(x+1)$, $\Phi(x+2)$, $\Phi(x+k-1)$ (ſi k eſt le degré de l'équation) ſoient les mêmes que ſi les arbitraires n'avoient pas varié; c'eſt-à-dire, qu'il ſuppoſe o la partie de la différence de ces fonctions, qui vient de la variation des arbitraires; ce qui lui donne $k-1$ équations entre les k premieres différences de ces arbitraires; enſuite il égale à la fonction donnée X, la partie de la différence de $\Phi(x+k)$, qui vient de la variation des arbitraires. Ce qui donne l'équation qu'il falloit encore pour les déterminer.

Pour éclaircir ceci par un exemple, rapelons l'intégrale trouvée précédemment $\Phi(x) = A\left(q+\sqrt{p+q^2}\right)^x+B\left(q-\sqrt{p+q^2}\right)^x = Am^x+Bn^x$ pour abréger. Si on fait varier A & B, on aura $\Phi(x+1) = Am^{x+1}+Bn^{x+1}$ & $+m\,\Delta A^{x+1}+n\,\Delta B^{x+1}$; & pour remplir les conditions ci-deſſus preſcrites $m\,\Delta A^{x+1}+n\,\Delta B = 0$, on aura $\Phi(x+2) = Am^{x+2}+Bn^{x+2}+m\,\Delta A^{x+2}+n\,\Delta B^{x+2}$; & pour remplir les conditions $m\,\Delta A^{x+1}+n\,\Delta B = X$; ce qui donne $(m-n)\Phi(x) = m\sum\frac{X}{m^x}-n^{x-1}\sum\frac{X}{n^x}$.

Ces équations s'appelent *équations linéaires*. Si on en avoit pluſieurs exiſtantes enſemble d'un degré quelconque, avec autant de variables, ſans compter la variable principale, dont la premiere différence eſt ici ſuppoſée conſtante; on pourroit toujours les réduire à une ſeule, de même eſpece, par l'élimination. Mais, dans pluſieurs cas, il ne faudra pas employer ce moyen, & il vaudra mieux les intégrer en les combinant toutes enſemble, & en les multipliant par des coëfficiens indéterminés, comme M. d'Alembert l'a enſeigné pour les équations en différences infiniment petites, dans les *Mémoires de Berlin, pour l'année 1748*.

La ſolution du problême ſuivant ſervira à la fois à prouver ce que je viens d'avancer, & à faire voir l'uſage du calcul des différentes finies pour les problêmes de ſituation.

PROBLÊME. *Deux côtés étant donnés ſur l'échiquier, on demande en combien de manieres la tour jouant x coups, peut arriver de l'une à l'autre.*

Digitized by Google

SOLUTION.

Il convient de distinguer trois cas; le premier, celui où la tour doit revenir au point de départ, le second, celui où la tour peut aller de l'une des cases à l'autre en un coup, le troisieme, celui où les deux premiers n'ont pas lieu. Soit la fonction cherchée $F(x)$ pour le premier cas, $\Phi(x)$ pour le second, & $\Psi(x)$ pour le troisieme.

Cela posé, la tour jouant $x+1$ coups, dans le premier cas, pourra jouer son premier coup de 14 manieres différentes, tombant toutes, dans le second cas, de x coups; ainsi, on aura $F(x+1) = 14\Phi(x)$.

La tour jouant $x+1$ coups, dans le second cas, pourra jouer son premier coup de 14 manieres différentes, desquelles une tombera, dans le premier cas, de x coups, fix dans le second, & sept dans le troisieme; ainsi, on aura

$$\Phi(x+1) = F(x) + 6\Phi(x) + 7\Psi(x).$$

La tour jouant $x+1$ coups, dans le troisieme cas, pourra jouer son premier coup de 14 manieres différentes, desquelles deux tomberont dans le second cas, de x coups, & 12 dans le troisieme; ainsi, on aura $\Psi(x+1) = 2\Phi(x) + 12\Psi(x)$.

Pour intégrer ces équations, il faut multiplier la seconde par μ, la troisieme par ν, & les ajouter toutes trois ensemble; ce qui donnera $F(x+1) + \mu\Phi(x+1) + \nu\Psi(x+1) = \mu\left(F(x) + \frac{14+6\mu+2\nu}{\mu}\Phi(x) + \frac{7\mu+12\nu}{\mu}\Psi(x)\right)$;

ensuite on supposera $\mu = \frac{14+6\mu+2\nu}{\mu}$ & $\nu = \frac{7\mu+12\nu}{\mu}$; ce qui donnera cette équation pour trouver $\mu, \mu^2 = 18\mu^1 + 44\mu + 168 = 0$: les racines sont $\mu = 6$, $\mu' = 14$, & les trois valeurs de ν correspondantes sont $\mu'' = -2$, $\nu = -7$, $\nu' = 49$, $\nu'' = 1$.

Enfin, intégrant, on aura,

$$F(x) + \mu\Phi(x) + \nu\Psi(x) = \mu_x;$$
$$F(x) + \mu'\Phi(x) + \nu'\Psi(x) = \mu'^x;$$
$$F(x) + \mu''\Phi(x) + \nu''\Psi(x) = \mu''^x.$$

Je fais les constantes introduites par l'intégration égales à l'unité, parce qu'elles satisfont au cas de $x = 1$, comme il est évident; substituant pour μ, μ', μ'', & ν, ν', ν'' leur valeur, puis résolvant les équations linéaires, on aura,

$$F(x) = 2^{x-6}(7^x + 14\cdot 3^x + 49\cos.\ x\Pi);$$
$$\Phi(x) = 2^{x-6}(7^x + 6\cdot 3^x - 7\cos.\ x\Pi);$$
$$\Psi(x) = 2^{x-6}(7^x - 2\cdot 3^x + \cos.\ x\Pi).$$

C. Q. F. T.

On a regardé pendant long-temps les arbitraires qui entrent dans l'*intégrale* des équations en différences finies, comme des constantes absolues; ce qui suffit pour des équations semblables à celle qui vient d'être résolue, & généralement toutes les fois qu'en nommant g une valeur donnée de la variable principale, on a besoin (entre toutes les valeurs que peuvent avoir les autres variables) de celles seulement qui répondent aux valeurs g, $g+\Delta g$, $g+\Delta' g+$, *&c.* Dans la question précédente, il falloit connoître les fonctions pour les valeurs de $x = 0, 1, 2, 3,$ *&c.*, & nullement pour les valeurs fractionnaires $\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2},$ *&c.*; Mais, si on avoit besoin de toutes les valeurs des variables, il faudroit prendre, pour arbitraires, les fonctions les plus générales de la variable principale, qui peuvent avoir leur différence nulle, (suivant le système de différentiation qu'on a suivi pour former l'équation en différences finies. M. Euler a fait le premier cette remarque, & il a pris, pour les arbitraires, des fonctions de $\sin.\left(\frac{2\Pi x}{a}\right)$, x étant la variable principale, & $\Delta x = a$. Ces fonctions remplissent la condition prescrite. Au reste, quelque soit le système de différentiation, la composante des fonctions arbitraires pourra toujours être $\sin.(2\Pi X)$, ΔX étant $= 1$ dans ce système de différentiation. Comme ces formes sont souvent embarassantes, je proposai, il y a quelques années, une nouvelle composante des fonctions arbitraires, & une nouvelle forme d'intégration, dans un Mémoire lu à l'Académie des Sciences de Paris, & imprimé dans le tome X des Mémoires présentés à cette Académie. Voilà le précis de ce Mémoire.

Définitions. Soit le produit de k facteurs, tels que $x(x-1)\ldots(x-k+1)$, je représenterai ce produit par $(x)^k$; je représenterai encore la fraction $\frac{1}{1.2\ldots k}$ par $(o)^{-k}$;

je supposerai $\left.\begin{matrix}\mu y \\ \mu y\end{matrix}\right\} = \begin{matrix} x+\mu\Delta x+(\mu)^2(o)^{-2}\Delta^2 x+ \text{&c.} \\ y+\mu\Delta x+(\mu)^2(o)^{-2}\Delta_2 y+ \text{&c.}\end{matrix}$

PROBLÈME. Soit l'équation ${}^m y = \delta\left(x, y, {}^{m-1}y \ldots {}^1 y\right)$, & $x+\Delta x = \lambda(x)$, on propose de la construire.

SOLUTION. Menez les lignes AV & AT, *Fig. 7, Pl. d'Analyse*, perpendiculaires entre elles, qui seront les axes des coordonnées y & x, & la ligne AZ, qui divise l'angle droit en deux parties égales. Construisez sur l'axe AT la courbe $D^o D S$, telle que, pour une abscisse x, l'ordonée correspondante soit $\lambda(x)$; prenez sur

AT

AT un point quelconque A, par lequel vous ménerez l'ordonnée AD à la courbe AS ; par le point D, menez la parallele AT juſqu'à ce qu'elle rencontre AZ en K. Par K, menez la perpendiculaire KD ſur KD, juſqu'à la courbe DS ; par le moyen de ce point D, vous déterminerez un point K, comme le point K l'a été par le point D ; &, procédant toujours de la même maniere, vous arriverez au point K, qui eſt ici K (la figure n'étant faite que pour le troiſieme degré). Par ce point, abaiſſez la perpendiculaire KA ſur AT, &, ſur la portion AA, décrivez la génératrice quelconque BB, pourvu cependant que l'équation ſe vérifie au dernier point B. Enſuite, ayant pris un point P ſur AT, axe des x, vous déterminerez les points H, H.. H (ici le dernier point eſt H) par le moyen du point P, comme les points K ont été déterminés par le moyen du point A, & vous ménerez la perpendiculaire HP. Or, comme les coordonnées PM, PM & PM ſont données par la génératrice, & y par la propoſée, on portera cette valeur de y ſur la perpendiculaire PH de P en M, & le point M ſera à la courbe cherchée. Le point P fournit auſſi un point M^{-1} à la gauche de la génératrice. Pour le déterminer, il faut d'abord mettre la propoſée ſous cette forme $y = \delta\left(x, y, {}^{m-1}y .. {}^{m-2}y\right)$, d'où on tirera y. Par le point H, on ménera HD à la courbe DS, & par ce point D la perpendiculaire $D^{-1}P$, ſur laquelle on prendra $P^{-1}M^{-1} = y$, & le point M^{-1} appartiendra à la courbe qui précede la génératrice. On déterminera de même tant d'autres points qu'on voudroit de la courbe cherchée.

Cette conſtruction indique une méthode d'intégration. Il faut mettre la propoſée ſous la forme $y = \delta\left({}^{\mu}x, {}^{\mu}y, {}^{\mu+1}y .. {}^{m+\mu-1}y\right)$,

& intégrer, en regardant μ comme la variable principale, & faiſant $\Delta\mu = 1$; enſuite prendre pour conſtantes, des fonctions arbitraires de x, qu'on pourra déterminer par le moyen de la génératrice.

Exemple. Soit ${}^{2}y = 2m\,{}^{1}y + n\,{}^{0}y$, on écrira ${}^{\mu+2}y = 2m\,{}^{\mu+1}y + n\,{}^{\mu}y$, &, intégrant, on trouvera ${}^{\mu}y = \left(m + \sqrt{m^2+n}\right)^{\mu} \downarrow(x) + \left(m - \sqrt{m^2+n}\right)^{\mu} \downarrow'(x)$, les lettres $\downarrow$ déſignent des fonctions arbitraires.

Soit $y = \vartheta(x)$ l'équation de la génératrice, on aura $\downarrow(x) + \downarrow'(x) = 1(x)$, &.....

$\left(m + \sqrt{m^2+n}\right)\downarrow(x) + \left(m - \sqrt{m^2+n}\right)\downarrow'(x) = \vartheta(x)$, d'où on tirera les fonctions $\downarrow$ & $\downarrow'$. Maintenant, puiſque ${}^{\mu}x = {}^{\mu}\lambda(x)$ on a $x = \lambda^{\mu}(x)$, l'expoſant μ indique combien de fois on doit répéter le ſigne λ ; on tire de là $x = {}^{-\mu}\left({}^{\mu}x\right)$; ici l'expoſant $-\mu$ indique combien de fois on doit renverſer la fonction. Subſtituant & déſignant les coordonnées quelconques par xy, on aura $y = \left(m + \sqrt{m^2+n}\right)^{\mu} \downarrow\left({}^{-\mu}_{\lambda}(x)\right) + \left(m - \sqrt{m^2+n}\right)^{\mu} \downarrow\left({}^{-\mu}_{\lambda}(x)\right)$ pour l'*intégrale* complete de la propoſée.

Il réſulte de la conſtruction, qu'on doit faire $\mu = 0$, quand $x =$ une valeur donnée g, & $\mu = k$, quand x eſt entre ${}^{k}\lambda(g)$ & ${}^{k+1}\lambda(g)$, y compris ${}^{k}\lambda(g)$.

Comme la valeur de ${}^{-\mu}\lambda(x)$ eſt toujours entre g & $\lambda(g)$, y compris g, il ſuit de là que les fonctions $\downarrow$ & $\downarrow'$ doivent être données depuis l'abſciſſe g juſqu'à l'abſciſſe $\lambda(g)$. S'il arrive que ces fonctions ſoient diſcontinues, les courbes qui les repréſentent doivent être tracées. Les différentes formes de la fonction λ donnent lieu à différens cas ; entre leſquels il y en a deux importans qu'il eſt utile de développer.

Premier Cas. La courbe DS eſt toute au deſſus de la ligne AZ, & ne peut pas être coupée en plus d'un point par des paralleles à l'axe (*Fig.* 7). Il eſt évident que la génératrice BM, étant une fois donnée, la courbe *intégrale* ſera abſolument déterminée. Dans ce cas, les fonctions $\downarrow$ & $\downarrow'$, qui entrent dans l'équation *intégrale* ou les courbes qui les repréſentent, ſi elles ſont diſcontinues, ſont conſtantes, parce qu'alors il n'y

Digitized by Google

a point de valeur de x, pour laquelle on ne puiſſe trouver le nombre correſpondant μ. Par conſéquent, ſi l'équation *intégrale* devoit appartenir à un polygone, on ne pourroit pas donner un nombre d'angles de ce polygone plus grand que l'expoſant de l'équation.

Second Cas. La courbe $_nDS$ coupe AZ en pluſieurs points, *Fig.* 8, & ne peut pas être coupée en plus d'un point par des paralleles à l'axe. Si des interſections, B, C, *&c.*, on mene des perpendiculaires qui rencontrent l'axe de x aux points E, F, *&c.*, & ſi, ſur un des intervalles compris entre deux interſections conſécutives, par exemple, E, F, on conſtruit une génératrice, comme dans la figure ſeptieme, il eſt clair que cette génératrice ne pourra donner aucun point de la courbe *intégrale* hors de l'eſpace EF, parce que tous les points $_nD$, $_1D$, $_2D$, *&c.* qu'on pourra former, ſeront tous entre E & F, fuſſent-ils en nombre infini. La courbe *intégrale* ne ſera donc déterminée que ſur l'étendue EF: ainſi, il faudra ſe donner autant de génératrices qu'il y aura d'intervalles. De plus, ſ'il y a des portions infinies à droite & à gauche, il faudra auſſi, pour chacune de ces portions, une génératrice; de ſorte que, ſi k eſt le nombre de ces interſections, $k+1$ ſera le nombre des génératrices toutes indépendantes l'une de l'autre. Dans ce cas, les fonctions $\downarrow$ & $\downarrow'$, qui entrent dans l'équation *intégrale*, ou les courbes qui les repréſentent, ſi elles ſont diſcontinues, ne ſont pas conſtantes néceſſairement, parce que la quantité ε, à laquelle correſpond $\mu=o$, étant une fois choiſie, il y aura des valeurs de x pour leſquelles le nombre correſpondant μ n'exiſtera pas. Alors on doit réſoudre l'équation $\varkappa=\Pi[x]$. Soient p, q, r les valeurs de x qui en réſultent, rangées ſuivant leur ordre de grandeur, on fera $\mu=o$ quand $x=p$, & cette ſuppoſition ſervira depuis l'abſciſſe p juſqu'à l'abſciſſe q; comme la ſuppoſition de $\mu=o$, pour l'abſciſſe ε, ſervoit pour toute la courbe dans le premier cas, les fonctions $\downarrow$ & $\downarrow'$ ſeront conſtantes dans cet intervalle. On ſuppoſera enſuite $\mu=o$ quand $x=q$, & cette ſuppoſition ſervira de q à r; on pourra prendre alors d'autres fonctions $\downarrow$ & $\downarrow'$ qui ſeront auſſi conſtantes de q à r, & ainſi de ſuite. La raiſon de cela, c'eſt que, pour qu'une équation A, entre x & y, ſoit l'*intégrale* d'une équation B, il ſuffit que l'équation B ſe vérifie entre une certaine fonction de pluſieurs y conſécutifs, & de x données par l'équation A. Or, dans l'hypotheſe préſente, ſi on prend un de ces y entre p & q, par exemple, tous les autres antécédens & ſuivans ſeront auſſi entre p & q, en ſituation (doit-on entendre) & non en quantité. Par conſéquent, ſi l'équation *intégrale* appartenoit à un polygone, on pouroit ſe donner $(K+1)$ n angles de ce polygone, K étant le nombre des interſections, & n le degré de l'équation. Mais on n'en doit pas donner plus de n dans chaque intervalle.

Remarque. Si la fonction $\Delta(x)$ contenoit un parametre, dont le changement, la diminution, par exemple, raprochât continuellement la courbe de la ligne AZ, & enfin la fit tomber totalement ſur cette ligne, dans le cas de ce parametre $=o$, on conçoit qu'alors la ligne $_nDS$ devroit être cenſée couper la ligne AZ au même point où elle la coupoit avant de ſe confondre avec elle, ſi les interſections étoient conſtantes & indépendantes de la variation du parametre. Donc l'équation en différences infiniment petites, dans laquelle ſe change alors l'équation en différences finies, admettra auſſi $(K+1)$ n conſtantes arbitraires aux mêmes conditions; ou, pour parler plus exactement, les n conſtantes, introduites dans l'intégration, pouront changer de valeur $K+1$ fois. Ainſi, quand on aura à traiter une équation en différences infiniment petites, il faudra régler le changement des conſtantes ſur l'équation en différences finies, dont elle eſt limite, ſi une telle équation eſt donnée par le problême qui a conduit à l'équation différentielle. Si elle ne l'eſt pas, ce qui arive preſque toujours, il faut la ſuppoſer la plus générale poſſible. Par exemple, ſi on doit intégrer l'équation $d\left(\frac{dy}{dx}\right)=o$, ſans que l'équation en différences finies ſoit donnée, on écrira $y=G(r)+xF(r)$, r étant un nombre entier qui change par ſaut d'une maniere quelconque. (Γ).

Intégral. (*Calcul intégral des équations en différences mêlées*); ce ſont des équations qui contiennent à la fois des différences infiniment petites & des différences finies, & qui ſe rencontrent ſurtout dans la détermination des fonctions arbitraires qui entrent dans les équations en différences partielles.

Je n'ai à offrir à mes lecteurs qu'un léger eſſai ſur cette matiere; il eſt contenu dans le problême ſuivant.

Problême. Étant donné l'équation $\Delta y = b\frac{dy}{dx}$, on propoſe de trouver l'*intégrale* complete $\Delta x = a$.

Solution. On a $_1y = y + b\frac{dy}{dx}$; donc il eſt permis de ſuppoſer $\mu y = y + F(\mu,1)\frac{dy}{dx} + F(\mu,2)\frac{ddy}{dx^2} \ldots + F(\mu,r)\frac{d^ry}{dx^r}$, $F(\mu,r)$ repréſentant une fonction de μ & de r qu'il eſt queſtion de déterminer. Cela poſé, comme on a $_{\mu+1}y = \mu y + b\frac{d\mu y}{dx^\mu}$, ſi on met pour μy ſa valeur, on aura une expreſſion de $_{\mu+1}y$, dans laquelle le coëfficient de $\frac{d^ry}{dx^r}$ ſera $F(\mu,r)+bF(\mu,r-1)$;

Digitized by Google

il faudra faire ce coëfficient $= F(\mu+1,\nu)$, on aura, en intégrant, $F(\mu,\nu) = b^{\mu}_{\nu}(\mu)(o)^{-\nu}$.

Par conſéquent $y = y + b^{\mu}_{\nu}(\mu)(o)^{-1}\frac{dy}{dx} + b^{\mu}_{\nu}(\mu^2)(o)^{-2}\frac{ddx}{dx^2} + \&c.$; ce qui donne, en multipliant & diviſant le ſecond membre de cette équation par b^{μ}_{ν}, $y = \frac{b^{\mu}_{x}}{b^{\mu}_{b}}\frac{d^{\mu}\left(\frac{x}{b}\right)}{dx^{\mu}}$; maintenant, prenant x & y pour les coordonées quelconques, on aura $y = \frac{b^{\mu}_{x-a\mu}}{b^{\mu}_{b}}\frac{d^{\mu}(\psi[x-a\mu])}{dx^{\mu}}$; quand μ ſera négatif, le ſigne de différentiation deviendra ſigne d'intégration, & on aura $y = \frac{\int^{\mu} dx^{\mu}\,\psi(x-a\mu)}{b^{\mu}_{b}}$, b eſt le nombre dont le logarithme eſt 1. (r).

INTÉGRAL (*Calcul intégral des équations en différences partieles*). Soit u une fonction de x, y, z, *&c.* δ, d, D, *&c.*, les caractériſtiques de différentiation relativement à chacune de ces variables; une équation compoſée d'une maniere quelconque des quantités,

$$x,\ y,\ z,\ \&c.\qquad \frac{\delta u}{dx},\ \frac{du}{dy},\ \frac{Du}{dz},\ \&c.\qquad \frac{\delta\delta u}{dx^2},\ \frac{\delta\delta u}{dxdy},\ \frac{D\delta u}{dxdz},\ \&c.\qquad \frac{\delta du}{dxdy},\ \frac{d^2u}{dy^2},\ \frac{dDu}{dydz},\ \&c.$$

s'appele équation en différences partieles, d'un degré égal à la plus haute dimenſion des caractériſtiques. L'aſſemblage des principes & des méthodes qu'on emploie pour trouver des équations ſans différence, ou au moins d'un degré inférieur, qui produiſent des équations données en différences partieles, forme ce qu'on appele *calcul intégral des équations en différences partieles*. M. d'Alembert eſt le premier qui ait intégré une équation de cette eſpece; il y a été conduit par la ſolution du problème des cordes vibrantes, ſi célebre parmi les géometres (*Voyez* CORDES VIBRANTES, les *Mémoires de Berlin*, années 1747, 1748, 1750, 1763; le premier & ſecond volume des *Mémoires de Turin*, les *Opuſcules* de M. d'Alembert).

Je vais donner à mon lecteur une idée de ce problême.

Soit AB, *Fig.* 49, une corde attachée à deux points fixes A & B, élaſtique & un peu extenſible; on poura, en la pinçant, ou d'une maniere quelconque, l'écarter tant ſoit peu de ſon axe AB, avec lequel elle étoit tout-à-l'heure confondue, & lui faire prendre la figure courbe AMB; mais ſi peu différente de la ligne droite, que la ligne EM, perpendiculaire à l'axe, puiſſe être regardée comme perpendiculaire à la courbe au point M. La corde, abandonée à elle-même, ſera des oſcillations au deſſus & au deſſous de ſon axe; à cauſe de ſon élaſticité, on demande ſa figure à chaque inſtant du mouvement.

Soit la tenſion de la corde qu'il faut regarder comme conſtante $= T$; $AP = x$, le temps du mouvement $= y$, & PM, ou la diſtance du point M à l'axe $AB = u$, le rayon de la développée au point M ſera $-\frac{dx^2}{\delta\delta u}$; en faiſant dx conſtant, parce que la courbe differe très-peu de ſon axe. Maintenant repréſentons les tenſions égales chacune à T, qui tirent le point M de M en K, & de M en R, par les lignes MK, MR, égales chacune à dx; achevons le parallélogramme $KMRZ$. La force qui pouſſe le point M dans le ſens MP, ſera repréſentée par ML, & par conſéquent $= \frac{TML}{dx} = \frac{T.dx}{rayon\ devel} = -\frac{T\delta\delta u}{dx}$. L'élément, dont la longueur eſt dx, doit être regardé comme la maſſe miſe en mouvement. Si donc on nomme P la maſſe de la corde, & L ſa longueur, la maſſe miſe en mouvement ſera $\frac{Pdx}{L}$; on aura donc, par le principe des forces accélératrices, $-\frac{Pdx}{L}\,ddu = -\frac{2T\delta\delta u}{dx}dy^2$. Je mets — au premier membre, parce que la force eſt retardatrice. Faiſant donc, pour abréger $\frac{2TL}{P} = a^2$, on aura l'équation $\frac{ddu}{dy^2} = \frac{a^2\delta\delta u}{dx^2}$, qui eſt évidemment en différences partieles infiniment petites.

M. d'Alembert, pour intégrer cette équation, ſuppoſe $du = pdx + qdy$; $dp = rdx + sdy$, & $dq = sdx + tdy$; on a donc $t = a^2r$; donc $dq = sdx + a^2rdy$; or $adp = ardx + asdy$; donc $adp + dq = (s + ar)(dx + ady)$; or $adp + dq$ eſt une différentiele complete; donc $(s + ar)(dx + ady)$ eſt auſſi une différentiele complete; donc $s + ar$ doit être une fonction de $x + ay$, & par conſéquent $ap + q$ une autre fonction de $x + ay$, que je repréſente par $\Phi(x + ay)$; on trouvera de même $ap - q = \Psi$.

Digitized by Google

$(+x-ay)$; donc $2\,a\,du = (dx+ady)\,\varphi'(x+ay) + (dx-ady)\,\varphi'(x-ay)$; donc, en intégrant, $2\,a\,u = \varphi(x+ay) + \varphi(x-ay)$, équation intégrale, quelques soient les fonctions φ & φ'; mais ces fonctions sont déterminées par les conditions du problème ; car, soit $a\,u = F(x)$ l'équation initiale de la corde (nous avons supposé qu'elle se confondoit avec l'axe, au commencement du mouvement ; mais nous pouvions tout aussi bien supposer qu'elle formoit déja une courbe donnée), il faudra qu'on ait $F(x) = \frac{\varphi(x)+\varphi(x)}{2}$; de plus, comme les points A & B sont fixes, on doit aussi avoir $\varphi(ay) + \varphi'(-ay) = 0$, & $\varphi(b+ay) + \varphi'(b-ay) = 0$, en nommant b la longueur de la corde. Dans les Mémoires de Berlin, pour 1747, M. d'Alembert a fait plusieurs réflexions sur la forme que devoient avoir les fonctions φ & φ', pour satisfaire aux conditions ; il a prétendu sur-tout que ces fonctions devoient être analytiques, & par conséquent soumises à une loi de continuité ; c'est-à-dire, que la figure courbe devoit être analytique, & que, si elle ne l'étoit pas, la solution devoit être rejetée. Ce seroit une chose singuliere, qu'une équation trouvée indépendamment de la figure initiale de la corde, dût cependant être rejetée, pour quelque cas, de cette figure.

M. Euler a été frapé de ce paradoxe, &, dans les Mémoires de Berlin, pour 1748, il a donné une nouvelle solution du problème, où, en rendant à M. d'Alembert toute la justice qui lui étoit due, il a prétendu que la solution convenoit à une courbe initiale quelconque ; &, pour le prouver, a donné la construction suivante :

Soit AMB, *Fig.* 50, la courbe initiale, PM une ordonée quelconque, il est question de trouver le lieu N du point M, après un temps quelconque y ; répétez la courbe initiale le long de son axe prolongé à droite & à gauche, comme on le voit dans la figure, en faisant correspondre les mêmes extrémités ; nommez $AP\,x$, & prenez $PQ = P_q = a\,y$; menez les ordonés correspondantes RQ, rq, & prenez $PN = \frac{RQ+rq}{2}$, le point N sera le point cherché ; car RQ & rq sont de certaines & mêmes fonctions des abscisses correspondantes $x+ay$ & $x-ay$; puisque, les abscisses étant données, ces lignes sont déterminées, on a donc $PN = \frac{\varphi(x+ay)+\varphi(x-ay)}{2}$, si on fait $y = 0$, PN devient PM ; enfin, si on fait $x = 0$ ou $= b$, les lignes RQ & rq deviennent égales & de signe contraire, comme il suit évidemment de la description ; donc, &c.

M. de la Grange s'est occupé depuis du même sujet, dans le premier volume des Mémoires de Turin. Il a résolu le problême par une méthode absolument neuve, en supposant d'abord la corde, toujours peu différente de la ligne droite, chargée de poids placés à des distances finies & égales, ensuite il a supposé que ces poids s'approchoient & augmentoient en nombre infini ; ce qui est le cas de la corde vibrante ordinaire ; aussi arive-t-il à la même solution que les deux géometres cités précédemment ; mais il conclut, avec M. Euler, que la solution doit contenir à une corde de figure quelconque, même discontinue.

Enfin M. d'Alembert, qui avoit d'abord répliqué au Memoire de M. Euler, critiqua aussi, dans le premier volume de ses Opuscules, celui de M. de la Grange, & tâcha d'établir, par plusieurs raisons, que la corde devoit être continue ; mais il n'a pas ramené MM. Euler & de la Grange ; & les Géometres semblent maintenant s'être rangés du côté de ces derniers. Consultez, sur le calcul des différences partieles, les ouvrages déja cités ; & sur-tout le troisieme volume du *Calcul intégral* de M. Euler.

Je terminerai cet article par quelques réflexions sur les formes discontinues. On entend communément, par ce mot, des formes qui ne résultent d'aucune loi de description, telles, par exemple, que celles d'un caillou brut ; or je dis que, dans ce sens là, il n'y a point de formes réellement discontinues ; car, ou ces formes sont le résultat de l'action nouvele des différentes particules de la matiere, sans le concours d'un être pensant ou animé, comme celle d'un caillou trouvé dans les entrailles de la terre, ou un être pensant est entré pour quelque chose dans la détermination de ces formes ; telle est, par exemple, la courbe qu'un enfant décriroit sur le sable. Dans le premier cas, la recherche de la figure du caillou se réduit évidemment à un problême de méchanique, dans lequel il entre un nombre fini d'élémens ; ainsi, cette figure est analytique & peut se concevoir traduite en langue analytique ; mais la solution n'est pas en la puissance des hommes, soit parce qu'ils ne peuvent pas à beaucoup près en connoître tous les élémens, soit parce que, quand ils les connoîtroient, ces élémens seroient en si grand nombre, quoique fini, que l'esprit humain ne pouroit les comparer. C'est cette impossibilité de connoître les élémens, & cette impuissance de les comparer qu'on appele discontinuité. Dans le second cas, on ne peut pas dire que la recherche de la courbe, décrite par l'enfant, se réduit à un problême ordinaire de méchanique ; car la volonté est un des éléments principaux de la description, & la liaison de cette volonté avec les corps environans, & même avec l'organisation physique de l'enfant, n'est conçue que d'une maniere très-incomplete ; mais cette liaison n'en est pas moins nécessaire ; donc, &c.

Si quelques personnes trouvoient ce raisonement abstrait, on pouroit y suppléer de la maniere suivante ; une forme discontinue quelconque étant donnée, par exemple, une ligne courbe que je

Digitized by Google

supposerai plane pour plus de simplicité ; je pourrai supposer que son équation, entre des coordonnées rectangles, est $y = {}_0A + {}_1Ax + {}_2Ax^2 + {}_3Ax^3 + \&c.$ Or on peut prendre, ou du moins concevoir le nombre de ces coefficiens si grand, que la courbe, lieu de cette équation, comprise entre une abscisse donnée, différera de la proposée moins que d'une quantité donnée ; ces coefficiens se déterminent par les méthodes d'interpolation, & il y en a plusieurs. (*Voyez* INTERPOLATION.)

On pouvoit donc répondre à M. d'Alembert que toute courbe plane peut toujours être représentée par l'équation $y = {}_0A + {}_1Ax + {}_2Ax^2 + \&c.$ la suite étant finie ou infinie, & par conséquent est réellement analytique.

Mais il y a une autre espece de formes qu'on a nommé bien plus improprement discontinue. Ce sont celles dans lesquelles la loi semble avoir varié par saut, telle est celle d'un polygone rectiligne. J'ai fait voir ailleurs qu'on pouvoit toujours trouver une loi unique & générale, qui contînt autant de loix particulieres qu'on voudroit (& pour conserver le même exemple) ; qu'un polygone rectiligne donné pouvoit toujours être regardé comme l'intersection d'une certaine surface analytique ordinaire par un plan. On m'a nié cela, il faut que je l'avoue ; on a prétendu que l'intersection de la surface & du plan coïncidoit effectivement avec le polygone rectiligne ; mais devoit cependant en être distingué, parce que, disoit-on, l'intersection étoit parcourue plusieurs fois par le point décrivant, & le polygone ne l'étoit qu'une seule fois. Ainsi, lecteur, vous voyez qu'on regarde les lignes comme essentiellement décrites par des points, & comme dépendantes du nombre de fois qu'elles auront été parcourues par ces points. Ainsi, si vous aviez trouvé, par des opérations trigonométriques, que la distance du clocher *A* au clocher *B* est égale à celle du clocher *B* au clocher *D*, il faudroit bien vous donner garde de conclure que ces distances sont égales, avant de vous être assuré que l'une d'elles n'a pas été parcourue plus ou moins de fois par le point décrivant. Les commençans ne doivent faire aucune attention à ces subtilités, qui leur donneroient des idées fausses de la géométrie & de l'analyse ; ils ne doivent voir, dans les lignes & dans les surfaces, que des images, qui, quand elles coïncident, ne fauroient être différentes ; ils ne doivent voir, dans l'analyse, qu'une langue capable d'exprimer ces images, de maniere que la formule $y^2 = 2ax - x^2$ donnera l'idée d'un cercle à celui qui entend cette langue, comme le mot *cheval*, prononcé, donnera l'idée de l'animal connu sous ce nom, à celui qui entend le françois. Je finirai ici ces réflexions, peut-être déja trop longues. Ceux qui défireront plus de détail pouront consulter le dixieme volume des *Mémoires* présentés à l'Académie des Sciences de Paris. (T)

INTÉGRALE, (*Intégrales particulieres*) ; une équation ayant été intégrée complétement, si on donne à la constante ou à quelques-unes des constantes introduites dans l'intégration, une valeur déterminée, alors *l'intégrale* est appelée *particuliere*. Exemple, soit l'équation différentielle $y = 2x\frac{dy}{dx} - \frac{ydy^2}{dx^2}$; l'*intégrale* complete est $y^2 = 4m(x-m)$; & faisant $m = 1$, $y^2 = 4(x-1)$ est une *intégrale* incomplete. Mais il y a une chose importante à observer, c'est qu'une équation finie, ou d'un degré inférieur, satisfait quelquefois à une équation différentielle donnée, sans être *intégrale* incomplete, c'est-à-dire, sans résulter de l'*intégrale* complete par aucune valeur particuliere de la constante ou des constantes. M. Clairaut a fait le premier cette remarque. L'équation ci-dessus $y = \frac{2xdy}{dx} - \frac{ydy^2}{dx^2}$ nous fournit un exemple ; car l'équation finie $y = x$ satisfait, & cependant n'est point comprise dans l'*intégrale* complete. Cette singularité, d'abord paradoxe, a été expliquée, par M. de la Grange, dans les *Mémoires de Berlin*, pour l'année 1774, à peu près de la maniere suivante :

L'*intégrale* d'une équation différentielle du premier degré entre deux variables, contient une constante arbitraire. Si on regarde les variables comme les coordonées rectangles d'une ligne courbe, raportées à des axes déterminés, il est clair qu'on poura imaginer décrites autant de courbes différentes, toutes intégrales incompletes de la proposée, qu'on peut donner de valeurs différentes à la constante, c'est-à-dire, une infinité. Or, s'il arive que ces courbes aient une tangente commune, l'équation de cette tangente commune, droite ou courbe, doit satisfaire à l'équation différentielle, puisqu'un élément quelconque de cette tangente se confond avec un élément de quelques-unes des courbes *intégrales* incompletes. Mais cette tangente n'est aucune de ces courbes ; & par conséquent elle n'est point comprise dans l'*intégrale* complete. Dans l'exemple ci-dessus, imaginez une infinité de paraboles ayant pour directrice commune, l'axe des y & leurs sommets sur la ligne des x ; la droite menée par l'origine des coordonées, sous un angle de 45°, les touchera toutes, & l'équation de cette droite est évidement $y = x$. Il y a bien d'autres choses à dire sur cette matiere. Nous renvoyons le lecteur au Mémoire cité de M. de la Grange, digne d'être lu dans le plus grand détail.

INTÉGRALE, s. f. (*Géom. Transf.*). On appele ainsi la quantité finie & variable, dont une quantité différentielle proposée est la différence. Ainsi, l'*intégrale* de dx est x ; celle de $mx^{m-1}dx$ est x^m. *Voyez* DIFFÉRENTIEL & INTÉGRAL. (O).

INTÉGRER, v. act. (*Géom. Transf.*) ; c'est trouver l'intégrale d'une quantité différentielle proposée. (O).

INTENSITÉ, ſ. f. eſt un terme fort uſité en Phyſique & en Méchanique, pour déſigner la force d'une action comparée à celle d'une autre action dans des circonſtances ſemblables. Ainſi, on dit, la lumiere du ſoleil a plus d'*intenſité* que celle de la lune à la même diſtance ; la lumiere d'un flambeau a plus d'*intenſité* que la lumiere d'une ſimple bougie, à diſtances égales ; la réſiſtance d'un fluide a d'autant plus d'*intenſité*, toutes choſes d'ailleurs égales, que ce milieu eſt plus denſe, &c. (*O*).

INTERCALAIRE. Jour *intercalaire* eſt celui que l'on ajoute dans les années biſſextiles. Mois *intercalaire* eſt celui qu'on ajoute tous les trois ans aux années lunaires. *Voyez* CALENDRIER.

INTÉRÊT, ſ. m. (*Arith. & Algebr.*) 1. L'*intérêt* eſt le profit que tire le créancier du prêt de ſon argent (ou de tel autre meuble). Il varie ſuivant les conventions faites avec l'emprunteur.

2. Il y a deux manieres d'énoncer l'*intérêt*, ſur leſquelles il eſt important de ſe faire des idées nettes.

tantôt que l'*intérêt* eſt à tant pour $\frac{100}{}$

On dit par an (ou tel autre terme).

tantôt que l'*intérêt* eſt à tel denier.

Suivant la premiere maniere, on entend aſſez qu'autant de fois que 100 eſt contenu dans le capital, autant de fois on tire pour l'*intérêt* le nombre déſigné par *tant*.

Suivant la ſeconde, il faut entendre qu'autant de fois que le nombre, qui marque le dernier, eſt contenu dans le capital, autant de fois on tire un d'*intérêt*. Ainſi, le denier étant 18, l'*intérêt* eſt 1 pur 18.

3. Il eſt toujours facile de réduire l'une des ces expreſſions à l'autre. Pour cela, prenant 100 pour dividende conſtant des deux autres nombres (ſavoir, celui qui exprime à *combien* pour $\frac{100}{}$ eſt l'*intérêt* & celui qui exprime le denier), l'un étant le diviſeur, l'autre eſt le quotient ; par exemple, Si l'*intérêt* eſt à 4 pour $\frac{100}{}$, le denier ſera $\frac{100}{4} = 25$.

Le denier étant 20, l'*intérêt* ſera à $\frac{100}{20} = 5$ pour $\frac{100}{}$.

Si le diviſeur n'eſt pas ſous-multiple de 100, il eſt clair que le quotient ſera une fraction. Ainſi, l'*intérêt* étant à 3 pour $\frac{100}{}$, le denier ſera $\frac{100}{3} = 33\frac{1}{3}$.

Le denier étant 18, l'*intérêt* ſera à $\frac{100}{18} = 5\frac{5}{9}$ pour $\frac{100}{}$.

4. On diſtingue deux ſortes d'*intérêts* ; le *ſimple*, & celui que j'appele *redoublé* ou *compoſé*.

Le premier eſt celui qui ſe tire uniformément ſur le premier capital, ſans pouvoir devenir capital lui-même, ni produire *intérêt*.

Le ſecond eſt quand l'*intérêt* échu paſſe en nature de capital, & produit lui-même *intérêt*.

5. Dans toutes les queſtions de l'un & de l'autre genre, il entre néceſſairement cinq élémens.

Le capital, que je nommerai . . . . . *a*.

Le nombre (arbitraire, mais communément 100) ſur lequel on ſuppoſe que ſe tire l'*intérêt* qui ſera déſigné par . . . . . *d*.

L'*intérêt* qui ſe tire ſur ce nombre . . . . . *i*.

Le temps que le capital a été gardé . . . . . *t*.

Ce qui revient, tant en capital qu'*intérêt*, au bout du temps ſuppoſé . . . . . *r*.

6. *De l'intérêt ſimple.* Pour avoir *r*,

1°. Faites . . . . $d : i :: a : \frac{ai}{d}$, c'eſt l'*intérêt* d'un terme.

2°. Multipliez par *t*, vient $\frac{ait}{d}$ . . . c'eſt l'*intérêt* total.

3°. Ajoutez *a* ou $\frac{ad}{d}$, vous aurez $\frac{ad+ait}{d} = a \times \frac{d+it}{d}$.

Ainſi . . . . . $r = a \times \frac{d+it}{d}$.

D'où l'on tire . . . $\begin{cases} a = r \times \frac{d}{d+it}. \\ i = d \times \frac{r-a}{at}. \\ t = d \times \frac{r-a}{ai}. \end{cases}$

7. *Exemple I.* Un homme a prêté 1200 liv. à 3 pour $\frac{100}{}$ par an d'*intérêts* : à combien montent *intérêts* & principal au bout de 4 ans ?

$a = 1200$ liv.

Faiſant $d = 100$, & ſubſtituant . . . $r = 1200 \times \frac{1}{100}$

$i = 3$. $= \frac{1344000}{1000} = 1344$ liv.

$t = 4$.

Exemple II. Un homme ayant gardé 1200 liv. pendant un certain temps, rend 1344 liv. pour principal, & *intérêt* à raiſon de 3 pour $\frac{100}{}$: combien l'argent a-t-il été gardé ?

Subſtituant dans la quatrieme formule, on trouvera $t = 100 \times \frac{1344 - 1200}{3600} = \frac{14400}{3600} = 4$.

Quand *t* eſt une fraction, cette circonſtance n'ajoute (en cette eſpece d'*intérêt*) aucune difficulté réelle : le calcul en devient ſeulement un peu plus compliqué.

8. *De l'intérêt redoublé ou compoſé.* Les appellations reſtant les mêmes que ci-deſſus, pour avoir *r*, raiſonez ainſi :

Le capital du premier terme étant *a*, l'*intérêt* ſera $\frac{ai}{d}$; à quoi ajoutant *a* ou $\frac{ad}{d}$, l'*r* pour ce premier terme ſera $\frac{ad+ai}{d} = \ldots\ldots a \times \frac{d+i}{d}$.

Le capital du ſecond terme étant $\frac{ad+ai}{d}$,

l'*intérêt* ſera $\frac{aid+ai^2}{d^2}$; à quoi ajoutant

Digitized by Google

le capital (réduit au dénominateur d^2)

l'r du 2.^{d} terme sera $\frac{ad^2+2aid+ai^2}{d^2}=a\times\frac{d+i}{d}$.

En procédant de la même maniere, on trouvera pour l'r du troiſieme terme $\frac{ad^3+3aid^2+3ai^2d+ai^3}{d^3}=\ldots\ldots a\times\frac{d+i}{d}$.

Sans aller plus loin, on voit que les divers réſultats trouvés & à trouver, forment une progreſſion géométrique, dont a eſt le premier terme, $\frac{d+i}{d}$ (que, pour plus de briéveté, je nommerai (p)) l'expoſant. Le terme de la progreſſion où p eſt élevé à la puiſſance dont l'expoſant eſt 1, ſera l'r du temps 1; celui où p eſt élevé à la puiſſance dont l'expoſant eſt 2, ſera l'r du temps 2; &, en général, le terme de la progreſſion où p eſt élevé à la puiſſance dont l'expoſant eſt t, ſera l'r de ce temps t. D'où naiſſent, pour toutes les manieres différentes dont une même queſtion peut être retournée, les formules ſuivantes :

$$r=ap^t,\ldots\text{ou bien }\log.r=\log.a+\log.p\times t.$$

$$a=\frac{r}{p^t}.\ldots\ldots\log.a=\log.r-\log.p\times t$$

$$p=\sqrt[t]{\frac{r}{a}}.\ldots\ldots\log.p=\frac{\log.r-\log.a}{t}.$$

$$t=\ldots\ldots\ldots\frac{\log.r-\log.a}{\log.p}$$

10. *Exemple I.* 1000 livres ont été prêtées à 6 pour $\frac{6}{6}$ par an *d'intérêt* redoublé (& c'eſt ainſi qu'il faudra l'entendre dans tout le reſte de cet article): combien ſera-t-il dû au bout de 3 ans, tant en capital qu'*intérêts* ?

$a=1000$ livres.

Faiſant $\left.\begin{matrix}d=100\\i=6\\t=3\end{matrix}\right\}\ \frac{d+i}{d}=p=\frac{106}{100}=\frac{53}{50}$; & ſubſtituant, on trouve $r=1000\times\frac{53}{50}\times\frac{53}{50}\times\frac{53}{50}=\frac{148877}{125}=1191$ liv. $\frac{2}{125}$.

Exemple II. On rend, au bout de 3 ans, 1191 livres $\frac{2}{125}$ pour 1000 livres prêtées à *intérêts* : quel étoit cet *intérêt* ?

C'eſt p qu'il faut trouver. Or la troiſieme formule donne.... $\log.p=\frac{\log.r-\log.a}{t}$.

Subſtituant.... $\log.p=\frac{30759179-30000000}{3}$

$=\frac{0.0759179}{3}=0.0253059$: puiſque 0.0253059 eſt le logarithme de p ou de $\frac{d+i}{d}$, ajoutant le logarithme de d ou de 100, la ſomme 2.0253059 eſt le logarithme de $d+i$. Mais à ce logarithme répond, dans la table, le nombre 106; donc $d+i=106$; donc $i=106-d=106-100=6$; donc l'*intérêt* étoit à 6 pour 6.

Comme on peut ſe trouver embaraſſé quand t eſt une fraction, j'ajoute un exemple pour ce cas-là.

Exemple III. 1000 livres ont été prêtées à 7 $\frac{1}{2}$ pour $\frac{7\frac{1}{2}}{100}$ par an d'*intérêts* : combien ſera-t-il dû au bout de 3 ans ſept mois 15 jours?

$a=1000$ livres.

$\left.\begin{matrix}d=100\\i=7\frac{1}{2}\end{matrix}\right\}\ \frac{d+i}{d}=p=\frac{107\frac{1}{2}}{100}=\frac{215}{200}=\frac{43}{40}$.

$t=\frac{1320}{365}=\frac{264}{73}$ années

(t a été réduit en la plus petite eſpece, c'eſt-à-dire, en jours ou $\frac{365}{1}$ d'année, & i la fraction réſultante réduite elle-même à une plus ſimple par la diviſion du numérateur, & du dénominateur par 5).

Le calcul (effrayant & preſqu'impraticable par la voie ordinaire) devient très-ſimple & très-facile par les logarithmes... $\log.r=\log.a+\log.p\times t$. Subſtituant, on trouve..... $\log.r=3.0000000+0.0314005\times\frac{264}{73}=3.0000000+0.1135869=3.1135869$. Or à ce logarithme répond, dans la table, le nombre $1298\frac{1}{2}\frac{2}{3}$...c'eſt en livres la valeur de r.

11. Les queſtions ordinaires, qu'on peut faire ſur l'*intérêt*, ſe réſoudront toujours avec facilité par les regles qu'on vient de voir : mais on y pouroit mêler telles circonſtances qui rendroient ces regles inſuffiſantes. Par exemple,

12. Un homme doit une ſomme *actuellement exigible* ; ſon créancier conſent qu'il la lui rende en un certain nombre de paiemens égaux, qui ſe feront, le premier dans un an, le ſecond dans deux, & ainſi de ſuite, & dans leſquels entreront les *intérêts* (ſur le pied d'un denier convenu) à raiſon du retardement de chaque paiement : on demande quel ſera chaque paiement égal ?

(Cette queſtion au reſte n'eſt pas de pure curioſité ; cette maniere de faire le commerce d'argent eſt, dit-on, fort d'uſage en Angleterre).

13. C'eſt l'égalité des paiemens qui fait ici toute la difficulté. Pour la lever (conſervant d'ailleurs les appellations précédentes), à t qui déſignoit le temps, je ſubſtitue n, qui exprimera le nombre des paiemens égaux.

Il eſt clair que le premier paiement trouvé, tout eſt trouvé. Or ce premier paiement eſt compoſé de deux parties ; l'une *connue*, c'eſt l'*intérêt* du capital entier ſur le pied du denier donné ; l'autre *inconnue*, c'eſt une certaine portion du capital qu'il faut prendre pour compléter la paiement. Le capital étant écorné par le premier paiement, l'*intérêt* ſera moins fort la ſeconde année, & conſéquemment (vu l'égalité des paiemens) la portion qu'on prendra ſur le capital ſera plus grande, & ainſi de ſuite d'année en année. Ce qui donne

Digitized by Google

deux ſuites, l'une décroiſſante pour les *intérêts*, l'autre croiſſante pour les diverſes portions du capital, je m'attache à celle-ci; & pour découvrir la loi qui y regne, je nomme z, y, x, &c. *dans le même ordre*, les portions du capital compétantes aux premier, ſecond, troiſieme, *&c.* paiemens; de ſorte que $z+y+x+\&c.=a$.

Le premier paiement ſera ... $\frac{ai}{d}+z$.

Le ſecond ..... $\frac{ai-yi}{d}+y$.

Le troiſieme ..... $\frac{ai-zi-yi}{d}+x$.

&c.

14. Comme ces paiemens ſont ſuppoſés égaux, on en peut former diverſes équations, comparant le premier avec le ſecond, celui-ci avec le troiſieme, *&c.*

La premiere équation fait trouver ... $y=z\times\frac{d+i}{d}$.

La ſeconde ..... $x=y\times\frac{d+i}{d}$, ou

(ſubſtituant au lieu de y ſa valeur.. $x=z\times\sqrt[2]{\frac{d+i}{d}}$.

Ce qui ſuffit pour donner à connoître que la ſuite en queſtion eſt une progreſſion géométrique, dont l'expoſant eſt $\frac{d+i}{d}=p$: & dès-là le problême eſt réſolu; car, des cinq *élémens* qui entrent en toute progreſſion géométrique (*Voyez* PROGRESSION), trois prix comme on voudra étant connus, donnent les deux autres. Or on connoît ici la ſomme a, le nombre des termes n, & l'expoſant p: on connoîtra donc les deux autres, & nommément le premier terme dont il s'agit ici principalement ... il ſera $a\times\frac{p-1}{pn-1}$; à quoi ajoutant l'*intérêt* du capital entier, qui eſt $a\times\overline{p-1}$ on aura $r=a\times\frac{p-1}{pn-1}+p\,1$, ou (réduiſant tout au dénominateur $p\,n-1$) $r=a\times\frac{p^n-p\,n}{p\,n-1}$. Mais comme cette expreſſion de la valeur de r exige, dans l'application, des réductions pénibles, au lieu de p remettant $\frac{d+i}{d}$, qui lui eſt égal, naît une nouvele formule qui a cela de commode, que toutes les réductions y ſont faites d'avance, & qu'il n'y a qu'à ſubſtituer. On la voit ci-deſſous avec celles qui en dérivent *d'une part*, & *vis-à-vis* les mêmes par les logarithmes.

$$15.\ r=\frac{ai}{d}\times\frac{\sqrt[n]{\frac{d+i}{d}}}{\sqrt[n]{\frac{d+i}{d}}-\sqrt[n]{1}}\ldots\ \begin{array}{l}\log.\,r=\log.\,a+\log.\,i\\ -\log.\,d+i\times n-\log.\,d-\log.\,d+i-d\,n.\end{array}$$

$$a=\frac{dr}{i}\times\frac{\sqrt[n]{\frac{d+i}{d}}-1}{\sqrt[n]{\frac{d+i}{d}}}\ldots\ \begin{array}{l}\log.\,a=\log.\,d+\log.\,r\\ +\log.\,d+i-d-\log.\,i-\log.\,d+i\times n.\end{array}$$

$$n=\ldots\ldots\ldots\ \frac{\log.\,ar-\log.\,dr-ai}{\log.\,\frac{d+i}{d}}.$$

Envain reſſafferoit-on ces formules pour en tirer une qui donnât directement la valeur de $\frac{d+i}{d}$ ou de p; on ſe trouve néceſſairement renvoyé à une équation du degré n.

16. Comme z (ou la portion du capital qui entre dans le premier paiement) eſt la ſeule vraie inconnue de cette queſtion; ſi on veut l'avoir directement, de l'équation ci-deſſus $z+y+x+$ &c. $=a$ (après avoir préalablement réduit tout en z), on tirera généralement,

$$z=a\times\frac{\sqrt[n-1]{d^{n-1}}}{\sqrt[n-1]{d^{n-1}}+\sqrt[n-1]{d^{n-2}\times d+i}+\sqrt[n-1]{d^{n-3}\times d+i^2}+\ldots+\sqrt[n-1]{d+i^{n-1}}}.$$

C'eſt-à-dire, que, pour avoir z, il faut multiplier a par une fraction dont le numérateur étant $\sqrt[n-1]{d^{n-1}}$, le dénominateur eſt la ſomme des produits des $n-1$ puiſſances ſucceſſives de d (depuis l'expoſant $n-1$ juſqu'à l'expoſant o inclusivement), multipliées terme à terme, *mais dans un ordre renverſé*, par les puiſſances pareilles de $d+i$.

17. Remarquez que cette derniere formule n'eſt la formule particuliere de z (*premier & plus petit terme* de la progreſſion que forment entr'elles les diverſes portions du capital), que parce qu'on a pris pour numérateur de la fraction le *premier* & *plus petit terme* du dénominateur, ſavoir, $\sqrt[n-1]{d^{n-1}}$. Si (laiſſant d'ailleurs tout le reſte du ſecond membre dans le même état) on eût pris pour numérateur le ſecond terme du dénominateur, ſavoir, $\sqrt[n-1]{d^{n-2}\times d+i}$, on eût eu la formule de y; celle de x, ſi on eût pris le troiſieme, *&c.* En un mot, la formule donnera la valeur du terme de la progreſſion correſpondant (quant au rang) à celui du dénominateur qu'on aura pris pour numérateur de la

Digitized by Google

la fraction. . . Cette remarque trouvera plus bas son application.

18. *Exemple.* Que la ſomme prêtée ſoit 10,000 livres, l'*intérêt* à 4 pour $\frac{0}{0}$, & qu'il y ait 4 paiemens égaux.

$a = 10{,}000$ livres.

Faiſant $d = 100$, $\frac{d+i}{d} = \frac{104}{100} = \frac{26}{25}$; & ſubſtituant, $i = 4$. on trouvera, $n = 4$

1.° Par la formule du n.° 15)

$r = \frac{1000000}{371} \times \frac{456976}{442171} = \frac{456976000}{164199041} = 3754$ liv. $\frac{222}{442171}$.

2.° Par celle du n.° 16.

$z = 10{,}000 \times \frac{35625 + 16150 + 16900 + 17576}{15625} = \frac{66351}{146850000}$

$= 2354$ liv. $\frac{222}{442171}$.

Ajoutant 400 liv. pour l'*intérêt* de la 1re année, on a comme ci-devant... $r = 2754$ liv. $\frac{222}{442171}$.

3.° Par les logarithmes, celui de r ſe trouve 3.4401058 : or le nombre, qui répond à ce logarithme, eſt entre 2754 & 2755, beaucoup plus près de ce dernier.

19. Dans la queſtion qu'on vient de réſoudre (le capital, l'*intérêt*, le nombre & les *termes* des paiemens reſtant d'ailleurs les mêmes), ſi l'on ſuppoſoit que la dette originaire ne fût exigible que *dans un an*, au lieu de l'être *actuellement*, comme on l'avoit ſuppoſé n.° 12 : quel ſeroit alors chaque paiement égal ?

Ce qui rend l'eſpece du cas préſent différente de celle du précédent ; c'eſt que le premier paiement, ſe faiſant au même terme que la dette originaire eût dû être payée, n'eſt point ſujet à *intérêts*, & ſera pris en entier ſur le capital. Procédant d'ailleurs comme ci-deſſus, on retrouve encore entre les diverſes portions du capital z, y, x, &c. la progreſſion géométrique dont l'expoſant eſt $\frac{d+i}{d}$; avec cette différence que z (qui n'étoit là le premier & plus petit terme, parce qu'il étoit joint au plus fort *intérêt*) en eſt au contraire ici le dernier & plus grand, parce que l'*intérêt*, auquel eſt joint, eſt le moindre qu'il ſoit poſſible ou nul, & qu'il complete ſeul ſon paiement. Pour en avoir donc la valeur, il faut, conformément à la remarque, n.° 17, ſubſtituer (dans la formule du n.° 16) $\frac{d+i}{d}$ au lieu de d pour numérateur de la fraction. Ce qui donnera, $z = 10000 \times \frac{456976}{371} \times \frac{371}{442171} = 2648$ l. $\frac{222}{442171}$, comme on peut le vérifier.

Il ſeroit inutile de pouſſer plus loin cette ſpéculation.

20. Il eſt évident que le calcul de l'*intérêt* & celui de l'eſcompte (*Voyez* ESCOMPTE) ſont fondés ſur les mêmes principes & aſſujétis aux mêmes regles, avec quelque légere différence dans l'application, qui en produit d'eſſentielles dans les réſultats. Que, dans la premiere formule du n.° 6, on renverſe la fraction $\frac{d+i}{d}$, en ſorte qu'elle deviene $\frac{d+i}{d}$, on aura la formule r pour l'*eſcompte ſimple*, & par elles les autres qui en dérivent. De même que, dans les formules du n.° 9, on prene p non pour $\frac{d+i}{d}$, mais pour $\frac{d+i}{d}$, elles deviendront celles même de l'*eſcompte correſpondante*. (*Par M.* RALLIER DES OURMES).

* On a vu ci-deſſus que $a\left(\frac{d+i}{d}\right)^m$ eſt l'*intérêt* redoublé ou compoſé pour un nombre m d'années quelconque, en y comprenant le principal ; & que $a\left(1+\frac{mi}{d}\right)$ eſt l'*intérêt* ſimple pour un nombre pareil d'années, en y comprenant de même le principal. Or il eſt aiſé de voir, 1.° que, ſi m eſt un nom entier > que l'unité, on a $\left(\frac{d+i}{d}\right)^m > 1 + \frac{mi}{d}$; car, $\left(1+\frac{i}{d}\right)^m = 1 + \frac{mi}{d} + \frac{m(m-1)}{1.2}\frac{i^2}{d^2} + \frac{m(m-1)(m-2)}{1.2.3}\frac{i^3}{d^3} +$, &c. *Voyez* PUISSANCE BINOME ; or cette quantité eſt évidemment égale à $1 + \frac{mi}{d}$ + une quantité réelle poſitive ; donc elle eſt plus grande que $1 + \frac{mi}{d}$.

2.° Si $m = 1$, les deux quantités ſont égales, comme il eſt très-aiſé de le voir.

3.° Si $m = \frac{1}{p}$, on aura $\left(\frac{d+i}{d}\right)^{\frac{1}{p}} > 1 + \frac{mi}{d}$ ou $1 + \frac{i}{dp}$; car, en élevant de part & d'autre à la puiſſance p, on aura, d'une part, $\frac{d+i}{d}$; &, de l'autre, $1 + \frac{i}{d}$ + une quantité poſitive.

4.° De là il eſt aiſé de voir que, ſi m eſt un nombre fractionaire quelconque plus grand que l'unité, on aura, en général, $a\left(\frac{d+i}{d}\right)^m > a + \frac{mia}{d}$; & au contraire ſi m eſt un nombre fractionaire quelconque plus petit que l'unité.

Donc en général, quand on emprunte à *intérêt* compoſé, la ſomme due eſt plus forte, s'il y a plus d'un an écoulé, qu'elle ne le ſeroit dans le cas de l'*intérêt* ſimple ; & au contraire, s'il y a moins d'un an écoulé, la ſomme due eſt moins forte que dans le cas de l'*intérêt* ſimple.

Digitized by Google

Pour rendre ſenſible à tous nos lecteurs cette obſervation importante, ſuppoſons qu'un particulier prête à un autre une ſomme d'argent à 3 pour 1 d'*intérêt* par an; cette uſure exorbitante ne peut ſans doute jamais avoir lieu en bonne morale; mais l'exemple eſt choiſi pour rendre le calcul plus facile: il eſt clair qu'au commencement de la premiere année, c'eſt-à-dire, dans l'inſtant du prêt, le débiteur devra ſimplement la ſomme prêtée 1; qu'au commencement de la ſeconde année, il devra la ſomme 4, & que, cette ſomme 4 devant porter ſon *intérêt* à 3 pour 1, il ſera dû, au commencement de la troiſieme année, la ſomme 4, plus 12 ou 16; en ſorte que les ſommes 1, 4, 16, dues au commencement de chaque année, c'eſt-à-dire, à des intervalles égaux, formeront une proportion qu'on appele *géométrique*, c'eſt-à-dire, dans laquelle le troiſieme terme contient le ſecond comme celui-ci contient le premier. Or, par la même raiſon, ſi on cherche la ſomme due au lieu de la premiere année, on trouvera que cette ſomme eſt 2, parce que la ſomme due au milieu de la premiere année, doit former auſſi une proportion géométrique avec les ſommes 1 & 4 dues au commencement & à la fin de cette année; & qu'en effet la ſomme 1 eſt contenue dans la ſomme 2, comme la ſomme 2 l'eſt dans la ſomme 4. Préſentement, dans le cas de l'*intérêt* ſimple, le débiteur de la ſomme 4 au commencement de la ſeconde année, ne devroit que la ſomme 7, & non 16 au commencement de la troiſieme: mais au milieu de la premiere année, il devroit la ſomme 2 & $\frac{1}{2}$; car l'argent qui raporte 3 pour 1 à la fin de l'année, dans le cas de l'*intérêt* ſimple, & 6, c'eſt-à-dire, le double de 3 à la fin de la ſeconde année, doit raporter $\frac{1}{2}$, c'eſt-à-dire, la moitié de 3 au milieu de la premiere année. Donc, dans le cas de l'*intérêt* compoſé, le débiteur devra moins avant la fin de la premiere année, que dans le cas de l'*intérêt* ſimple. Donc, ſi l'*intérêt* compoſé eſt favorable au créancier dans certains cas, il l'eſt au débiteur dans d'autres cas; la compenſation, il eſt vrai, n'eſt pas égale, puiſque l'avantage du débiteur finit avec la premiere année, & que celui du créancier commence alors, pour aller toujours en croiſſant à meſure que le nombre des années augmente: néanmoins il eſt toujours utile d'avoir fait cette obſervation, ne fût-ce que pour montrer que l'*intérêts* ſimple, dans certains cas, eſt non ſeulement moins favorable au débiteur, mais qu'il peut même être regardé comme injuſte, ſi la convention eſt telle que le débiteur ſoit obligé de s'aquiter dans le courant de l'année de l'emprunt.

Si on repréſente les ſommes dues par les ordonées d'une ligne courbe dont la premiere ordonée (celle qui répond à l'abſciſſe $= o$) ſoit $=$ à la ſomme prêtée, & dont les ordonées répondantes à chaque abſciſſe repréſentent les ſommes dues à la fin du temps repréſenté par cette abſciſſe, il eſt aiſé de voir, 1°. que, dans le cas de l'*intérêt* ſimple, cette courbe ſera une ligne droite; 2°. que, dans le cas de l'*intérêt* compoſé, elle tournera ſa convexité vers ſon axe; 3°. que, dans le cas de l'*intérêt* compoſé, ſi on nomme a la premiere ordonée, & $a+b$ l'ordonée qui répond à une abſciſſe $= t$, l'ordonée, qui répondra à une abſciſſe quelconque $p\,t$, ſera $\frac{(a+b)p}{p-1}$; p étant un nombre quelconque entier ou rompu, plus grand ou plus petit que l'unité. *Voyez* Logarithme & Logarithmique. Donc en général la ſomme due au bout du temps $p\,t$ ſera $a \times \left(1+\frac{a}{b}\right)^p$; & ſi on ſuppoſe p infiniment petit, la différence des quantités a & $a\left(1+\frac{a}{b}\right)^p$ ſera à la quantité a comme la quantité $p\,t$ eſt à la ſous-t angente d'une logarithmique, qui, ayant a pour premiere ordonée, t pour abſciſſe, auroit $a+b$ pour l'abſciſſe correſpondante. Or la ſous-tangente d'une telle logarithmique eſt facile à trouver. Car, nommant x cette ſous-tangente, & c le nombre dont le logarithme eſt l'unité, on aura $\frac{t}{x}$

$ac = a+b$. *Voyez* Logarithmique & Exponentielle. Donc $\frac{t}{x}\log. c + \log. a = \log. a+b$; ou $\frac{t}{x} = \log. a+b$, parce que $\log. c = 1$, (hyp.) & que $\log. a = o$. Donc $x = \frac{t}{\log. a+b}$. *Voyez* Logarithme. Par ce moyen, ſi on nomme d la quantité infiniment petite, qui eſt due pour l'*intérêt* à la fin de l'inſtant $d\,t$, on aura $d = \frac{a \times d\,t}{x} = \frac{a \times d\,t \log. a+b}{t}$. C'eſt ainſi que, dans le cas de l'*intérêts* compoſé, on trouve quel eſt l'*intérêt*, ſi on peut parler ainſi, à la naiſſance du temps; & cet *intérêts* équivaut à un *intérêt* ſimple, qui ſeroit $a \log. a+b$ au bout du temps t. *Voyez*, aux *articles* Excompte & Arrérages, d'autres remarques ſur l'*intérêt*. On nous a fait, ſur cet *article* Arrérages, une imputation très-injuſte, dont nous croyons nous être ſuffiſamment juſtifiés par une lettre inſérée dans le mercure de décembre 1757. Nous y renvoyons le lecteur. (*O*)

INTERLUNIUM, (*Aſtr.*); temps où la lune ne paroît pas, c'eſt deux jours avant & après la conjonction.

INTERNE, (*Géom.*) les angles *internes* ſont tous les angles que forment les côtés d'une figure rectiligne, pris au dedans de cette figure. *Voyez* Angle.

La ſomme de tous les angles *internes* d'une fi-

Digitized by Google

gure rectiligne quelconque, est égale à deux fois autant d'angles droits, moins quatre, que la figure a de côtés.

Dans un triangle tel que KLM, *Pl. Géom. Fig. 19*, les angles L & M sont dits *internes* & opposés, par raport à l'angle *externe* IKM qui est égal à tous les deux ensemble.

On appele encore angles *internes* ceux qui sont formés, entre deux paralleles, par l'intersection d'une troisieme ligne. Tels sont les angles z, y, & x, t, *Pl. Géom. Fig. 35*, formés entre les paralleles OP, QR, de chaque côté de la sécante ST. Dans ces paralleles, la somme de deux angles *internes* du même côté, est toujours égale à deux angles droits.

Les angles *internes opposés* sont les deux angles s & y, *Pl. Géométr. Fig. 36*, formés par la ligne qui coupe les deux paralleles. *Voyez* PARALLELE.

Ils sont respectivement égaux aux angles A, u, qu'on appele *angles externes opposés*. *Chambers*. (*E.*)

INTERPOLATION, s. f. (*Mathématiques & Physique*); c'est la méthode de trouver une loi qui lie plusieurs faits. Trente lieux d'une planete étant observés, trouvez une courbe analytique qui passe par ces trente lieux, & vous aurez interpolé les observations de la planete. Ainsi, le problême d'interpoler une suite d'observations données est indéterminé en général, puisque, dans l'exemple cité, vous pouvez trouver une infinité de courbes analytiques de formes différentes, qui passent par trente points donnés; mais le but d'une *interpolation* est presque toujours de suppléer à des observations qui manquent; ainsi, l'analyste doit choisir sa formule telle qu'elle puisse représenter le mieux possible ces observations, qui, communément, sont contenues dans des limites assez resserrées, connues par la question.

Une regle assez bonne pour déterminer la meilleure formule d'*interpolation*, indépendamment des facilités que peut donner la nature de la question, seroit d'interpoler les observations données, excepté une ou plusieurs, suivant plusieurs formules; alors on adopteroit comme la meilleure celle qui s'écarteroit le moins des observations non calculées. L'analyste doit aussi faire en sorte que sa formule ne soit pas trop compliquée; car plus elle sera simple, plus le nombre des observations qu'il pourra interpoler sera considérable, & réciproquement. C'est donc une occupation digne d'un analyste de chercher des formules d'*interpolation* courtes, capables de s'accommoder facilement à un grand nombre d'observations, pour que, quelque cas important venant à se présenter, on ait d'autant plus de quoi choisir entre des formules simples & préparées, pour trouver celle qui convient à la circonstance.

J'ai fait ces recherches, & je les communiquai, il y a quelques années, à l'Académie des Sciences de Paris; la nature de cet ouvrage ne permet pas de les inférer ici avec tous les détails. Je me bornerai à ce qu'elles contienent de plus simple, pour l'entre en matiere.

Le phénomene est une fonction de x, que je représente par $\varphi(x)$, & on connoît $\varphi(0)$, $\varphi(1)$, $\varphi(2)\ldots\varphi(n-1)$. Cela posé, on pourra écrire:

$$\varphi(x)=\frac{{}_0p\,\varphi(0)\int\Pi x}{\int {}_0p\,\Pi x}+\frac{{}_1p\,\varphi(1)\int\Pi(x-1)}{\int {}_1p\,\Pi(x-1)}+\frac{{}_{n-1}p\,\varphi(n-1)\int\Pi(x-n+1)}{\int {}_{n-1}p\,\Pi(x-n+1)}.$$

Π est la demi-circonférence, ${}_0p$, ${}_1p\ldots{}_{n-1}p$ sont des nombres quelconques, à cela près qu'en général p ne peut pas être un entier ni une fraction rationele dont le dénominateur seroit moindre que $n-1$. Ces conditions étant remplies, il est évident que $\varphi(x)$ satisfera aux n observations supposées. Soit, par exemple, $x=2$ le coefficient ${}_0p\,\varphi(2)$ deviendra $\frac{\varphi}{2}$, & se trouvera $\frac{1}{2}$, suivant les regles connues. Ainsi, le terme $\frac{{}_0p\,\varphi(2\int\Pi(x-2)}{\int {}_0p\,\Pi(x-2)}$ se réduira à $\varphi(2)$; &, comme les numérateurs des autres fractions deviennent alors 0, sans que les dénominateurs le deviennent, il s'ensuit qu'on a alors $\varphi(x)=\varphi(2)$.

Remarque. Les quantités ${}_0p$, ${}_1p\ldots{}_{n-1}p$ étant presqu'arbitraires, on peut théoriquement satisfaire, par leur moyen, à n autres observations correspondantes à des valeurs fractionaires ou radicales de x, pourvu que ces valeurs de p ne tombent pas dans les cas exclus ci-dessus; mais cela n'arivera presque jamais (on ne pouroit pas satisfaire, par le moyen de ces lettres p, à des observations correspondantes à des valeurs de x entieres & positives plus grandes que n, ou négatives; car la valeur de $\varphi(x)$ deviendra alors 0, ou plus généralement la somme d'un certain nombre d'observations primitives). Alors le calcul sera impraticable, ou les valeurs de p, qui en résulteront, rendront l'usage de la formule extrêmement pénible. Cependant on ne doit pas regarder cette indétermination comme absolument inutile; car, comme ces quantités augmentant continuellement, les dénominateurs qui en dépendent ne deviennent jamais plus grands que 1, il suit de là que, si la valeur de $\varphi(x)$ se trouvoit trop éloignée de convenir avec d'autres observations, d'après certaine supposition pour les quantités p, on pouroit la rendre plus exacte en les diminuant ou augmentant en conséquence.

Au lieu des sinus dénominateurs, on pouroit prendre des quantités exponentielles; par exemple, au lieu de $\int \mu p\,\Pi(x-\mu)$, on pouroit écrire

Digitized by Google

$p(x-\mu)$

$b^{\mu}-1$, b étant le nombre dont le logarithme est 1, & alors on auroit,

$$\Pi\phi(x)=\frac{{}_{b}\phi\varphi(0)/\Pi x}{b^{x}-1}+\frac{{}_{b}\phi(1)/\Pi(x-1)}{b^{x}-1}+\frac{p\varphi(n-1)/\Pi(x-n+1)}{b^{x}-1}\cdot\frac{n-1}{p(x-n+1)}$$

$$\overline{b^{n-1}-1}.$$

Enfin on pouroit, aux quantités exponentielles, substituer des quantités algébriques, & écrire ainsi:

$$\Pi\phi(x)=\frac{\varphi(0)/\Pi x}{x^{p}-1}+\frac{{}_{p}\phi(1)/\Pi(x-1)}{x^{p}-1}+\frac{p-1}{p(n-1)}\quad\varphi(n-1)/\Pi(x-n+1)\cdot\frac{n-1}{x^{p^{n-1}}-x^{p^{n-1}}}(1).$$

Il y a des remarques à faire, relativement aux quantités p, pour ces deux formules, analogues à celle qui a été faite pour la premiere. Si on n'y mettoit pas du choix à raison du phénomene dont on a des cas observés, la fonction φ pouroit encore s'écarter considérablement de la vérité.

Remarque. Si les observations au lieu de correspondre aux abscisses 1, 2, 3, &c. correspondoient à des multiples quelconques de l'unité, il est clair qu'on pouroit encore trouver $\phi(x)$ par une formule semblable.

Définition. Je représenterai, comme M. Vandermonde, par $(x)^{m}$ le produit $x\,(x-1)(x-2)\ldots(x-m+1)$, & par (o) la fraction $\frac{1}{1.2.3\ldots m}$.

Cela posé, si on veut que la fonction φ soit algébrique, on pourra écrire

$$\varphi(x=F(o(+xF(1)..+(x)^{n-1}F(n-1):$$

les fonctions F indiquent des coefficiens constans. Maintenant, si on fait $x=o$, on trouvera $F(o)=\varphi(o)$; ensuite, prenant les différences finies, & faisant $x=o$ après les différentiations, on trouvera $F(1)=\Delta\varphi(o)$, $F(2)=\Delta^{2}\varphi(o)(o)$, & généralement $F(\mu)=\Delta^{\mu}\varphi(o)(o)$; ainsi, on aura $\varphi(x)=\varphi(o)+x\Delta\varphi(o)+(x)^{2}(o)\Delta^{2}\varphi(o)..+(x)^{n-1}(o)\Delta^{n-1}\varphi(o)$.

Mais $\varphi(o)=\varphi(o)$;

$\Delta\varphi(o)=\varphi(1)-\varphi(o)$;

$\Delta^{2}\varphi(o)=\varphi(2)-2\varphi(1)+\varphi(o)$;

$\Delta^{n-1}\varphi(o)=\varphi(-1=\varphi(n-1)-(n-1)\varphi(n-2)+(n-1)(o)\varphi(n-3)$ &c.

Or ces fonctions sont observées; tout est donc connu dans la fonction φ.

Cette formule s'acorde avec celle que Newton a donnée, sans démonstration, dans le troisieme Livre des Principes.

J'appliquerai cette méthode à des expériences faites par M. l'abbé Bossut, & raportées dans le second volume de son Hydrodynamique, ouvrage où la théorie & la pratique sont raprochées l'une de l'autre avec beaucoup de sagacité. L'auteur s'est proposé, dans ces expériences, de trouver la loi des quantités d'eau, fournies par plusieurs conduits de différens diametres & de différentes longueurs, les hauteurs des réservoirs qui fournissent l'eau à ces conduits étant aussi différentes; mais, comme, dans les formules précédentes, la loi n'est exprimée que par une seule variable, je supposerai d'abord que le diametre de la conduite & la hauteur du réservoir sont constans, & je ne ferai varier que la longueur de cette conduite; plus bas je donnerai des méthodes pour le cas le plus général. M. l'abbé Bossut a lui-même interpolé quelques-unes de ces expériences, en ne faisant varier que la longueur de la conduite; il en a choisi une, qui a 16 lignes de diametre, la hauteur du réservoir étant un pied, & a observé les dépenses à l'origine de la conduite; ensuite, à 30 pieds, 60, 90, 120, 150 & 180 de la même origine, les expériences donnent (les dépenses étant toutes réduites au même temps d'une minute),

$\varphi(o)=6330$ pouces $\varphi(3)=1587$. $\varphi(6)=1052$;
$\varphi(1)=2778$. $\varphi(4)=1351$;
$\varphi(2)=1957$. $\varphi(5)=1178$.

La quantité que j'ai appelée x, est ici le quotient de la longueur du tuyau par 30, mettant ces valeurs dans les équations précédentes, on aura,

$$\varphi(o)=+6330;$$
$$\Delta\varphi(o)=-3552;$$
$$\Delta^{2}\varphi(o)=+2731;$$
$$\Delta^{3}\varphi(o)=-2280;$$
$$\Delta^{4}\varphi(o)=+1963;$$
$$\Delta^{5}\varphi(o)=-1717;$$
$$\Delta^{6}\varphi(o)=+1526.$$

Substituant ces valeurs dans la formule précédente, on aura $\varphi(x)=6330-3552\,x+2731\,(x)^{2}(o)-2280\,(x)^{3}(o)+1963\,(x)^{4}(o)-1717\,(x)^{5}(o)+1526\,(x)^{6}(o)$.

M. l'abbé Bossut a pris pour la formule d'interpolation,

$\phi(x)=a+bx+cx^{2}+dx^{3}+ex^{4}+fx^{5}+gx^{6}$,

qui doit être identique avec la précédente. La recherche de ces coefficiens est assez pénible;

Digitized by Google

cependant le calcul n'eſt pas impraticable. Pour le ſimplifier un peu, il faut remarquer qu'on a, $bx = bx$;

$$cx = cx + c(x);$$
$$dx = dx + 3d(x) + (x)^3.d;$$
$$ex = ex + 7e(x) + 6c(x)(x)^2 + (x)^4.e;$$
$$fx = fx + 15f(x) + 25f(x)^2 + 10f(x)^3 f(x)^5;$$
$$gx = gx + 31g(x) + 90g(x)^2 + 65g(x)^3 + 15g(x)^4 + g(x)^5.$$

La loi de ces ſuites eſt facile à ſaiſir. Pour avoir le coëfficient numérique d'un terme comme $(x)^\mu$ dans une ſuite quelconque, il faut multiplier par μ le coëfficient de $(x)^\mu$ dans la ſuite précédente, & ajouter à ce produit le coëfficient de $(x)^{\mu-1}$ dans la même ſuite précédente. Au reſte, ſi on vouloit donner ce coëfficient d'une maniere plus analytique, on pouroit dire que le coëfficient de $(x)^\mu$, dans $x + \Delta x$, eſt $\Delta^\mu x^{1-\mu}(0)$, faiſant $x = 0$ après les différentiations. Maintenant, en identifiant cette formule avec la précédente, on a d'abord $a = 6330$; & pour déterminer les autres coëfficiens,

$$b + c + d + e + f + g = -3552;$$
$$c + 3d + 7e + 15f + 31g = +2731(0);$$
$$d + 6e + 25f + 90g = -2280(0)^2;$$
$$e + 10f + 65g = 1963(0)^3;$$
$$f + 15g = -1717(0)^4;$$
$$g = +1526(0)^5;$$

D'où on tire ces valeurs des inconnues, en commençant par la derniere:

$$g = +\frac{763}{2^1.3^2.5},$$
$$f = -\frac{461}{2.5},$$
$$e = +\frac{14581}{2^2.3^2},$$
$$d = -\frac{11093}{2.3},$$
$$c = +\frac{2713807}{2^2.3^2.5},$$
$$b = -\frac{339577}{2.3.5}$$

Au reſte, l'*interpolation* eſt preſque la ſeule route qui ſoit ouverte au philoſophe géometre, pour ſe conduire avec quelque certitude dans la recherche des loix de la nature; car les queſtions naturelles ſe réduiſent toujours à déterminer une loi d'après certains faits obſervés.

Si la loi déterminée par un certain nombre d'obſervations, convient exactement à un grand nombre d'autres qui ne ſont point entrées comme élémens dans ſa détermination, elle eſt généraliſée par induction, & étendue aux faits même pour leſquels elle n'eſt pas vérifiée. On peut citer en exemple la gravitation univerſele. Newton ſoupçona que la peſanteur étoit la force qui retenoit la lune dans ſon orbite; il chercha quelle devoit être ſa quantité, & trouva qu'il falloit la ſuppoſer décroiſſante depuis la terre juſqu'à la lune, en raiſon des carrés des diſtances, augmentans. Il appliqua cette ſuppoſition aux planetes dont les élémens étoient les mieux connus, & trouva qu'elle ſe vérifioit aſſez, pour qu'on pût attribuer ce qui manquoit aux erreurs inévitables dans les obſervations; il généraliſa donc cette loi par induction, & conclut que tous les corps s'attiroient mutuellement avec des forces qui étoient en raiſon directe des maſſes attirantes & en raiſon inverſe des carrés des diſtances.

On trouve rarement des loix ſi ſimples qui puiſſent cadrer exactement, ou preſqu'exactement avec un très-grand nombre de faits. Communément la loi, qui doit en lier un très-grand nombre, eſt bien plus compliquée, & s'écarte plus ou moins des faits qui ne ſont point entrés comme élémens dans la détermination. Tel ſeroit le cas où on voudroit connoître la courbe décrite dans un air très-denſe par une bombe lancée avec une très-grande viteſſe, ſuivant une direction oblique à celle de la peſanteur; alors il faut néceſſairement interpoler.

En choiſiſſant cet exemple, je n'ignore pas qu'on a donné pluſieurs ſolutions *a priori* de ce problême, d'après différentes ſuppoſitions; mais elles ſont toutes inſuffiſantes. (r)

INTERPOLATION, (*Aſtronomie*); méthode employée, ſur-tout par les aſtronomes, pour remplir les intervalles d'une ſuite de nombres, d'obſervations, ou de calculs, dont la marche n'eſt pas égale, ni le progrès uniforme. Dans l'uſage des obſervations & des tables aſtronomiques, on emploie continuélement des regles de trois, & des parties proportioneles, parce qu'on ſuppoſe que les nombres croiſſent uniformément; cependant il y a preſque toujours des cas où cette ſuppoſition eſt défectueuſe; on eſt alors obligé d'avoir recours à la méthode des *interpolations*. Le problême général qu'il faut réſoudre eſt celui-ci: étant données deux ſuites de nombres qui ſe répondent l'une à l'autre, ſuivant une certaine loi, & dont l'une s'appele *la ſuite des racines*, & l'autre, *la ſuite des fonctions*, trouver un nombre intermédiaire, entre deux fonctions, qui réponde à un nombre intermédiaire donné entre deux racines. On peut voir cette matiere traitée, dans toute ſa généralité, par des formules algébriques, dans

Digitized by Google

Newton, dans Côtes, dans Stirling, dans Mayer, *Mémoires de Petersbourg*, & dans l'*Astronomie* de la Caille. Le P. Boscowich a fait voir qu'on pouroit, par ces méthodes, dresser des tables, même des inégalités de faturne produites par l'attraction. Mais, dans l'uſage de l'aſtronomie, on traite les *interpolations* d'une maniere plus limitée, par le moyen des différences premieres & ſecondes, ou tout au plus des troiſiemes.

Je ſuppoſe une ſuite de nombres 0, 1, 3, 6, 10, 15, 21, *&c.* dont les différences ſoient inégales, mais d'une inégalité conſtante & réguliere; par exemple, 1, 2, 3, 4, 5, *&c.* en ſorte que les ſecondes différences ſoient conſtantes, par exemple, égales à 1; ſi l'on ne prend les mêmes nombres que de deux en deux; par exemple, 0, 3, 10, 21, les différences ſeront, 3, 7, 11, & leur inégalité ou leur ſeconde différence ſera de 4, c'eſt-à-dire, quatre fois plus grande qu'auparavant, parce qu'en doublant les intervalles, l'on a pour différence premiere, d'un côté, la ſomme de 1 & 2, de l'autre, la ſomme de 3 & 4; en ſorte que la ſeconde différence a augmenté à raiſon de la différence qu'il y a entre 2 & 3, & de celle qu'il y a entre 1 & 4, qui eſt trois fois plus grande. Si l'on prenoit les nombres de trois en trois, on trouveroit la ſeconde différence 9.

Ainſi, en général, les différences ſecondes croiſſent comme les carrés des intervalles des nombres. De là je vais tirer une regle générale pour remplir les intervalles d'une ſuite de nombres qui ſuivroient la même loi.

Je ſuppoſe quatre nombres, comme ſeroient quatre longitudes, obſervées de 12 heures en 12 heures, dont les trois différences ſoient 78, 222, 366, en ſorte que l'inégalité de leur marche, ou de leur progrès, ſoit 144, c'eſt-à-dire, que la différence ſeconde, ou la différence des différences ſoit conſtamment de 144. Les nombres 0, 78, 300, 666, ne croiſſent par uniformément, puiſque leurs différences 78, 222, ſont inégales, mais du moins l'uniformité eſt telle que ces différences augmentent également. Tel eſt le cas le plus ſimple des *interpolations*; mais ce cas eſt ſuffiſant dans l'uſage de l'aſtronomie, & même pour le mouvement de la lune, qui eſt la planete la plus irréguliere de toutes.

Heures.	*Nombres.*	*Différences.*	*Secondes différences.*
0	0	78	
12	78	222	144
24	300	366	144
36	666		

Connoiſſant ces nombres, ou ces longitudes de 12 heures en 12 heures, on peut facilement les avoir de 6 heures en 6 heures, en les aſſujétiſſant à cette regle des ſecondes différences conſtantes; il ne s'agit que d'interpoler un nombre dans chacun des intervalles; car on a vu que leur ſeconde différence doit être quatre fois moindre que 144, c'eſt-à-dire, 36; il ſuffira donc de faire une ſuite de nombres dont la ſeconde différence ſoit 36. Pour avoir la différence premiere, on prendra la moitié de la différence, 78, c'eſt-à-dire, 39, & l'on en ôtera la moitié de la ſeconde différence 36, c'eſt-à-dire, 18, il reſtera 21; or, ayant cette premiere différence 21, il ſuffira de l'augmenter ſucceſſivement de la ſeconde différence 36 pour avoir toutes les autres différences; en effet, la premiere différence jointe à la ſeconde, doit faire 78, & ces deux différences doivent différer de 36; or, quand on a la ſomme & la différence de deux nombres, il ſuffit, pour trouver le premier, de retrancher la demi-différence de la demi-ſomme.

Si, au lieu d'avoir un nombre à interpoler dans chacun des intervalles de 0, 78, 300, on en vouloit interpoler 2 dans chaque intervalle, on prendroit la 9e partie de la ſeconde différence pour former celle de la nouvele ſuite, & le tiers de la différence premiere, dont on ôteroit une fois la ſeconde différence trouvée; car les trois différences que l'on cherche doivent faire 78 dans l'exemple précédent, & elles doivent différer de la valeur de la ſeconde différence trouvée; or, quand on a la ſomme de trois quantités, & leur différence, on trouve la plus petite quantité par la regle que je viens d'indiquer.

En général, pour interpoler un nombre n de termes entre deux termes d'une ſuite donnée, on diviſera la ſeconde différence de la ſuite donnée par le carré de $n + 1$: pour avoir la ſeconde différence de la nouvele ſuite, on diviſera la différence premiere par $n + 1$, & l'on ôtera du quotient la ſeconde différence de la nouvele ſuite multipliée par $\frac{n}{2}$, il faudroit l'ajouter ſi les différences premieres alloient en décroiſſant. C'eſt ainſi qu'on trouvera la premiere des différences premieres qui doivent avoir lieu dans le nouvel ordre des termes que l'on cherche; les ſuivantes ſe trouvent en ajoutant ſucceſſivement la différence ſeconde, trouvée par la nouvele ſuite.

La ſeule conſidération des ſecondes différences ſuppoſées égales, eſt ſuffiſante dans bien des calculs aſtronomiques, ſur-tout pour conſtruire des tables. Sharp, qui calcula, en 1695, les tables d'aſcenſion droite, & de déclinaiſon pour chaque degré de longitude & de latitude, qu'on trouve dans l'hiſtoire céleſte de Flamſteed, ne les calcula par la trigonométrie que de 5e en 5e, & il les étendit à chaque degré par la méthode des *interpolations*. Mouton, chanoine de Lyon, qui calcula les déclinaiſons du ſoleil, pour chaque minute de longitude, en ſecondes & en tierces, ne les calcula que pour chaque degré par la trigonométrie, & chercha les autres nombres par la méthode des ſecondes différences.

Digitized by Google

Il ſuffit, dans ces cas-là, de calculer rigoureuſement aſſez de termes pour que leurs ſecondes différences ſoient à peu près égales, ou varient inſenſiblement. J'ai publié, dans la *Connoiſſance des temps*, 1772, une table fort commode pour abréger ces ſortes d'opérations, il y en a une plus étendue dans le *Recueil des Tables* de Berlin.

On ſe ſert auſſi des ſecondes différences pour corriger des calculs, ou limiter des obſervations, c'eſt-à-dire, les ramener à une marche réguliere & uniforme. Quand on trouve une ſeconde différence qui eſt trop grande ou trop petite par rapport à la précédente & à la ſuivante, il faut corriger le nombre qui répond à cette ſeconde différence du tiers ſeulement de l'erreur qu'on a remarquée dans la différence ſeconde. Cette correction eſt de même eſpece que celle de la ſeconde différence elle-même, ſi le progrès eſt de différente eſpece dans les nombres & dans les premieres différences.

En procédant ainſi par induction, il eſt aiſé de trouver une formule pour corriger, d'une maniere générale, l'inégalité des ſecondes & même des troiſiemes différences; comme je les ai données dans les *Mémoires* de l'Académie, pour 1761. Au ſujet des *interpolations* conſidérées plus généralement, *voyez* SÉRIE & SOITE. (*D. L.*)

INTERPOSITION, (*Aſtron.*); ſituation d'un aſtre entre deux autres, de maniere à former une éclipſe.

L'éclipſe de ſoleil ne ſe fait que par l'*interpoſition* de la lune entre le ſoleil & nous, & celle de la lune par l'*interpoſition* de la terre entre le ſoleil & la lune; celles des ſatellites de Jupiter par l'*interpoſition* de Jupiter entre ces ſatellites & le ſoleil. *Chambers.* (*O.*)

INTERSECTION, ſ. f. *terme de géométrie*: on appele ainſi le point où deux lignes, deux plans, *&c.* ſe coupent l'un ſur l'autre. *Voyez* LIGNE & PLAN.

L'*interſection* mutuele de deux plans eſt une ligne droite: le centre d'un cercle eſt dans l'*interſection* de deux de ſes diametres; le point central d'une figure réguliere ou irréguliere de quatre côtés, eſt le point d'*interſection* de ſes deux diagonales. *Chambers.* (*E.*)

INVERSE, *ou* CONVERSE, ſ. f. (*Logique & Mathématiques.*) C'eſt ainſi que les logiciens nomment une propoſition qui réſulte d'un échange de fonctions entre le ſujet, & l'attribut d'une propoſition quelconque qu'ils conçoivent comme *directe*.

Ils ont obſervé que la vérité de la directe n'emportoit pas toujours celle de ſa *converſe*; & ils ont donné là-deſſus quatre regles, relatives à autant d'eſpeces de propoſitions. Je ne raporterai & ne développerai ici, que celles qui concernent les propoſitions univerſeles affirmatives, parce qu'elles ſont preſque les ſeules qui aient lieu dans les ſciences exactes, & que les mêmes réflexions pouront s'appliquer aux trois autres eſpeces, à l'aide de quelques changemens aiſés à ſupléer.

Cette regle porte: que de telles propoſitions ne peuvent ſe *convertir* univerſélement, que quand le ſujet eſt auſſi étendu que l'attribut.

On a élevé dans pluſieurs livres élémentaires de mathématique, différentes qu'eſtions ſur les *converſes*, ſuivies de déciſions, ſouvent oppoſées, & apuiées de part & d'autre ſur des exemples mal dévelopés. La ſource de ces embaras, dans une maniere auſſi ſuſceptible de clarté, eſt ſans doute l'impatience avec laquelle les auteurs, qui en ont traité occaſionélement, ont voulu tirer des conſéquences avant que de s'être donné la peine de remonter aux principes, qui ſont ici la *nature* & les *parties* des propoſitions de mathématique pure. Ces propoſitions ſont toutes condioneles; c'eſt-à-dire, que leur attribut ne convient au ſujet que ſous une certaine condition, différente de ce ſujet enviſagé plus abſtraitement. Il y a donc trois parties très-diſtinctes dans l'énoncé de toute vérité mathématique: *le ſujet* qui eſt un être exprimé d'une maniere trop univerſele pour que l'attribut de la propoſition puiſſe lui convenir dans tous les cas poſſibles, mais auquel il ne manque, pour cet effet, que d'être rendu plus particulier par une ſeule qualité déterminante: *l'hypotheſe*, par où l'on doit entendre cette condition qui manquoit au ſujet; & la *theſe* enfin ou la qualité qu'on aſſure convenir au ſujet dès que l'hypotheſe l'a rendu aſſez particulier pour cela.

Qu'il me ſoit permis d'illuſtrer cette ſubdiviſion, que j'exige dans la premiere partie de toute propoſition, par l'exemple de celle que mettent les métaphyſiciens dans la cauſe complete de tout effet. Un effet eſt toujours exactement ſimultanée à ſa cauſe complete, c'eſt-à-dire, à la collection de tout ce qui eſt requis pour qu'il parviene à l'exiſtence: &, ſi l'on a acoutumé de regarder l'effet comme poſtérieur à ſa cauſe, c'eſt parce qu'on entend communément, par ce dernier terme, une cauſe incomplete, à laquelle il manque encore, pour être acompagnée de ſon effet, une qualité qu'on nomme *condition*, ou *occaſion*, & qu'on diſtingue expreſſément du reſte. Cette comparaiſon eſt d'autant plus légitime, que, même dans la géométrie, dont les objets ſont des quantités coexiſtentes, on eſt en uſage de commencer ſouvent l'hypotheſe des théorêmes par des adverbes de temps, tels que ceux-ci, *quand*, ou *lorſque*; & de mettre quelquefois la theſe au futur, *alors on aura*, &c.

Mais voici une conſidération qui ſera mieux ſentir encore la néceſſité de diſtinguer trois parties dans toute propoſition hypothétique. Si l'on fait choix de deux pareilles propoſitions viſiblement *converſes* l'une de l'autre, & qu'on les diſtribue ſeulement en deux parties, l'hypotheſe &

Digitized by Google

la thefe, on ne pourra jamais obtenir l'une de ces propofitions, à l'aide d'un fimple renverſement de l'autre ; & il faudra toujours conſerver dans leurs deux hypotheſes quelque choſe qui leur eſt commune, & qui ne peut paſſer ni dans la theſe de l'une, ni dans celle de l'autre. Ce ſont ces qualités communes aux deux hypotheſes, que j'en détache, pour former ce que je nomme le *ſujet*.

Nous ſommes à préſent en état de rectifier la définition qui eſt à la tête de cet article, & de dire, que, quand deux propoſitions ont un même ſujet, mais que l'hypotheſe & la theſe de l'une ſont une échange mutuel de leurs fonctions pour former l'autre propoſition, elles ſont dites *converſes* l'une de l'autre ; & que la plus importante des deux, ou bien celle que l'on met la premiere, parce qu'elle peut ſe démontrer plus aiſément ſans le ſecours de l'autre, que celle-ci ne peut être prouvée indépendamment de celle-là, ſe nomme quelquefois la *directe*. Voici donc la forme à laquelle j'ai réduits les énoncés de toutes les propoſitions & de leurs *converſes*.

Sujet commun. Tout ce qui a les qualités *A*, *B*, *C*, *&c.*

Directe. { *Hyp.* S'il poſſede encore la qualité *R*. *Theſe*. Il poſſédera auſſi la qualité *S*.

Converſe. { *Hyp.* S'il poſſede encore la qualité *S*. *Theſe*. Il poſſédera auſſi la qualité *R*.

Je ſerai à préſent beaucoup plus aiſément compris dans ce que j'avois à obſerver ſur les différentes queſtions dont on a embrouillé cette matiere, & ſur quelques autres regles contre leſquelles pechent la plupart des élémens qu'on met entre les mains des jeunes gens.

Premiere queſtion. Tout théorême a-t-il une *converſe*?

Je me croirois diſpenſé d'une réponſe, ſi des auteurs très-applaudis d'ailleurs, n'avoient pas prétendu le contraire, en s'apuiant, par exemple, de la 32ᵉ d'Euclide ; que par cette raiſon, je vais examiner ici à ma maniere : *dans toute figure rectiligne, où il y a préciſément trois côtés, la ſomme des angles vaut deux droits*. La *converſe* en eſt à préſent aiſée à trouver : *dans toute figure rectiligne, où la ſomme des angles vaut deux droits, il y a préciſément trois côtés*.

On voit ici que, pour avoir mes trois parties, j'ai été obligé de ſubſtituer la définition au défini, parce que ce dernier renfermoit, ſous un ſeul mot, les qualités qui devoient apartenir au ſujet, avec celle qui conſtituoit l'hypotheſe. C'eſt ce que l'on eſt ſouvent obligé de faire, & c'eſt-là ſans doute ce qui a empêché juſqu'à préſent les auteurs d'appercevoir cette diſtinction.

Seconde queſtion. Tout théorême univerſélement vrai, a-t-il une *converſe* univerſélement vraie?

Oui, pourvu que l'hypotheſe ſoit auſſi étendue que la theſe. Un des principaux auteurs qui ont ſoutenu la *négative*, s'étant fait fort ſur-tout de l'exemple d'une diagonale qui coupe en deux également ſon parallélogramme, ſans que pour cela toute droite qui coupe un parallélogramme en deux également en ſoit la diagonale : je ſerai peut-être plaiſir à ſes lecteurs, en leur indiquant trois manieres de rendre ce théorême univerſélement *convertible*. Premiérement, en *généraliſant l'hypotheſe*, c'eſt-à-dire, en l'étendant à toutes les droites qui paſſent par le point d'interſection des deux diagonales, ou en *particulariſant la theſe*, ce qui auroit lieu ſi on diſoit que le parallélogramme eſt coupé en deux parties égales & ſemblables, ou ſeulement en deux triangles ; ou enfin en *décompoſant* l'idée de diagonale, comme nous avons décompoſé, dans la premiere queſtion, l'idée de triangle, ce qui donneroit l'énoncé que voici : *Toute droite qui paſſe par le ſommet d'un des angles d'un parallélogramme, ſi elle paſſe auſſi par le ſommet de l'angle oppoſé, elle coupera ce parallélogramme en deux parties égales*. On me propoſa une fois l'exemple ſuivant à convertir : *Tout polygone inſcriptible au cercle, s'il eſt équilatéral, il eſt auſſi équiangle* ; & je le rendis *convertible* en généraliſant l'hypotheſe, c'eſt-à-dire, en diſant : *ſi ces côtés alternatifs ſont égaux*. On remarquera, en paſſant, que c'eſt ſeulement dans les théorêmes dont la theſe n'eſt pas plus étendue que l'hypotheſe, qu'on peut donner le nom de *propriété* à la qualité que renferme cette theſe.

Je dois auſſi un mot à ceux qui donnent dans l'excès oppoſé, & qui répondent à la queſtion préſente par l'affirmative, ſans y mettre aucune reſtriction ſur l'étendue de la theſe relativement à l'hypotheſe ; mais qui croient y ſuppléer en diſtinguant les *vérités* mathématiques de celles qui ont un autre objet que la quantité. Les ſavans de tous les ſiecles ayant pris plaiſir à rendre leurs propoſitions auſſi univerſeles qu'il leur étoit poſſible, & ayant trouvé plus de facilité à le faire dans les mathématiques que dans quelque autre ſcience que ce fût, il en eſt arivé que preſque toutes les propoſitions de cette ſcience ont eu des hypotheſes auſſi étendues que leurs theſes, & par conſéquent des *converſes* auſſi vraies qu'elles ; ce qui a porté quelques eſprits peu profonds à conclure par une induction précipitée, qu'il ſuffiſoit qu'une propoſition certaine eût pour objet quelque branche des mathématiques, pour que ſa *converſe* fût certaine auſſi ; & quand ils ont rencontré, dans leurs lectures géométriques, des théorêmes dont la *converſe* étoit fauſſe, ou ils n'y ont pas fait attention, ou ils ont attribué cette fauſſeté à la mal-habileté de l'auteur, qui avoit pris pour *converſe* d'une propoſition, ce qui ne l'étoit pas préciſément. Une conſéquence naturele de leur opinion a été, qu'on ne pouvoit ſe diſpenſer entiérement de démontrer les

Digitized by Google

les *converſes* ; erreur qui leur eſt commune avec toutes les perſones qui, n'ayant pas naturélement l'eſprit net, n'y ont pas un peu ſupplée par l'étude de la philoſophie.

Troiſieme queſtion. La même propoſition a-t-elle pluſieurs *converſes* toutes auſſi vraies qu'elle ?

Je répondrai encore une fois en diſtinguant : le choix des qualités dont on veut compoſer l'hypotheſe & la theſe étant une fois determiné, il n'eſt plus poſſible de *convertir* la propoſition de plus d'une maniere ; mais, ſi l'on n'avoit encore déterminé que la qualité qui doit former la theſe de la directe, on pouroit varier de pluſieurs manieres l'expreſſion de cette directe, & par conſequent l'expreſſion & le fond même de la *converſe* ; ſavoir, en tirant du ſujet pris ſelon l'acception commune, tantôt une qualité & tantôt une autre, pour en former ce que j'appele l'*hypotheſe*. A préſent, ſi l'on me demande quelles regles doit ſuivre un auteur dans le choix de la qualité qu'il deſtine à former l'hypotheſe de la directe, je répondrai, en général, qu'il doit préferer celle qui, devenue theſe à ſon tour, formera la *converſe* la plus utile & la plus élégante. Mais voici une regle plus particuliere : quand on a une claſſe de théorêmes, qui ne differe qu'à un ſeul égard, on doit choiſir pour hypotheſe la qualité qui conſtitue cette différence, de ſorte que le ſujet ſoit abſolument le même dans toutes ces propoſitions & dans toutes leurs *converſes*. Outre l'uniformité qui réſulte de l'obſervation de cette maxime, ce qui offre plus de commodité à l'attention & à la mémoire, on en retirera encore l'avantage de pouvoir toujours, ſans aucune étude, démontrer les *converſes* de ces ſortes de propoſitions, par une méthode générale qui ſera expliquée plus bas. On aura un exemple de ce que je preſcris, ſi, dans celui que j'ai allégué à l'occaſion de la premiere queſtion, à la place des nombres *trois* & *deux*, dont l'un eſt dans l'hypotheſe & l'autre dans la theſe, on met les nombres 4 & 4, ou 5 & 6, ou 6 & 8, ou 7 & 10, *&c.* ou généralement *a* & 2 *a* — 4 ; ce qui fournira des théorêmes ſur la ſomme des angles d'un quadrilatere, d'un pentagone, & généralement d'un polygone quelconque.

Quatrieme queſtion. Convient-il de faire ſuivre chaque théorême par une *converſe* ?

La ſymmétrie le demanderoit : mais, premiérement, comme les mathématiques s'étendent tous les jours, ſans qu'il en arive autant à la vie de ceux qui s'y appliquent, il faut, dans ce ſiecle ſur-tout, ſacrifier cet avantage à celui de la briéveté, quand on prévoit que ces *converſes* n'auroient aucune utilité conſidérable : nous devons imiter la ſage retenue d'Euclide, qui, quoiqu'il vécût dans un temps où l'objet des mathématiques étoit mille fois moins vaſte qu'à préſent, a ſu cependant ſe borner aux *converſes*, dont il avoit beſoin pour démontrer ſes principaux théorêmes, ſans qu'on ait lieu de ſoupçoner un ſi grand génie d'avoir agi de la ſorte par incapacité. En ſecond lieu, on eſt bien forcé, ſur-tout dans les mathématiques mixtes, d'abandoner ſouvent le projet d'inférer certaines *converſes* dans un traité, faute de pouvoir en donner la démonſtration. Il eſt bien plus aiſé de deſcendre des cauſes aux effets, que de remonter des effets aux cauſes. Le nombre des cauſes combinées dont on cherche le réſultat, étant arbitraire, ce nombre eſt connu & auſſi petit que l'on veut ; au lieu que celui des effets devant être puiſé dans la nature, ſous piene de ſe perdre dans des concluſions chimériques, ce nombre nous eſt ſouvent inconnu par l'imperfection de nos ſens, & même il eſt ſouvent trop conſidérable pour les forces de notre entendement : ſans ces deux obſtacles, rien n'empêcheroit que nous ne puſſions acquérir, ſur les cauſes phyſiques, des lumieres auſſi certaines que celles dont nous jouiſſons à l'égard de la géométrie pure ; ſavoir, en employant la voie d'excluſion pour découvrir les *converſes* en phyſique, comme on le fait ordinairement en géométrie pour les démontrer ; mais comment mettre en uſage cette méthode, quand on ne peut pas avoir des énumérations completes, & que la réjection de chaque membre de cette énumération exige des calculs dont nous avons à peine les élémens ? Ceci nous mene tout naturélement à la queſtion ſuivante.

Cinquieme queſtion. Quelle méthode doit-on mettre en uſage pour la démonſtration des *converſes* ?

On peut les démontrer d'une maniere qui n'ait aucun raport avec celle qu'on aura employée pour leurs directes, lorſqu'on eſt aſſez heureux pour trouver ſans éforts un moyen conſidérablement plus abrégé ou plus élégant que celui ſur lequel on a fondé la certitude de ces directes ; mais voici deux méthodes générales, dont peuvent faire uſage ceux qui n'ont pas le génie ou le loiſir néceſſaire pour faire mieux ; méthodes qui pouront plaire d'ailleurs aux amateurs de l'uniformité, vu la relation qu'elles mettent entre les démonſtrations des propoſitions *converſes* l'une de l'autre.

Pour rendre la premiere méthode applicable à un théorême donné, il faut, à ce théorême, en joindre un autre dont le ſujet ſoit le même, mais dont l'hypotheſe & la theſe ſoient préciſément l'oppoſé de celles de ce premier. Cette ſeconde directe étant démontrée, ce qui eſt ordinairement fort aiſé à celui qui a déja démontré la premiere, il faut démontrer la *converſe* de cette premiere, en diſant ſimplement que, ſi elle n'avoit pas lieu, la ſeconde directe ſeroit fauſſe, & démontrer la *converſe* de la ſeconde, en avertiſſant ſeulement que, ſi elle n'étoit pas vraie, la premiere directe ne le ſeroit pas non plus. Quoique cette méthode ſoit fort connue, j'eſpere qu'on me pardonera d'en raporter ici la formule, en conſidération de la regle que j'ai donnée en répondant à la troiſieme queſtion, vu que cette regle en deviendra plus intelligible encore, ce qui arivera auſſi aux reflexions que je joindrai à la formule.

Digitized by Google

Premiere directe. Dans tout ſujet qui a les qualités *A*, *B*, *&c.* ſi la quantité *p* eſt égale à la quantité *q*, la quantité *r* ſera égale à la quantité *s*.

Seconde directe. Dans tout, *&c.*, ſi *p* n'eſt pas égal à *q*, *r* ne ſera pas égal à *s*.

Premiere converſe. Dans tout, *&c.* ſi *r* eſt égale à *s*, *p* ſera égal à *q*.

Démonſtration. Si *p* & *q* étoient inégaux, *r* & *s* le ſeroient auſſi par la ſeconde directe ; mais *r* & *s* ſont ſuppoſées égales, donc *p* & *q* ne ſauroient être inégaux.

Seconde converſe. Dans tout, *&c.*, ſi *r* n'eſt pas égale à *s*, *p* ne ſera pas égal à *q*.

Démonſtr. Si *p* & *q* étoient égaux, *r* & *s* le ſeroient auſſi par la premiere directe ; mais *r* & *s* ſont ſuppoſées inégales, donc *p* & *q* ne ſauroient être égaux.

Pour éviter l'idée négative qu'offre l'inégalité priſe abſtraitement, & les raiſonemens négatifs qu'elle exige quelquefois, on la diſtribue ſouvent en deux cas, celui de *majorité* & celui de *minorité* ; ce qui donne à la vérité trois directes & trois *converſes* au lieu de deux : *Si*, dit-on, $p=q$, *on aura* $r=s$; ſi $p>q$, *on aura* $r>s$; *&* $p<q$, *on aura* $r<s$, *& réciproquement*.

On peut même diviſer l'inégalité d'une maniere plus déterminée encore, & en quelque façon plus poſitive, en lui ſubſtituant ſéparément différentes égalités, comme on peut s'en éclaircir par l'exemple des diverſes valeurs de la ſomme des angles des diverſes polygones : cette méthode fournit un grand nombre de directes, quelquefois une infinité qu'on doit démontrer ſur un même modele & d'une maniere préciſe ; mais dont toutes les *converſes* ſe démontrent dans un inſtant par l'idée indéterminée d'inégalité : c'eſt ainſi qu'Euclide auroit ſans doute démontré en un ſeul mot la *converſe* du théorême favori de Pythagore, en la plaçant après les propoſitions 12e & 13e du ſecond livre, dont il auroit pu auſſi démontrer les *converſes* en même temps dans un trait de plume, s'il n'avoit pas imaginé cette autre démonſtration plus directe & plus indépendante, par laquelle il termine ſon premier.

Par raport à la ſeconde méthode que j'ai annoncée, elle conſiſteroit à donner, dès le commencement du traité, la *converſe* de chaque axiôme, & à démontrer enſuite la *converſe* de chaque théorême par la même chaîne de conſéquences qu'on auroit employée pour démontrer le théorême direct, en ſubſtituant à chaque conſéquence ſa *converſe*, & en y faiſant des *converſes* précédentes le même uſage qu'on vient de faire de leurs directes pour démontrer la derniere directe. C'eſt encore ainſi qu'Euclide auroit pu démontrer cette même 48e propoſition dont nous venons de parler, en citant la 13e propoſition & un corollaire de la 38e au lieu de la 14e & de la 41e, auxquelles il avoit renvoyé dans la démonſtration de la 47e.

Si je n'ai point fait mention, dans tout ceci, des *converſes problêmes*, c'eſt que j'ai préſumé qu'on préfereroit une ſeule regle générale, quoique plus embaraſſante dans l'exécution, à l'ennui de lire autant de remarques particulieres ſur les problêmes, que j'en ai déja fait ſur les théorêmes. Cette regle eſt aiſée à imaginer & à retenir ; réduiſez le problême que vous avez en main ſous la forme du théorême, appliquez-lui alors les préceptes que nous avons donnés ſur ceux-ci, tant pour les convertir que pour en démontrer les *converſes*, & préſentez enfin ces *converſes* ſous la forme de problêmes. *Cet article eſt de M.* LE SAGE, *fils, citoyen de Geneve, dont il a déja été parlé au mot* GRAVITÉ.

INVERSE, adj. (*Algebre & Arith.*) : on applique ce mot à une certaine maniere de faire la regle de trois ou de proportion, qui ſemble être renverſée, ou contraire à l'ordre de la regle de trois directe. *Voyez* REGLE.

Dans la regle de trois directe, les termes étant rangés ſuivant leur ordre naturel, le premier terme eſt au ſecond, comme le troiſieme eſt au quatrieme, c'eſt-à-dire, que, ſi le ſecond eſt plus grand ou plus petit que le premier, le quatrieme eſt auſſi plus grand ou plus petit que le troiſieme dans la même proportion. Mais, dans la regle *inverſe*, le quatrieme terme eſt autant au deſſus du troiſieme, que le ſecond eſt au deſſous du premier. Exemple. On dit dans la *regle de trois* directe : ſi trois toiſes de bâtiment coûtent vingt livres, combien en coûteront ſix, c'eſt-à-dire,

t. l. t. l.

3 : 20 :: 6 : x ? on trouvera quarante livres ; mais, dans l'*inverſe*, on dit : ſi vingt ouvriers font dix toiſes de bâtiment en quatre jours, en combien de temps quarante les feront-ils, c'eſt-à-dire,

ouv. ouv. jours. jours.

20 : 40 :: x : 4 ? on trouvera en deux jours. *Voyez* REGLE DE TROIS. *Chambers*. (*E.*)

Méthode *inverſe* des FLUXIONS, eſt ce qu'on appele plus communément *calcul intégral*. *Voyez* INTÉGRAL.

Raiſon & proportion *inverſe*. *Voyez* RAISON & PROPORTION.

IRRADIATION, (*Aſtron. Optique*) ; expanſion ou débordement de lumiere qui environne les aſtres en forme de couronne ou de frange, & qui forme l'extenſion apparente de ces objets lumineux, provenante de l'abondance de lumiere.

A la vue ſimple, cette *irradiation* eſt ſi grande, que Tycho-Brahé eſtimoit le diametre de vénus douze fois plus grand qu'il ne paroît réellement dans les lunetes, & Kepler ſept fois trop grand. Après la découverte des lunetes d'approche, & ſur-tout du micrometre de Huygens, on a eu, ſur la grandeur apparente des aſtres, des idées beaucoup plus exactes ; mais on n'a pas connu, pour cela, l'effet de l'*irradiation* : Caſſini & Flamſteed, dans le dernier ſiecle, faiſoient le diametre apo-

Digitized by Google

ſée du ſoleil de 31′ 40″ ; il a été diminué ſucceſſivement par Halley, par la Caille, par Bradley & par moi. A meſure qu'on a employé des lunettes plus longues & plus parfaites, on a trouvé le diametre de plus en plus petit ; ce qui ſemble indiquer que ces lunettes, en terminant & circonſcrivant mieux les objets, diminuent la largeur de la courone d'aberration, ou la quantité de l'*irradiation*. Cependant vénus, paroiſſant ſur le ſoleil & meſurée avec ſoin, n'a pas paru avoir un diametre ſenſiblement plus petit que quand on l'obſerve hors du ſoleil, comme je l'ai remarqué en comparant les obſervations de Short avec les miennes, *Mémoires de l'Académie*, 1762 ; mais M. du Séjour trouve, par les éclipſes de ſoleil, qu'il faut diminuer de 3 à 4 ſecondes les demi-diametres apparens du ſoleil & de la lune, *Mémoires de l'Académie* 1770, *p.* 271 ; 1775, *p.* 365 ; & j'ai trouvé une pareille diminution pour le ſoleil par les paſſages de vénus ſur le ſoleil, *Mémoires de l'Académie*, 1770, *p.* 403. Ainſi, l'on ne peut encore prononcer ſur la quantité abſolue & véritable de l'*irradiation*. (*D. L.*)

IRRATIONEL, adj. (*Arith. Alg.*) Les nombres *irrationels* ſont les mêmes que les nombres ſourds & incommenſurables. *Voyez* INCOMMENSURABLE, SOURD & NOMBRE. (*E.*)

IRRÉDUCTIBLE, ſ. f. (*Alg.*) *Voyez* CAS IRRÉDUCTIBLE.

IRRÉGULIER, (*Géom.*) : les corps *irréguliers* ſont ceux qui ne ſont point terminés par des ſurfaces égales & ſemblables. *Voyez* CORPS & SOLIDES. (*E.*)

ISAGONE, adj. (*Géom.*) ; terme dont on ſe ſert quelquefois, mais rarement dans la Géométrie, pour exprimer une figure compoſée d'angles égaux. (*E.*)

ISIS, (*Aſtronomie*) ; c'étoit chez les Égyptiens, ſelon quelques auteurs, la lune ; ſelon d'autres, la conſtellation ou le ſigne de la vierge. (*D. L.*)

ISOCHRONE, adj. (*Méch. & Géom.*) ſe dit des vibrations d'une pendule, qui ſe font en temps égaux. *Voyez* PENDULES & VIBRATIONS.

Les vibrations d'une pendule ſont toutes regardées comme *iſochrones*, c'eſt-à-dire, comme ſe faiſant toutes dans le même eſpace de temps, ſoit que l'arc que le pendule décrit ſoit plus grand ou plus petit : car, quand l'arc eſt plus petit, le pendule ſe meut plus lentement, quand l'arc eſt plus grand, le pendule ſe meut plus vîte : cependant il eſt bon de remarquer que les vibrations ne ſont pas *iſochrones* à la rigueur, à moins que le pendule ne décrive des arcs de cycloïde ; mais, quand il décrit des petits arcs de cercles, on peut prendre ces petits arcs pour des arcs de cycloïde parce qu'ils n'en different pas ſenſiblement. *Voy.* OSCILLATIONS, CYCLOÏDE & TAUTOCHRONE, *&c.*

Ligne iſochrone, eſt celle par laquelle on ſuppoſe qu'un corps deſcend ſans aucune accélération ; c'eſt-à-dire, de maniere qu'en temps égaux, il s'approche toujours également de l'horizon, au lieu que, quand un corps tombe en ligne droite par ſa peſanteur, il parcourt, par exemple, 15 pieds dans la premiere ſeconde, 45 dans la ſeconde, *&c.* de ſorte que, dans des temps égaux, il ne parcourt pas des parties égales de la ligne verticale. *Voyez* DESCENTE, ACCÉLÉRATION & APPROCHE.

M. Léibnitz a donné dans les actes de Léipſick, pour le mois d'avril de l'année 1689, un écrit ſur la ligne *iſochrone*, dans lequel il montre qu'un corps peſant avec un degré de viteſſe acquiſe par ſa chute de quelque hauteur que ce ſoit, peut deſcendre du même point par une infinité de lignes *iſochrones*, qui ſont toutes de même eſpece, & qui ne different entr'elles que par la grandeur de leurs parametres : ces courbes ſont des paraboles appelées *ſecondes paraboles cubiques*. Il montre auſſi la maniere de trouver une ligne par laquelle un corps peſant venant à deſcendre s'éloignera ou s'approchera uniformément d'un point donné.

M. Léibnitz a réſolu ces problêmes ſynthétiquement ſans en donner l'analyſe : elle a été donnée depuis par Mrs Jacques Bernoulli & Varignon ; par le premier, dans *les Journaux de Léipſick de* 1690, & par le ſecond, dans *les Mémoires de l'Académie des Sciences de Paris en* 1699. Ce dernier a, ſelon ſa coutume, généraliſé le problême de M. Léibnitz, & a donné la maniere de trouver les courbes *iſochrones* dans l'hypotheſe que les directions de la peſanteur ſoient convergentes vers un point, & de plus il a enſeigné à trouver des courbes dans leſquelles un corps peſant s'approche de l'horizon, non pas également en temps égaux, mais en telle raiſon des temps qu'on voudra. (*O.*)

ISOCHRONISME, ſ. m. (*Géom. & Méch.*) ; égalité de durée dans les vibrations d'une pendule, ou en général d'un corps quelconque. *Voyez* ISOCHRONE.

Il y a cette différence entre *iſochroniſme* & *ſynchroniſme*, que le premier ſe dit de l'égalité de durée entre les vibrations d'une même pendule ; & le ſecond de l'égalité de durée entre les vibrations de deux pendules différens. *Voyez* SYNCHRONE. *Voy.* auſſi TAUTOCHRONE. (*O.*)

ISOMÉRIE, ſ. f. (*Alg.*) ; maniere de délivrer une équation de fraction. *Voyez* FRACTION, ÉQUATION & ÉVANOUIR ; ce terme n'eſt en uſage que dans les anciens auteurs. (*G.*)

ISOPÉRIMETRE, adj. (*Géom.*) : les figures *iſopérimetres* ſont celles dont les circonférences ſont égales. *Voyez* CIRCONFÉRENCE.

Il eſt démontré, en Géométrie, qu'entre les figures *iſopérimetres*, celles-là ſont les plus grandes qui ont le plus de côtés ou d'angles. D'où il ſuit que le cercle eſt de toutes les figures, qui ont la même circonférence que lui, celle qui a le plus de capacité.

Cette propoſition peut ſe démontrer aiſément, ſi on compare le cercle aux ſeuls polygones réguliers. Il eſt facile de voir que, de tous les poly-

Digitized by Google

gones réguliers *iſopérimetres*, le cercle eſt celui qui a la plus grande ſurface. En effet, ſuppoſons, par exemple, un cercle & un octogone régulier, dont les contours ſoient égaux, le cercle ſera au polygone comme le rayon du cercle eſt à l'apothême du polygone. Or l'apothême du polygone eſt néceſſairement plus petit que le rayon du cercle: car, s'il étoit égal ou plus grand, alors, en plaçant le centre de l'octogone ſur celui du cercle, l'octogone ſe trouveroit renfermé entiérement le cercle, & le contour de l'octogone ſeroit plus grand que celui du cercle, ce qui eſt contre la ſuppoſition. *Voyez* CERCLE, *&c.*

De deux triangles *iſopérimetres* qui ont même baſe, & dont l'un a deux côtés égaux, & l'autre deux côtés inégaux; le plus grand eſt celui dont les côtés ſont égaux.

Entre les figures *iſopérimetres*, qui ont un même nombre de côtés, celle-là eſt la plus grande qui eſt équilatérale & équiangle.

De là réſulte la ſolution de ce problême, *faire que les haies qui* renferment un arpent de terre, ou telle autre quantité déterminée d'arpens, ſervent à enfermer un nombre d'arpens de terre beaucoup plus grand. *Chambers.* (*E.*)

Car, ſi une portion de terre, par exemple, a la figure d'un parallélogramme, dont un des côtés ſoit de 20 toiſes & l'autre de 40, l'aire de ce parallélogramme ſera 800 toiſes carrées; mais ſi on change ce parallélogramme en un carré de même circonférence, dont l'un des côtés ſoit 30, ce carré aura 900 toiſes carrées de ſuperficie.

La théorie des figures *iſopérimetres* curvilignes eſt beaucoup plus difficile & plus profonde que celles des figures *iſopérimetres* rectilignes.

M. Jacques Bernoulli a été le premier qui l'ait traité avec exactitude; il propoſa le problême à ſon frere Jean Bernoulli, qui le réſolut aſſez promptement; ſon Mémoire eſt imprimé parmi ceux de l'*Académie des Sciences de* 1706; mais il manquoit quelque choſe à la ſolution, comme ce grand géometre en eſt convenu depuis la mort de ſon frere, dans un nouveau Mémoire imprimé parmi ceux de l'*Académie de* 1718; & dans lequel le problême, qui conſiſte à trouver les plus grandes des figures *iſopérimetres*, eſt réſolu avec beaucoup de ſimplicité & de clarté.

M. Euler a auſſi publié ſur cette matiere pluſieurs morceaux très-profonds dans les *Mémoires de l'Académie de Petersbourg*, & on a imprimé à Lauſanne, en 1744, un ouvrage fort étendu du même auteur ſur ce ſujet. Il a pour titre: *Methodus inveniendi lineas curvas, maximi minimive proprietate gaudentes. Sive ſolutio problematis* iſoperimetrici *in latiſſimo ſenſu accepti*. On peut lire, dans les *tomes I & II des* Œuvres de M. Jean Bernoulli, les différens écrits publiés par lui & par ſon frere ſur ce problême. M. Jean Bernoulli, dans ſon premier écrit, n'avoit conſidéré que deux petits côtés conſécutifs de la courbe; au lieu que la vraie méthode de réſoudre ce problême, en général, demande qu'on conſidere trois petits côtés, comme on peut s'en aſſurer en examinant les deux ſolutions. *Voyez* MAXIMUM.

On trouve auſſi, dans les *Mém. de Berlin de* 1752, un Mémoire de M. Cramer, qui mérite d'être lu, & dans lequel il ſe propoſe de démontrer en général ce qu'on ne démontre, dans les élémens de Géométrie, que pour les ſeules figures régulieres; ſavoir, que le cercle eſt la plus grande de toutes les figures *iſopérimetres* rectilignes régulieres ou non. *Voyez* VARIATION. (*O*).

ISOSCELE, adj. (*Géom*); le triangle *iſoſcele* eſt celui qui a deux côtés égaux. *Voyez* TRIANGLE.

Dans tout triangle *iſoſcele F, D, E, Planch. Géom. Fig. 69*, les angles *y, u*, oppoſés aux côtés égaux ſont égaux; & une ligne tirée du ſommet *F* ſur la baſe, de maniere qu'elle la coupe en deux parties égales, eſt perpendiculaire ſur cette même baſe. *Chambers.* (*E.*)

IXION; nom que l'on a donné à la conſtellation d'*hercule* & à celle de la courone auſtrale.

Digitized by Google

JALON, ſ. m. (*Géom. prat.*); c'eſt un bâton droit, de cinq à ſix pieds de longueur, dont un des bouts eſt terminé en pointe, pour être enfoncé dans la terre, tandis que l'autre eſt deſtiné à préſenter un morceau de papier blanc étendu, au moyen d'une fente que l'on y pratique à cet effet.

On fait uſage de *jalons*, quand on meſure un terrain, pour déterminer les alignemens dont on a beſoin; on les emploie dans le nivélement, en y joignant un petit rectangle de carton blanc; ils ſervent à tracer l'emplacement d'une route; ils fourniſſent le moyen d'orienter une planchete. (*Voyez* LEVÉE *des Plans*.)

Lorſqu'on veut meſurer une baſe, pour fonder le calcul d'une ſuite de triangles, on fait planter des *jalons* ſur toute ſa longueur, à intervalles convenables, en les plaçant de maniere que le premier couvre à l'œil la file de tous les autres, & qu'ils ſoient par conſéquent tous dans une même ligne droite.

Dans les marches des armées, on fait reconnoître d'avance les chemins que doivent ſuivre les colonnes, & l'on en fait jaloner les directions avec de ſimples perches dont le ſommet eſt garni d'une touſe de paille.

Les *jalons* que l'on fait établir à demeure ſur des hauteurs, lorſqu'il eſt queſtion de lever une carte topographique, ſont de petits arbres entiers, tels que des ſapins, au haut deſquels on fait attacher un morceau de toile blanche, aſſez large pour être aperçu aiſément de loin. On les appele alors des *ſignaux*. (*M. JOLI, Ingénieur Géographe.*)

JANUS, (*Aſtron.*); nom de la conſtellation du Bouvier; il préſidoit à l'ouverture de l'année, c'étoit l'âme du monde, l'eſprit moteur du ciel, exprimé par une conſtellation qui ſe levoit à minuit au ſolſtice d'hiver. Le Bouvier porte en effet le bâton ou le ſceptre comme *Janus*, & la faux des moiſſons. (*D. L.*)

JANVIER, (*Aſtron. & Hiſt. anc.*); mois que les Romains dédierent à *Janus*, & que Numa mit au ſolſtice d'hiver.

Quoique les calendes de ce mois fuſſent ſous la protection de Junon, comme tous les premiers jours des autres mois, celui-ci ſe trouvoit conſacré particuliérement au dieu *Janus*, à qui l'on offroit ce jour-là le gâteau, nommé *janual*, ainſi que des dattes, des figues & du miel, fruits dont la douceur faiſoit tirer d'heureux prognoſtics pour le cours de l'année. *Voyez* JANUAL & JANUALES.

Ce même jour tous les artiſtes & artiſans ébaucherent la matiere de leurs ouvrages, dans l'opinion que, pour avoir une année favorable, il falloit la commencer par le travail. C'eſt, dit Ovide, le dieu Janus qui le preſcrivoit en ces termes:

Tempora commiſi naſcentia rebus agendis,
Totus ab auſpicio, ne foret annus iners.

Les Chrétiens jeûnoient autrefois le premier jour de *Janvier*, pour abolir les ſuperſtitions des Païens, qui en l'honeur de Janus faiſoient des feſtins, des danſes & des déguiſemens.

Les conſuls déſignés prenoient poſſeſſion ce jour-là de leur dignité, depuis le conſulat de Quintus Fulvius Nobilior, & de Titus Annius Luſcus, l'an de la fondation de Rome 601. Ils montoient au capitole accompagnés d'une grande foule de peuple, tous habillés de neuf, & là, au milieu des parfums, ils immoloient à Jupiter Capitolin deux taureaux blancs, qui n'avoient pas été mis ſous le joug.

Les flamines faiſoient des vœux, pendant ce ſacrifice, pour la proſpérité de l'empire & pour le ſalut de l'empereur, après lui avoir prêté le ſerment de fidélité. Ces vœux & ce ſerment étoient faits pareillement par tous les autres magiſtrats. Tacite nous dit, dans ſes Annales, *liv. XVI*, qu'on fit un crime à Thraſea d'avoir manqué de ſe trouver au ſerment & aux vœux de la magiſtrature, pour le ſalut de l'empereur. Ovide vous dira plus diſtinctement toutes ces cérémonies.

Dans ce même jour, les Romains ſe ſouhaitoient une heureuſe année, & prenoient garde de laiſſer échaper quelque propos qui fût de mauvais augure. Enfin les amis avoient ſoin d'envoyer des préſens à leurs amis, qu'on appeloit *ſtrenæ*, des étrenes. *Voyez* ÉTRENNES.

Parcourons maintenant les autres jours de ce mois, & ſes diverſes fêtes.

Le ſecond jour étoit eſtimé malheureux pour la guerre, & appelé par cette raiſon *dies ater*, jour funeſte.

Le troiſieme & le quatrieme étoient jours comitiaux.

Le cinquieme jour des nones étoit jour plaidoyable.

Le ſixieme paſſoit pour malheureux.

Le ſeptieme on célébroit la venue d'Iſis chez les Romains.

Le huitieme étoit d'aſſemblée.

Le neuvieme des ides de ce mois, on fêtoit les agonales en l'honeur de Janus.

Le dixieme étoit un jour mi-parti, marqué ainſi dans l'ancien calendrier. E. N.

L'onzieme, ou le iij des ides, arivoient les

Digitized by Google

carmentales pour honorer la déesse Carmenta, mere d'Évandre. *Voyez* CARMENTALES. On célebroit ce même jour la dédicace du temple de Junon dans le champ de Mars.

Le douzieme étoit jour d'assemblée, quelquefois on y faisoit la fête des compitales ou des carrefours.

Le treizieme, jour des ides, consacré à Jupiter, se marquoit dans le calendrier par ces deux lettres, N. P. *Nefastus prima parte diei*, pour dire qu'il étoit seulement fête le matin; on sacrifioit au souverain des dieux une brebis appelée *ovis idulis*.

Le quatorzieme, semblable au dixieme, étoit coupé moitié fête, moitié jour ouvrier.

Le quinzieme on solemnisoit, pour la seconde fois, les carmentales, nommées par cette raison *carmentalia secunda*.

Au seizieme arivoit la dédicace de ce grand & superbe temple de la Concorde, qui fut voué & dédié par Camille, & que Livia Drusilla décora de plusieurs statues, & d'un autel magnifique.

Depuis le seize jusqu'au premier février, étoient des jours comitiaux, ou d'assemblée, si vous en exceptez les dix-sept, où l'on donnoit les *jeux palatins*: le vingt-quatre, où l'on celebroit les féries sémentines pour les semailles; le vingt-sept, où l'on fêtoit la dédicace du temple de Castor & Pollux à l'étang de Juturne, sœur de Turnus; le vingt-neuvieme, où se donnoient les *équiries*, *equiria*, c'est-à-dire, les jeux de courses de chevaux dans le champ de Mars; & finalement le trentieme, qui étoit la fête de la paix, où l'on sacrifioit une victime blanche, & où l'on brûloit quantité d'encens.

Dans ce mois de *janvier*, que les Grecs appeloient Γαμηλιών, ils solemnisoient la fête des gamélies, en l'honeur de Junon, fête instituée par Cécrops, au dire de Favorin. *Voyez* GAMÉLIES.

Les Ioniens celébroient aussi, dans ce mois, les lénées. *Voyez* LÉNÉES. Et les Égyptiens fêtoient la sortie d'Isis de Phénicie.

Si l'on vouloit des preuves de tout ceci, ou de plus grands détails encore, on pourroit consulter Ovide dans *ses fastes*, Varron, Festus, Hospinien *de Origine festorum*, Meurſius, Pitiſcus, Danet, & les *Antiquités greq. & romaines*. Le soleil entre dans ce mois au signe du verseau. *Voyez* CALENDRIER.

JASIDES, (*Aſtron.*); nom de la constellation de CÉPHÉE.

JAUGE, ſ. f. (*Géom. prat.*); c'est, en général, un instrument qui sert à faire connoître une étendue propoſée, & sur-tout la solidité d'un corps de figure quelconque.

JAUGEAGE, ſ. m. (*Géom. prat.*); c'est une partie des Mathématiques, qui a pour objet la stéréométrie ou la mesure des corps solides, & par conséquent une opération qui consiste à réduire à une mesure cubique connue la capacité inconnue de toutes sortes de vaisseaux, laquelle mesure est fixée par la loi ou par l'usage.

JAUGER, v. act. (*Géom.*); c'est l'art de mesurer la capacité ou la continence des vaisseaux, quelque soit l'espece de conoïde; soit cylindrique, conique, ellipsoïde, paraboloïde, sphéroïde, cubique & prismatique, en général, en ayant seulement égard à la formule qui leur convient.

I. Dans un pays où les droits levés sur les boissons & autres fluides, font une partie considérable des revenus publics, il est indispensable d'établir, par une loi, une méthode générale de *jauger* les vaisseaux. Plus cette méthode est simple, exacte, plus l'impôt est proportionel, plus il est à l'abri de toute évaluation arbitraire.

Il est donc de l'équité du gouvernement de proscrire une méthode de *jauger* établie, aussi-tôt qu'il en connoît une plus parfaite; conserver l'ancienne est en quelque sorte se rendre complice des injustices qu'elle fait commettre.

Les conditions auxquelles on doit désirer qu'une méthode de *jauger* puisse satisfaire, sont, 1°. que cette méthode donne, pour les différentes especes de vaisseaux usités dans le commerce, une mesure de leur continence suffisament exacte, en n'employant, pour tous ces vaisseaux, qu'un même instrument & une même formule de calcul; 2°. que la mesure soit assez exacte, dans tous les cas, pour qu'on ne soit jamais autorisé à rien ajouter arbitrairement à ce que la méthode donne immédiatement; 3°. que la méthode soit assez simple pour que les commerçans intéressés puissent, avec les connoissances arithmétiques nécessaires à leurs états, se mettre à portée de voir par eux-mêmes s'ils sont lésés ou non.

La méthode employée jusqu'ici n'a aucun de ces avantages. Mal-gré un très-grand nombre de jauges & de formules de calculs différens, cette méthode ne s'étend pas à tous les vaisseaux; on est toujours obligé d'y ajouter arbitrairement, & elle est tellement compliquée, qu'elle est demeurée un secret pour les commerçans, quelques intérêts qu'ils aient de la connoître.

L'une des parties de la géométrie pratique des plus difficiles, est la mesure des solides, lorsque la génératrice des surfaces, qui les renferme, est inconnue ou bien transcendante, tel que le tonneau, par exemple, & qu'il est important de savoir mesurer, sur-tout lorsque les besoins de la vie s'y trouvent intéressés; alors il faut que l'évaluation du solide, qu'on demande, dépende d'une méthode facile, & dont l'usage soit à la portée du commun des hommes, qui ne sont, pour l'ordinaire, ni géometres ni calculateurs. Ainsi, une méthode générale, simple & précise d'avoir la capacité des vaisseaux, est donc fort utile. La jauge que l'on donne ici, & qui est construite d'après cette méthode, remplit non seulement ces conditions, mais elle a encore un autre avantage, c'est d'être très-expéditive dans la pratique, & que tou-

Digitized by Google

te perſone peut en faire uſage en quelques heures de temps.

Les fermiers du roi ſe ſervent de bâtons, de veltes, de regles pithométriques, de verges, de cannes, de baguettes, de rubans, *&c.* enfin d'un grand nombre de jaûges différentes à 4, 6 & 8 faces, chargées chacune de nombre d'échelles toutes conſtruites d'après des méthodes différentes & fautives. En effet, pour ne raporter que quelques cas, ils conſiderent le toneau comme un ellipſoïde tronqué, qui eſt une forme très-défectueuſe, en ce que, dans ce ſolide, les extrémités ſont la partie la plus courbe; au lieu que, dans le toneau, la plus grande courbure eſt au milieu; ils conſiderent encore le toneau comme un cylindre dont le diametre eſt la demi-ſomme de ceux des deux baſes oppoſées d'un tronc de cône de même hauteur; ou bien encore comme deux troncs de cônes oppoſés par leurs plus grandes baſes: dans le premier cas, la capacité eſt beaucoup trop forte, & dans les autres elle eſt beaucoup trop foible; & cependant c'eſt ſur ces principes vicieux que toutes leurs jaûges ſont conſtruites; auſſi les équations arbitraires qu'on y ajoute continuellement exigent une infinité de modifications; &, mal-gré cela, elles ne peuvent meſurer que les vaiſſeaux ſemblables à celui ſur lequel ces jaûges ont été conſtruites, & nullement ceux dont on ignore la fabrique ou la province d'où ils ſont conſtruits, & ſur-tout aucune eſpece de vaiſſeaux, qui n'ont pas les mêmes longueurs marquées ſur toutes ces jaûges; c'eſt pourquoi cette multitude d'inſtrumens exigent nombre d'années d'apprentiſſage; auſſi les erreurs, multipliées en ce genre, deviennent très-préjudiciables au commerce, & même ſouvent ruineuſes, ſoit pour l'acheteur, ſoit pour le vendeur: on n'en veut d'autre preuve que ce qui eſt arivé au ſieur Bruni, riche négociant de Marſeille, à qui les erreurs du jaugeage en plus, ont cauſé quarante mille francs de perte ſur des huiles venant du levant. On peut encore raporter un cas tout récent, qui, quoique moins conſidérable en apparence, n'en eſt pas moins important, puiſqu'il en réſulte les plus grands inconvéniens: c'eſt celui d'un baril d'eau-de-vie, que je fis venir d'Orléans en 1783, contenant 38 pintes ſeulement, mais dont le jaugeage, aux entrées de Paris, fut porté à 76 pintes, ce qui fait une différence de 18 pintes en plus, & de droits de trop perçus ſur un auſſi petit vaiſſeau: cette léſion a été conſtatée par un procès verbal fait contradictoirement avec la quitance du paiement du droit d'entrée, fait aux barieres, le tout enregiſtré au bureau des entrées, le 15 janvier 1783. Qu'on juge, d'après cela, des erreurs commiſes ſur de grands objets, puiſque leurs machines forcent ſouvent les meſures de plus des $\frac{1}{10}$ du total; ce qui prouve la néceſſité d'établir des correcteurs inſtruits, pour faire droit aux réclamations journalieres du public, qui ſont ſans nombre, pour ſurveiller ces ſortes de commis-jaugeurs des Fermes du Roi, & rectifier leurs erreurs. Je pourois citer & prouver un grand nombre de faits à peu près ſemblables, ainſi que beaucoup de réclamations contre des excédans de jaugeage toujours au déſavantage du public; ce qui prouve combien une réforme, dans cette partie, eſt importante dans une ville comme Paris ſur-tout, où l'on amene de tous les pays des liqueurs dans des vaiſſeaux de figures différentes, & où les droits d'entrées, ſur les fluides ſeulement, monte à plus de trente millions de livres tournois par an.

Depuis long-temps, l'un des objets des géometres a été de chercher une méthode générale, ſimple & préciſe d'avoir la capacité des vaiſſeaux; mais leur réſultat a toujours différé entr'eux, à cauſe de la différence des courbures ſuppoſées aux douves des toneaux très-difficiles à trouver par l'expérience; c'eſt pourquoi j'ai pris le parti de choiſir, parmi toutes les figures poſſibles, celle qui convient le mieux à la forme que les toneaux affectent réellement, d'en tirer une formule ſimple & commode dans la pratique, & de la comparer enſuite à l'obſervation: j'oſe aſſurer que la méthode que je donne ici remplit ces conditions, d'après un grand nombre d'expériences faites devant la cour des Aides, le 22 février 1776, & dont pluſieurs ont été faites ſous les ieux de MM. les commiſſaires de l'Académie Royale des Sciences; cette méthode, d'après leurs raports, a été adoptée par le gouvernement, ſous le miniſtere de M. Turgot, d'heureuſe mémoire, alors contrôleur général, & l'uſage de la jaûge, conſtruite d'après cette méthode, a été ordoné par lettres patentes du 22 décembre 1775, portant auſſi réglement & établiſſement d'une commiſſion royale du jaugeage, joint au Mémoire y annexé, imprimé à l'imprimerie royale en 1776 & en 1777.

II. Le conoïde ou la figure mixtiligne qu'affecte les toneaux, & qui approche le plus poſſible de la véritable, eſt que les douves ont la courbure d'une tête de parabole dans la partie moyene, qui répond à la moitié de la longueur du toneau dont le ſommet eſt au bouge ou bondon, & les bouts ou parties reſtantes des mêmes douves ſont droites ou tangentes aux extrémités de l'arc paraboliq ue.

Je conſidere donc, *Pl. géom.*, le toneau comme engendré par la révolution d'un arc de parabole mBM, *Fig.* 101, à ſon ſommet, terminé par les tangentes MF, mK, autour de l'axe de révolution Hh, les droites perpendiculaires MQ, mq, à cet axe diviſant les lignes HC & hc chacune moitié de cet axe, en deux parties égales: de là, ſi on nomme b le diametre BD du bouge ou milieu; f le diametre FN du fond ou bout; l la longueur intérieure Hh, & m le raport de la circonférence au diametre, on trouvera (par la théorie du mouvement des centres de gravités des deux trapezes rectilignes $MQHF$, $mqhk$, & du trapeze mixtiligne $MQqmM$ autour de Hh), pour la ſolidité du toneau, ou, ce qui revient au même, pour la quantité de fluide qu'il

Digitized by Google

contient, l'expreſſion (*C*). $m\,l.\left(\frac{64b^3+37bf+34f^3}{540}\right)$;

ayant comparé cette formule aux réſultats d'un grand nombre d'expériences faites ſur des vaiſſeaux de toutes les eſpeces connues, elle y a toujours répondu avec la plus grande préciſion; mais, comme ce calcul en eſt aſſez compliqué, & qu'il eſt abſolument impraticable pour les perſones chargées ordinairement de *jauger* les toneaux, j'ai cherché à la rendre d'un uſage très-facile, & c'eſt à quoi je ſuis parvenu de la maniere ſuivante; j'obſerve, pour cela, que la différence du diametre du bouge à celui du fond, eſt ordinairement très-petite: nommons donc « cette différence, en ſorte que l'on ait $« = b - f$; ſubſtituant la valeur de f dans l'expreſſion (*C*), j'ai trouvé qu'elle pouvoit ſe réduire, ſans erreur ſenſible, à la ſuivante: $\frac{1}{4}\,m\,l.$ $(b-\frac{1}{4}«)^3$, ou (D), $\frac{1}{4}\,m\,l.\left(\frac{b+f}{2}+\frac{1}{2}.\overline{b-f}\right)^3$.

En effet, on trouve facilement que la différence des deux formules (*C*) & (*D*), eſt ſeulement $\frac{1}{4}\,m\,l.\,(0,11122.«-0,02777.b)$.«; ſi l'on ſuppoſe $«=\frac{1}{15}b$, ce qui eſt le cas le plus défavorable que l'on puiſſe craindre, & ce qui eſt extrêmement rare, on trouvera que la différence eſt à peine $\frac{1}{2\,6\,0}$ de la capacité du toneau.

La formule (*D*) approche très-près de la vérité, & elle eſt auſſi très-ſimple & facile à calculer comme l'on voit; mais il faut la réduire en pratique, & conſtruire une jaûge par ſon moyen; c'eſt ce que je fais de cette maniere.

III. Pour conſtruire une jaûge d'après la formule (*D*) ci-deſſus, il faut néceſſairement avoir deux échelles principales, dont l'une (*L*), *Fig.* 102, que je nomme *échele des longueurs*, ſerve à meſurer l, l'autre (d), *Fig.* 103, que je nomme *échele des diametres*, ſerve à meſurer le facteur $\frac{1}{2}\,m.\left(\frac{b+f}{2}+\frac{1}{2}.\overline{b-f}\right)^3$, parce qu'alors, pour avoir le nombre des meſures que renferme un vaiſſeau, il ſuffira de multiplier l'un par l'autre les nombres donnés par les deux échelles. Or, b & f étant donnés (par les dimenſions d'un vaiſſeau quelconque en pouces & lignes), il s'agit de conſtruire une échele qui repréſente $\frac{1}{4}\,m.\left(\frac{b+f}{2}+\frac{1}{2}.\overline{b-f}\right)^3$.

Conſidérons pour cela, *Fig.* 104 le cylindre APC d'une meſure quelconque S priſe pour unité de meſure, & ſuppoſons le diametre $AP=a$, & la hauteur $NC=b$, on aura $S=\frac{1}{4}\,m\,b.a^2$; préſentement, ſi on veut conſtruire une échele, au moyen de laquelle le diametre d'un cylindre quelconque, dont la hauteur eſt b, étant donnée, on puiſſe déterminer ſur le champ le raport de la ſolidité à S, il eſt plus ſimple de réſoudre le problême inverſe; c'eſt-à-dire, de ſuppoſer la ſolidité connue, & de conſtruire une échele, au moyen de laquelle on puiſſe conclure le diametre. Pour cela, on formera un angle droit APZ, *Fig.* 103, tel que l'on ait $AP=a$; ſoit $P\,1^o=a=AP$; $P\,1^o$ ſera le diametre d'un cylindre dont la hauteur étant b, la ſolidité eſt S. Pour avoir le diametre d'un cylindre, qui, ayant une même hauteur, ait une ſolidité double; on tirera l'hypoténuſe $A\,1^o$, & l'on prendra $P\,2^o$ égal à $A\,1^o$; alors $P\,2^o$ ſera le diametre de ce cylindre; ce qui eſt viſible, car les cylindres de même hauteur ſont comme les carrés de leurs diametres: or $(P\,2^o)^2:(P\,1^o)^2::2:1$. Pareillement, ſi l'on tire l'hypoténuſe $A\,2^o$, & que l'on prene $P\,3^o=A\,2^o$, alors $P\,3^o$ ſera le diametre d'un cylindre triple; ſi l'on tire de même l'hypoténuſe $A\,3^o$, & que l'on prene $P\,4^o$, $P\,4^o$ ſera le diametre d'un cylindre quadruple, *&c.* & ainſi de ſuite.

Pour trouver maintenant, en général, les diametres des cylindres égaux à un nombre fractionaire de meſure S plus grand ou moindre que l'unité, on s'y prendra de la maniere ſuivante: je ſuppoſe qu'il s'agiſſe de trouver le diametre d'un cylindre égal à $(n+\frac{1}{q})$. S, n & q étant des nombres entiers. Sur la droite $n^o\,(n+1)^o$, *Fig.* 102, comme diametre, je décris la demi-circonférence $n^o\,M\,(n+1)^o$; je fais enſuite $n^o\,H$ égal à la q^e partie de la droite $n^o\,(n+1)^o$; &, menant l'ordonée $H\,M$ du point P comme centre, & du rayon $P\,M$, je décris un arc de cercle $M\,q$, la droite $P\,q$ ſera le diametre du cylindre égal à $(n+\frac{1}{q})$. S; j'omets ici la démonſtration de de cette conſtruction, parce que les géometres la ſuppléront aiſément. Au reſte, il me paroît plus commode, dans la pratique, de faire uſage du calcul arithmétique pour cette conſtruction, en obſervant que le diametre égal à $(n+\frac{1}{q})$. S, eſt $a\sqrt{n+\frac{1}{q}}$; c'eſt-à-dire, *Fig.* 3, qu'on a en général $P\,n^o=a\sqrt{n}$, & $P\,q=a\sqrt{n+\frac{1}{q}}$.

IV. Si l'on ſuppoſe $a=14$ pouces, & $b=2$ pouces & demi, on aura $S=385$ pouces cubiques, ce qui n'excede que d'un pouce cube le ſetier de Paris. On peut donner toute autre valeur aux grandeurs a & b, ſuivant l'unité de meſure ou l'étalon en uſage dans un lieu ou une province quelconque.

On peut donc, ſans erreur ſenſible, en prenant le ſetier pour unité de meſure, prendre les dimenſions ci-deſſus, qui ſont plus commodes que toute autre, pour conſtruire une jaûge conforme à l'uſage reçu de compter par ſetiers dans la pratique, ſuivant l'ordonance du Roi, qui fixe la jaûge du muids à 36 ſetiers, le ſetier de 8 pintes, meſure de Paris, & la pinte de 48 pouces cubes.

V. *Con-*

Digitized by Google

V. *Conſtruction de la matrice.*

1°. Cela poſé, pour avoir une matrice des quatre échelles néceſſaires, on marquera, *Fig.* 105, ſuivant $A\,B$, ſur la face $M\,N\,H\,K$, d'une regle de cuivre de forme parallélépipede, & de 5 pieds de longueur environ, des diviſions égales, chacune d'un pouce, que je nomme *échele* (*p*) *des pouces*, & on les diviſera chacune en 4 parties égales ſeulement.

2°. On portera, ſuivant $P\,Q$, ſur la même face, *l'échele* (*d*) *des diametres*, formée ſuivant la méthode de l'article précédent, mais en ſorte que la premiere partie P 1° ſoit à 14 pouces de l'extrémité P; les autres diviſions $P2°$, $P3°$, $P4°$, *&c.* étant formées ſuivant la regle donnée dans l'article III, on diviſera chaque partie P 1°, 1°, 2°, 2° 3°, 3° 4° *&c.*, en 8 parties, ſelon la méthode du même article, parce que chacune grande partie $P°$ 1°, 1° 2°, 2° 3° étant des ſetiers, chacune des 8 petites parties ſera des pintes. Au moyen de cette échele, le diametre d'un cylindre (dont la longueur eſt de deux pouces & demi, par exemple), étant donné, on connoîtra facilement combien il renfermera de ſetiers, puiſqu'il ſuffira de regarder à quelle diviſion de cette échele répond la longueur du diametre.

3°. On conſtruira ſur la même face, & ſuivant $B\,R$, *une échele* (L) *des longueurs*, dont chaque diviſion ſoit de deux pouces & demi, chacune de ces diviſions étant partagée en huit parties égales. Alors, pour meſurer un cylindre quelconque, il faudra, ſur l'échele des diametres, voir à quel numéro répond celui du cylindre, &, ſur l'échele des longueurs, voir à quel numéro répond celle de ce cylindre; on multipliera enſuite ces deux nombres l'un par l'autre, & ce produit ſera le nombre de ſetiers que renferme ce cylindre: il eſt facile, cela poſé, de meſurer la ſolidité d'un tonneau quelconque, puiſque la formule (D) de l'article II réduit cette meſure à celle d'un cylindre, qui a pour longueur celle du toneau, & pour diametre la moitié de la ſomme des diametres du bouge & du fond, plus la huitieme partie de leurs différences.

Par exemple, je ſuppoſe $b = 33\frac{5}{8}$ pouces, $f = 28\frac{1}{2}$ pouces, & $l = 42\frac{1}{2}$ pouces, ou de 17° parties de l'échele (L) des longueurs; alors $\frac{b+f}{2} + \frac{5}{8}.b - f = 31\frac{1}{2}$ pouces; cherchant enſuite, ſur la jaûge, le numéro de l'échele des diametres, auquel 31 pouces $\frac{1}{2}$ (pris ſur l'échele des pouces) répond, on trouvera que ce numéro eſt $5\frac{4}{8}$; multipliant donc $5\frac{4}{8}$ par 17 (au moyen de l'échele dez-iene, comme on verra ci-après), on aura 87 ſetiers & demi, ou 697 pintes pour la quantité de liqueur contenue dans le toneau.

Telle eſt la nouvele méthode que je donne de *jauger* les vaiſſeaux, & qui a été reçue par le gouvernement, pour la ſubſtituer à celles qui ſont en uſage; elle eſt générale & beaucoup plus ſimple, & de plus elle ne demande à être modifiée dans aucun cas. Elle eſt d'ailleurs infiniment plus exacte, comme il eſt prouvé par le Mémoire de Mathématiques que j'ai donné ſur cette matiere, & d'après la vérification faite en préſence de l'Académie Royale des Sciences. *Voyez les Mémoires de cette Académie, pour la partie des ſavans étrangers*, année 1773, tom. VII, pag. 383, & le *Rapport des Commiſſaires* du 23 Décembre 1774.

4°. On décrira ſur la même face, ſur la ligne $D\,Z$, pluſieurs parties principales, ſuivant une certaine loi de nombres artificiels, correſpondant à une ſuite de nombres naturels, en ſorte que la premiere partie D 1°, à commencer de l'extrémité, ſoit de 301 parties d'une échele de 1000 parties égales, & de 22 $\frac{1}{2}$ pouces de long environ depuis o juſqu'à 1000, *Fig.* 107, ou de A à B, la ſeconde 1° 2°, de 477 parties de la même échele; la troiſieme 2° 3°, de 602 parties; la quatrieme 3° 4°, de 698; la cinquieme 4° 5° de 778, *&c.*; on mettra enſuite les nombres ou numéros 1°, 2°, 3°, 4°, 5°, 6°, *&c.* aux points de ces diviſions, que l'on partagera alors chacune en 8 parties égales, ce qui ſuffira. Cette ligne, ainſi diviſée, ſe nomme *échele* (*b*) *dez-iene*, qui eſt, j'oſe dire, aſſez ingénieuſe, & de la plus grande utilité pour faire les calculs d'une maniere méchanique & promptement.

VI. *Deſcription de la Jaûge.*

Cette jaûge, *Fig.* 108, eſt un parallélépipede ou regle $B\,C\,D\,H$ d'environ huit lignes de largeur, ſur ſept d'épaiſſeur, & 4 ou 5 pieds de longueur. A l'une des extrémités $C\,D$ eſt un crochet fixe à angle droit, dont l'un des côtés eſt perpendiculaire à la jaûge, & l'autre lui eſt parallele. Vers l'autre extrémité de l'inſtrument, eſt un crochet ſemblable à celui ci-deſſus, mais fixé ſur une boîte mobile dans laquelle entre la jaûge, & qui peut gliſſer librement le long de cet inſtrument: ces deux crochets ſervent à prendre exactement avec la jaûge la longueur du toneau extérieurement d'un fond à l'autre.

1°. On prendra (ſur la matrice) l'échele (*p*) des pouces que l'on portera ſur la face latérale $B\,C\,N\,K$ de cette jaûge, de maniere, qu'elle commence à o pouce, vis-à-vis le bout I du crochet fixé au bout de la jaûge, comme on le voit par la figure.

2°. On prendra (ſur la même matrice) l'échele (*d*) des diametres, que l'on portera ſur l'autre face latérale oppoſée $A\,D\,Q\,H$, de maniere que le premier numéro ou point principal 1° de diviſion, qui marque le premier ſetier, ſoit placé vis-à-vis le nombre 14 pouces de l'échele des pouces. On peut ſe paſſer de cette échele ſur cette jaûge, au moyen du bouge ſuivant.

On mettra auſſi ces deux échele (*p*) & (*d*)

Digitized by Google

des pouces & des diametres à côté l'une & l'autre ſur la même face d'une regle carrée, *Fig.* 9, de quatre pieds de longueur environ, de chaque face d'un demi pouce de largeur. Cette regle, qui ſe nomme *bouge*, ſert, en particulier, pour meſurer les diametres des vaiſſeaux ; ce qui eſt plus commode dans la pratique, qui exige ſur-tout de plonger l'échele des diametres dans la liqueur pour avoir celui du *bouge*. On adapte à ce bouge une boîte de cuivre mobile avec un index à charniere, laquelle peut gliſſer librement juſqu'à ce que l'index *p q* ſoit dans le vaiſſeau, & qu'on releve alors avec le doigt, ce qui donne exactement le diametre, & même l'épaiſſeur de la douve marquée ſur la boîte par des diviſions de 3 en 3 lignes. Il faut que l'échele des pouces commence à 2 pouces ſeulement du bout *A* (c'eſt-à-dire, que le premier numéro marqué 1 pouce, ſoit à trois pouces du bout), parce que la hauteur *C D* de la boîte mobile étant de deux pouces, elle ſe trouve ajoutée au diametre que l'on fixe au point *D* ſupérieur, ce qui ajoute les 2 pouces = *AB* d'ôté du bout : à l'égard du premier n° 1° de l'échele (*d*) des diametres, il ſera toujours mis ici, comme ſur la jaûge, à 14 pouces de l'échele (*p*) des pouces. L'index *p q*, *Fig.* 11, ſert auſſi à déterminer très-exactement le diametre des fonds, en le dirigeant dans l'angle que fait le jable avec le fond.

3°. On prendra (ſur cette matrice) l'échele (*L*) des longueurs, que l'on portera, *Fig.* 108, ſur le bord *f N S r* de la face du deſſus de la jaûge, à côté de la rainure, de ſorte que le nombre, ou premier numéro 1°, commence vis-à-vis du nombre 2 ½ pouces de l'échele des pouces.

4°. On prendra (ſur la même matrice) l'échelle dez-iene (*δ*), que l'on portera ſur l'autre bord *A t g h* de la rainure, en ſorte que le nombre 3 ſeulement commence à 2 ½ pouces environ de l'extrémité *A* de la jaûge ; on terminera cette échelle au n°. 2° à peu près. On ſupprime les n° 1 & 2 comme inutiles.

Sur le milieu *r f g t* de la même face de deſſus la jaûge, on a fait une rainure *r m n t* de 34 ou 35 pouces environ de longueur, dans laquelle eſt logée une couliſſe ou regle mobile *a b c d*, qu'on peut faire gliſſer librement & à volonté. On portera la même échele dez-iene (*δ*) ſur le deſſus *a b c d* de cette couliſſe, en ſorte que le premier numéro 1° commence à l'extrémité *c d* de cette couliſſe, & l'on terminera cette échele au n.° 10 ou 12 ſenlement, ce qui ſuffit. Cette échele ſe trouvera dans un ordre renverſé à celui de la même échele, qui eſt ſur le bord de la rainure, comme l'on voit.

On prendra encore cette même échele dez-iene (*δ*), que l'on portera ſur le côté latéral *a p d q* de la même couliſſe, en ſorte que ſon numéro, ou nombre 3, étant au bout *c d* de la jaûge, le bout *c d* de la couliſſe ſe trouve vis-à-vis le n°. 3 de la rainure ; alors le n°. 4, pris auſſi ſur ce côté latéral de la couliſſe, étant mis de même au bout *c d* de la jaûge, le bout *c d* de cette couliſſe, ſe trouvera à côté du nombre 4 pris ſur la rainure. De même le nombre 5 de ce côté latéral étant au bout *c d* de la jaûge, le bout *c d* de la couliſſe ſera à côté de 5 ſur la rainure, *&c.* On ſupprime auſſi, ſur ce côté latéral, les deux premiers n.os 1 & 2. Cette échele peut être pouſſée, ſur ce côté latéral, juſqu'au n°. 120 environ.

En conſéquence de ces trois échelles dez-ienes, ſi on raporte les parties de l'échele des longueurs au même numéro qui ſe trouve ſur le bord de la rainure, & raportant auſſi les parties de l'échele des diametres au même nombre qui ſe trouve ſur la regle mobile, ces parties ou nombres étant mis vis-à-vis l'un de l'autre, leurs produits ſe trouveront, ſur le côté latéral de la couliſſe, au point *r*, qui répond au bout de la jaûge, & qui eſt la ſolidité ou continence du vaiſſeau.

Cette maniere méchanique & prompte de faire les opérations de l'arithmétique au moyen de cette échele dez-iene, eſt de la plus grande utilité pour abréger le temps, & mettre à l'abri des fautes de calculs de tête qu'il faudroit faire ſans cela, & qui, vu la célérité qu'exige le jaugeage, occaſioneroient ſouvent des erreurs très-préjudiciables.

On peut donc, au moyen de cette échele dez-iene (*δ*), faire toutes les principales opérations de l'arithmétique, avec une ſimplicité & une promptitude étonante, ſans y mettre la plus légere application, comme on voit par les exemples ſuivans.

1°. Pour multiplier deux nombres quelconques entiers ou fractionaires l'un par l'autre, tel que $17\frac{1}{2}$ par $5\frac{1}{4}$; on les placera vis-à-vis l'un de l'autre (ſur le bord de la rainure & ſur la couliſſe mobile), & le produit $94\frac{1}{4}$ ſe trouvera alors vis-à-vis l'extrémité *t* de l'inſtrument, ſur le bord latéral de la couliſſe, ainſi que vis-à-vis de l'unité, qui eſt au bout *c d* de cette regle mobile.

2°. Pour diviſer un nombre par un autre, tel que $18\frac{1}{2}$ par $4\frac{1}{2}$; on met le dividende $18\frac{1}{2}$ vis-à-vis de l'unité au bout de la couliſſe (ou bien encore on met le dividende au bout de la jaûge, lequel ſe trouve ſur le bord latéral de la couliſſe), & le quotient $4\frac{1}{2}$ ſe trouve écrit vis-à-vis du diviſeur $4\frac{1}{2}$.

3°. Pour avoir la racine carrée d'un nombre quelconque, tel que $115\frac{5}{16}$, par exemple ; on mettra l'unité vis-à-vis de ce nombre (ou bien on peut mettre encore ce nombre, qui eſt ſur le côté latéral de la couliſſe, ou bout de la jaûge), & le nombre $10\frac{3}{4}$, qu'on trouve vis-à-vis d'un nombre égal à lui-même, eſt la racine carrée de ce nombre ; en effet, ſi on multiplie $10\frac{3}{4}$ par lui même, on trouve ſon carré $115\frac{5}{16}$.

4°. Pour avoir la racine carrée du produit de deux nombres multipliés l'un par l'autre, tel que $6\frac{1}{2}$ & $8\frac{1}{7}$, dont le produit eſt $56\frac{1}{2}$; il faut placer ces deux nombres vis-à-vis l'un de l'autre, ou bien mettre le nombre $56\frac{1}{2}$ au bout de l'inſtrument qui ſe trouve ſur le côté de la couliſſe,

Digitized by Google

& le nombre qu'on trouve vis-à-vis d'un nombre égal à lui-même, qui eſt ici $7\frac{1}{2}$, eſt la racine carrée de $56\frac{1}{4}$. En effet, $7\frac{1}{2}$ multiplié par lui-même, donne $56\frac{1}{4}$, ou $\sqrt{6\frac{1}{4}\times 8\frac{1}{2}}=7\frac{1}{2}$

VII. *Uſage ou Pratique de la Jauge.*

La figure *MFNO*, *Fig.* 110, eſt le profil d'un tonneau coupé ſuivant ſa longueur ; *B D* eſt le diamettre du milieu ou du bouge ; *F N* & *M O* ſont les diametres des bouts ou fonds ; & *Q H* la longueur priſe intérieurement ; *H V* & *I Q* l'épaiſſeur des fonds, qui eſt ordinairement la même que celle qu'a la douve à l'endroit *B* du bouge ou bondon, qu'il eſt toujours facile d'avoir ; *MBF* eſt la douve ; *F b* & *M g* ſont les jâbles ou l'excédant de la douve au delà des fonds, & inutile à conſidérer ou à connoître, ſuivant notre méthode. Il eſt toujours facile d'avoir les diametres exactement avec le bouge ou échele des diametres, *Fig.* 109 ; voici la maniere d'avoir la longueur intérieure avec l'echele des longueurs.

On portera la jaûge *P K* bien horizontalement ſur le milieu *B* de la douve, de maniere que le crochet *K O I*, fixé au bout, touche le fond en *I* ; enſuite, on fait mouvoir le crochet mobile *R L T* de l'autre bout, juſqu'à ce qu'il touche l'autre fond en *V*, & le nombre, ſur la jaûge, où répond la boîte mobile en *R*, eſt la longueur exacte *R N* ou *I V* du toneau extérieurement d'un fond à l'autre. Pour diminuer l'épaiſſeur des fonds de cette longueur, après avoir enlevé la jaûge, on fait gliſſer la boîte mobile juſqu'en *X*, par exemple, & juſqu'à ce que *R X* ſoit égal au double de l'épaiſſeur de la douve, & on a alors exactement, pour le reſtant, la longueur intérieure *X Y* ou *Q H*, & ſans avoir nullement égard à la diminution des jâbles.

Pour *jauger* une piece ou toneau quelconque, il faut examiner, 1°. ſi les deux fonds ſont bien ronds ou circulaires & de même diametre : on prend alors le diametre d'un des fonds ſeulement ; 2°. ſi les diametres des deux fonds, quoique circulaires, ſont différens, on prendra la moitié de leur ſomme pour avoir un milieu ou un diametre moyen ; 3°. ſi les fonds ne ſont pas circulaires ni égaux même, on prendra un milieu entre le plus grand & le plus petit diametre de chaque fond, pour avoir celui d'un des fonds ; alors la moitié de la ſomme des deux diametres moyens, ſera le diametre commun qu'il faut prendre.

Il arive ſouvent que les pieces ſont irrégulieres : c'eſt-à dire, que les fonds ſont rentrant ou bien ſaillant ; que les douves ne ſont pas de même largeur & mal racordées ou rabatues, ou qu'elles ſont des angles entr'elles ; voilà de légers inconvéniens qu'il eſt difficile de ſauver dans la pratique, mais qui arivent auſſi très-rarement. Cela poſé :

Il faut trouver la ſurface de la baſe d'un cilindre de même capacité que le toneau, & qui ait la même longueur. Pour cela, on meſurera en pouces (avec l'échele (*p*) qui ſe trouve ſur le bouge, ou échele (*d*) des diametres, *Fig.* 109), le diametre du bouge & celui du fond ; enſuite on ajoutera à la moitié de la ſomme des deux diametres la huitieme partie de leurs différences ; ou ce qui eſt plus ſimple dans la pratique (*& ſuivant* cette formule $f+\frac{b-f}{2}+\frac{1}{4}.\frac{b-f}{2}$) on ajoutera au diametre du fond la moitié de la différence de ces deux diametres, convertie en lignes, joint au quart de cette même moitié de différence ; alors la ſomme de ces trois quantités, réduite en pouces, ſera le diametre moyen ou *réduit* de ce cylindre. Cherchant alors ce diametre réduit ſur l'échele des pouces, ou trouvera vis-à-vis & ſur l'échele des diametres un nombre qui repréſentera le carré de ce diametre moyen ou baſe du cylindre qui repréſentera des ſetiers. L'uſage a appris qu'en convertiſſant ainſi en ligne & de tête, la différence de ces deux diametres eſt ſimple, très-expéditive, & rend les erreurs de calculs (s'il y en a) douze fois moindres par cette pratique. Multipliant enſuite ce nombre par celui trouvé ſur l'echele (*L*) des longueurs, au moyen des écheles dez-ienes, on aura la continence du vaiſſeau.

Exemple Ier *ſur une groſſe piece*. On a le diametre du du bouge de 28 pouces 3 lignes, celui du fond de 24 pouces deux lignes ; la différence eſt donc de $4^p\ 1^l$ ou 49^l, dont la moitié $24^l\frac{1}{2}$, ajoutée avec le quart, qui eſt $12^l\frac{1}{4}$, ſont $36^l\frac{3}{4}$ ou $3^p\ 1^l$, qui, joint au fond de $24^p\ 2^l$, donne $27^p\ 3^l$, qui répond ſur l'échele des diametres au nombre $3\frac{4}{9}$ très-approchés. Si, de la longueur extérieure $46^p\ 3^l$, on en retranche $2^p\ 2^l$, qui eſt le double de l'épaiſſeur d'un des fonds, il reſte $44^p\ 1^l$ pour la longueur intérieure, qui répond ſur l'échele des longueurs au nombre $17\frac{1}{2}$, qu'il faut multiplier par $3\frac{4}{9}$: pour cela, on tirera la couliſſe mobile juſqu'à ce que le nombre $3\frac{4}{9}$, qui eſt ſur ſon échele *dez-iene*, ſoit vis-à-vis le nombre $17\frac{1}{2}$, qui eſt ſur le bord de la rainure où eſt auſſi la même échele ; on trouvera ſur le côté latéral de la couliſſe, qui répond au bout de la jaûge, le produit 66 ſetiers, ou 528 pintes pour la continence du vaiſſeau : tous les petits calculs ci deſſus ſe font à la vue ſimple & avec les doigts ſur l'echele (*p*) des pouces de la jaûge, *&c.*

Exemple II, *ſur un baril*. Soit $b=15^p\ 10^l$, $f=13^p\ 2^l$, & $l=22^p$ (épaiſſeur des fonds diminuée), ce nombre répond ſur l'échele des longueurs, au n°. 8 $\frac{1}{2}$ environ ; on a donc $\frac{1}{2}b-f=1^p\ 4^l=16^l$; & $\frac{1}{4}.\frac{b-f}{2}-4^l$, d'où $\frac{1}{2}.\overline{b-f}+\frac{1}{4}.\frac{b-f}{2}+f=14^p\ 19^l$ eſt le diametre réduit qui répond, ſur l'échele des diametres, au numéro ou nombre $1\frac{1}{2}$, qu'il faut multiplier par $8\frac{1}{2}$, en faiſant gliſſer la couliſſe juſqu'à ce que $1\frac{1}{2}$ ſe trouve

Digitized by Google

vis-à-vis 8 $\frac{1}{4}$, qui eſt ſur le bord de la rainure; alors on trouvera le produit 9 $\frac{1}{2}$ ſur le côté latéral de la couliſſe au bout de la jaûge; c'eſt-à-dire, 78 pintes pour la quantité de liqueur de ce baril ou quarteau.

J'ai une jaûge (conforme à la *Fig.* 108) très-bien faite, & qui peut ſervir de modele pour en conſtruire de ſemblables: elle eſt faite en bois de poirier, pour que les chifres ou numéros y ſoient bien gravés ou eſtampés avec un coin ou poinçon, afin d'y rendre bien viſible les quatre échele, des *pouces*, des *diametres*, des *longueurs*, & celle *logarithmique* ou *dez-iene*.

VIII. *Méthode pour avoir la longueur intérieure d'un toneau, lorſqu'il y a double fond à chaque extrémité; c'eſt-à-dire, la maniere de reconoître l'exiſtence d'un double fond, & celle d'avoir le diametre de ce fond intérieur ou inviſible.*

Il y a quelquefois des particuliers qui font mettre deux fonds à chaque bout d'un toneau, ou immédiatement contigus, ou aſſez éloignés l'un de l'autre, en ſorte que la liqueur ſe trouve logée entre les deux fonds renfermés dans le corps du vaiſſeau: mais on voit bien que la liqueur contenue dans le toneau change alors de longueur, & que le diametre des fonds inviſible ne peut non plus ſe meſurer immédiatement: voici cependant une méthode (très-approchée) d'avoir ces dimenſions, & par conſéquent la continence du vaiſſeau, afin que l'acheteur ne ſoit pas la dupe du vendeur, ni trompé par les receveurs d'impôts ou maltôtiers.

Les droites *E H* & *N F*, *Fig.* 111, ſont les deux premiers fonds ordinaires & viſibles; *O G* & *R T* ſont les deux ſeconds fonds intérieurs & non viſibles; *L Q* ou *I D* eſt la diſtance du premier fond au ſecond fond; *L D* eſt la longueur ordinaire du toneau, & *Q I* eſt la longueur de la liqueur compriſe entre les deux fonds non viſibles, & qu'il faut trouver; *B O* eſt la diſtance oblique depuis l'endroit *B* du bondon, juſqu'à l'angle que fait le ſecond fond avec la douve dans l'endroit le plus bas ou le plus éloigné en *O*, & qu'il faut meſurer avec l'échele des pouces, qui ſe trouve ſur le bouge. En conſéquence, ſoit les quantités connues $BA = b$; $EH = f$; $BO = c$; $CL = \frac{1}{2}l$; & les quantités inconnues $CQ = \frac{1}{2}L$, & $GO = F$: on aura $L = \sqrt{(2c+b+f)\times(2c-b+f)} = \sqrt{4c^2-(b+f)^2}$; $F = b-(b-f)\times\frac{L}{l}$, enſuite $LQ = \frac{1}{2}\times(l-L)$, diſtance entre les deux fonds immédiatement voiſins, & $F-f$, ou $GO-HE = \left(\frac{L}{l}-1\right)\times(b-f)$, différence des diametres des deux fonds immédiatement voiſins. J'omets ici la démonſtration qu'on trouvera, ſi on s'y prend bien: ainſi, on a donc,

1. La longueur intérieure QI du toneau, compriſe entre les deux fonds inviſibles, eſt donc égale à la racine carrée du produit, fait du double de la diſtance oblique du bondon au ſecond fond dans l'endroit le plus bas, joint à la ſomme des deux diametres ordinaires du bouge & du premier fond viſible, multiplié par la différence des deux mêmes quantités; ou, ce qui eſt la même choſe, ôtez le carré fait de la ſomme des diametres du bouge & d'un des fonds extérieurs, du quadruple du carré de la diſtance oblique du bouge au ſecond fond inviſible, & prenez la racine carrée du reſte.

2°. Le diametre *G O* du fond intérieur & inviſible, eſt égal au diametre du bouge, moins la différence du diametre du bouge à celui du fond extérieur, multipliée par la longueur compriſe entre les deux fonds intérieurs, diviſée par la longueur ordinaire du toneau.

Exemple I. Suppoſons qu'on a trouvé la diſtance oblique $BO = C$ du milieu du bouge à l'extrémité d'un des fonds, de 32 pouces 6 lignes; le diametre *b* du bouge, de $31^p\ 1^l$; le diametre *f* du fond extérieur de $21^p\ 9^l$; alors on a 53^p 3 pour la ſomme $b+f$ du diametre du bouge & de l'un des fonds, dont le carré eſt $2835\frac{1}{2}$, qu'il faut retrancher de 4225, qui eſt le quadruple $4c^2$ du carré de la diſtance oblique *BO*, le reſte eſt $1389^p\ 4^l$, dont la racine carrée eſt $37\frac{2}{3}^p$ pour la longueur *L* cherchée entre les deux fonds inviſibles.

II. Je ſuppoſe qu'on a trouvé la longueur ordinaire *l* du toneau de 48^p, alors on multipliera $9^p\ 4^l$ (différence entre le bouge $31^p\ 1^l$, & le fond $21^p\ 9^l$, donnée ci-deſſus) par la longueur *L* compriſe entre les fonds intérieurs; ce qui donne 350, qui, étant diviſé par 48, donne le quotient $7^p\ 3^l$, lequel, étant retranché de $31^p\ 1^l$, donne $23^p\ 10^l$ pour le diametre *F* du fond intérieur ou non viſible. Avec ces nouveles dimenſions *L* & *F*, on opérera, comme à l'ordinaire, pour avoir la continence du toneau.

On voit la différence $l-L$ des deux longueurs entre les fonds extérieurs & intérieurs, étant de $10^p\ 6^l$, la moitié $5^p\ 3^l$ eſt la diſtance entre les deux fonds immédiatement voiſins.

On trouve auſſi que la différence $F-f$ des deux diametres immédiatement voiſins eſt $2^p\ 1^l$.

Enfin la capacité du toneau, dans le cas où il n'y auroit pas de double fond, eſt de 73 ſetiers ou 584 pintes; &, dans le cas où il a double fond, elle eſt de 61 ſetiers ou 488 pintes; la différence des deux cas eſt donc de 12 ſetiers ou 96 pintes.

IX. *Méthode très-ſimple pour la vérification du jaugeage par le calcul.*

Les commerçans exigent quelquefois la vérification du jaugeage par le calcul, lorſqu'il y a des doutes ſur les opérations faites avec la jaûge, ou bien lorſqu'il y a contradiction entre les meſures données par deux jaugeurs différens. Voici alors

Digitized by Google

la formule de calcul qu'il faut ſuivre d'après la formule $T = \frac{(5b+3f)^3 \times l}{31280}$, que j'ai trouvée pour la continence T du toneau, en conſéquence de notre théorie.

Après avoir meſuré (avec l'échele (*p*) des pouces) le diametre du bouge, celui du fond & la longueur du toneau, on ajoutera cinq fois le diametre du bouge avec trois fois le diametre du fond; on multipliera le carré de cette ſomme par la longueur du toneau, & l'on diviſera toujours le produit par le nombre 31280; alors le quotient ſera le nombre de ſetiers contenus dans le vaiſſeau. Cette opération (en terme de jaugeurs) s'appele *cuber la piece*.

Exemple. Soit le diametre *b* du bouge de $26^p\ 10^l$; celui *f* du fond de $24^p\ 2^l$, & la longueur *l* de $28^p\ 1^l$; alors 5 fois $26^p\ 10^l$ donne $134^p\ 2^l$, qui, ajouté avec 3 fois $24^p\ 2^l$ ou $72^p\ 6^l$, donne en tout $206^p\ 8^l$; ſi on multiplie ce nombre par lui-même, on a ſon carré $42711^p\ 1^l\ \frac{1}{2}$, lequel, étant multiplié par la longueur $28^p\ 11$, donne le produit $1199470^p\ 5^l$, qui, étant diviſé par 31280, donne enfin le quotient 38 ſetiers 2 pintes pour la continence du vaiſſeau. Cette méthode, qui eſt fort exacte, eſt très-ſimple & expéditive, comme l'on voit.

X.

J'ai encore trouvé, *Fig.* 114, une méthode rigoureuſe & très-ſimple, fondée ſur notre théorie, pour avoir la vidange des vaiſſeaux, ou bien le nombre des meſures du reſtant de liqueur, lorſqu'il y a du vide dans un toneau: ce qui eſt important de ſavoir meſurer dans une capitale comme Paris ſur-tout, où les droits d'entrées, ſur toutes les eſpeces de liqueurs ſeulement, monte à trente millions par an, environ.

Il s'y trouve communément beaucoup de vaiſſeaux en vidange, ſoit aux entrées des barieres ou ſur les ports des grandes villes, ſoit ſur les paſſages qui doivent des droits, ſoit enfin dans les halles ou dépôts publics quelconques, & dont il eſt juſte de ne payer les droits que de la quantité de fluide reſtant dans les toneaux.

Quelques Employés dans les aides ont dépoté par ſections un petit nombre de toneaux, &, ayant introduit une baguete par le bouge, ils ont marqué à chaque ſection, ſur cette baguete ou ſur un petit ſivret, la quantité de liqueur de chaque ſegment reſtant dans le vaiſſeau. Quelques autres ont fait, par le dépotement, chaque ſection la vingtieme partie de toute la capacité du toneau, & ils ont marqué, ſur une échele, la hauteur de chaque ſegment vide; enſuite, par un calcul fort compliqué, très-long & ſans principe, ils déterminent la continence de chaque ſegment: mais on voit bien que toutes ces méthodes groſſieres ſe trouvent à chaque inſtant en défaut, parce que tous les toneaux ne ſont ni ſemblables, ni de même eſpece; c'eſt-à-dire, que les diametres de tous les toneaux n'on pas le même rapport que ceux du toneau qui a ſervi d'échantillon, puiſqu'il y en a une infinité qui ont d'autres dimenſions que le toneau d'expériences. C'eſt ainſi que, juſqu'à préſent, on s'eſt contenté d'évaluer arbitrairement la continence de la partie vide. J'ai trouvé pour cela une méthode générale & rigoureuſe pour avoir la ſolidité de chaque ſegment, & qui eſt preſqu'auſſi ſimple, dans la pratique, que celle dont a beſoin pour *jauger* les vaiſſeaux pleins, mais que je ne dois donner que lorſque j'en ſerai requis par le gouvernement.

XI. *Dimenſions de la jauge & de toutes les parties qui ſervent à ſa conſtruction, en conſéquence de notre théorie renfermée dans les dix articles précédens.*

Quoiqu'une ſeule jauge, telle que celle *BGDH*, *Fig.* 108, ſoit ſuffiſante, on peut cependant en avoir deux de différentes longueurs pour plus de commodité, afin de s'en ſervir au beſoin pour les très-longues & les moyenes pieces ou futailles, mais toujours graduées ſuivant le même principe.

La grande jauge, *Fig.* 108, peut avoir 60 pouces de longueur, & ſa couliſſe mobile *a b c d*, 36 pouces, & de même longueur que ſa rainure *t r m n*.

La moyene jauge, *Fig.* 108, peut avoir 45 pouces de longueur, & ſa couliſſe mobile *a b c d*, 27 pouces, qui eſt auſſi la longueur de ſa rainure *t r m n*.

Sur la grande jauge, l'échele dez-iene (♯) commencera ſur la couliſſe mobile au n°. 3 juſqu'au n°. 10, & ſur la rainure *A t g h*, elle commence dans un ordre renverſé au n°. 10 juſqu'au n°. 25, environ.

Sur la moyene jauge, l'échele dez-iene (♯) commence ſur la couliſſe mobile au n°. 1 juſqu'au n°. 8, & ſur la rainure, elle commence auſſi dans un ordre renverſé au n°. 3 juſqu'au n°. 16 ſeulement, ce qui ſuffit.

Enfin les produits que donne la multiplication de deux nombres de ces deux échele mis vis-à-vis l'un de l'autre, donne une échele ſemblable, qui ſe trouve ſur le côté latéral *a p d q* de la couliſſe, laquelle ſe forme en mettant ſucceſſivement le n°. 1, qui eſt au bout *c d* de la couliſſe, vis-à-vis les numéros 3°, 4°, 5°, 6°, 7°, *&c.* qui ſont ſur le bord de la rainure, en marquant à chaque fois, au bout *t* de la jauge, une bâre ſur le côté latéral de la couliſſe, où l'on mettra à côté les numéros 3°, 4°, 5°, 6°, 7°, *&c.* qui ſeront les produits: c'eſt ainſi, par exemple, que, pour avoir le produit 25 ſur ce côté latéral, qui ſe trouvera toujours au bout *t* de la jauge, il faudra mettre les deux numéros ou facteurs 2 & $12\ \frac{1}{2}$, ou 4 & $6\ \frac{1}{2}$ vis-à-vis l'un de l'autre. De même, ſi on met 8, qui eſt ſur la couliſſe, vis-à-vis $7\ \frac{1}{2}$, qui eſt ſur le bord de la rainure, ou

Digitized by Google

3 vis-à-vis 19, on aura le produit 57 au bout *t* de la jaûge, qu'on marquera ſur le côté latéral de la couliſſe : enfin, ſi on oppoſe 8 à $13\frac{1}{2}$, ou 7 à 15, ou $5\frac{1}{2}$ à 20, on aura le produit 105, & ainſi des autres, que l'on trouvera & marquera aiſément avec un peu d'intelligence.

Les baſes des deux boîtes *PQM* & *LFGR* fixe & mobile ſont de mêmes dimenſions que la jaûge, pour qu'elles puiſſent l'embraſſer ; mais la longueur *QM* de la boîte fixe, égale à ſa largeur environ, peut être enlevée, au beſoin, au moyen d'une vis d'arrêt ; $QO = FT = 4$ pouces, hauteur du crochet ; & $OI = TV = 3\frac{1}{8}$ pouces, longueur du crochet.

On a, *Fig.* 112, n.os 1 & 2, *fddf* pour le profil tranſverſal de la jaûge *BDCH*, où l'on voit auſſi le profil de la rainure *bbaccabb*, laquelle a pour longueur *trmn*, *Fig.* 108.

On a (n.° 2) *bbaccabb* pour le profil tranſverſal de la regle ou couliſſe mobile *abcd* qui entre dans la rainure de la jaûge, qui eſt de même moule, avec un peu de jeu ſeulement pour couler aſſez librement.

On a pour les dimenſions de ces profils $fb = 2$ lignes, bords ſupérieurs de la rainure ; $bb = bb = 3$ lignes, largeur ſupérieure de la rainure, & intérieure où ſe loge la couliſſe ; $ab = \frac{1}{2}$ ligne ; $ac = an = 4$ lignes, largeur inférieure & intérieure de la rainure où ſe loge la couliſſe ; $ac = 1\frac{1}{2}$ ligne ; $aq = dn = en = 1\frac{1}{2}$ l. ; $qd = an = 3$ lig. ; $fq = bb = 3\frac{1}{2}$ lig. ; d'où $fd = 7\frac{1}{2}$ lig. ; épaiſſeur de la jaûge, où ſont marquées trois échelles, comme on a vu ci-deſſus (art. VI, *n.os 3 & 4*).

La *Fig.* 109 eſt le bouge ou échele pour prendre les diametres des fonds & du milieu, comme il eſt décrit ci-deſſus (art. VI, n.° 2) ; l'épaiſſeur de la petite mentoniere de la boîte mobile $cr = 4$ lignes environ ; & $rK = 12$ lignes ; diviſé en 4 parties égales, de 3 en 3 lignes ; & $KD = 12^l$ auſſi, & $CN = 14^l$ environ, côté du carré de la baſe ; $pq = 2p$, index mobile ; *KIBS* échele (*p*) des pouces, & *HKSE* échele (*d*) des diametres.

La *Figure* 113 eſt l'élévation de la jaûge & de la couliſſe mobile, ou ſon profil longitudinal, avec ſes crochets & la vis d'arrêt à l'une de ſes extrémités.

Remarque. Je puis aſſurer, d'après l'examen le plus ſcrupuleux & l'expérience la plus ſuivie pendant plus de quinze ans, que toutes les théories & les pratiques du jaugeage des toneaux, qu'on trouve dans tous les ouvrages faits ſur cette matiere, que j'ai bien vues, ſont abſolument vicieuſes & fautives ; c'eſt pourquoi je n'indique ici aucun de ces ouvrages, comme pouvant immanquablement en induire en erreur. (*M. Dez, Profeſſeur de Mathématiques à l'Ecole Royale Militaire.*)

XII. *Jaugeage pour la Marine.*

Dans la marine, on eſtime la charge des navires par un certain nombre de toneaux chacun d'un poids déterminé ; par conſéquent, la méthode qu'il faut ſuivre pour le jaugeage des navires ou des vaiſſeaux en général, trouve naturellement ſa place, & doit être une ſuite de la maniere de *jauger* les toneaux, que nous avons donnée dans les onze articles précédens : ainſi, le jaugeage des vaiſſeaux, comme celui des toneaux, eſt l'art de meſurer des capacités vides, en déterminant combien elles peuvent contenir de fois une certaine unité de meſure de convention.

Un vaiſſeau étant chargé de ſon leſte & pourvu de ce qui lui eſt néceſſaire pour le voyage, il s'enfonce dans l'eau juſqu'à une certaine quantité, & l'endroit à fleur d'eau ſe nomme *ligne d'eau* ; ſi on le charge enſuite de toutes les marchandiſes qu'il peut porter commodément ou ſans péril, il s'enfonce juſqu'à une nouvele ligne à fleur d'eau, qu'on appele *ligne du fort*. Comme les Souverains levent des droits ſur les marchandiſes, c'eſt donc le *ſegment* ou la partie ſubmergée (par la charge de ces marchandiſes ſujetes à ces droits), compriſe entre les deux plans horizontaux qui paſſent par la *ligne d'eau* & la *ligne du fort*, qu'il faut meſurer, & la diſtance perpendiculaire entre cette derniere ligne & celle qui paſſe par la plus grande largeur du vaiſſeau, eſt, dans pluſieurs cas, d'environ un pied, parce que le vaiſſeau eſt à peu près ſuffiſamment chargé, quand il a *calé* à près d'un pied au deſſous de la *ligne du fort*, ou de ſa plus grande largeur : ainſi, le jaugeage ou le port d'un navire, conſiſte à meſurer la partie de la carêne, qui fait la différence des deux enfoncemens, ou de prendre en général le poids du ſolide d'eau, que ſa charge lui fait déplacer, lequel eſt toujours d'un poids égal à celui de cette charge ; par conſéquent, ſi on multiplie le nombre des pieds cubiques du ſolide de ce *ſegment*, compris entre la coupe faite à la *ligne d'eau* & la *ligne du fort*, par 72, qui eſt le poids d'un pied cube d'eau de mer, on aura le poids total des marchandiſes ſeulement. Voilà le fondement ou le principe de la méthode, il ne s'agit plus que d'avoir, par une formule, la ſolidité de ce *ſegment*.

La différente eſpece & le différent gabari des bâtimens, apporte une variation infinie à la regle de *jauger* la continence par la capacité, en faiſant changer continuellement le raport de la figure ou poids du volume d'eau qu'elle peut contenir. Il y a cependant des occaſions, mais qui arivent très-rarement, où le jaugeur a pour objet la capacité ou le volume plutôt que le poids : par exemple, lorſque le vaiſſeau eſt chargé de marchandiſes légeres, comme dans la cargaiſon, où le toneau de 2000 liv. poids en biſcuit, occupe un eſpace de 90 pieds cubiques, tandis que celui en

Digitized by Google

plomb occupe 2 ½ pieds cubiques ſeulement; ou lorſque, par la mauvaiſe façon des vaiſſeaux, ils ne ſauroient arimer ou contenir commodément la cargaiſon qu'ils pouroient porter; enfin lorſque des vaiſſeaux ne ſont pas dans le cas du réglement, & qu'il faut *jauger* tout chargé en partant & en arivant au port; mais ce ſont des cas particuliers qui ne doivent pas empêcher d'établir une méthode générale, ni de proſcrire la multiplicité des méthodes & des pratiques particulieres, qui ſont non ſeulement vicieuſes, mais ſur-tout des occaſions de fournir à l'ignorance ou à la mauvaiſe foi des perſones intéreſſées dans la jaûge. Pour éviter la difficulté de *jauger* les vaiſſeaux tout chargés dans le port, il faudroit ordoner de ſculpter ou graver ſur un endroit fixe & viſible du navire, incontinent après ſa conſtruction, la charge ou le nombre des toneaux que donne le jaugeage.

La petiteſſe des toneaux, par exemple, leurs figures preſque conſtantes & régulieres, en comparaiſon de celle des navires, & la commodité d'avoir à en meſurer toujours la capacité entiere, & aſſez rarement une partie ſeulement, rend l'opération beaucoup plus facile que celle pour les navires, & ne permet pas aux jaugeurs des toneaux de ſe diſpenſer d'avoir égard à leurs courbures; mais toutes ces circonſtances n'ayant pas lieu pour les vaiſſeaux, qui ſont toujours d'un très-grand volume, on peut négliger leurs courbures rigoureuſes ou convexités, & conſidérer les coupes horizontales faites à floraiſon de la *ligne d'eau* & de la *ligne de fort*, comme des polygones rectilignes d'un aſſez grand nombre de côtés; ce qui ſuffit, parce que la différence des capacités entre ces deux cas, eſt à peine la 200e partie de la charge du vaiſſeau, encore cette légere erreur eſt-elle à l'avantage du public: d'ailleurs la facilité & la promptitude, dans l'expédition, mérite qu'on ſacrifie quelque choſe à la juſteſſe rigoureuſe.

J'ai vu avec attention toutes les méthodes uſitées de tous les temps en France pour le jaugeage dans la marine; j'ai lu tous les ouvrages faits ſur cette matiere; j'ai bien examiné tous les deſſeins de toutes les ſortes de bâtimens, & enſuite la forme réellement des vaiſſeaux de toutes les grandeurs; enfin, lors de mon dernier voyage en Angleterre en 1774, j'ai voulu avoir un objet de comparaiſon de la forme des vaiſſeaux de la marine Angloiſe avec ceux de la nôtre; & en conſéquence, j'ai pris les meſures convenables, dans tous les ſens, pour déterminer la vraie courbure qu'affectent leurs vaiſſeaux, & cela dans les différens ports de mer que j'ai parcourus, tels qu'à Douvres, à Plimouth, à Briſtol, à Dublin, même à Londres, & ſur-tout à Portſmouth, où il y en arive de toutes les nations du monde. J'ai conſulté les perſones du métier, les officiers de marine, les conſtructeurs, les profeſſeurs d'hydrographie, les ingénieurs de ports; &, après nombre de vérifications & l'examen le plus ſcrupuleux, tout m'a confirmé que la méthode de M. Hocquart, commiſſaire de la marine françoiſe, préſentée en 1717, rectifiée par M. de Mairan, de l'Académie des Sciences, que j'ai beaucoup ſimplifiée ici, & qui eſt fort en uſage en France depuis quelque temps, & même adoptée en partie en Angleterre & en Hollande, eſt la meilleure de toutes, parce qu'elle eſt aſſez ſimple, expéditive & auſſi exacte qu'on peut l'eſpérer dans la pratique.

Il y a environ 90 ans, qu'il en coûta quatre cents mille livres aux Hollandois pour payer des Mathématiciens chargés de trouver une méthode de *jauger* les vaiſſeaux, auſſi ſûre qu'il eſt poſſible, en évitant les grands calculs; mais, mal-gré leurs recherches, dont le réſultat conſiſte à prendre immédiatement la meſure de la capacité du vaiſſeau par ſes principales dimenſions, cette méthode, qu'ils adopterent alors, n'a pas à beaucoup près les avantages de celle ci-joint, qu'on peut adopter comme une regle certaine & uniforme de *jauge*, qui convient à toutes ſortes de vaiſſeaux, quelque ſoit leurs différens gabaris, aux bâtimens à un ou pluſieurs ponts, aux vaiſſeaux frégatés, ainſi qu'à ceux qui ne le ſont pas; enfin aux vaiſſeaux marchands comme aux vaiſſeaux de guerre.

Soit, *Fig.* 115 *ABCD* le vaiſſeau; *GH* la *ligne d'eau*; *EF* la *ligne du fort*.

SXTxS = *A*, la ſurface inférieure à fleur d'eau du ſegment ſolide *FHGE*, priſe en dehors des bordages ſans charge, & dont le profil eſt repréſenté par la *ligne d'eau GH* (qu'on marque ordinairement ſur la ceinture intérieure des bordages).

RNIin R = *B*, la ſurface ſupérieure à fleur d'eau du même ſegment *FGHE*, priſe auſſi en dehors de bordages avec la charge, & dont le profil eſt repréſenté par la *ligne du fort EF*.

pq = *H*, la hauteur perpendiculaire ou diſtance entre les deux ſurfaces paralleles *A* & *B*, ou coupe du ſolide *FHGE*.

Regle. Il faut multiplier la moitié de la ſomme de ces deux coupes ou ſurfaces *SXTxS* & *RNIinR*, faites à la *ligne d'eau* & à la *ligne du fort*, réduites en pieds carrés, par le nombre des pieds de la perpendiculaire *pq*, ou diſtance entr'elles; ce qui donnera la ſolidité du ſegment ou tranche *FHGE* en pieds cubiques, qu'on multipliera enſuite par 72, pour avoir le poids ou la charge du navire; enfin, ſi on diviſe cette derniere quantité par 2000, qui eſt le poids d'un toneau fixé par la loi, on aura en toneau la charge du navire. On auroit encore le même nombre de toneaux, en diviſant la ſolidité du ſegment réduit en pieds cubes, par 27 ½ pieds cubiques, qui peſent auſſi 2000 liv. poids de marc.

Premiere Méthode. On diviſera la longueur *ST* de la coupe de la *ligne d'eau*, depuis l'entrave *S* juſqu'à l'étambot *T* en 4 parties; ſavoir d'abord en deux parties *MQ* & *ML*, de part & d'autre du maître-bau, ou l'endroit le plus large du na-

Digitized by Google

vire, jusqu'aux façons Q de l'avant, & L de l'arriere; & puis en deux autres parties QS & LT, où commencent les façons Q & L, jusqu'à l'entrave S & l'étambot T : on ménera enſuite des perpendiculaires ſur ST aux points M, Q & L, qui partageront les coupes A & B en deux polygones cenſés rectilignes; ſavoir, celle inférieure A en un octogone, compoſé de deux trapezes $Xx\,yY$ & $Xx\,vV$, & deux triangles YSy, VTv; & celle ſupérieure B, en un ennéagone, compoſé de trois trapezes $NZzn$, $NOon$, $OIio$, & d'un triligne parabolique ZRz; ce qui donne,

$$\begin{cases} A=(MX*QY)\times LQ+(QS*LT)\times QY, \\ B=(MN*QZ)\times LQ*(QZ*KI)\times LK*\frac{1}{3}QZ\times QR. \end{cases}$$

On a donc $\left(\frac{A+B}{2}\right)\times H$ pour la ſolidité du ſegment, & par conſéquent $\left(\frac{A+B}{2}\right)\times H\times 72$, ou $(A+B)\times 36\,H$ pour le poids de la charge: enſuite $\frac{\left(\frac{A+B}{2}\right)\times H\times 72}{2000}$, ou $\frac{(A+B)\times 2\,H}{111}$ pour le nombre des toneaux ou la charge du navire.

C'eſt-à-dire, 1°. que, ſi l'on multiplie la moitié de la ſomme des deux ſurfaces ou coupes A & B par l'épaiſſeur ou hauteur H du ſegment, on aura la ſolidité du ſegment; 2°. ſi on multiplie la ſomme des deux mêmes ſurfaces A & B par 36 fois la même épaiſſeur H de cette tranche ſolide, on aura le poids; 3°. enfin, ſi on multiplie la ſomme de ces deux ſurfaces A & B par le double de la hauteur H du ſolide, & qu'on diviſe par 111, on aura le nombre des toneaux.

Exemple. Soit $MX=\frac{1}{5}Xx=14$ pieds; $QY=\frac{1}{5}Yy=12$ pieds; $LQ=60$ pieds; $QS=23$ pieds; $LT=33\frac{1}{3}$ pieds; $MN=\frac{2}{5}Nn=15$ pieds; $QZ=\frac{1}{2}Zz=14\frac{1}{4}$ pieds; $KI=9$ pieds; $LK=36$ pieds; $QR=25\frac{1}{2}$ pieds; $pq=H=7$ pieds. Ce qui donne $A=2238$ pieds carrés; $B=3087\frac{1}{4}$ pieds carrés, & par conſéquent $\left(\frac{A+B}{2}\right)\times H=2662\frac{5}{8}\times 7$ ou $18638\frac{5}{8}$ pieds cubiques pour la ſolidité; enſuite $(A+B)\times 36\,H=5325\frac{1}{4}\times 36\times 7$, ou 1341984 livres poids de marc, ou $\frac{1341984}{100}=13420$ quintaux pour la charge. Enfin $\frac{(A+B)\times 2\,H}{111}=\frac{5325\frac{1}{4}\times 2\times 7}{111}$, ou 671 toneaux pour la charge du navire.

Remarque. On doit faire attention que, quand on meſure le vaiſſeau par le dedans, il faut y ajouter les épaiſſeurs ou la ceinture de bois compriſe entre les deux ſections horizontales A & B, ou bien il ſuffit de prendre tout de ſuite les meſures de dehors en dehors, où s'y trouvent auſſi les bordages: autrement le jaugeage ſeroit vicieux, parce que c'eſt la ſurface extérieure du navire qui fait le déplacement d'eau.

Il faut auſſi meſurer avec exactitude l'épaiſſeur pq ou H, *Fig.* 116, du ſegment $FHGE$, ou immédiatement, ou par la pratique ſuivante, parce qu'un pouce d'erreur ſur 30, par exemple, peut ſouvent en cauſer une d'environ la 30e partie de toute la charge du navire. Pour avoir cette hauteur pq avec ſuccès, on tendra de deſſus le pont à angle droit, ſur la quille, une ficele $rdbt$, au bout des deux ſupports ad, eb, qui paſſera ſur les crochets ou petites poulies d & b, qui, étant tendue au moyen de deux poids r & t attachés à ſes extrémités, raſera les côtés du vaiſſeau en f & e dans ſa plus grande largeur. On meſurera bd, qui donnera la largeur ef du vaiſſeau à la ligne de fort: ſi on ôte les diſtances gk & hs depuis la corde juſqu'aux bordages, on aura $bd-2\,gk=hg$ pour la largeur à la *ligne d'eau*, & les parties fs & ek feront l'épaiſſeur pq ou H du ſolide cherché.

Je ne crois pas inutile de rapporter auſſi une méthode de *jauger* les navires, qui eſt ſimple, aſſez exacte, & encore ſouvent en uſage dans quelques ports, tel qu'à Marſeille & à Baïone, *&c.* parce qu'elle eſt fondée ſur une ſorte d'unité de meſure nommée *pans*, & unique dans ces ſortes de ports; mais que j'ai rectifiée & rendue univerſelle & d'un uſage facile pour tous les autres ports de France. Cette méthode conſiſte à meſurer en pieds-de-roi ou du Châtelet de Paris: 1°. la longueur ST du vaiſſeau depuis l'entrave S juſqu'à l'étambot T; 2°. la plus grande largeur Nn au maître-bau; 3°. la hauteur ou le creux pm, depuis la ligne de la plus grande largeur au maître-bau, juſqu'au fond de la cale en m. Si l'on fait le *produit* de ces trois dimenſions, on aura la ſolidité du parallélépipede rectangulaire circonſcrit à la carêne: ſi l'on multiplie enſuite ce produit par 8, & qu'on diviſe par 675, on aura pour quotient le nombre des toneaux de 2000 liv. poids de marc chacun. Mais, ſi on multiplie ce même produit par 32, &, puis qu'on le diviſe par 135, on aura le nombre des quintaux de 100 livres poids chaque.

J'ai trouvé que le principe de cette méthode eſt fondé ſur l'hypotheſe qui ſuppoſe le navire elliptoïde, & par conſéquent d'une ſolidité moindre d'environ $\frac{2}{7}$ du total, ou qu'on ſuppoſe la charge du bâtiment les $\frac{5}{7}$ de route ſa capacité intérieure; c'eſt pourquoi on prend alors le toneau d'ordonnance, qui eſt de 42 pieds cubes; ce qui redreſſe l'erreur ou la maniere groſſiere dont on jauge dans les ports de commerce, où on donne tout à l'eſtime, parce qu'on n'y trouve ni géometre, ni calculateur; & par-là, dis-je, on reſtitue la fauſſe hypotheſe de la figure attribuée aux navires; car le toneau de déplacement eſt généralement reçu à un peu moins de 28 pieds cubes, c'eſt-à-dire, $27\frac{1}{2}$ pieds cubiques, ou 2000 livres peſant. Cette fauſſe

Digitized by Google

se suppoſition de figure & de charge, revient à peu près à la véritable hypotheſe, qui eſt de prendre les $\frac{1}{27\frac{1}{2}} \times \frac{1}{3\frac{1}{8\,7}}$, ou les $\frac{8}{675}$ du produit de la multiplication des trois principales dimenſions du vaiſſeau, parce que le produit de l'inverſe du volume qu'occupe un toneau de déplacement, multiplié par un peu moins que le tiers de la moyene proportionele arithmétique entre le ſolide circonſcrit à la carêne, & la pyramide qui lui eſt inſcrite, donne la charge du bâtiment en toneaux.

Exemple I. On demande le port d'un bâtiment qui a 75 pieds de longueur, 30 pieds de largeur, & 12 pieds de hauteur : on aura donc $75 \times 30 \times 12$, ou 27000 pieds cubiques pour le ſolide circonſcrit à la partie de la carêne, plongée par la charge, & $\frac{27000 \times 8}{675}$, ou 320 toneaux pour le port : enſuite $\frac{27000 \times 32}{135}$, ou 6400 quintaux pour le poids de la charge.

Exemple II. Suppoſons ici le même vaiſſeau que nous avons évalué par la premiere méthode, où l'on meſure le ſegment ſolide, qui eſt la différence de deux enfoncemens, & dont le poids égal celui du ſolide d'eau déplacé, dont la longueur $ST = 116\frac{1}{2}$ pieds, la largeur $Nn = 30$ pieds, & la hauteur $pm = 16\frac{1}{4}$, on aura alors $116\frac{1}{2} \times 30 \times 16\frac{1}{4}$ ou 56502 $\frac{1}{2}$ pieds cubiques, & $\frac{56502\frac{1}{2} \times 8}{675}$, ou 670 toneaux ; enſuite $\frac{56502\frac{1}{2} \times 32}{135}$, ou 14125 quintaux ſera le poids ou la charge.

Je dois avertir, pour le bien du commerce, que la méthode de *jauger* les vaiſſeaux, qu'on trouve dans le Dictionaire du Commerce, faiſant partie de cette Encyclopédie Méthodique, eſt très-fauſſive, en ce qu'elle force les meſures de plus des $\frac{1}{17}$ du total, ou preſque de moitié ; c'eſt-à-dire, par exemple, qu'elle augmente la capacité d'environ 46 meſures ou toneaux ſur 100 : léſion énorme, qui a cependant encore lieu dans quelques ports, & dont les droits trop perçus par les receveurs d'impôts, font ſouvent la ruine du négociant contre l'intention du roi : cette méthode erronée pour *jauger* les navires, ainſi que celle pour *jauger* les toneaux qu'on trouve dans ce Dictionaire Méthodique, fondée l'une & l'autre ſur de faux principes, ſont copiées mot à mot ſur celles qu'on trouve dans le vieux Dictionaire du Commerce de Savary & de Ricard ; c'eſt pourquoi l'on doit être dans la plus grande défiance ſur toutes les parties de l'*article* Jaoge ſeulement, qui ſe trouve dans ce Dictionaire du Commerce de la nouvele Encyclopédie Méthodique, depuis la page 757 juſqu'à celle 761 incluſivement.

Je dois encore faire connoître que, dans les diſcuſſions ou réclamations qui s'élevent ſouvent dans les ports de mer ſur le jaugeage, on commet quelquefois une grande injuſtice, en s'apuiant ſur l'ordonance qui ſuppoſe que la charge du navire eſt les deux tiers de ſa capacité intérieure, quoiqu'elle n'eſt que d'un tiers & encore moins, & qu'en conſéquence le pilote eſt ſouvent mal-à-propos convaincu d'avoir tranſporté furtivement la moitié de la charge du navire, & de s'être approprié environ la moitié du nolis ou du frer.

Nous avons pris juſqu'à preſent 28 pieds cubiques environ pour un toneau de poids ou de déplacement peſant deux milliers, ſelon l'uſage reçu pour unité de meſure, ſans avoir égard au volume pour fixer l'étendue de la carêne ou de la cale ; mais on prend quelquefois le toneau d'étendue ou d'arimage, qui forme quatre bariques de Bourdeaux, qui font trois muids de Paris ou 864 pintes, de 48 pouces cubes chacune ; lequel toneau d'arimage eſt eſtimé auſſi deux milliers, & qui occupent 48 pieds cubes, qui peſe, avec le fût, 2140 liv. Ainſi, par exemple, ſi l'armateur demande au conſtructeur un vaiſſeau dont la cale ſoit de 25000 pieds cubiques, on aura $\frac{25000}{48} = 521$ toneaux d'arimage : c'eſt dans ce ſens qu'on dit qu'une frégate de 30 canons, de 118 pieds de long, 31 de large & 14 de creux, ſeroit de 308 toneaux, ſuivant la jaûge d'arimage, parce que le produit de ces trois nombres 118, 31 & 14, multipliés l'un par l'autre, donne la ſolidité du parallélépipede rectangulaire circonſcrit à la coupe horizontale faite à fleur d'eau, dont le $\frac{1}{3\frac{1}{11}}$ ou les $\frac{1}{\frac{34}{11}}$ donne la ſolidité de la carêne en pieds cubiques, ou le poids de l'eau qui rempliroit ſa capacité, qui eſt égal à la charge que le navire peut porter, laquelle ſolidité étant diviſée par 48 pieds cubes, donne les toneaux d'arimage ; c'eſt-à-dire, ſimplement qu'il faut meſurer en pied-de-roi la plus grande longueur intérieure du vaiſſeau, ſa plus grande largeur & le creux, multiplier ces trois dimenſions l'une par l'autre, en diviſer le produit par 166, pour avoir le nombre des toneaux d'arimage : en effet, $\frac{118 \times 31 \times 14}{166} = \frac{51212}{166}$ donne 308 toneaux.

Le jaugeage, pour le droit d'*Ancrage*, eſt ſeulement l'eſpace qu'un bâtiment occupe dans le port ou qu'il y embaraſſe : comme la capacité intérieure de la cale eſt à peu près égal à la ſolidité de la carêne, on peut prendre l'une pour l'autre dans ce cas. On regle donc le droit ſur le ſolide du parallélépipede rectangulaire circonſcrit au volume qu'occupe la carêne du vaiſſeau, à commencer du maître-bau juſqu'à la quille, pour la hauteur ; & par-là il eſt inutile d'avoir attention à la figure de la carêne ; & ſi c'eſt par le haut ou non que le navire occupe de la place dans le port.

Par exemple, ſoit la longueur de 122 pieds de

Digitized by Google

l'entrave à l'étambot ; 34 pieds dans ſa plus grande largeur, & 17 pieds de creux ou de hauteur : alors le ſolide circonſcrit ſera donc 122 × 34 × 17, ou 70516 pieds cubiques. On peut toujours ſuppoſer que le creux eſt à peu près la moitié de la plus grande largeur.

Enfin, pour raprocher les objets, nous avons vu, par la maniere d'évaluer les meſures, 1°. que la méthode de *déplacement*, qui conſiſte à trouver la ſolidité du ſegment, qui fait la différence des deux enfoncemens du vaiſſeau, compris entre les deux plans faits à la ligne *d'eau* & à la ligne de *fort*, ſuppoſe que le tonneau de déplacement occupe un eſpace de 27 $\frac{1}{2}$ pieds cubes, ſans le fût ; 2°. que la méthode d'*ordonance* où l'on prend la meſure de la capacité du vaiſſeau par ſes trois principales dimenſions, dans le cas où l'on ſuppoſe la charge les $\frac{2}{3}$ de toute la capacité ; que le tonneau d'*ordonance* occupe un eſpace de 42 pieds cubes ; 3°. que la méthode d'*arimage*, où l'on prend les $\frac{4}{7}$ du produit des trois principales dimenſions, pour avoir la ſolidité de la carêne ; on ſuppoſe que le tonneau d'*arimage* occupe un eſpace de 48 pieds cubes, & quelquefois même avec raiſon de 56 pieds cubiques, à cauſe des vides ou des eſpaces perdus ; 4°. que la méthode d'*ancrage* conſiſte à trouver en pieds cubiques ſeulement le ſolide entier circonſcrit à la carêne, ſans nul eſpace évalué en toneaux. Dans tous les cas, le toneau eſt toujours ſuppoſé peſer deux milliers poids de marc.

Je dois avertir que, dans ces quatre hypotheſes différentes & reçues d'évaluer les meſures, il n'y a que la premiere & la quatrieme méthode de *jauger*, qui eſt celle de *déplacement* & celle d'*ancrage* qui ſoient rigoureuſes. Que la ſeconde, qui eſt celle d'*ordonance*, a quelques avantages du côté de la ſimplicité ; mais qu'elle ſe trouve aſſez ſouvent incertaine dans l'application, ſur-tout lorſqu'elle eſt pratiquée par des perſones peu intelligentes, & qui n'ont pas l'attention de meſurer les dimenſions du vaiſſeau avec la plus grande exactitude. Que la troiſieme méthode de *jauger*, ſur-tout qui eſt celle d'*arimage*, eſt ſouvent fautive, parce qu'elle n'eſt pas également applicable aux vaiſſeaux de guerre & aux vaiſſeaux marchands, à cauſe du poids de l'artillerie & des munitions dans les premiers, & que, dans les derniers, la fabrique eſt plus ou moins peſante, quoique la partie de la carêne, qui plonge dans la mer, ſoit de même ſolidité ; qu'enfin il n'y a de regle bien certaine & générale, pour avoir le poids de la charge, que de meſurer (ſuivant la premiere méthode) la capacité de la partie de la carêne qui fait la différence des enfoncemens, qui ſeule eſt proportionele à la peſanteur de la charge. Voyez les deux *Mémoires* que j'ai donnés ſur *la théorie du jaugeage*, & en conſéquence une nouvele *jauge*, reçus par l'*Académie Royale des Sciences* en 1773, & mis dans le *Recueil de ſes Mémoires* pour la partie des ſavans étrangers, & dont l'uſage eſt ordoné par lettres patentes en 1775, qui ſe trouvent auſſi dans la ſeconde édition d'un traité du Jaugeage du P. Pézenas, donnée, en 1778, par les ſoins de M. de la Lande, célebre académicien, à qui les ſciences, les lettres & les arts ont tant d'obligation. *Voyez* auſſi le *Dictionnaire de la Marine*, par M. Vial de Clairbois, habile ingénieur de la marine, & ſur-tout la piece ſur l'arimage des vaiſſeaux, qui a remporté le prix de l'Académie Royale des Sciences, en 1765, par M. l'abbé Boſſut, l'un des principaux auteurs de ce Dictionaire de Mathématiques, & géometre du premier ordre, connu de toute l'Europe par ſes découvertes, qui honorent l'eſprit humain.

(*M. Dez, Profeſſeur de Mathématiques de l'Ecole Royale Militaire.*)

JAUGER, (*Hydraulique*) ; c'eſt trouver, dans un temps donné, la quantité d'eau que fournit une ſource ou une pompe à bras, à cheval, à moulin, & en général la dépenſe d'eau néceſſaire pour le ſervice d'une machine hydraulique quelconque. *Voyez* MOULIN, POMPE & SOURCE.

JAUGEUR, ſubſt. maſculin ; officier de ville ou bien commis par le roi, qui fait l'art & la maniere de jauger les toneaux ou futailles à liqueurs, ou celui qui a titre & pouvoir d'en faire le jaugeage.

Chaque *jaugeur* doit avoir ſa jaûge juſte & de bon patron, ſuivant l'échantillon ou la *matrice* adoptée par le gouvernement, & dépoſée dans un lieu public pour y avoir recours au beſoin, lorſque ces jaûges ſont altérées ou défectueuſes par les copies faites les unes ſur les autres.

Le *jaugeur* doit imprimer ſa marque ſur l'un des fonds du toneau ou futaille qu'il a jaugé, avec une petite machine d'acier nommée *rouanete*, & y mettre la lettre *B*, ſi la jaûge eſt bonne ; la lettre *M*, ſi elle eſt trop foible ou moindre ; & la lettre *P*, ſi elle eſt trop forte, avec un chifre pour faire connoître la quantité de pintes qui s'y trouvent de plus ou de moins, ou, mieux encore, y marquer le nombre des meſures total.

Chaque *jaugeur*, ou vérificateur du jaugeage, doit avoir ſa marque particuliere, laquelle il doit figurer en marge du regiſtre de ſa réception, pour y avoir recours dans le beſoin, en cas de fauſſe jaûge ; le *jaugeur* de la marque duquel la piece ou le vaiſſeau ſe trouve marqué, demeurant reſponſable envers l'acheteur, ſi la jaûge eſt moindre, & envers le vendeur pour l'excédant.

Il y a eu pendant 520 ans des officiers *jaugeurs* établis dans Paris pour rectifier les erreurs des meſures, faites par les commis *jaugeurs* des fermiers du roi ſur les vins & autres liqueurs qui entrent dans cette capitale : cette commiſſion des officiers *jaugeurs* fut ſupprimée, en 1772, par le crédit des fermiers généraux ; depuis cette époque, les commis des fermes étant ſeuls juges & parties dans les conteſtations, & les redevables des droits n'ayant plus d'arbitres, les commerçans & en gé-

Digitized by Google

néral le public continuellement lésés, crient à l'in iquité & réclament en vain justice: enfin, depuis la suppression de ces correcteurs si importans au bien public, j'ai la preuve en main de plus de dix mille réclamations d'excédant de jaugeage commis par les maltôtiers de la ferme générale, sans jamais avoir pu obtenir restitution des exactions faites par ces receveurs d'impôts. Ces abus multipliés doivent monter à des sommes considérables dans une ville comme Paris, où les droits d'entrées, sur les fluides seulement, montent à plus de trente millions par an. (*M. Dez, Professeur de Mathématiques de l'École Royale Militaire.*)

JET *d'eau* (*Hydraul.*); est une lance ou lame d'eau qui s'éleve en l'air par un seul ajutage ou orifice qui en détermine la grosseur. Les *jets* croisés en forme de berceaux sont appelés *jets dardans*; quand l'ajutage est vertical, le *jet* monte verticalement, & alors s'appele *jet vertical*. Il s'éleveroit jusqu'au niveau de la source qui le produit, si plusieurs causes n'en empêchoient; ces causes sont, le frotement contre les bords de l'orifice, la réfiſtance de l'air & la chute de l'eau supérieure qui tombe ſur celle qui la ſuit, quand le *jet* eſt bien vertical. Auſſi on obſerve qu'en l'inclinant un peu il monte plus haut.

Il réſulte des expériences faites par M. l'abbé Boſſut (Voyez *le ſecond volume de ſon Hydrodynamique*), que, quand le tuyau de conduite fournit les eaux avec une abondance ſuffiſante, les grôs *jets* s'éleveut à proportion plus que les petits; au contraire, les petits *jets* s'élevent davantage, quand le tuyau de conduite eſt très-étroit; qu'on doit éviter de faire les ajutages coniques & ſur-tout cylindriques; que ceux qui ſont percés dans des minces parois ſont les meilleurs.

Enfin il réſulte des mêmes expériences, comparées avec celles de M. Mariotte, que *les différences des hauteurs des jets verticaux aux hauteurs de leurs réſervoirs, ſont entr'elles ſenſiblement comme les carrés des hauteurs des jets*. Soit donc la hauteur du réſervoir apartenante à un *jet* a, b ſa hauteur effective ou obſervée, c la hauteur d'un réſervoir dont on voudroit connoître la hauteur effective qu'on peut appeler x, on aura $a-b : c-x :: b : x^2$, & $x = \frac{b^2+b\sqrt{4ac-4bc+b^2}}{(a-b)}$; ceux qui déſireroient plus de détail ſur cette matiere, peuvent conſulter l'ouvrage cité & les Œuvres de Mariotte.

JET *des bombes*, eſt le nom qu'on donne à la partie des Mathématiques, qui traite du mouvement des bombes, de la ligne qu'elles décrivent dans l'air, de la maniere dont il faut diſpoſer le mortier, pour qu'elles aillent tomber à un point donné, *&c.*

Si l'air étoit ſans réſiſtance, ſi la force de la poudre étoit bien connue, ces équations ſe réſoudroient facilement de la maniere ſuivante.

Soit, *Pl. méch. Fig.* 200, AX la verticale paſſant par A, point de départ de la bombe, b la hauteur due à la viteſſe initiale, AY la direction de cette viteſſe, faiſant avec la verticale, l'angle $XAY = \Phi$; ſi le temps qu'un corps emploie à tomber d'une hauteur donnée a; M un point de la trajectoire. Si, par ce point, on mene la verticale juſqu'à ce qu'elle rencontre AY en P, le point P ſera celui où la bombe ſeroit arivée ſans l'action de la peſanteur. Ainſi, le temps qu'elle eût employé à parcourir AP avec ſa viteſſe initiale, eſt le même que celui qu'elle eût employé à parcourir PM, ſi elle eût été abandonnée à la ſeule action de la peſanteur. Or le premier de ces temps eſt $\Theta \frac{AP}{2\sqrt{ab}}$, le ſecond eſt $\Theta \sqrt{\frac{PM}{a}}$, donc $AP^2 = 4b \cdot PM$. La trajectoire eſt donc une parabole qui a pour diametre la verticale paſſant par le point de départ A, & pour parametre de ce diametre, le quadruple de la hauteur due à la viteſſe initiale.

Conſidérez maintenant le point M comme celui où la bombe rencontre le terrain repréſenté par la ligne AZ, faiſant, avec la verticale AX, l'angle $ZAX = \Psi$. La diſtance AM s'appele *amplitude du jet*. Mais $PM = AP \frac{\text{ſin. } (\Psi - \Phi)}{\text{ſin. } \Psi}$; & ſubſtituant cette valeur dans l'équation de la trajectoire, vous trouverez $AP = 4b \frac{\text{ſin. } (\Psi - \Phi)}{\text{ſin. } \Psi}$; donc l'amplitude $AM = 4b \frac{\text{ſin. } (\Psi - \Phi) \text{ ſin. } \Phi}{(\text{ſin. } \Psi)^2} = 2b \frac{(\text{co-ſ. } (\Psi - 2\Phi) - \text{co-ſ. } \Psi)}{(\text{ſin. } \Psi)^2}$. Cette formule apprend que, ſi on vouloit rendre l'amplitude la plus grande poſſible, l'inclinaiſon du terrain étant donnée, il faudroit faire $\Phi = \frac{\Psi}{2}$.

L'amplitude du *jet* étant donnée avec l'inclinaiſon du terrain, l'angle de projection devient déterminé par le moyen de l'équation co-ſ. $(\Psi - 2\Phi) = \frac{AM (\text{ſin. } \Psi)^2 + 2b \text{ co-ſ. } \Psi}{2b}$. Mais il y a deux valeurs de $\Psi - 2\Phi$, utiles pour la queſtion; car, ſoit $\Psi - 2\Phi = K$, on pourra faire auſſi $\Psi - 2\Phi = -K$, puiſque co-ſ. $-K = \text{co-ſ. } K$; donc on peut faire $\Phi = \frac{\Psi - K}{2}$, $\Phi = \frac{\Psi + K}{2}$.

La théorie précédente ſeroit ſuffiſante, l'air étoit ſans réſiſtance, nous l'avons déja dit; mais il n'en eſt pas ainſi; & l'air altere le mouvement des bombes à tel point, que la pratique ne s'accorde nullement avec cette théorie, ſur-tout quand

Digitized by Google

la vitesse de la bombe est considérable. Il faut donc avoir égard à la résistance; mais la détermination du mouvement devient alors très-difficile, & les calculs sont si compliqués, qu'ils ne sauroient trouver place dans ce Dictionaire. Ceux qui désireront connoître ce qui a été fait de mieux sur cet objet, pourront consulter l'ouvrage de M. Benjamin Robins, intitulé: *Nouveaux Principes d'Artillerie*, commenté par M. Euler.

Il résulte du travail de M. Robins & de celui de Euler, qu'entre plusieurs circonstances, deux particulièrement rendent ce problème presque directement insoluble. La premiere, c'est que la loi de la résistance des fluides est très-peu connue, quand le choc se fait obliquement; la seconde, c'est que l'air étant un fluide compressible, il se condense devant la bombe, sur-tout quand la vitesse est considérable; & par conséquent, tant que cette vitesse se conserve, la bombe doit être censée se mouvoir dans une fluide d'une densité variable & augmentant prodigieusement. Cette condensation va si loin, qu'il y a des exemples d'hommes blessés grièvement, par le passage d'un boulet en mouvement, dont ils n'avoient point été frapés. Ce fait m'a été attesté par un officier d'un mérite distingué. (T)

JOUER. *Voyez* PROBABILITÉ.

JOUR, JOURNAL, (*Arpentage*); grande mesure des héritages: cette dénomination est fort en usage en Lorraine; on y dit, pour les terres labourables, *jours, journaux*; pour les prés fauchés & pour les forêts, *arpent*: ce n'est cependant qu'une même mesure; elle est communément dans ce pays de 250 toises de Lorraine. Cette toise a de longueur 10 pieds de Lorraine, le pied 10 pouces, le pouce 10 lignes; ce qui fait environ huit pieds neuf pouces dix lignes, mesure de roi.

JOUR, durée de la révolution apparente du soleil, autour de la terre, d'orient en occident. Les astronomes distinguent le jour vrai du jour moyen. *Voyez* ÉQUATION DU TEMPS.

Jour de l'an, premier *jour* de l'année. *Voyez* ANNÉE.

Jours caniculaires. *Voyez* CANICULAIRES.

JOURDAIN, (*Astron.*); constellation boréale; elle est du nombre des constellations nouveles formées en 1679, dans le catalogue d'étoiles & sur les cartes célestes, publiées par Augustin Royer, d'après Tycho, Bayer, Riccioli, & le P. Anthelme, chartreux de Dijon. Cette constellation s'étend depuis 8^{s} 27^{d} jusqu'à 11^{s} 1^{d} de longitude, entre 25^{d} & 52^{d} de latitude boréale; elle ne contient pas d'étoiles plus belles que celles de 4e grandeur, elle n'est point sur les grandes cartes de Flamsteed. (*D. L.*)

JOVILABE, (*Astron.*), instrument propre à trouver les configurations ou les situations respectives apparentes des satellites de jupiter. Veidler en a donné l'explication dans une brochure imprimée à Wittemberg en 1727, & qui a pour titre: *Explicatio jovilabii Cassiani*. Peiresc avoit eu autrefois l'idée de représenter ainsi, par des figures, le mouvement des satellites. Flamsteed décrit un instrument propre à cet usage dans les *Transactions philosophiques*, n°. 178, & Wisthon, dans le livre intitulé: *The longitude discovered*, 1738. Voici celui dont je me servois pour les configurations que je mettois chaque année dans la *Connoissance des temps*; il est représenté dans la *Fig.* 147 *des Planch. d'Astron.* On y voit quatre cercles divisés en jours, suivant la révolution de chacun des quatre satellites, & dont les diametres sont proportionés à ceux des quatre orbites. Une alidade transparente, que l'on peut faire de corne, représentée par *ACB*, tourne autour du centre *C*; elle se place sur le point *A*, où répond la longitude géocentrique de jupiter, qui doit être connue par une éphéméride, & cette alidade se fixe au moyen d'une pince marquée en *D*. La figure suppose la longitude de jupiter à 0^{s} 22^{d}, telle qu'elle étoit le premier mai 1759. Les quatre cercles intérieurs sont des cercles de carton qui doivent être mobiles autour du centre *C*; ils représentent les orbites des quatre satellites, divisées en jours par les tables des moyens mouvemens des satellites qui se trouvent dans les tables de Cassini, ou dans mon *Exposition du calcul astronomique*. On calcule, par ces mêmes tables, la longitude jovicentrique ou vue du centre de jupiter pour chacun des quatre satellites, le premier jour du mois. On trouve, par exemple, pour le premier mai 1759, les longitudes suivantes: 0^{s} 24^{d} pour le quatrieme satellite; 2^{s} 25^{d} pour le troisieme; 3^{s} 11^{d} pour le second; 10^{s} 13^{d} pour le premier: on place le chifre 1 de chaque cercle vis-à-vis de cette longitude calculée; on voit dans la figure que 1 de l'orbite du quatrieme satellite répond à 0^{s} 24^{d}, *&c.* alors la situation du point 1, par raport à l'alidade *ACB*, fait voir la situation apparente de chaque satellite, par raport à jupiter, le premier du mois pour un observateur qui est situé sur le prolongement de l'alidade *ACB*, le point *A* toujours dirigé vers la terre. La situation des points marqués 2 sur chacune des quatre orbites, fait voir la position des quatre satellites, le 2 à pareille heure; il en est de même de tous les autres jours du mois. Par ce moyen, l'on formera la configuration des quatre satellites, telle qu'on la voit sur la ligne *EF*, *Figure* 148, pour le 4e jour du mois; jupiter est supposé en *I*; le point 4 de l'orbite du troisieme satellite étant de 8 lignes à la droite de l'alidade *AB*, m'apprend que l'on devoit avoir le troisieme satellite à 8 lignes de jupiter à gauche dans une lunete qui renverse, sur la ligne *EF*, désignée par les bandes ou lignes obscures qu'on aperçoit sur le disque de jupiter; cette ligne est dirigée sensiblement dans le sens de l'équateur de jupiter (*Voyez* ROTATION), & dans le plan des orbites des quatre satellites, qui, par conséquent, ne quitent jamais, si ce n'est d'une très petite quantité, la ligne droite parallele aux bandes de jupiter: on placera de même les trois

Digitized by Google

autres, & l'on figurera ainſi jupiter, accompagné de ſes quatre ſatellites, tel qu'il paroît dans une lunete aſtronomique où les objets ſont renverſés.

Les ſatellites 1 & 3 ſont au deſſus de la ligne des bandes; parce qu'à cauſe de l'inclinaiſon des orbites, les ſatellites paroiſſent un peu vers le nord, dans un des demi-cercles de leurs révolutions. Tant que le ſatellite eſt entre 10^{s} 15^{d} & $4s$ 15^{d} de longitude, ou au deſſus de la ligne des nœuds NN, il paroît toujours un peu plus ſeptentrional que l'orbite de jupiter, & cela d'autant plus qu'il eſt plus éloigné des points N.

La poſition du chifre qui accompagne chaque point ſur la ligne de configuration, ſert à marquer ſi le ſatellite s'approche ou s'éloigne de jupiter; par exemple, le chifre 4, qui indique le 4e ſatellite, eſt entre jupiter & le point qui marque la place du 4e ſatellite, parce qu'on voit ſur le *jovilabe* que ce jour-là le 4e ſatelltte ſe raprochoit de jupiter; au contraire, on a mis le chifre 2 au delà du point, parce que le ſecond ſatellite s'éloignoit de jupiter, dans la nuit du 3 au 4. On peut voir de ſemblables configurations pour tous les jours, dans la *Connoiſſance des temps* de chaque année, dans les *Éphémérides* du P. Hell, & dans les *Nautical almanac* de Londres.

On comprendra la raiſon de l'opération précédente, en conſidérant que la ligne CA marque le rayon qui va de notre œil au centre de jupiter; ainſi, les ſatellites nous paroîtront plus ou moins éloignés de jupiter, ſuivant qu'ils ſeront plus ou moins éloignés de l'alidade BCA, ſur laquelle nous voyons toujours le centre de jupiter; il n'importe point qu'ils ſoient plus ou moins avancés le long de cette ligne CA, c'eſt-à-dire, plus ou moins éloignés de l'œil, qui ne peut apprécier cet éloignement; il ne s'agit que de leur diſtance à l'alidade. Nous marquons auſſi, dans nos configurations, les temps où un ſatellite ſe trouve caché derriere le diſque; cela eſt facile, parce que la largeur de l'alidade eſt égale à celle de jupiter lui-même; ainſi, quand le point eſt ſous l'alidade, on juge que le ſatellite eſt derriere jupiter, ſi c'eſt au delà du centre par raport au point B; ou qu'il eſt ſur le diſque même de jupiter, ſi c'eſt entre C & B.

On y marque auſſi les temps où le ſatellite eſt éclipſé, c'eſt-à-dire, dans l'ombre de jupiter, afin que l'obſervateur ne ſoit pas étoné quand il manque un ſatellite à jupiter: pour cet effet, il faut tendre un fil du centre C à la circonférence de l'écliptique; mais ſur un point qui ſoit à droite ou à gauche du point A de la quantité de la parallaxe annuele: c'eſt à droite dans une figure qui renverſe, ſi jupiter a paſſé l'oppoſition; ce fil repréſentera l'axe du cône d'ombre qui eſt ſur la ligne menée du ſoleil à jupiter, & on lui ſuppoſera la même largeur qu'à l'alidade AB, où à la planete elle-même.

Pour placer cette ligne de l'ombre, ſans être obligé de calculer la parallaxe annuele, je ſuppoſe ſeulement que l'on connoiſſe l'heure du paſſage de jupiter au méridien, on trouvera, à très-peu-près, la ſituation de cette ombre par le moyen du demi-cercle, *Fig.* 149, où j'ai marqué l'effet de la parallaxe annuele. Les heures du paſſage à droite ſont, pour le ſoir, dans une figure renverſée. Je ſuppoſe que jupiter paſſe au méridien à 2 heures ou à 10 heures du matin, on abaiſſera du point marqué 2 & 10 une perpendiculaire ſur le diametre POR, la diſtance OS du centre à la perpendiculaire, marquera la quantité dont l'axe de l'ombre eſt à gauche de l'alidade AC ſur la circonférence extérieure AV de l'écliptique, & l'on pourra la placer ſur l'inſtrument de maniere à y voir les ſatellites éclipſés. J'ai donné dans mon *Aſtronomie* la figure d'un ſemblable inſtrument pour les ſatellites de ſaturne; il eſt d'autant plus néceſſaire, quand on veut les obſerver, qu'il eſt impoſſible de les reconoître & de les diſtinguer des petites étoiles, à moins qu'on ne connoiſſe leur ſituation & leur mouvement; mais on en fait ſi rarement uſage, & on les voit ſi difficilement, qu'il ſeroit inutile d'en placer ici la deſcription. (*D. L.*)

JOYES *des planetes*, *ou dignités*, en *aſtrologie*; ce terme exprimoit l'influence des planetes dans les maiſons où elles dominoient.

JUGULANS, (*Aſtron.*); nom que porte, dans certains auteurs, la conſtellation d'orion, à cauſe des petites étoiles φ & λ qui ſont à la partie ſupérieure, ou ſur la tête d'orion, & qui reſſemblent aſſez à un jeu de noix, placées les unes ſur les autres; on dit auſſi *juglans*, ou *ſtella jugula*, comme on dit *nux jugulans*, le noyer. On prétend que l'origine de ce mot vient de gland de Jupiter, ou nouriture digne des dieux. (*D. L.*)

JUGUM, (*Aſtron.*) nom de la conſtellation de la *balance*.

JUPITER, ſ. m. (*Aſtron.*), une des planetes ſupérieures, remarquable par ſon éclat, & qui fait le tour du ciel dans l'eſpace d'environ douze ans, par un mouvement qui lui eſt propre. *Voyez* PLANETE.

Jupiter eſt ſitué entre ſaturne & mars; il tourne autour de ſon axe en 9 heures 56 minutes; il acheve ſa révolution périodique autour du ſoleil dans l'eſpace de 11 années communes & 315 jours, ou 4330 jours, & 8 heures 58′ 27″. Le caractere par lequel les aſtronomes marquent *jupiter*, eſt $\mathcal{Z}_{4}$.

Jupiter eſt la plus grande de toutes les planetes; ſon diametre eſt de 31118 lieues; il eſt à celui de la terre, comme 1086 à 100.

La moyene diſtance de *jupiter* au ſoleil eſt de 520098 parties, dont la moyene du ſoleil à la terre en contient 100000; ſon excentricité de 25277, l'équation de ſon orbite 5° 34′ en 1760; mais elle augmente de 2 minutes & un quart par ſiecle, ſuivant les calculs de M. Wargentin. La diſtance de *jupiter* au ſoleil étant cinq fois plus grande que celle de la terre au ſoleil, celui-ci, vu de *jupiter*, ne paroît pas la cinquieme partie

Digitized by Google

de ce qu'il nous paroît, vu de la terre, & par conſéquent que ſon diſque eſt vingt-cinq fois moindre, ſa lumiere & ſa chaleur ſeroient moindres en même proportion, pour un habitant de *jupiter*.

L'inclinaiſon de l'orbite de *jupiter*, c'eſt-à-dire, l'angle que forme le plan de ſon orbite avec le plan de l'écliptique, eſt de 1° 19'. On obſerve, dans les mouvemens de cette planete, pluſieurs irrégularités dont on peut voir le détail dans les *Inſtitutions Aſtronomiques* de M. le Monnier, & dans mon *Aſtronomie*; ces irrégularités ſont vraiſemblablement occaſionées en grande partie par l'action de ſaturne ſur cette planete. On peut voir ſur-tout, à ce ſujet, les pieces de M. Euler, qui ont remporté les prix de l'Académie des Sciences en 1748 & 1752; il paroît qu'il y a auſſi un dérangement particulier analogue à celui de ſaturne.

Quoique *jupiter* ſoit la plus grande de toutes les planetes, c'eſt néanmoins celle dont la révolution autour de ſon axe, eſt la plus prompte. Caſſini remarqua que ſon axe étoit plus court que le diametre de ſon équateur; leur raport, ſuivant Newton, eſt celui de 8 à 9, ou de 13 à 14, ſuivant des obſervations plus récentes: ſa figure eſt celle d'un ſphéroïde aplati; la viteſſe de ſa rotation rendant la force centrifuge de ſes parties fort conſidérable, fait que l'aplatiſſement de cette planete eſt beaucoup plus ſenſible que celui d'aucune autre. M. de Maupertuis l'a fait voir dans les *Mémoires de l'Académie de* 1734, & dans ſon *Diſcours ſur la figure des aſtres*. *V.* Clairaut, dans la *Théorie de la Figure de la Terre*.

Jupiter paroît preſqu'auſſi grand que vénus; mais il eſt moins brillant; il eſt quelquefois éclipſé par la lune, par le ſoleil, par vénus & même par mars.

Galilée découvrit, en 1616, quatre petites planetes qui tournent autour de *jupiter*, & qu'on appele *les ſatellites de jupiter*.

Ces quatre lunes, ſelon la remarque de Fontenelle, dans ſa *Pluralité des Mondes*, doivent faire un ſpectacle aſſez agréable pour les habitans de *jupiter*, s'il eſt vrai qu'il y en ait. Car tantôt elles ſe levent toutes quatre enſemble, tantôt elles ſont toutes au méridien, rangées l'une au deſſus de l'autre: tantôt on les voit ſur l'horizon à des diſtances égales; elles ſoufrent ſouvent des éclipſes dont les obſervations ſont fort utiles pour connoître les longitudes géographiques.

Aſtronomie comparée de jupiter. Le jour & la nuit ſont à peu près de même longueur ſur toute la ſurface de *jupiter*; ſavoir, de cinq heures chacun, l'axe de ſon mouvement journalier étant à peu près à angles droits ſur le plan de ſon orbite annuele.

Quoiqu'il y ait quatre planetes principales au deſſous de *jupiter*, mercure, vénus, la terre & mars, néanmoins un œil placé ſur la ſurface de *jupiter* ne les verroit jamais, ſi ce n'eſt peut-être mars, qui eſt aſſez près de *jupiter* pour en pouvoir être aperçu. Les autres ne paroîtroient tout au plus que comme des taches qui paſſent ſur le diſque du ſoleil, quand elles ſe rencontrent entre l'œil & ce dernier aſtre. La parallaxe du ſoleil, vue de *jupiter*, doit être preſqu'inſenſible, auſſi-bien que celle de ſaturne, & le diametre apparent du ſoleil, vu de *jupiter*, ne doit être que de ſix minutes. Le plus éloigné des ſatellites de *jupiter* doit paroître preſqu'auſſi grand que nous paroît la lune. Un aſtronome placé dans *jupiter* appercevroit diſtinctement deux eſpeces de planetes, quatre près de lui; ſavoir, les ſatellites; & deux plus éloignées, ſavoir, le ſoleil & ſaturne. Les quatre ſatellites doivent donner quatre différentes ſortes de mois aux habitans de *jupiter*. Ces lunes ſoufrent une éclipſe toutes les fois qu'étant oppoſées au ſoleil, elles entrent dans l'ombre de *jupiter*; de même, toutes les fois qu'étant en conjonction avec le ſoleil, elles jetent leur ombre du côté de *jupiter*, elles cauſent une éclipſe de ſoleil pour un œil placé dans l'endroit de *jupiter* ſur lequel cette ombre paſſe. Les inclinaiſons des orbites des ſatellites ſur le plan de l'orbite de *jupiter* étant fort petites, il ſe fait à chaque révolution une éclipſe des 4 ſatellites & du ſoleil, quoique le ſoleil ſoit à une diſtance conſidérable des nœuds. Le premier ou le plus bas de ces ſatellites, lors même que le ſoleil eſt le plus éloigné des nœuds, doit éclipſer le ſoleil, ou être éclipſé par raport aux habitans de *jupiter*; cependant le 4e ou le plus éloigné peut être deux ans conſécutifs ſans entrer dans l'ombre de cette planete, & celle-ci dans la ſienne. Les ſatellites s'éclipſent auſſi quelquefois l'un l'autre.

Jupiter a des bandes ou zônes que Newton croit ſe former dans ſon atmoſphere. Il y a, dans ces bandes, pluſieurs taches dont le mouvement a ſervi à déterminer celui de *jupiter* autour de ſon axe. Caſſini, Campani les ont ſur-tout obſervées. *Voyez* les *Mémoires de l'Académie pour* 1714. *Voyez* BANDES.

Les taches & les bandes de *jupiter* ſont tantôt plus, tantôt moins nombreuſes, quelquefois plus grandes, quelquefois plus petites, à cauſe des inégalités de la ſurface, des endroits moins propres à renvoyer la lumiere, des changemens qui s'y font, comme dans mars, ſoit par l'action des rayons du ſoleil, ſoit par celle de quelque matiere qui pénetre la planete, ou de quelque fluide qui circule à ſa ſurface. On voit ces bandes ſe rétrécir après pluſieurs années, ou s'élargir, s'interrompre & ſe réunir enſuite. Il s'en forme de nouveles, il s'en éface: on voit les taches aller de l'orient à l'occident, diſparoître, puis reparoître après neuf heures 56 minutes: d'où l'on conclut que *jupiter* tourne ſur ſon axe en ce même temps.

Quand les ſatellites ſont en conjonction avec le ſoleil, ils empêchent un cône de lumiere d'aller juſqu'à la planete, & c'eſt une ombre qu'ils jetent ſur elle: cette ombre eſt une eſpece de tache très-

Digitized by Google

viſible, plus noire que celle de *jupiter*, mobile ſur ſon diſque, c'eſt une éclipſe. Nous voyons cette éclipſe, ou cette obſcurité changeante, parcourir le diſque de *jupiter* d'orient en occident. (*D. L.*)

JUSAN, baſſe mer. *Voyez* FLUX.

KAL

KALBELASIT, (*Aſtron.*); nom de l'étoile appelée auſſi *Regulus*.

KALBOLAKRAB, (*Aſtron.*); nom de l'étoile appelée auſſi *Antares*.

KALENDES. *Voyez* CALENDES.

KES

KELBELAZGUAR, (*Aſtron.*); nom de l'étoile appelée auſſi *Procyon*.

KEPLER. *Voyez* LOIX DE KEPLER.

KESIL *ou* CHESIL; nom de l'étoile appelée auſſi *Rigel*.

Digitized by Google

LACTÉE. *Voyez* Voie *lactée*.

LAMPADIAS, (*Aſtr.*); nom de la belle étoile à l'œil du taureau, appelée auſſi *Aldebaran*.

LANGUE *de balance*, (*Méch.*); eſt un petit ſtyle perpendiculaire au fléau, & qui doit être caché par la chaſſe de la balance, lorſque la balance eſt en équilibre. *Voy.* Balance, Chasse-fléau, *&c.* (*O*)

LANGUETE, (*Hyd.*) *Voyez* Cloison.

LANGUEDOC (*canal de*). (*Méchan. Hydraul. Architect.*) On le nomme autrement *canal de la jonction des deux mers*, *canal royal*, *canal de Riquet*; & la raiſon de tous ces noms ſera facile à voir par la ſuite. C'eſt un ſuperbe canal qui traverſe la province de *Languedoc*, joint enſemble la Méditerranée & l'Océan, & tombe dans le port de Cette, conſtruit vers 1668.

L'argent ne peut pénétrer dans les provinces & dans les campagnes, qu'à la faveur des commodités établies pour le tranſport & la conſommation des denrées; ainſi, tous les travaux de ce genre qui y concourront, ſeront l'objet des grands hommes d'état, dont le goût ſe porte à l'utile.

Ce fut en 1664 que M. Colbert, qui vouloit préparer de loin des ſources à l'abondance, fit arrêter le projet hardi de joindre les deux mers par le *canal de Languedoc*. Cette entrepriſe, déja conçue du temps de Charlemagne, ſi l'on en croit quelques auteurs, le fut certainement ſous François I. Dès-lors on propoſa de faire un canal de 14 lieues, de Toulouſe à Narbone, d'où l'on eût navigué par la riviere d'Aude, dans la Méditerranée. Henri IV & ſon miniſtre y ſongerent encore plus ſérieuſement, & trouverent la choſe poſſible, après un mûr examen; mais la gloire en étoit réſervée au regne de Louis XIV. D'ailleurs l'exécution de l'entrepriſe a été bien plus conſidérable que le projet de M. de Sully, puiſqu'on a donné à ce canal 122000 toiſes de long, afin de favoriſer la circulation d'une plus grande quantité de denrées. L'ouvrage dura 15 ans, il fut commencé en 1667, & achevé en 1681, environ deux ans avant la mort de M. de Colbert; c'eſt le monument le plus glorieux de ſon miniſtere, par ſon utilité, par ſa grandeur, & par ſes difficultés.

Riquet oſa ſe charger des travaux & de l'exécution; on dit qu'il avoit des mémoires du ſieur Andréoſſi, ſon ami, profond méchanicien, qui avoit reconnu, en prenant les niveaux, que Narouſe, lieu ſitué près de Caſtelnaudari, étoit l'endroit le plus élevé qui fût entre les deux mers. Riquet en fit le point de partage, & y pratiqua un baſſin de deux cents toiſes de long, ſur cent cinquante de large. C'eſt un des plus beaux baſſins que l'on puiſſe voir; il contenoit autrefois ſept pieds d'eaux, que l'on diſtribue par deux écluſes, l'une du côté de l'Océan, & l'autre du côté de la Méditerranée. Pour alimenter la partie ſupérieure du canal, on a conſtruit un réſervoir nommé *le baſſin de S. Ferrol*, qui a huit cents toiſes de longueur, ſur quatre cents de largeur, & cent de profondeur, près d'une forte digue qui lui ſert de ſoutien.

L'inégalité du terrain, les montagnes & les rivieres qui ſe rencontrent ſur la route, ſembloient des obſtacles invincibles au ſuccès de cette entrepriſe. Riquet les a ſurmontés; il a remédié à l'inégalité du terrain, par cent une écluſes qui ſoutiennent l'eau dans les deſcentes. Il y en a vingt-ſix du côté de l'Océan, & ſoixante-quinze du côté de la Méditerranée. Les montagnes ont été entr'ouvertes, ou percées par ſes ſoins; il a pourvu à l'incommodité des rivieres & des torrens, par des ponts & des aqueducs ſur leſquels paſſe le canal, en même temps que des rivieres & des torrens paſſent par-deſſous. On compte 55 de ces aqueducs & 92 ponts. En un mot, les bateaux arivent de l'embouchure de la Garonne, qui eſt dans l'océan, au port de Cette, qui eſt dans la méditerranée, ſans être obligés de paſſer le détroit de Gibraltar. Riquet termina ſa carriere & ſon ouvrage preſqu'en même temps, laiſſant à ſes deux fils le plaiſir d'en faire l'eſſai en 1681.

Ce canal a coûté environ 17 millions & demi de ce temps-là, qu'on peut évaluer à 33 millions de nos jours, qui ont été payés en partie par le roi, & en partie par la province de Languedoc.

Il n'a manqué à la gloire de l'entrepreneur, que de n'avoir pas voulu joindre ſon canal à celui de Narbone, fait par les Romains, & qui n'en eſt qu'à une lieue; il eût alors rendu ſervice à tout un pays, en ſauvant même une partie de la dépenſe qu'il conſomma à percer la montagne de Malpas. Mais Riquet eut la foibleſſe de préférer l'utilité de Béziers, où le hazard l'avoit fait naître, au bien d'une province entiere.

Il faut voir l'hiſtoire & la deſcription de cet immenſe ouvrage, publié par M. de la Lande, en un volume *in-f.°* avec beaucoup de planches. (*D. J.*)

LANSQUENET, (*Jeu de hazard*): voici en général comme il ſe joue. On y donne à chacun une carte, ſur laquelle on met ce qu'on veut; celui qui a la main ſe donne la ſiene. Il tire enſuite les cartes; s'il amene la ſiene, il perd; s'il amene celle des autres, il gâgne. Mais pour concevoir les avantages & déſavantages de ce jeu, il faut

Digitized by Google

faut expliquer quelques regles particulieres que voici.

On nomme *coupeurs* ceux qui prenent cartes dans le tour, avant que celui qui a la main ſe donne la ſiene.

On nomme *carabineurs*, ceux qui prenent cartes, après que la carte de celui qui a la main eſt tirée.

On appele la *réjouiſſance*, la carte qui vient immédiatement après la carte de celui qui a la main. Tout le monde y peut mettre avant que la carte de celui qui a la main ſoit tirée; mais il ne tient que ce qu'il veut, pourvu qu'il s'en explique avant que de tirer ſa carte. S'il la tire ſans rien dire, il eſt cenſé tenir tout.

Le fonds du jeu réglé, celui qui a la main donne des cartes aux coupeurs, à commencer par ſa droite, & ces cartes ſe nomment *cartes droites*, pour les diſtinguer des cartes de repriſe & de réjouiſſance. Il ſe donne une carte, puis il tire la réjouiſſance. Cela fait, il continue de tirer toutes les cartes de ſuite; il gâgne ce qui eſt ſur la carte d'un coupeur, lorſqu'il amene la carte de ce coupeur & il perd tout ce qui eſt au jeu lorſqu'il amene la ſiene.

S'il amene toutes les cartes droites des coupeurs avant que d'amener la ſiene, il recomence & continue d'avoir la main, ſoit qu'il ait gâgné ou perdu la réjouiſſance.

Lorſque celui qui a la main donne une carte double à un coupeur, c'eſt-à-dire, une carte de même eſpece qu'une autre carte qu'il a déja donnée à un autre coupeur qui eſt plus à la droite, il gâgne le fond du jeu ſur la carte perdante, & il eſt obligé de tenir le double ſur la carte double.

Lorſqu'il donne une carte triple à un coupeur, il gâgne ce qui eſt ſur la carte perdante, & il eſt tenu de mettre quatre fois le fond de jeu ſur la carte triple.

Lorſqu'il donne une carte quadruple à un coupeur, il reprend ce qu'il a mis ſur les cartes ſimples ou doubles, s'il y en a; il perd ce qui eſt ſur la carte triple de même eſpece que la quadruple qu'il amene, & il quite la main ſur le champ, ſans donner d'autres cartes.

S'il ſe donne à lui-même une carte quadruple, il prend tout ce qu'il y a ſur les cartes des coupeurs, & ſans donner d'autres cartes, il recomence la main.

Lorſque la carte de réjouiſſance eſt quadruple, elle ne va point.

C'eſt encore une loi du jeu, qu'un coupeur dont la carte eſt priſe, paye le fond du jeu à chaque coupeur qui a une carte devant lui, ce qui s'appele *arofer*; mais avec cette diſtinction, quand c'eſt une carte droite, celui qui perd paye aux autres cartes droites le fond du jeu, ſans avoir égard à ce que la ſiene, ou la carte droite des autres coupeurs ſoit ſimple, double ou triple; au lieu que, ſi c'eſt une carte de repriſe, on ne paye & on ne reçoit que ſelon les regles du parti.

Or, à ce jeu, les parties ſont de mettre trois contre deux, lorſqu'on a carte double contre carte ſimple; deux contre un, lorſqu'on a carte triple contre carte double; & trois contre un, lorſqu'on a carte triple contre carte ſimple.

Ces regles bien conçues, on voit que l'avantage de celui qui a la main, en renferme un autre, qui eſt de conſerver les cartes autant de fois qu'il aura amené toutes les cartes droites des coupeurs avant que d'amener la ſiene: or, comme cela peut ariver pluſieurs fois de ſuite, quelque nombre de coupeurs qu'il y ait, il faut, en appréciant l'avantage de celui qui tient les cartes, avoir égard à l'eſpérance qu'il a de faire la main un nombre de fois quelconque indéterminément. D'où il ſuit qu'on ne peut exprimer l'avantage de celui qui a la main, que par une ſuite infinie de termes qui iront toujours en diminuant.

Qu'il a d'autant moins d'eſpérance de faire la main, qu'il y a plus de coupeurs & plus de cartes ſimples parmi les cartes droites.

Quoiqu'obligé de mettre le double du fond du jeu ſur les cartes doubles, & le quadruple ſur les triples, l'avantage qu'il auroit en amenant des cartes doubles ou triples, avant la ſiene, diminue d'autant; mais qu'il eſt augmenté par l'autre condition du jeu, qui lui permet de reprendre en entier ce qu'il a mis ſur les cartes doubles & triples lorſqu'il donne à un des coupeurs une carte quadruple.

S'il y a trois coupeurs A, B, C, & que le fond du jeu ſoit F, & que le jeu ſoit aux piſtoles, ou $F =$ à une piſtole, on trouve que l'avantage de celui qui a la main, eſt de 2 liv. 15 ſ. & environ 10 den. $\frac{4\,2\,5}{1\,0\,3\,5}$ de deniers.

S'il y a quatre coupeurs, cinq coupeurs, cet avantage varie.

Pour quatre coupeurs, ſon avantage eſt de 4 liv. 19 ſous 1 den. $\frac{3\,1\,4\,5}{5\,0\,7\,5}$ de deniers.

Pour cinq coupeurs, il eſt de 7 liv. 14 ſous 7 den. $\frac{4\,4\,4\,1}{2\,1\,3\,6\,0}$ de deniers.

Pour ſix coupeurs, il eſt de 10 liv. 12 ſous 10 den. $\frac{8\,8\,9\,1\,1\,1\,7\,1\,1\,8}{1\,7\,7\,1\,1\,1\,7\,8\,2\,0\,4\,7\,5\,1\,8}$ de deniers.

Pour ſept coupeurs, il eſt de 14 liv. 16 ſous 5 den. $\frac{1\,5\,7\,4\,0\,2\,2\,7\,0\,3}{3\,7\,1\,6\,4\,2\,6\,0\,1\,6\,1\,7\,7}$ de deniers.

D'où l'on voit que l'avantage de celui qui a la main ne croît pas dans la même raiſon que le nombre de joueurs.

S'il y a quatre coupeurs, le déſavantage de A ou du premier, eſt 2 liv. 16 ſous 11 den. $\frac{3\,2\,4\,7}{5\,0\,7\,5}$ de deniers.

Le déſavange de B ou du ſecond, eſt de 1 liv. 14 ſous 1 den. $\frac{4\,4\,5\,5}{1\,0\,1\,5}$ de deniers.

Le déſavantage de C ou du troiſieme, eſt 8 ſous 0 den. $\frac{5\,4\,1\,4}{2\,5\,3\,7}$ de deniers.

La probabilité que celui qui a la main la conſervera, diminue à meſure qu'il y a un plus grand nombre de coupeurs; & l'ordre de cette diminution, depuis trois coupeurs juſqu'à ſept inclusivement, eſt à peu près comme $\frac{5}{6}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{2}$.

Il ſe trouve ſouvent des coupeurs qui, ſe voy-

Digitized by Google

ant la main malheureuſe, ou pour ne pas perdre plus d'argent qu'ils n'en veulent hazarder, paſſent leur main, ſans quiter le jeu. On voit que c'eſt un avantage qu'ils font à chaque coupeur.

Il en eſt de même quand un coupeur quite le jeu.

Voici une table pour divers cas, où Pierre qui a la main, auroit carte triple. Elle marque combien il y a à parier qu'il la conſervera.

S'il n'y a au jeu qu'une carte ſimple, celui qui a la main peut parier 3 contre 1.
S'il y a deux cartes ſimples, 9 contre 5.
S'il y a trois cartes ſimples, 81 contre 59.
S'il y a quatre cartes ſimples, 243 contre 212.
S'il y a cinq cartes ſimples, 279 contre 227.
S'il n'y a qu'une carte double, 2 contre 1.
S'il y a une carte ſimple & une carte double, 7 contre 5.
S'il y a deux cartes doubles, 8 contre 7.
S'il y a deux cartes ſimples & une double, 67 contre 59.
S'il y a ſix cartes ſimples, 6561 contre 7271.
S'il y a une carte ſimple & deux doubles, 59 contre 61.

C'eſt un préjugé que la carte de réjouiſſance ſoit favorable à ceux qui y mettent. Si cette carte a de l'avantage dans certaines diſpoſitions des cartes des coupeurs, elle a du déſavantage dans d'autres, & elle ſe compenſe toujours exactement.

La dupe eſt une eſpece de *lanſquenet*, où celui qui tient la dupe ſe donne la premiere carte; celui qui a coupé eſt obligé de prendre la ſeconde; les autres joueurs peuvent prendre ou refuſer la carte qui leur eſt préſentée, & celui qui prend une carte double en fait le parti; celui qui tient la dupe ne quite point les cartes, & conſerve toujours la main. On appele *dupe* celui qui a la main, parce que la main ne change point, & qu'on imagine qu'il y a du déſavantage à l'avoir. Mais, quand on analyſe ce jeu, on trouve égalité parfaite, & pour les joueurs entr'eux, & pour celui qui tient la main, eu égard aux joueurs.

LANTERNE MAGIQUE, (*Dioptr.*); machine inventée par le P. Kircker, jéſuite, laquelle a la propriété de faire paroître en grand, ſur une muraille blanche, des figures peintes en petit ſur des morceaux de verres minces, & avec des couleurs bien tranſparentes.

Pour cet effet, on éclaire fortement par-derriere le verre peint, ſur lequel eſt placée la repréſentation de l'objet; & on place par-devant, à quelque diſtance de ce verre deux autres verres lenticulaires, qui ont la propriété d'écarter les rayons qui partent de l'objet, de les rendre divergens, & par conſéquent de donner ſur la muraille oppoſée une repréſentation des images beaucoup plus grande que l'objet. On place ordinairement ces deux verres dans un tuyau, où ils ſont mobiles, afin qu'on puiſſe les approcher ou les éloigner l'un de l'autre, ſuffiſamment pour rendre l'image diſtincte ſur la muraille.

Ce tuyau eſt atachĕ au devant d'une boîte carrée, dans laquelle eſt le porte-objet: & pour que la *lanterne* faſſe encore plus d'effet, on place dans cette même boîte un miroir ſphérique, dont la lumiere occupe à peu près le foyer; & au devant du porte-objet, entre la lumiere & lui, on place un troiſieme verre lenticulaire. Ordinairement on fait gliſſer le porte-objet par une couliſſe pratiquée en *M*, tout auprès du troiſieme verre lenticulaire. *Voyez la Figure* 10 *d'Optique*, où vous verrez la forme de la *lanterne magique*. *N O* eſt le porte-objet, ſur lequel ſont peintes différentes figures qu'on fait paſſer ſucceſſivement entre le tuyau & la boîte, comme la figure le repréſente. On peut voir, ſur la *lanterne magique*, *l'Eſſai Phyſique* de M. Muſſchenbroëck, §. 1320 & ſuivans; & les *Leçons de Phyſique* de M. l'abbé Nollet, *tome V*, vers la fin. La théorie de la *lanterne magique* eſt fondée ſur une propoſition bien ſimple; ſi on place un objet un peu au delà du foyer d'une lentille, l'image de cet objet ſe trouvera de l'autre côté de la lentille, & la grandeur de l'image ſera à celle de l'objet, à peu près comme la diſtance de l'image à la lentille eſt à celle de l'objet à la lentille. *Voy.* LENTILLE. Ainſi, on pouroit faire des *lanternes magiques* avec un ſeul verre lenticulaire; la multiplication de ces verres ſert à augmenter l'effet. (*O*)

LANTERNE, (*Méchaniq.*), eſt une roue dans laquelle une autre roue engrene. Elle differe du pignon, en ce que les dents du pignon ſont ſaillantes, & placées au deſſus & tout autour de la circonférence du pignon; au lieu que les dents de la *lanterne* (ſi on peut les appeler ainſi) ſont creuſées au dedans du corps même, & ne ſont proprement que des trous où les dents d'une autre roue doivent entrer. *Voyez* DENT, ROUE, ENGRENURE & PIGNON. *Voy.* auſſi *l'article* CALCUL *des nombres*. (*O*)

LAOCOON, (*Aſtron.*); nom que quelques auteurs ont donné à la conſtellation d'*ophiucus* ou *ſerpentaire*. (*D. L.*)

LARGEUR, ſ. f. (*Géom.*); c'eſt une des trois dimenſions des corps; *voyez* DIMENSION. Dans une table, par exemple, la *largeur* eſt la dimenſion qui concourt avec la longueur pour former l'aire ou la ſurface du deſſus de la table. Les Géometres appelent aſſez communément *hauteur* ce que l'on nomme vulgairement *largeur*: ainſi, dans l'évaluation de l'aire d'un parallélogramme ou du triangle, quand ils diſent *multiplier la baſe par la hauteur*, il faut entendre qu'il s'agit de multiplier la longueur par la *largeur*.

Ordinairement la *largeur* d'une ſurface ſe diſtingue de la longueur, en ce que la *largeur* eſt la plus petite des deux dimenſions de la ſurface, & que la longueur eſt la plus grande. Ainſi, on dit d'une ſurface qu'elle a, par exemple, vingt toiſes de long & quatre de large. (*E*).

LATÉRAL, adj. (*Géom.*); mot qui ne s'emploie guere qu'avec d'autres mots avec leſquels il

Digitized by Google

forme des composés, comme *équilatéral*, &c. Ce mot vient de *latus*, côté, & il a raport aux lignes qui forment la circonférence des figures. *Voyez* ÉQUILATÉRAL.

Une équation *latérale* dans les anciens auteurs d'algebre, eſt une équation ſimple ou qui n'eſt que d'une dimenſion, & n'a qu'une racine. *Voyez* ÉQUATION.

On ne dit plus équation *latérale*, on dit équation *ſimple* ou *linéaire*, ou du premier *degré*. (*O*)

LATITUDE, *en Aſtronomie*, eſt la diſtance d'une étoile ou d'une planete à l'écliptique; c'eſt un arc d'un grand cercle perpendiculaire à l'écliptique, paſſant par le centre de l'étoile. On conçoit une infinité de grands cercles qui coupent l'écliptique à angles droits, & qui paſſent par ſes poles; ces cercles s'appelent *cercles de latitude*, ou *cercles ſecondaires de l'écliptique*; & c'eſt par leur moyen, qu'on raporte à l'écliptique une étoile ou un point du ciel, c'eſt-à-dire, qu'on détermine le lieu de cette étoile ou de ce point par raport à l'écliptique; c'eſt en quoi la *latitude* differe de la déclinaiſon, qui eſt la diſtance de l'étoile à l'équateur, laquelle ſe meſure ſur un grand cercle qui paſſe par les poles du monde & par l'étoile, c'eſt-à-dire, qui eſt perpendiculaire non pas à l'écliptique, mais à l'équateur. *Voyez* DÉCLINAISON.

La *latitude* géocentrique d'une planete, eſt ſa diſtance à l'écliptique, vue de la terre.

Le ſoleil n'a donc jamais de *latitude*, mais les planetes en ont; & c'eſt pour cela que, dans la ſphere, on donne quelque largeur au zodiaque; les anciens ne donnoient à cette largeur que ſix degrés de chaque côté de l'écliptique, ou 12 degrés en tout; mais les modernes l'ont pouſſée juſqu'à neuf degrés de chaque côté; ce qui fait dix-huit degrés en total, parce que vénus peut avoir juſqu'à neuf degrés de latitude.

La *latitude* héliocentrique d'une planete eſt l'angle ſous lequel, vue du ſoleil, elle paroîtroit éloignée de l'écliptique; la plus grande *latitude* héliocentrique d'une planete eſt égale à l'inclinaiſon de l'orbite de cette planete avec l'écliptique. Cette *latitude* ou inclinaiſon eſt à peu près conſtante à quelques petites altérations près, qui viennent de l'action des planetes les unes ſur les autres. *Voyez* INCLINAISON.

La *latitude* eſt ſeptentrionale ou méridionale ſuivant que l'aſtre eſt au nord ou au midi de l'écliptique.

Pour trouver la *latitude* & la longitude d'une étoile. *Voyez* LONGITUDE & PLANETE.

Quand les planetes n'ont point de *latitude*, on dit qu'elles ſont alors dans leurs nœuds, ce qui veut dire dans l'interſection de leur orbite avec celle du ſoleil; & c'eſt dans cette ſituation qu'elles peuvent ſoufrir des éclipſes, ou bien paſſer ſur ſon diſque. *Voyez* ÉCLIPSE & PASSAGES.

LATITUDES *des étoiles*. On découvrit du temps d'Hipparque, vers l'an 130 avant J. C., que le mouvement progreſſif des étoiles en longitude, ou la préceſſion des équinoxes, ſe faiſoit paralléleſment à l'écliptique, en ſorte que les *latitudes* des étoiles étoient conſtantes, & on l'a ſuppoſé de même juſqu'à nos jours. Mais, depuis que le calcul de l'attraction univerſele, comparé avec l'obſervation, a fait voir que toutes les orbites des planetes étoient déplacées peu à peu, & que leurs nœuds avoient un petit mouvement, on a compris que l'écliptique, dont la trace n'eſt marquée dans le ciel que par le mouvement annuel de la terre, devoit avoir un ſemblable mouvement. Dès-lors les *latitudes* des étoiles fixes, ou leurs diſtances à l'écliptique, ne peuvent être conſtantes. J'ai fait voir, dans mon *Aſtronomie*, que les attractions de toutes les planetes ſont avancer l'écliptique, de façon que chaque étoile change de *latitude* en un ſiecle, de la quantité de 33″, multipliées par le ſinus de ſa longitude, plus 3″ multipliées par le co-ſinus de la même longitude; d'où il ſuit auſſi que l'obliquité de l'écliptique diminue de 33″ par ſiecle. Voyez mon *Aſtronomie*, Tome IV, page 683.

Mais, indépendamment de ce mouvement général des étoiles en *latitude*, on en remarque un particulier dans l'étoile du bouvier, appelée *arctu-rus*, qui ne peut venir que du déplacement réel & phyſique de cette étoile. Cette étoile ſe raproche de l'écliptique de 22 ou 24″ tous les dix ans. Sirius s'en éloigne d'environ 1′ en un ſiecle. M. Caſſini a cru apercevoir quelques changemens pareils dans d'autres étoiles (*Mém. de l'Acad.* 1738, *pag.* 340). Ces variations propres à chaque étoile, ne pourront ſe déterminer exactement que par une longue ſuite d'obſervations exactes. *Voyez* ÉTOILE.

La nutation de 9″ en dix-huit ans, n'affecte point les *latitudes* des étoiles, parce qu'elle ne dépend que du mouvement de l'équateur.

La latitude géographique, ou la *hauteur du pole*, ſe trouve par le moyen de la hauteur méridiene du ſoleil, ou d'une étoile dont on connoît la déclinaiſon, ou par le moyen des hauteurs du ſoleil dans les deux ſolſtices, d'hiver & d'été, comme je l'ai expliqué au *mot* HAUTEUR. Les anciens la déterminoient par la longueur de l'ombre. *Voyez* GNOMON.

LATITUDE *en mer*; les navigateurs obſervent la hauteur méridiene du ſoleil ou d'une étoile, pour trouver la *latitude* ou la hauteur du pole; mais, quand les nuages empêchent d'obſerver la hauteur du ſoleil à midi, on peut trouver très-bien la *latitude* ſans le ſecours de la hauteur méridiene du ſoleil ou de l'étoile, en même temps que l'heure vraie, pourvu qu'on ait obſervé pluſieurs hauteurs hors du méridien, mais à des intervalles de temps connus, comme l'avoient déja remarqué Nonius, Collins, *&c.* La Caille, dans ſon Traité de Navigation, édition de 1760, donna une regle dans laquelle il ſuppoſoit 3 hauteurs aux environs de midi à des intervalles égaux. Mais M. Bezout

Digitized by Google

l'a supprimée dans l'édition de 1769. Il en a donné une plus générale dans ſon Cours de Mathématiques, tom. VI. M. d'Alembert en donne une dans ſes Opuſcules Mathématiques, tom. IV; on en trouve dans l'Aſtronomie des Marins, pag. 321 & 357; dans le British Mariner's, guide de M. Maskelyne, pag. 70, où il cite M. Pemberton, *Philoſ. Tranſ.* 1760; & le livre, intitulé: *A New ſet of Logarithmic Solar tables* de Harriſon, publié en 1759.

La méthode que M. Douwes donna, en 1754, dans le premier volume des Mémoires de Harlem, n'eſt qu'une approximation; mais elle eſt commode, & auſſi exacte qu'on peut le déſirer; elle a été adoptée dans le *Nautical Almanac* de 1771 & de 1781: en voici la démonſtration tirée du 4e volume de mon Aſtronomie.

Soit P le pole, *Fig.* 186 *des Pl. d'Aſtron.*, QV l'équateur, HG le demi-diametre du parallele HDE, que décrit le ſoleil ou l'étoile; ſoient D & E les lieux du ſoleil aux momens des deux obſervations, AI & BL les ſinus des hauteurs obſervées, & HK le ſinus de la hauteur méridienne que l'on cherche. Suppoſons la *latitude* à peu près connue; on aura $AB\frac{AC}{\text{ſin.}B} = \frac{AC}{\text{co-s. lat.}}$ & en parties du rayon du parallele $\frac{AC}{\text{co-s. lat. co-s. déclin.}} = DN$.

L'arc DE du parallele meſure l'intervalle des deux hauteurs obſervées; ainſi, la corde $DE = 2$ ſin. $\frac{1}{2}$ interv. L'angle DEN eſt égal à l'angle MGH, qui exprime l'angle horaire moyen, ou l'angle horaire pour le milieu de l'intervalle; $DE = \frac{DN}{\text{ſin. }DEN} = \frac{AB}{\text{ſin. ang. hor. }m.} = 2$ ſin. $\frac{1}{2}$ interv. donc $2\text{ ſin.ang.hor.}m. = \frac{AB}{\text{ſin. }\frac{1}{2}\text{ int.}} = \frac{AC}{\text{co-s.lat.co-s.décl.ſin.}\frac{1}{2}\text{int.}}$

Connoiſſant l'angle horaire moyen MH, on a le plus petit angle horaire DH, dont le ſinus verſe en parties du rayon du grand cercle, ou multiplié par le co-ſ. de la déclin., donnera AH; mais $HF = AH$ ſin. $A = AH$ co-ſ. lat.; donc $HF = $ ſin. verſe DH co-ſ. déclin. co-ſ. lat. Cette quantité, ajoutée avec AI, ſinus de la plus grande hauteur obſervée, donnera le ſinus HK de la hauteur méridiene.

Comme la quantité HF, qu'il faut ajouter, ne doit pas être fort grande, l'erreur commiſe ſur la *latitude* eſtimée devient beaucoup plus petite par ce calcul; on en rendroit encore moindre, s'il étoit néceſſaire, en recomençant le calcul avec la nouvele *latitude* trouvée.

L'uſage de cette méthode a été encore ſimplifié par les tables de Harriſon en 1759, de Douwes en 1760, & d'Edwards en 1769 & en 1779 dans le *Nautical almanac* de 1781, & dans les *Tables Requiſites* publiées à Londres la même année. (*D. L.*)

Latitudes croiſſantes. Voyez le *Dictionaire de Marine*.

LATUS RECTUM, (*Géom.*); terme latin dont on ſe ſert dans les ſections coniques, & qui veut dire la même choſe que *parametre*. *Voyez* PARAMETRE.

LATUS TRANSVERSUM; c'eſt une ligne compriſe entre les deux ſommets de la ſection, s'il s'agit de l'ellipſe, ou s'il s'agit de l'hyperbole, entre les ſommets des ſections oppoſées; c'eſt ce qu'on nomme auſſi *grand axe* dans l'ellipſe, ou *premier axe* dans l'hyperbole; telle eſt la ligne EC, *Pl. conique*, *Figure* 1. Apollonius appele auſſi la ligne dont nous parlons, *axe tranſverſe*. *Voyez* AXE.

Les anciens géometres ont appelé *latus primarium*, la ligne EE ou DD tirée au dedans du cône, parallélement à la baſe du cône, & dans le même plan que l'axe tranſverſe DE. Au reſte, ces dénominations de *latus rectum & tranſverſum* ne ſont plus guere en uſage, ſur-tout depuis qu'on n'écrit plus en latin les livres de géométrie; dans ceux même qu'on écrit en latin, on préfere à *latus rectum* le mot *parameter*, & à *latus tranſverſum*, le mot *axis primus* ou *major*; ſavoir, *major* dans l'ellipſe, & *primus* dans l'hyperbole. (*O*)

LEMME, ſ. m. *en Mathématique*, eſt une propoſition préliminaire qu'on démontre pour préparer à une démonſtration ſuivante, & qu'on place avant les théorêmes, pour rendre la démonſtration moins embaraſſée, ou avant les problêmes, afin que la ſolution en deviene plus courte & plus aiſée. Ainſi, lorſqu'il s'agit de prouver qu'une pyramide eſt le tiers d'un priſme ou d'un parallélépipede de même baſe & même hauteur, comme la démonſtration ordinaire en eſt difficile, on peut commencer par ce *lemme*, qui ſe prouve par la théorie des progreſſions; ſavoir, que la ſomme de la ſuite des carrés naturels 0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, *&c.* eſt le tiers du produit du cube dernier terme par le nombre des termes, quand le nombre des termes eſt infini.

Ainſi, un *lemme* eſt une proportion préparatoire, pour en prouver une autre qui apartient directement à la matiere qu'on traite; car ce qui caractériſe le *lemme*, c'eſt que la propoſition qu'on y démontre n'a pas un raport immédiat & direct au ſujet qu'on traite actuelement; par exemple, ſi, pour démontrer une propoſition de méchanique, on a beſoin d'une propoſition de géométrie qui ne ſoit pas aſſez connue pour qu'on la ſuppoſe, alors on met cette propoſition de géométrie en *lemme*, au devant du théorême de méchanique qu'on vouloit prouver. De même, ſi, dans un traité de Géométrie, on étoit arivé à la théorie des ſolides, & que, pour démontrer quelque propoſition de cette théorie, on eût beſoin d'une propoſition particuliere ſur quelque propriété des lignes ou des ſurfaces, qui n'eût pas été démontrée auparavant, on mettroit cette propoſition en *lemme* avant celle qu'on auroit à démontrer. (*O*)

LEMNISCATE, ſ. f. (*Géom.*); nom que les géometres ont donné à une courbe qui a la for-

Digitized by Google

me d'un 8 de chifre. *Voyez Fig.* 41 de l'Analyſe.

Si on nomme AP, x, & $PM = y$, & qu'on prene une ligne conſtante $BC = a$, la courbe qui aura pour équation $ay = x\sqrt{aa - xx}$, ſera une *lemniſcate*. Cette courbe ſera du quatrieme degré, comme on le voit aiſément en faiſant évanouir le radical. Car on aura $a^4yy = aaxx + x^4$; & d'ailleurs il eſt facile de voir que toute *lemniſcate* eſt néceſſairement du quatrieme degré au moins, puiſqu'une ligne droite, qui paſſeroit par le point double A, couperoit cette courbe en quatre points, le point double étant cenſé équivalent à deux points. *Voyez* COURBE; *voyez* auſſi POINT DOUBLE.

Il eſt facile de voir que la *lemniſcate* eſt carrable; car ſon élément eſt $ydx = xdx\sqrt{aa - xx}$, dont l'intégrale eſt $-\frac{(aa-xx)^{\frac{3}{2}}}{3} + \frac{a^3}{3}$. *Voyez* INTÉGRAL & QUADRATURE. Il peut y avoir pluſieurs autres courbes en 8 de chifre. *Voyez*, par exemple, ELLIPSE de M. CASSINI: mais celle dont nous venons de parler eſt la plus ſimple. (*O*)

LEMNISCEROS, ſ. m. (*Géom.*): quelques géometres ont donné ce nom à une courbe ou portion de courbe, dont on voit la figure, *Planche d'Analyſe*, *Fig.* 12, *n.°* 2; d'autres l'ont appelé *nœud* ou *las d'amour*. (*O*)

LENTICULAIRE, adj. (*Diopt.*), qui a la figure d'une lentille. On dit *verre lenticulaire*, pour dire un verre en forme de lentille. *Voyez* LENTILLE. (*O*)

LENTILLE, *terme d'Optique*; c'eſt un verre taillé en forme de *lentille*, épais dans le milieu, tranchant ſur les bords; il eſt convexe des deux côtés, quelquefois d'un ſeul, & plat de l'autre, ce qui s'appele *plan convexe*. Le mot de *lentille* s'entend ordinairement des verres qui ſervent au microſcope à liqueurs, & des objectifs des microſcopes à trois verres. Le plus grand diametre des *lentilles* eſt de cinq à ſix lignes; les verres qui paſſent ce diametre s'appelent *verres lenticulaires*. Il y a deux ſortes de *lentilles*, les unes ſouflées, & les autres travaillées: on entend par *lentilles ſouflées* de petits globules de verre fondus à la flamme d'une lampe ou d'une bougie; mais ces *lentilles* n'ont ni la clarté, ni la diſtinction de celles qui ſont travaillées, à cauſe de leur figure qui n'eſt preſque jamais exacte, & de la fumée de la lampe ou bougie qui s'attache à leur ſurface dans le temps de la fuſion. Les autres ſont travaillées & polies au tour dans de petits baſſins de cuivre. On a trouvé depuis peu le moyen de les travailler d'une telle petiteſſe, qu'il y en a qui n'ont que la troiſieme & même la ſixieme partie d'une ligne de diametre: ce ſont celles qui groſſiſſent le plus, & cette augmentation va juſqu'à pluſieurs millions de fois plus que l'objet n'eſt en lui-même; la pouſſiere qui eſt ſur les ailes des papillons, & qui s'attache aux doigts quand on y touche, y paroît en forme de tulipes d'une groſſeur ſurprenante. Il eſt difficile, pour ne pas dire impoſſible, de les faire plus petites; la difficulté de les monter deviendroit inſurmontable.

Maniere de tourner les lentilles. Après avoir maſtiqué un petit morceau de cuivre au bout de l'arbre d'un tour à lunete, avec un forêt d'acier aplati & arondi, on tourne le baſſin du diametre de la *lentille* qu'on veut y travailler (*Voyez* BASSIN); enſuite, ayant choiſi & taillé un petit morceau de glace blanche & bien nette, on le maſtique du côté d'une de ſes ſurfaces plates au bout d'un petit mandrin, avec de la cire d'Eſpagne noire, la rouge ne faiſant pas ſi bien voir les défauts qui ſont au verre que l'on travaille, & l'on uſe cette glace du côté qui n'eſt point maſtiqué, en la tournant ſur une meule avec de l'eau, juſqu'à ce qu'elle ait une figure preſque convexe: on l'acheve au tour, dans le baſſin qui y eſt monté, avec du grès fin & mouillé. Il faut prendre ſouvent de ce grès, juſqu'à ce qu'on s'aperçoive que la *lentille* eſt bien ronde: lorſqu'elle eſt parvenue à ce point, on ceſſe d'en prendre, mais on continue de la tourner dans le baſſin juſqu'à ce que le reſte du ſable, qui y eſt reſté, ſoit devenu ſi fin qu'il l'ait preſque polie. On s'aperçoit de cela lorſqu'après l'avoir eſſuyée, l'image de la fenêtre du lieu où l'on travaille ſe peint ſur ſa ſuperficie; ſi elle ne l'eſt pas, on la trempe dans l'eau ſans prendre du ſable, & on la tourne juſqu'à ce qu'elle ſoit aſſez polie. Il faut alors couvrir le baſſin d'un linge plié en deux ou trois doubles, & avec de la potée d'étain ou du tripoli de Veniſe délayé dans l'eau, on acheve de la polir entiérement: on connoît qu'elle eſt polie en regardant avec la loupe ſi les petites cavités que le ſable a faites en l'uſant, ſont éfacées; il faut alors la démaſtiquer & la maſtiquer du côté qui eſt travaillé, pour travailler l'autre de même que le premier, juſqu'à ce que les bords de la *lentille* ſoient tranchans & qu'elle ſoit parfaitement polie. Lorſqu'elle eſt entiérement achevée, on ſe ſert d'eſprit de vin pour la laver & emporter ce qui peut y être reſté de cire.

On pouroit ajouter une troiſieme ſorte de *lentille*, qui conſiſte en une goute d'eau poſée ſur un petit trou fait à une piece de laiton que l'on applique au microſcope; cette goute réunie en globe par la preſſion de l'air, fait le même effet qu'une *lentille* ſouflée: ce ſont les marchands de lunetes qui font & vendent ces *lentilles*. *Voyez* LUNETIER.

M. Guinée a donné, dans les *Mémoires de l'Académie des Sciences de* 1704, une formule générale pour trouver le foyer d'une *lentille*, en ſuppoſant que la réfraction des rayons de l'air, dans le verre, ſoit comme 3 à 2. *Voyez* RÉFRACTION.

Digitized by Google

Il suppose l'objet placé à une distance quelconque y dans l'axe de la *lentille*. Il suppose ensuite un autre rayon qui, partant du même objet, tombe infiniment près de celui-là ; & il prouve facilement le point où ce rayon, rompu par la réfraction de la premiere surface de la *lentille*, iroit rencontrer l'axe. Ensuite il regarde ce rayon rompu comme un rayon incident sur la seconde surface, & il trouve encore très-aisement le point où ce rayon, rompu de nouveau par la premiere surface, iroit rencontrer l'axe ; & ce point est le foyer. *Voyez* FOYER.

Si on nomme a le rayon de la convexité tournée vers l'objet qu'on appelle la premiere convexité ; b, le rayon de la seconde convexité ; z, la distance du foyer ouvert ; & qu'on néglige l'épaisseur de la *lentille*, on aura, suivant les formules de M. Guinée, $z = \frac{2aby}{ay+by-2ab}$.

Si l'objet est très-éloigné, de maniere que les rayons puissent être censés paralleles, on aura $y =$ à l'infini ; & négligeant alors, dans le dénominateur, le terme $2ab$, qui est nul par raport aux autres, on aura $z = \frac{2aby}{ay+by} = \frac{2ab}{a+b}$.

Si de plus, dans cette supposition, a étoit $= b$, c'est-à-dire, que les deux verres de la *lentille* fussent de convexités égales, alors on auroit $z = \frac{2aa}{a+a} = a$; c'est-à-dire, que, dans une *lentille* formée de deux faces également convexes, le foyer des rayons paralleles, qu'on appele proprement le *foyer de la lentille*, est au centre de la premiere convexité. C'est à cet endroit qu'il faut appliquer un corps que l'on veut brûler au soleil, au moyen d'un verre ardent car un verre ardent n'est autre chose qu'une *lentille*.

Si les rayons tomboient divergens sur le verre, il faudroit faire y négative ; & alors on auroit $z = \frac{-2aby}{-ay-by-2ab} = \frac{2aby}{ay+by+2ab}$, qui est toujours positive.

Si, dans le cas où les rayons tombent convergens, on a $y < \frac{2ab}{a+b}$, alors $ay+by-2ab$, est une quantité négative, & z est par conséquent négative ; c'est-à-dire, que les rayons, au lieu de se réunir au dessous de sa seconde convexité, se réuniroient au dessous de la premiere ; & qu'au lieu de sortir convergens, il sortiroient divergens.

Les rayons sortent donc divergens d'une *lentille* à deux verres, si l'objet est placé au deçà du foyer de la premiere convexité. De plus, si $y =$ $\frac{2ab}{a+b}$; c'est-à-dire, si l'objet est placé au foyer même. Alors $z = \infty$, c'est-à-dire, que les rayons sortent paralleles. De là on voit que, si un objet est placé en deçà du foyer d'une *lentille* ou d'un verre convexe, & assez proche de ce foyer, il rendra les rayons beaucoup moins divergens qu'ils ne le sont en partant de l'objet même : on trouvera en effet que z est alors beaucoup plus grand que y, si $ay+by-2ab$ est négative & fort petite. C'est pour cela que les verres de cette espece sont utiles aux presbytes. *Voyez* PRESBYTE.

Lorsque les deux faces de la *lentille* sont fort convexes ; c'est-à-dire, que leur rayon est très-petit, la *lentille* reçoit alors le nom de *loupe*, & forme une espece de microscope. *Voyez* MICROSCOPE.

Les *lentilles* à deux surfaces convexes ont cette propriété, que, si on place un objet assez près de la *lentille*, les rayons qui partent des deux extrémités de l'objet, & qui arivent à l'œil, y arriveront sous un angle beaucoup plus grand que s'ils ne passoient point par la *lentille*. Voilà pourquoi ces sortes de *lentilles* ont en général le pouvoir d'augmenter les objets & de les faire paroître plus grands. *Voyez* OPTIQUE, VISION, *&c.*

Dans les *Mémoires* de 1704, que nous avons cités, M. Guinée donne la formule des foyers des *lentilles*, en supposant, en général, le raport de la réfraction comme m à n, & en ayant égard, si l'on veut, à l'épaisseur de la *lentille*. On peut voir aussi la formule des *lentilles*, dans la *recherche de la vérité* du P. Malebranche, *tom. IV* à la fin. *Voyez* les conséquences de cette formule, aux *mots* MENISQUE, VERRE, *&c.* (*O*).

Nous ajouterons à cet article la construction & description d'une machine propre à tailler & polir les *lentilles* paraboliques, hyperboliques & elliptiques. On en voit les figures dans les *Planches d'Optique*, *Pl. I*, *Fig.* 4, 5 & 6. Cette machine est composée de quatre pieces de bois $a\,a$, $b\,b$, $c\,c$, $d\,d$, *Fig.* 4, qui forment ensemble un carré ; mais dont les extrémités débordent autant qu'il faut pour remplir exactement le vide de la boîte, *Fig.* 5. Ces extrémités portent 12 vis avec leurs écrous, dont quatre, e, f, g, h, sont perpendiculaires, & huit, i, k, l, m, n, o, p, q, horizontales. Elles servent à hausser, à baisser & à affermir le châssis dans la boîte. On tournera un cône de bois dur & bien sain, qu'on sciera de maniere que la section soit elliptique, parabolique ou hyperbolique, selon la figure qu'on veut donner au verre. La *Figure* 6 représente le cône $a\,b\,c$, dont $d\,e\,f$ est une section. On appliquera sur la section une lame d'acier $g\,h\,i$ également polie de chaque côté, & d'une épaisseur suffisante pour suppléer à ce que la scie a emporté, pour que le cône soit parfait. La plaque doit déborder la surface du cône, sur lequel on l'arrêtera par le moyen de deux vis ou pointes k, l. On limera ensuite la partie de la lame qui déborde, jusqu'à ce qu'elle soit de niveau avec la surface du cône, & qu'on lui ait donné la figure que l'on veut, soit parabolique, elliptique ou hyperbolique, & qu'elle puisse servir de modele pour polir les verres. Vous vous servirez de ce cône pour faire

Digitized by Google

un ſecond modele exactement égal au premier. Il eſt bon d'en faire une couple dont les ſections & les grandeurs ſoient différentes ; mais vous obſerverez de tirer deſſus une ligne *hm*, qui tombe de leur ſommet ſur le milieu de leur baſe. Vous tirerez ſur les deux traverſes oppoſées *a a*, *b b*, *Fig.* 4, les lignes *r* & *s* pour en marquer le milieu, & vous poſerez vos modeles deſſus, de maniere que leurs axes ſoient perpendiculaires, qu'ils touchent les lignes tranſverſales *r* & *s*, & qu'ils ſoient paralleles. Vous les affermirez par le moyen de deux ſupports *t* & *u*, qui doivent être aſſujétis avec de petites vis. Cela fait, vous vous ſervirez d'un baſſin ſphérique pour donner à votre verre la figure la plus approchante de la ſection que vous voulez qu'il ait, lequel vous ſervira comme d'eſquiſſe. Vous arrêterez enſuite avec du ciment le verre *x* ſur ſa poupée *yz*, de même que ſur l'arbre *u*, de façon qu'il ne vacille point en tournant la roue *b*. Le verre ainſi placé, vous poſerez la machine, *Fig.* 4, dans la boîte, obſervant que les points verticaux répondent exactement en droite ligne au centre de la ſurface de la courtille, ce que vous connoîtrez par le moyen d'une ſoie ou d'un crin très-délié.

La machine étant poſée de niveau, il ne reſte plus qu'à donner au verre la ſection conique la plus parfaite qu'il eſt poſſible. Pour cet effet, vous prendrez une plaque de fer bien unie, qui excede la diſtance qu'il y a entre les modeles. Cette plaque étant poſée horizontalement, ne touchera les modeles & le verre que dans un ſeul point. Ayant répandu deſſus du ſable mouillé, vous la conduirez de la main gauche le long des bords des modeles, pendant que vous tournerez la roue avec la droite, continuant ainſi juſqu'à ce que vous ayez donné au verre la figure qu'il doit avoir. Vous commencerez par l'unir avec du ſablon fin ou de l'émeri, & vous achéverez de le polir avec un morceau de bois de tilleul ; ſur lequel vous aurez mis de la potée d'étain ou du tripoli. Cette même machine peut ſervir également à tailler des verres concaves, ou de telle autre figure que l'on voudra, en donnant aux modeles & à la plaque une figure convenable. (*Cet article eſt extrait des Journaux Anglois.*)

LEO, (*Aſtr.*) ; nom latin de la conſtellation du LION.

LETTRES *dominicales*, LETTRES *nundinales*. *Voyez* CALENDRIER & CYCLE *ſolaire*.

LEVANT, (*Aſtr.*), eſt la même choſe qu'*orient*, *eſt*.

Il eſt auſſi adjectif : le *ſoleil levant*.

LEVÉE, (*Méchan.*) : ſe dit auſſi dans quelques machines, de ce qu'on appele *camma* dans d'autres. Ce ſont des éminences pratiquées ſur un arbre qui tourne ; il y en a d'autres pratiquées à des pieces debout. Celle de l'arbre venant à rencontrer celle-ci, font relever la piece, s'échapent, & la laiſſent retomber : c'eſt le méchaniſme des bocards.

LEVÉE *des plans*, (*Géom. prat.*). L'art de lever les plans eſt l'art de repréſenter en petit ſur le papier, toutes les parties d'un terrain, dans les raports de leur étendue & de leur oppoſition, en exprimant avec clarté la nature des différens objets qui peuvent varier leur ſurface.

La géométrie pratique, au moyen des inſtrumens qu'elle emploie, meſure l'ouverture des angles & la longueur des côtés d'un local quelconque ; la regle, l'équerre & le compas ſervent à conſtruire, en la réduiſant, une figure qui lui ſoit ſemblable ; & le deſſein, avec des traits plus ou moins vifs, des couleurs, des ombres & d'autres ſignes conventionels, donne à chaque détail, qui s'y rencontre, un caractere diſtinctif.

Les plans, dans l'architecture civile, font connoître tout ce qui apartient à la diſtribution & à la décoration d'un édifice projeté ou réellement exiſtant ; l'architecture militaire les applique à faire juger de la diſpoſition générale, de la force abſolue & de la valeur relative des ouvrages d'une place de guerre ; on en fait uſage rélativement aux vues du commerce, pour décider de l'emplacement d'une route & des avantages du cours d'une riviere ; ils offrent aux propriétaires des terres la facilité d'évaluer l'étendue de leurs poſſeſſions, d'en établir le partage avec juſteſſe, & d'en fixer les limites ; enfin la guerre ne fonde la ſûreté de ſes opérations que ſur la deſcription la plus exacte de tout ce qui concerne les points intéreſſans de ſon théatre.

La conſtruction des cartes topographiques étant celle qui exige le plus de théorie, quand on embraſſe une étendue de pays un peu conſidérable, c'eſt à développer ſes élémens que nous emploirons cet article. On conclura aiſément de l'expoſition des différens procédés de la planchete, de la bouſſole & du graphomettre, appliqués à ce genre de plans, la maniere la plus intelligente de ſe ſervir de ces inſtrumens, dans toutes les circonſtances où il ſera queſtion de meſurer des terrains & de les décrire.

De l'uſage de la Planchete.

Définition. La planchete eſt une petite table carrée plus ou moins grande, mobile en tout ſens, ſur un genou que ſoutient un pied à trois branches, *Pl. Géom. Fig.* 118 & 120. On fixe deſſus un papier blanc, où l'on trace géométriquement les différentes portions de terrain dont on leve le plan. Elle doit être aſſez légere pour être tranſportée aiſément d'un lieu à un autre.

On ne peut faire uſage de la planchete, ſans le ſecours d'une alidade ou regle de cuivre terminée par deux pinnules qui lui ſont perpendiculaires, & dont le milieu des ouvertures répond à l'un des bords de la regle. On ſe ſert des deux pinnules pour déterminer un rayon viſuel dirigé du point où l'on eſt, ſur un objet quelconque, & de la regle pour tirer, ſur le papier, une ligne droite

Digitized by Google

correſpondante à ce rayon. On adapte quelquefois à la regle une lunete d'approche dont l'axe répond à un des côtés de cette regle, & dont les verres ſont diviſés par deux ſoies perpendiculaires l'une à l'autre, pour déterminer les extrémités de l'axe.

On joint acceſſoirement à ces deux inſtrumens une chaîne, des piquets & un déclinatoire. La chaîne eſt pour l'ordinaire de dix toiſes, diviſées en ſoixante pieds liés les uns aux autres par de petits anneaux, & ſéparés de ſix en ſix, par de plus grôs anneaux, pour marquer les toiſes. Les piquets ſont des fiches de fer que plante perpendiculairement, à la tête de la chaîne tendue, l'un des deux hommes qui la portent, afin que celui qui le ſuit les releve ſucceſſivement, & que l'on puiſſe ſavoir combien la ligne droite, qu'ils parcourent, contient de fois la longueur de la chaîne. Le déclinatoire eſt une petite boîte en carré long, contenant une aiguille aimantée. *Voyez* DÉCLINATOIRE.

L'échele dont on ſe ſert doit être gravée ſur une regle de cuivre, pour que ſes diviſions ne puiſſent s'altérer. Nous ſuppoſons ici qu'elle eſt de ſix lignes pour cent toiſes. *Voyez* ÉCHELES.

Des différentes méthodes de lever à la planchete. Il n'eſt aucune de ces méthodes qui ne ſoit applicable à quelque circonſtance ou à quelque local, & c'eſt de la réunion de leurs différens procédés que ſe compoſe l'art de *lever* à la planchete. Nous traiterons d'abord de la planchete ſimple, & enſuite de la planchete orientée au moyen du déclinatoire.

De la planchete ſimple. Premiere Méthode. On propoſe de lever le plan du terrain *ABCDEF*, *Fig.* 117, *Pl. Géom.*, en ſuppoſant que tous les points *A*, *B*, *C*, *D*, *E*, *F* ſoient acceſſibles, que l'on puiſſe y placer la planchete, *Fig.* 118, & qu'aucun obſtacle n'empêche de faire avancer la chaîne d'un point à un autre.

Solution. Soit choiſi un des points *A* du terrain pour premiere ſtation, l'on y établit la planchete, de maniere qu'elle ſoit bien horizontale & diſpoſée à peu près dans le ſens du terrain que l'on veut y décrire; alors on marque deſſus un point *a*, au moyen d'une aiguille très-fine (à tête de cire d'eſpagne), placée perpendiculairement au papier; & ce point *a* repréſente celui *A* du terrain. On applique contre l'aiguille le côté de l'alidade qui répond aux pinnules; &, faiſant gliſſer cette regle ſur la planchete & autour de l'aiguille, juſqu'à ce que l'œil, placé à une des pinnules, aperçoive au travers de l'autre un jalon que l'on a fait mettre au point *B*, on détermine le rayon viſuel *AB* & ſon correſpondant *ab*, ſur la planchete, au moyen d'une ligne droite tirée au crayon depuis l'aiguille, indéfiniment le long de l'alidade. Soit tracée de la même maniere la ligne droite indéfinie *af* repréſentant le rayon viſuel *AF*.

Ces opérations faites, on ôte la planchete du point *A*, & l'on y place un jalon. Les deux porte-chaînes s'alignent ſur la direction *AB*; & au moyen des piquets que tient celui qui eſt en avant, & avec un deſquels il marque chaque point où il s'arrête, on meſure, en partant du point *A*, l'intervalle *AB*. Le nombre de toiſes contenues dans *AB* étant connu, on prend ſur ſon échele un nombre égal de meſures correſpondantes, & on les porte avec un compas de *a* en *b* ſur la planchete.

Soit établie alors la planchete en *B*, à la place du jalon, on fait convenir le point *b*, avec le point *B* du terrain, & l'on y place une aiguille comme au point *a*; ces deux aiguilles ſervent à appliquer l'alidade ſur la ligne *ab*; & faiſant mouvoir la planchete ſur ſon genou, juſqu'à ce qu'on rencontre, à travers les pinnules, le jalon *A*, la ligne *ab* de la planchete ſe trouve dans la même direction que le rayon viſuel *AB*. La planchete étant fixée dans cette poſition, & toujours bien horizontale, on ôte l'aiguille *a*, & l'alidade tournant autour de l'aiguille *b*, on déterminera le rayon indéfini *bc*, correſpondant au rayon *BC* du terrain, de même que l'on s'y eſt pris au point *A* pour le rayon *AB*. On fait meſurer auſſi *BC* avec la chaîne & l'étendue correſpondante *bc* ſe marque ſur la planchete au moyen de l'échele.

On tranſporte ainſi ſucceſſivement la planchete de *B* en *C*, de *C* en *D*, de *D* en *E*, de *E* en *F*, en faiſant planter des jalons aux points en avant, en en laiſſant aux points en arriere, & en faiſant convenir chaque point *c*, *d*, *e*, &c. de la planchete avec le point du terrain qu'il repréſente. Chaque rayon déterminé *bc*, *cd*, *de*, &c. ſert à déterminer le ſuivant, en s'appliquant exactement, au moyen de l'alidade, ſur celui du terrain qui lui répond, & l'on trace ainſi ſur ſa planchete une figure *abcdef*, qui eſt ſemblable à celle du terrain.

Démonſtration. Puiſque l'on a fait *ab*, *bc*, *cd*, *ef*, ſur la planchete, proportionels aux côtés *AB*, *BC*, *CD*, *DE*, *EF*, du terrain, & les angles *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f* égaux aux angles *A*, *B*, *C*, *D*, *E*, *F*, il s'enſuit que les deux figures *abcdef*, *ABCDEF* ont les angles égaux & les côtés proportionels autour de ces angles, par conſéquent qu'elles ſont ſemblables.

Remarque. On ſuppoſe que la *Figure abcdef* eſt exactement conſtruite, que le point *f* tombe ſur l'alignement *af*, & que *af* contient autant de parties de l'échele que *AF* contient de toiſes ſur le terrain. S'il en étoit autrement, ce ſeroit une preuve que les opérations ont été mal faites.

Corollaire. Le terrain *ABCDEF* & ſon plan *abcdef* étant ſemblables, les triangles *ABD*, *BDC*, *DEF*, *FAD* ſont auſſi ſemblables à leurs correſpondans *abd*, *bde*, *def*, *fad*; donc, lorſqu'un point, tel que *d*, répond au point *D* du terrain, & que les côtés *cd*, *de*, conviennent parfaitement avec leurs homologués *CD*, *DE*, il eſt

Digitized by Google

il eſt évident que les rayons db, da, df, doivent tomber ſur les rayons DB, DA, DF, & ne former enſemble qu'un même alignement.

Cette conſéquence fournit le moyen de vérifier ſes opérations à chaque ſtation ; car, ſi au point C, plaçant l'alidade ſur ca, on n'eût point rencontré le point A, c'eût été une preuve que l'on s'étoit trompé ſur la meſure de AB ou de BC, ou ſur l'ouverture de l'angle ABC. Par la même raiſon, la planchete étant dans ſa juſte poſition au point D, on a dû rencontrer les points B & A ſur les prolongemens de db & de da, &c.

Nous allons déduire de ce moyen de vérification, une ſeconde méthode de lever le plan de $ABCDEF$.

Seconde méthode. Lever le plan du terrain $ABCDEF$, dont tous les points ſont acceſſibles ; en ne faiſant meſurer qu'une ſeule diſtance DE.

Solution. Le côté DE étant pris pour baſe de l'opération, on fait meſurer ſon étendue, on place des jalons aux points A, B, C, D, F, & l'on établit la planchete au point E, en la diſpoſant comme dans l'opération précédente.

Après avoir déterminé le point e à fantaiſie pour repréſenter ſur la planchete le premier point de ſtation, foit tirée la droite de ſur l'alignement de la baſe DE, & ſoit fait de, d'autant de parties de l'échele que DF contient de toiſes ſur le terrain. Cela poſé, on tire le rayon ef pour répondre à EF ; & faiſant porter la planchete en F, après avoir laiſſé un jalon en E, dans cette ſeconde ſtation, on fait convenir le rayon ef avec l'alignement EF ; on place une aiguille au point d, & on y applique l'alidade, que l'on fait mouvoir juſqu'à ce que l'on rencontre le jalon du point D. L'alidade étant dans cette poſition, on coupe le rayon ef, d'un trait de crayon, au point f, où cette regle le rencontre ; & de ce point f, tirant un rayon fa ſur le point A, on ſe porte à ce point pour y placer la planchete, après avoir laiſſé un jalon en F. On ſe ſert du rayon indéfini ef & de l'alignement AF, en les faiſant convenir l'un ſur l'autre à l'ordinaire, pour diſpoſer la planchete, & l'alidade tournant ſur l'aiguille du point d, rencontre le point D, & coupe le rayon indéfini fa en a ; de ce point a, ſoit tiré le rayon ab ; & allant au point B, en laiſſant un jalon au point A, ſoit placée de nouveau la planchete au moyen des rayons correſpondans ; les points d & D ſervent encore à couper ab en b ; du point b, on tire le rayon bc, que l'on va couper en c, toujours au moyen des points d & D, & le plan du terrain $ABCDEF$ ſe trouve décrit.

Démonſtration. Du point d, ſoient tirées les droites db, da, df ſur la planchete, & ſoient imaginées leurs correſpondantes DB, DA, DF ſur le terrain, les deux figures $abcdef$, $ABCDEF$ ſont diviſées en triangles ſemblables chacun à chacun, puiſqu'ils ont les angles égaux par conſtruction ; donc ces deux figures ſont ſemblables.

Corollaire. Puiſque $abcdef$ & $ABCDEF$ ſe diviſent en triangles ſemblables, par des diagonales homologues, il eſt certain que la planchete étant dans ſa juſte poſition, par exemple, au point C, ſi l'on eût appliqué ſucceſſivement l'alidade ſur ca, cf & ce, l'œil auroit rencontré les jalons A, F & E, & que l'on auroit pu vérifier ainſi le point de ſection C. Donc, à chaque point de ſtation, on peut ſe ſervir de tous les points, déja déterminés, pour couper le rayon que l'on a déja ſur le point où l'on eſt & conſtater l'exactitude de la ſection de l'un, par [le moyen de tous les autres.

Troiſieme Méthode. Lever le plan du terrain $ABCDEF$, *Fig.* 110, en ſuppoſant qu'il n'y ait que la baſe AE d'acceſſible.

Solution. Soit établie la planchete, *Fig.* 120, en A, diſpoſée horizontalement & à peu près relativement au terrain que l'on doit y tracer, on détermine ſur elle un point a à volonté, pour repréſenter la premiere ſtation, & de ce point a, on tire le rayon ae ſur l'alignement AE, pour avoir la direction de la baſe. Alors, du même point a, on dirige ſucceſſivement ſur les différens objets B, C, D, F, G, les rayons ab, ac, ad, af, ag, en faiſant attention que le rayon ae de la planchete réponde toujours à la baſe AE du terrain. Cette opération faite, on meſure la baſe AE à l'ordinaire ; & la planchete étant établie en E, & diſpoſée de maniere que les baſſes correſpondantes ſoient dans le même alignement, on prend ſur l'indéfinie ae autant de parties de l'échele qu'on a trouvé de toiſes ſur le terrain, pour déterminer la baſe ae du plan. De ſon extrémité e, on tire alors des rayons ſur tous les objets B, C, D, F, G, qui coupent ceux que l'on a tirés de la premiere ſtation, & par tous les points de ſection b, c, d, f, g, menant des droites ab, bc, cd, de, ef, fg, ga, la figure $abcdefg$, eſt ſemblable à celle du terrain.

Démonſtration. Les points b, c, d, f, g forment, par conſtruction avec les extrémités de la baſe ae, des triangles ſemblables à ceux que leurs correſpondans B, C, D, F, G font avec les extrémités de AE, où, en comparant ces triangles, on voit aiſément que tous les autres triangles que forment leurs côtés avec ceux des deux figures, ſont auſſi ſemblables chacun à chacun ; donc $abcdefg$ & $ABCDEFG$ ont les angles égaux, les côtés proportionels, & ſont par conſéquent ſemblables.

Obſervation. Si l'on n'a pas placé des jalons aux points A, B, C, D, E, F, G, il faut avoir ſoin de bien examiner à la premiere ſtation quels ſont les objets ou parties d'objets ſur leſquels on tire des rayons, afin de ne point ſe tromper en dirigeant de nouveau ſon alidade ſur eux, lorſqu'on opere à la ſeconde.

Corollaire. Pour vérifier ſes opérations, la plan-

chete étant au point *E*, on fait planter un jalon en *I*, & on tire le rayon indéfini *e i* ſur ſon alignement. On ſe porte alors en *I*, & la planchete y étant établie (au moyen d'un jalon laiſſé au au point *E*), on coupe le point *i*, en faiſant tourner l'alidade au point *b*, au moyen d'une aiguille, & en la fixant lorſqu'on rencontrera le point *B* du terrain ſuivant la ſeconde méthode. L'alidade étant ſucceſſivement placée ſur *i b*, *i c*, *i d*, *i f*, *i g*, *i a*, ſi les opérations ſont bien faites, on doit rencontrer, à travers les pinnules, les points *B*, *C*, *D*, *F*, *G*, *A*, ſemblablement placés aux points *b*, *c*, *d*, *f*, *g*, *a* de la planchete.

Le point *I* étant déterminé, ſi, du point *E*, on eût tiré un rayon *e b* ſur l'objet *H*, on ſe ſerviroit de cette troiſieme ſtation *I* pour couper le rayon *e b* au point *b*, & avoir ainſi la poſition de *H* ſur la planchete.

Si l'on compare maintenant ces trois méthodes, on verra aiſément comment elles ſe réuniſſent, ou ſe prêtent mutuellement des ſecours. Que l'on ait à lever le plan du chemin *A B C E F* (*Fig.* 121) & des objets qui ſont de part & d'autre, rien n'empêche, en ſuivant ce chemin avec la chaîne, comme dans la premiere méthode, de ſe ſervir de chacun des alignemens *A B*, *B C*, *C D*, *D E*, pour déterminer, au moyen de la troiſieme méthode, les objets *F*, *G*, *K*, *I*, *H*, ſur la planchete, *Fig.* 122. Que, ſi l'on ſe ſert de la ſeconde méthode pour lever ce chemin, en ne meſurant qu'une baſe *A B*, les objets d'à-l'entour peuvent être déterminés en même temps par la troiſieme, & procurer un nouveau moyen de meſurer l'étendue des différentes diſtances que l'on parcourt en avançant. Outre l'avantage que fourniſſent ces objets de vérifier la ſection des rayons tirés par les extrémités de ces diſtances, ils ſont quelquefois abſolument indiſpenſables; car, lorſque les rayons forment des angles trop aigus & trop obtus, ils ſe confondent alors à leur point de rencontre, & la poſition de ce point devient fort incertaine.

Remarques. La planchete étant toujours horizontale, tous les rayons tracés ſur elle ſont horizontaux, & les plans ne repréſentent par conſéquent que les projections horizontales des pentes qui ſe trouvent ſur le terrain. Il faut donc, lorſqu'on ſe ſert de la chaîne, la faire tendre horizontalement.

Dans chaque ſtation, la planchete étant diſpoſée au moyen d'un rayon que l'on a tiré du point d'où l'on part ſur celui où l'on arrive, toutes ſes poſitions ſont paralleles entr'elles, & elle eſt toujours placée dans le même ſens relativement au terrain, de maniere que toutes les lignes droites tirées du point où l'on eſt ſur tous les points marqués ſur la planchete, conviennent parfaitement avec les rayons viſuels tirés ſur les objets correſpondans d'à-l'entour.

De la planchete orientée, au moyen du déclinatoire. L'aiguille aimantée ſe dirigeant vers un point auſſi éloigné de nous que le pole, on peut regarder, ſans erreur, comme paralleles, les poſitions qu'elle prend aux différens points d'un eſpace de terrain dont on leve le plan. On a imaginé en conſéquence, pour diſpoſer la planchete toujours parallélement à elle-même, d'y adapter un déclinatoire. Cette boîte étant placée ſur la planchete, à la premiere ſtation, de maniere que l'aiguille & les deux points de diviſion, qui lui ſont oppoſés, ſoient dans la même direction, on la fixe ſur elle, en la collant, où l'on tire une ligne droite ſur le papier, le long d'un de ſes côtés, pour pouvoir la replacer dans la même poſition; & l'on a alors un moyen d'orienter la planchete, quelque part qu'on l'établiſſe, en la faiſant tourner horizontalement ſur ſon genou, juſqu'à ce que les deux points de diviſion répondent aux extrémités de l'aiguille. Nous appélerons planchete orientée celle à laquelle on joint un déclinatoire, & pour mieux la comparer à la planchete ſimple, nous allons l'appliquer à réſoudre les trois problêmes qui ont ſervi à développer l'uſage de cette derniere.

Premiere Méthode. On propoſe de lever le plan du terrain *A B C D E F*, *Fig.* 117, en ſuppoſant que tous les points *A*, *B*, *C*, &c. ſoient acceſſibles.

Solution. Le point *A* étant choiſi pour premiere ſtation, on y place la planchete horizontalement, à peu près dans le ſens le plus convenable à la ſituation du terrain; &, après avoir diſpoſé le déclinatoire comme il doit l'être, on tire une ligne droite le long d'un de ſes grands côtés pour repréſenter le méridien magnétique, & s'aſſurer le moyen de s'orienter, de la même maniere, dans toutes les autres ſtations.

Cette opération faite, d'un point *a*, pris à volonté, ſur la planchete, *Fig.* 118, ſoient tirés, comme à l'ordinaire, les rayons *a b*, *a f*, ſur les alignemens *A B*, *A F*, & ſoit meſuré *A B* avec la chaîne, en ſe portant en *B*. Au lieu de s'arrêter au point *B*, après avoir pris *a b* en parties de l'échele, on fait meſurer *B C*, en s'avançant le long de cet alignement, & l'on va ſe placer en *C*, pour y orienter la planchete. Alors, au moyen d'une aiguille miſe au point *b* & de l'alidade, on viſe ſur le point *B*, & l'on tire le rayon *b c* ſur la planchete, où il eſt dirigé de même que ſi l'on eût fait une ſtation en *B*, & que l'on eût viſé ſur *C*; (car ſuppoſons que cette ſtation ait eu lieu, & qu'après avoir déterminé le point *c*, on l'ait fait répondre au point *C*, ainſi que le rayon *c b* à *C B*, la poſition de la planchete eſt alors parallele à celle qu'elle a eue au point *B*; donc réciproquement, quand elle eſt orientée, & par conſéquent placée au point *C* parallélement à la poſition qu'elle auroit eue en *B*, le rayon *c b* ſuppoſé tiré de cette ſtation, convient parfaitement avec l'alignement *C B*, & ſe confond avec le rayon *b c*, tiré au point *C*, au moyen de *B* & *b*, en faiſant une ſtation de moins.)

Digitized by Google

Le rayon *b c* étant déterminé ſur la planchete en parties de l'échele, du point *c*, l'on tire le rayon *c d*, que l'on fait égal au nombre de toiſes que contient *C D* ſur le terrain; &, après avoir meſuré *D E*, on place la planchete en *E*, pour tirer le rayon *d e*, & déterminer le point *e*; de ce point *e*, enfin, tirant le rayon *e f* ſur *F*, la figure *a b c d e f* eſt le plan demandé du terrain *A B C D E F*.

Démonſtration. On prouvera que ces deux figures ont les angles égaux & les côtés proportionels autour de ces angles, par conſéquent qu'elles ſont ſemblables.

Seconde Méthode. On propoſe de lever le plan du terrain *A B C D E F*, *Fig.* 117, en ne faiſant meſurer qu'une ſeule diſtance, & en ſuppoſant tous les points acceſſibles.

Solution. Le côté *D E*, pris pour baſe, étant meſuré & repréſenté par *d e* ſur la planchete orientée, *Fig.* 118, on ſe place en *F*, pour viſer, au moyen des points *d* & *e* de la planchete, ſur ceux *D* & *E* du terrain, & déterminer le point *F* par l'interſection des rayons *d f* & *e f*; de ce point *f*, on tire le rayon *f a*, &, ſe portant en *A*, on détermine le point, qui y répond ſur la planchete, par le moyen du rayon *d a*, tiré du point *d*, en viſant ſur *D*. On déterminera de même les points *b* & *c*, en s'établiſſant en *B* & *C*, au moyen des rayons *b a*, *b d*, *c b*, *c d*, correſpondans à ceux du terrain.

Remarque. Le procédé de la planchete orientée ne differe en rien, dans cette ſeconde méthode, de celui de la planchete ſimple; ſon ſeul avantage eſt de n'avoir pas beſoin d'un jalon en arriere, ni d'un rayon tiré ſur celui où l'on va, & d'avoir conſéquemment une marche plus rapide, à moins qu'il ne faſſe aſſez de vent pour empêcher l'aiguille aimantée de ſe fixer aiſément.

Troiſieme Méthode. Lever le plan de l'eſpace *A B C D E F*, dont la baſe *A E* ſeule eſt acceſſible, *Fig.* 119 & 120.

Solution & démonſtration. Les mêmes que pour la planchete ſimple.

Obſervation. Il ſembleroit, d'après l'application de la planchete orientée à ces trois méthodes, qu'elle n'a que très-peu d'avantage ſur la planchete ſimple; mais nous allons expoſer une quatrieme méthode qui ſera juger de ſon utilité.

Quatrieme Méthode pour la planchete orientée. Le terrain *A B C D E F* & ſon plan *a b c d e f* étant donnés, *Fig.* 117 & 118, on propoſe de ſe porter à tel point qu'on voudra de l'intérieur du terrain, & de le déterminer ſur la planchete, en ſuppoſant que l'on puiſſe voir au moins deux des points *A*, *B*, *C*, *D*, *E*, *F*.

Solution. Soit orientée la planchete au point *G*, que l'on a choiſi dans l'eſpace *A B C D E F*, *Fig.* 123; ſi du point *B*, en viſant ſur *B*, on tire le rayon *b g*; & du point *c*, en viſant ſur *C* le rayon *c g*, leur interſection *g* ſera, ſur le plan, le point qui répond à celui où l'on eſt placé.

Démonſtration. Si l'on ſuppoſe un jalon au point *G*, & que, la planchete étant orientée ſucceſſivement en *B* & *C*, on ait tiré de chaque ſtation un rayon ſur ce jalon, il eſt certain, par la troiſieme méthode, que la ſection de ces deux rayons a déterminé la poſition du point *G* ſur la planchete; mais, par la premiere méthode, il eſt égal, pour avoir la direction d'un rayon, que la planchete ſoit orientée à l'une de ſes extrémités ou à l'autre; donc le point *g*, que l'on a coupé en s'orientant au point *G*, eſt le même que celui que l'on auroit eu en s'orientant en *B* & *C*; donc il eſt le point demandé.

Application de cette méthode. Suppoſons que l'on ait à lever le plan du terrain, *Fig.* 124; on meſure dans la campagne une grande baſe *E F*, des extrémités de laquelle on puiſſe apercevoir les principaux points *A*, *B*, *C*, *D*, &c. du terrain, & on les détermine ſur la planchete par l'interſection des rayons tirés ſur chacun d'eux, d'après cette méthode. Cette opération faite, on peut ſe porter ſur tous les autres points du terrain, & les déterminer au moyen des points déja établis ſur la planchete orientée. Chaque nouveau point ajoute à la facilité d'en arrêter d'autres, & l'ouvrage devient de plus en plus moins embaraſſant.

Pour trouver le cours de la riviere *K H I*, on ſe place aux ſommets des différens angles qu'elle forme, on les détermine au moyen des points qui ſont déja ſur le plan, & l'on jete des rayons de part & d'autre ſur le bord, pour en figurer la direction. Quant à la largeur de la riviere, il eſt fort aiſé de couper de deux ou trois ſtations les objets remarquables du bord oppoſé, & de ſe procurer ainſi le moyen de figurer l'un & l'autre côté.

Différentes obſervations. 1. Les angles d'interſections ne doivent être ni trop aigus, ni trop obtus, pour que les rayons ſe coupent nétement.

2. L'emploi de la quatrieme méthode ſuppoſe que l'on peut voir, de chaque point où l'on ſe porte, trois ou au moins deux autres points déja déterminés. Lorſqu'on ſe trouve dans un bois ou dans une ville où l'on ne peut avoir cette facilité, il faut néceſſairement ſe ſervir de la chaîne, en faiſant meſurer tous les alignemens ſur leſquels on marche.

3. Quand on eſt obligé de meſurer une enceinte quelconque à la chaîne, il ne faut pas opérer en avançant toujours du même côté: il faut revenir au point d'où l'on eſt parti, quand on eſt au milieu de ſa marche, & continuer l'ouvrage du côté oppoſé. On évite, par cette pratique, de multiplier les petites erreurs inévitables dans l'uſage des inſtrumens, & on cherche à les compenſer les unes par les autres, en marchant ſur des directions oppoſées.

4. Toutes les méthodes que nous avons expoſées pour lever des eſpaces rectiligne, ſuffiſent pour des terrains figurés de quelque maniere que

Digitized by Google

ce ſoit ; car toutes leurs ſinuoſités ſe réduiſent toujours à une ſuite de lignes droites, ſur leſquelles on trace leurs différentes courbures. C'eſt au moyen des rayons droits tirés ſur les directions d'un chemin, d'une riviere, d'une haie, *&c.* qu'on repréſente ſur le papier leurs différentes ondulations.

5. L'uſage de la planchete ſimple n'eſt pas plus difficile dans les montagnes que dans les plaines, au moyen de la ſeconde méthode ; & celui de la planchete orientée y devient plus aiſé, à cauſe de la facilité d'apercevoir toujours beaucoup d'objets, quand on emploie la quatrieme méthode.

6. Lorſque l'on a une grande étendue de terrain à lever, on commence à déterminer toutes les poſitions principales, & l'on forme, pour ainſi dire, le canevas de ſa carte, pour s'en ſervir enſuite à lever des détails. La planchete peut ſervir à former ce canevas, en employant, ſuivant qu'il en eſt beſoin, ſes différentes méthodes ; mais nous ferons voir, en parlant des canevas trigonométriques, comment on calcule les diſtances des points principaux entr'eux, & comment on dreſſe des tables des diſtances des mêmes points à une méridiene & à ſa perpendiculaire, pour en conſtruire des fonds de cartes, lorſque l'on veut en faire uſage.

7. Il peut ariver que le fer, que contiennent certaines montagnes, faſſe varier l'aiguille aimantée, ou qu'un trop grand vent l'empêche de ſe fixer avec juſteſſe, il faut, dans ces deux cas & dans tout autre qui produiroit le même effet, avoir des moyens de ſuppléer le déclinatoire, & de s'orienter pour ſe ſervir des points déja déterminés, & en arrêter de nouveaux. Nous allons donner quelques pratiques à cet égard, & nous ferons ſuivre leur explication de l'uſage d'un inſtrument que l'on peut adapter à la planchete pour meſurer la hauteur des montagnes.

Moyens de ſuppléer l'aiguille aimantée. 1. Suppoſons que l'on ſoit en pays découvert, environé de poſitions principales déja établies ſur la planchete, & que l'on ait d'avance le point où l'on eſt ; on place l'alidade ſur ce point de ſtation & ſur celui d'un clocher, d'un moulin, ou d'un arbre apartenant au canevas ; on fait tourner enſuite la planchete, juſqu'à ce que l'on rencontre le point correſpondant du terrain ; & après avoir vérifié l'exactitude de la poſition de l'inſtrument, à la faveur des autres points, on eſt ſûr qu'il eſt parfaitement orienté. Vifant alors ſur une direction quelconque, on la ſuit à la chaîne (ou au pas, ſi l'on n'a point de porte-chaînes) ; on marque ſur la planchete la diſtance parcourue, & l'on s'oriente de nouveau à l'extrémité de cette direction, pour ſe porter en avant, après avoir bien aſſuré la juſteſſe de ſon opération.

2. Lorſque la planchete eſt orientée, d'après le moyen que nous venons d'indiquer, & que l'on prévoit qu'au bout de la direction que l'on va ſuivre, on ne verra plus de points déterminés, on remarque l'objet le plus éloigné que l'on puiſſe apercevoir ſur le prolongement de cette direction, avant que de la parcourir, & l'on donne au rayon, qui la repréſente ſur la planchete, le plus d'étendue qu'il eſt poſſible. Alors, en arivant à l'extrémité de cette direction, on s'oriente en plaçant l'alidade ſur le rayon de la planchete, & en faiſant tourner la planchete juſqu'à ce qu'on rencontre, à travers les pinnules, l'objet éloigné que l'on a remarqué ſur le prolongement de la direction.

3. Si le terrain étoit trop montagneux pour employer la chaîne ou le pas à meſurer la diſtance d'un point à un autre, rien n'empêche, après avoir orienté la planchete au premier point de ſtation, d'après le premier moyen, de ſe ſervir enſuite du ſecond moyen pour l'orienter à tout autre point, & de déterminer ce nouveau point avec des points déja déterminés, en ſuppoſant que l'on en aperçoive au moins un, & que le rayon ſur lequel on s'eſt orienté ne ſoit point coupé trop obliquement. Ce troiſieme moyen ne differe de la ſeconde méthode de la planchete ſimple, qu'en ce que l'on ſe ſert d'un point en avant, au lieu d'un point en arriere.

4. Suppoſons actuellement que l'on aperçoive autour de ſoi des objets déja déterminés, & que l'on n'ait point ſur ſa planchete le point où l'on ſe trouve ; on choiſit les deux objets les plus oppoſés ; &, après avoir orienté à peu près ſa planchete à vue, ou avec le déclinatoire, on viſe ſur ces deux objets des deux points qui les repréſentent, pour avoir deux rayons dirigés du côté du point de ſtation. Si la planchete étoit bien orientée, ces deux rayons paſſeroient par ce point ; mais, comme elle ne l'eſt pas exactement, & que les deux objets choiſis ſont oppoſés, l'un des deux rayons paſſe trop à droite & l'autre trop à gauche, proportionélement aux diſtances des deux objets au point où l'on eſt. Or, comme on ſait à peu près où ſera le point cherché, on diviſe, ſans tâtoner l'intervalle des deux rayons, à la hauteur de ce point, en deux parties proportioneles aux diſtances des deux objets à l'intervalle diviſé ; & plaçant l'alidade ſur le point de diviſion & ſur l'un des deux points qui repréſentent les deux objets choiſis, on fait tourner la planchete juſqu'à ce qu'on rencontre le point correſpondant du terrain : alors l'alidade reſtant ſur le point de diviſion, ſi on la fait avancer ſur le ſecond des deux points oppoſés, & qu'elle rencontre, ſans déranger la planchete, l'objet qui y répond ſur le terrain, on eſt ſûr que l'intervalle des deux rayons eſt bien diviſé ; on tire en conſéquence, dans cette poſition de l'alidade, une ligne droite par le point de diviſion ; on la coupe au moyen d'un troiſieme point déterminé ; & ſi la ſection ſe trouve bien dans les alignemens des deux objets oppoſés & de leurs points correſpondans, elle eſt le point de ſtation que l'on demande. Cette opération eſt aſſez courte quand on en a l'habitude ; elle détermine

Digitized by Google

le point où l'on eſt avec la plus grande exactitude, & l'on eſt parfaitement orienté, lorſque les deux points oppoſés ſont aſſez éloignés l'un de l'autre pour que la poſition de la planchete réponde exactement à leur alignement ; mais il n'eſt pas toujours poſſible de trouver des points tels qu'il le faut pour employer ce moyen.

5. Si, dans un même plan, d'un point *D* quelconque, *Fig.* 125, on tire des droites ſur trois points *A*, *B*, *C*, on ne peut pas, d'un cinquieme point, en tirer trois autres ſur *A*, *B*, *C*, qui faſſent des angles égaux à ceux des premieres, à moins que tous ces points n'appartienent à une ſeule circonférence. Pour le prouver, ſoit le triangle *A B D*, inſcrit dans une circonférence, & le triangle *B D C* dans un autre, le point *D* ne peut ceſſer d'être un des deux points d'interſection, ſans ceſſer d'être au moins ſur une des deux circonférences, & ſans que l'angle, qui étoit compris dans cette circonférence, & dont il eſt le ſommet, n'ayant plus pour meſure la moitié de l'arc ſur lequel il repoſe, ne ſoit ou plus petit, ou plus grand qu'il n'étoit auparavant ; mais, ſi les quatre points *A*, *B*, *C*, *D* ſont dans une même circonférence, *Fig.* 126, de quelque point de l'arc *A D C*, que l'on mene des droites ſur *A*, *B*, *C*, elles ſont toujours des angles égaux.

Il ſuit de là que, ſi d'un point de ſtation *D*, on apperçoit trois objets, *A*, *B*, *C*, repréſentés ſur la planchete par *a*, *b*, *c*, en ſorte que les quatre points *A*, *B*, *C*, *D* ne ſoient pas dans une même circonférence ; on peut déterminer ce point de ſtation de la maniere ſuivante. On fixe un papier tranſparent ſur la planchete diſpoſée horizontalement, & d'un point pris ſur lui convenablement, on tire des rayons ſur les trois objets *A*, *B*, *C* ; alors, faiſant mouvoir ce papier juſqu'à ce que les trois rayons paſſent par les points *a*, *b*, *c*, il eſt certain que, ſi, dans cette poſition, on marque ſur la planchete leur point commun d'origine, ce point *d* ſera le point de ſtation.

6. On pouroit faire conſtruire une alidade à trois branches mobiles, de maniere que les trois lignes de foi répondiſſent au centre du mouvement ; ce centre ſeroit ſurmonté d'une pinnule commune, qui ſeroit face à la pinnule oppoſée de chacune des trois branches, & l'on pratiqueroit une petite ouverture dans l'axe du centre pour donner paſſage à une aiguille très-fine. On voit, d'après cette conſtruction, qu'ayant dirigé les trois branches ou regles de cet inſtrument ſur les trois points *A*, *B*, *C*, ſi l'on plaçoit les trois lignes de foi ſur les points *a*, *b*, *c* de la planchete, on déterminero it tout de ſuite, au moyen de l'aiguille, le point *d*, correſpondant au point *D* du terrain, où la planchete eſt établie.

Cet inſtrument ſerviroit auſſi à fixer des ſondes ſur le plan d'une côte, au moyen de trois points déterminés, que l'on apercevroit diſtinctement ſur la terre. On y joindroit pour cet effet un arc de cuivre gradué, en atachant une de ſes extrémités à la premiere des trois regles, de maniere qu'il pût meſurer l'ouverture des angles que formeroient les trois branches, lorſqu'à chaque ſonde, on les auroit dirigées ſur les trois points de la terre. On inſcriroit ces angles avec ordre ſur un regiſtre, pour pouvoir raporter enſuite les ſecondes ſur le plan.

De l'Altimetre.

L'altimetre, *Fig.* 128, eſt une regle de cuivre, ouverte dans ſon milieu, parallélement à ſes côtés, pour recevoir deux montans ouverts de la même maniere, & dont l'un de *G* eſt mobile le long de cette regle. L'altimetre & ſes montans ſont diviſés en parties égales, comme une échelle, par des ligues perpendiculaires à leurs côtés, pour repréſenter des toiſes. L'ouverture des montans ſert à hauſſer & à baiſſer deux petits carrés de cuivre, troués au centre, au moyen deſquels on détermine des rayons viſuels.

Uſage de cet inſtrument. La diſtance horizontale *C D*, *Fig.* 129, d'un point *C* à la verticale qui paſſe par le point *E*, étant meſurée & exprimée par *c d* ſur la planchete, *Fig.* 130, on propoſe de trouver, au moyen de l'altimetre, la hauteur du point *E* au deſſus de l'horizontale *C D*.

Solution. On fait gliſſer le long de la regle, *Fig.* 128, le montant mobile *G*, juſqu'à ce que ſa baſe réponde au numéro qui indique le nombre de toiſes de *C D* ; appliquant enſuite la regle ſur *c d* de la planchete (orientée au point *C*), comme une alidade, de maniere que le montant fixe ſoit du côté de *c*, on fait mouvoir les deux petits curſeurs *c* & *e*, juſqu'à ce qu'on aperçoive au travers le point *E* ; & alors le nombre de toiſes, compris entre les deux numéros auxquels répondent les centres des curſeurs *c* & *e*, ſera la hauteur demandée, en y ajoutant la hauteur du curſeur *c*, au deſſus du point *C* de ſtation.

Démonſtration. Les deux curſeurs *c* & *e* & l'horizontale *c d* forment un triangle *c e d*, ſemblable au triangle *C E D* du terrain ; & puiſque *c d* repréſente, par le nombre de toiſes compris entre les montans, la meſure de *C D* ; le nombre de toiſes compris entre les deux curſeurs ou plutôt entre l'horizontale *c e* & le curſeur *e*, doit être la meſure de *E D*, en y ajoutant la diſtance du curſeur *c* au point *C*.

Remarque. On voit, par ce ſeul exemple, que, ſi, l'altimetre eſt bien conſtruit, il donne tout de ſuite une hauteur quelconque avec toute l'exactitude qu'on puiſſe déſirer, lorſqu'on ne ſe ſert pas du calcul, & qu'il s'adapte naturélement à la planchete.

Application de la planchete à tracer, ſur le terrain, les différentes parties d'un plan. Il eſt eſſentiel d'obſerver, avant de terminer ce que nous dirons ici de la planchete, que de même que l'on s'en ſert pour lever toutes les parties d'un

Digitized by Google

terrain, on peut l'employer auſſi à tracer, ſur le terrain, les contours & les détails d'une figure quelconque rectiligne, décrite ſur le papier. On place en conſéquence la planchete au point du terrain, qui répond à un des points principaux du plan que l'on a fixé ſur elle, & l'on fait convenir la plus grande ligne droite, qui parte de ce point, avec celle qui doit y répondre ſur le terrain. On détermine alors, du point de ſtation, au moyen de l'alidade, autant d'alignemens ſur le terrain qu'il y a de lignes droites qui y concourent, on fait avancer les porte-chaînes ſur chacun de ces alignemens, & l'on en fixe l'étendue par un jalon, après leur avoir donné le nombre de toiſes qu'ils doivent avoir d'après le plan. On va enſuite établir la planchete à chacune des extrémités de ces premiers rayons, & après lui avoir donné une poſition parallele à la premiere, on détermine de nouveles directions, on les fait meſurer, *&c.*, & la figure correſpondante au plan ſe trouve ainſi tracée ſur le terrain.

Les différentes manieres de faire uſage de la planchete, ſuivant la nature des terrains, étant liées à l'art d'en exprimer les formes, on trouvera tout ce qu'on a cru devoir réunir à cet égard au *mot* FIGURÉ.

De l'uſage de la Bouſſole.

Définitions. La bouſſole dont on ſe ſert pour lever le détail d'une carte, eſt une petite boîte carrée, *Fig.* 131, au milieu de laquelle eſt une aiguille aimantée, longue à peu près de quatre pouces, tournant ſur un pivot dans un cercle de métal, diviſé en trois cents ſoixante degrés. Le diametre 360, 180 de ce cercle, eſt parallele à deux des côtés de la boîte, & l'un de ces côtés ſoutient une viſiere à baſcule, qui ſe meut dans un plan parallele à ce côté, & par conſéquent parallele auſſi au diametre 360, 180; cet inſtrument eſt mobile ſur un genou adapté à un pied à trois branches.

On joint ordinairement à la bouſſole une chaîne & des piquets. Les différentes méthodes d'employer la bouſſole répondent à celles que nous avons expoſées pour la planchete, & nous allons l'appliquer à réſoudre les mêmes problêmes.

Premiere Méthode. Lever le plan du polygone *ABCDEF*, *Fig.* 132, dont tous les points ſont acceſſibles, en ſe ſervant de la bouſſole.

Solution. On place la bouſſole au point *A*, horizontalement; & la faiſant tourner juſqu'à ce que l'œil rencontre le point *B*, au moyen de la viſiere, on examine le nombre de degrés qu'il y a depuis la droite du rayon viſuel *AB*, juſqu'à la gauche de l'aiguille aimantée, ou, ce qui eſt le même; entre 360, ou plutôt 0; & la diviſion qu'indique la pointe boréale de l'aiguille, en ſuivant l'ordre naturel des numéros. On tire alors une ligne droite *a b*, *Fig.* 133, ſur un papier quelconque, pour repréſenter l'alignement *AB*; &, du point *a*, on éleve une petite droite à la gauche de *a b*, à l'extrémité de laquelle on écrit le nombre de degrés que l'on a trouvés. Cette opération faite, on ſe porte en *B*, en faiſant meſurer *AB* avec la chaîne, & après avoir écrit, ſur ſon figuré, le long de *a b* le nombre de toiſes que l'on a trouvé, on s'établit de nouveau en *B*. On viſe de cette ſeconde ſtation ſur *BC*; & examinant le nombre de degrés auquel répond la pointe du nord de l'aiguille, on tire par le point *b* une petite droite à l'extrémité de laquelle on marque le nombre de degrés obſervés. On fait meſurer *BC*; & ayant écrit ſur *b c* le nombre de toiſes du terrain, on fait une nouvele ſtation en *C*, pour viſer ſur *CD*. L'obſervation du point *C* étant faite, figurée & écrite ſur le papier, on ſe porte de ſuite avec la chaîne en *D*, en *E* & en *F*; on y fait les mêmes obſervations, & l'on a enfin de quoi conſtruire une figure ſemblable à celle du terrain *ABCDEF*.

Conſtruction. Pour repréſenter la direction de l'aiguille aimantée, on trace au crayon, *Fig.* 134, ſur le papier où l'on veut conſtruire le polygone *a b c d e f*, des droites paralleles entr'elles, & rapprochées le plus que l'on peut, ſans cauſer de confuſion. Alors, ſur l'une *n s* de ces paralleles, prenant un point *a*, pour repréſenter le point *A* du terrain, on fait convenir le centre d'un rapporteur entier de corne avec ce point *a*; & le rayon qui répond au nombre de degrés obſervé au point *A*, avec *n s* du côté de *n*; & marquant ſur le papier le point du rapporteur où ſe trouve 360, ou plutôt 0; par ce nouveau point & le point *a*, on tire *a b*, à qui l'on donne autant de parties de l'échele que *AB* contient de toiſes ſur le terrain. *a b* étant déterminé par ſon extrémité *b*, on mene une petite parallele à la direction de l'aiguille; & plaçant le centre du rapporteur au point *b*, de maniere que le rayon, qui indique le nombre de degrés obſervé à la ſeconde ſtation, convienne avec la parallele, toujours du côté du nord, on marque le point *o* du rapporteur ſur le papier, & du point *b*; par ce nouveau point, tirant l'indéfinie *b c*, on porte ſur elle, en parties de l'échele, autant de toiſes que *BC* en contient. Par le point *c*, on tire une nouvele parallele, &, par le ſecours du rapporteur & des obſervations écrites ſur le figuré, on détermine *c d*, & on le fait de la longueur meſurée de *CD*. Continuant de la même maniere, on détermine *d e*, *e f*, *f a*, & l'on a un polygone *a b c d e f*, ſemblable à celui *ABCDEF* du terrain.

Démonſtration. Toutes les directions de l'aiguille aimantée étant cenſées paralleles, comme nous l'avons obſervé, en parlant de la planchete orientée, les droites *AB*, *a b*, *BC*, *b c*, *CD*, *c d*, &c. qui ſont, par conſtruction, des angles égaux avec les directions de l'aiguille, forment auſſi des angles égaux dans leurs polygones; & comme ces droites ſont proportioneles par la même conſtru-

Digitized by Google

ction, il s'enſuit que les deux figures *ABCDEF*, *abcdef*, ſont ſemblables.

Remarques. 1. On juge que l'on a bien opéré, ſi, en conſtruiſant la figure, le dernier rayon *fa* paſſe par le premier point de ſtation *a*, & ſi ce dernier rayon contient autant de parties de l'échele que ſon correſpondant en contient ſur le terrain.

2. Quand on leve un terrain où il y a beaucoup de détail à exprimer, ou que de chaque ſtation on obſerve pluſieurs rayons, la multiplicité des petites droites & des numéros placés à leur extrémité pouvant nuire à la clarté du figuré ou de l'opération, il ſeroit aiſé de numéroter ſur le papier toutes ſes ſtations, & de raporter ſur un regiſtre toutes les obſervations relatives à chaque numéro, ainſi que le nombre de toiſes parcourues pour aller de l'une à l'autre.

3. On peut ſe diſpenſer de faire des ſtations à tous les points; car au lieu d'examiner au point *B* le nombre de degrés qu'il y a entre la direction *BC* & la gauche de l'aiguille aimantée, que l'on aille tout de ſuite en *C*, & que l'on faſſe une obſervation ſur *CB*, marquée ſur le papier, ou écrite ſur un regiſtre; il eſt évident que *BC* faiſant avec la méridiene magnétique de *B* & celle de *C* des angles internes ſupplémens l'un de l'autre, le nombre de degrés que l'on trouve au point *C* eſt éloigné de celui qu'on auroit trouvé au point *B* de 180°, & que par conſéquent ces deux nombres ſont placés dans la bouſſole & dans le raporteur à l'extrémité du même diametre. Ainſi, lorſque, dans la conſtruction, on veut ſe ſervir au point *b*, pour placer *bc* de l'obſervation faite en *C*, il faut prendre le numéro diamétralement oppoſé à celui que l'on a trouvé en *C*, & opérer comme ſi l'obſervation eût été faite en *B*. Cette méthode diminue preſque de moitié le nombre des ſtations.

Seconde Méthode. On propoſe de lever le plan de la figure *ABCDEF*, *Fig.* 132, dont tous les points ſont acceſſibles, en ne meſurant qu'une baſe *DE*.

Solution. La baſe *DE* étant meſurée, ſoit placée la bouſſole au point *E*, on viſera ſur le point *D* & enſuite ſur le point *F*, & l'on examinera les nombres de degrés auxquels répond, pour *ED* & *EF*, le nord de l'aiguille aimantée. Ces deux nombres étant marqués ſur le papier où l'on figure, ou enregiſtrés ailleurs, ainſi que la longueur de la baſe *ED*, on ſe portera en *F*, &, viſant ſucceſſivement ſur les points *D* & *A*, on écrira les nombres de degrés correſpondans aux rayons *FD* *FA*. On obſervera de même aux points *A*, *B*, *C* les degrés compris entre les rayons *AD*, *AB*, *BD*, *BC*, *CD*, & la gauche du nord de l'aiguille aimantée; & ces opérations faites, on ſera en état de conſtruire une figure ſemblable à celle du terrain.

Conſtruction. Le point *e* étant pris à fantaiſie ſur le papier, *Figure* 134, où l'on a tracé des paralleles, on placera *de* relativement à l'angle que doit faire cette droite avec une parallele paſſant par *e*, d'après le nombre de degrés obſervés en *E*, & l'on donnera à *de* autant de toiſes de l'échele que *DE* en contient de réelles ſur le terrain.

On placera de même *ef*, relativement à la parallele qui paſſe par *e*; & pour déterminer la longueur de *ef*, après avoir mené une parallele par le point *d*, on tirera, par ce même point, la droite *df*, au moyen du numéro diamétralement oppoſé, ſur le raporteur, à celui que l'on a obſervé pour *ED* au point *F*, de maniere qu'elle faſſe, avec la parallele de *d*, le ſupplément de l'angle qu'elle auroit fait avec la parallele de *f*, ſi *f* eût été connu, & qu'elle coupe *fe* en un point *f*.

Par ce point *f*, on tirera *fa* indéfiniment d'après le nombre de degrés obſervé pour *FA*, & l'on coupera cette droite au point *a*, par le rayon *ad*, mené du point *d*, au moyen d'une parallele paſſant par ce point, & du numéro diamétralement oppoſé à celui que l'on a marqué pour *AD* au point *A*. Du point *a*, on tirera *ab*, que l'on coupera en *b* par le rayon *bd*, toujours d'après les mêmes principes; & tirant de même *bc*, &, le coupant en *C* par le rayon *dc*, la figure *abcdef* ſera ſemblable au polygone *ABCDEF* du terrain.

Démonſtration. Tous les triangles *fde*, *fda*, &c. ſont ſemblables, par conſtruction, aux triangles *FDE*, *FDA*, &c. puiſqu'on a fait tous les angles des premiers égaux aux angles des ſeconds, au moyen des paralleles à la direction de l'aiguille; donc tous ces triangles ont leurs côtés homologues proportionels, & par conſéquent les deux figures ſont ſemblables.

Remarque. On ne s'eſt ſervi que du point *D* pour couper les rayons *fe*, *fa*, &c. afin que le détail des opérations fût plus ſimple; mais, dans la pratique, on ne ſe contente pas d'un ſeul rayon pour les ſections. On auroit viſé du point *A* ſur les points *D* & *E*, &c. afin que, dans la conſtruction, on eût pu vérifier la ſection de deux rayons par un troiſieme, & conſtater ainſi l'exactitude de la poſition.

Troiſieme Méthode. Lever le plan du terrain *ABCDEFG*, *Fig.* 135, en ſuppoſant qu'il n'y ait que la baſe *AE* d'acceſſible.

Solution. Soit placée la bouſſole au point *A*, on viſera ſucceſſivement ſur les points *A*, *B*, *C*, *D*, *E*, *F*, *G*, & l'on marquera ſur ſon figuré les nombres de degrés compris entre ces différens rayons & la gauche du nord de l'aiguille. On ſe portera enſuite au point *E*, en faiſant meſurer la baſe *AE*, & la longueur de cette baſe étant écrite ſur le papier, on s'établira au point *E*, pour viſer ſur les points *A*, *B*, *C*, *D*, *E*, *F*, *G*, & prendre les nombres de degrés qui ſe trouvent entre ces rayons viſuels & la gauche du nord de l'aiguille. Ces opérations faites, on conſtruira la

Digitized by Google

figure ſemblable *a b c d e f g* de la maniere ſuivante.

Conſtruction. Sur le papier, *Fig.* 136, diviſé par des paralleles, on tirera *a e*, de maniere qu'elle faſſe, avec ces paralleles, l'angle que *A E* fait ſur le terrain avec la direction de l'aiguille, & l'on donnera à *a e* autant de toiſes de l'échele que *A E* en contient de réelles ſur le terrein. Cette opération faite, par le point *a*, on tirera les droites indéfinies *a b*, *a c*, *a d*, *a g*, *a f*, qui faſſent, avec les paralleles, les angles que les rayons correſpondans ſont avec l'aiguille; & par le point *e*, on tirera les droites *e b*, *e c*, *e d*, *e g*, *e f*, faiſant auſſi, avec les paralleles, les angles qu'indique l'obſervation du point *E*. Les points *b*, *c*, *d*, *g*, *f*, où ces droites ſe couperont, détermineront, avec les points *a* & *e* de la baſe, une figure *a b c d e f g* ſemblable à celle *A B C D E F G* du terrain.

Démonſtration. Les triangles qui ont *b*, *c*, *d*, *g*, *f*, pour ſommets, & *a e* pour baſe, ſont ſemblables, par conſtruction, aux triangles du terrain qui ont *B*, *C*, *D*, *G*, *F*, pour ſommets, & *A E* pour baſe; donc les points correſpondans ſont ſemblablement placés de part & d'autre, & par conſéquent les deux figures *A B C D E F G*, *a b c d e f g* ſont ſemblables.

Quatrieme Méthode. Les objets *A*, *B*, *C*, *D*, *E*, *F*, *Fig.* 132, étant déja déterminés ſur le papier, & la direction de l'aiguille aimantée relativement à ces points étant donnée, déterminer tel point qu'on voudra, au milieu de ces premiers, d'après une ſtation faite à ce point, en ſuppoſant qu'on puiſſe apercevoir au moins deux des objets déterminés.

Solution. Soit le point *H* que l'on veuille déterminer au moyen de la bouſſole; après s'être établi à l'ordinaire, on viſera ſur les points *A*, *B*, *C*, que l'on peut apercevoir; & ayant marqué les nombres de degrés compris entre les rayons *H A*, *H B*, *H C*, & la gauche du nord de l'aiguille aimantée, on ſera en état de placer le point *H* ſur le papier.

Conſtruction. La figure *a b c d e f*, *Fig.* 132, étant ſemblable à celle du terrain, & la direction de l'aiguille étant donnée aux points *a*, *b*, *c*; de ces mêmes points, on tirera des droites indéfinies *a h*, *b h*, *c h*, qui faſſent, avec les paralleles qui paſſent par ces points, les ſupplémens des angles que les rayons correſpondans faiſoient au point *H* avec la direction de l'aiguille, en ſe ſervant pour cela des numéros diamétralement oppoſés à ceux que l'on a obſervés; & ces trois droites, qui doivent ſe couper au même point, ſi l'opération eſt bien faite, détermineront, au moyen de cette interſection, le point *h*, qui ſera le point demandé.

Démonſtration. Les deux points *H* & *h* ſont les ſommets de triangles ſemblables, qui ont pour baſes correſpondantes des côtés homologues des deux figures; donc ces deux points ſont ſemblablement placés de part & d'autre.

Remarque. Au moyen de ces quatre méthodes, on voit que l'on eſt en état de lever avec la bouſſole, comme avec la planchete, tous les détails d'un terrain; ſoit que l'on opere dans la plaine, ſoit qu'on opere dans les montagnes, toutes les fois que rienne s'oppoſe à l'uſage de l'aiguille aimantée.

Comparaiſon de la bouſſole & de la planchete. La facilité avec laquelle on vérifie, preſqu'à chaque ſtation, les opérations de la planchete lui donne, quant à la juſteſſe, un avantage réel ſur la bouſſole; elle n'en a pas moins quant à la promptitude de la marche & à l'exactitude des figurés, lorſqu'il s'agit de détailler minutieuſement un pays.

Il eſt aiſé de concevoir qu'en deſſinant le terrain ſur le terrain même, entre des points placés géométriquement, on l'exprime avec bien plus de vérité & de juſteſſe que lorſqu'on le raporte à la maiſon, d'après des figurés toujours tâtonés, toujours inexacts, & qui s'alterent encore, en les ramenant à des poſitions géométriques. La bouſſole oblige de faire en deux fois ce que l'on fait en une ſeule avec la planchete; elle eſt toujours incertaine dans ſa marche, & il n'y a que l'emploi de la quatrieme méthode, où l'on a déja des points déterminés, qui l'empêche d'aller d'erreur en erreur, parce que chaque opération y eſt indépendante de celles qui ſuivent ou qui précedent. Le vent, le fer & d'autres cauſes qui exiſtent ſouvent, ſans pouvoir être aſſignées, dérangent la direction de l'aiguille, & font prendre des angles dont on ne peut apercevoir le défaut que lorſqu'on fait uſage de ſes opérations.

La planchete orientée au moyen du déclinatoire eſt bien ſujete aux mêmes dérangemens, mais l'on s'en aperçoit en opérant, & l'on y remédie au moyen des différentes pratiques que nous avons données pour ſuppléer l'aiguille aimantée.

Il ne ſuit pas de là qu'il faille abandoner l'uſage de la bouſſole. Si l'exactitude de la planchete eſt plus avantageuſe à l'ouvrage, elle l'eſt beaucoup moins à celui qui y travaille. La néceſſité de figurer ſans ceſſe à vue, en levant à la bouſſole, accoutume l'œil à juger les diſtances à prendre l'ouverture des angles, à renfermer des eſpaces ſans inſtrument. On ſe rend compte chaque jour de ſes erreurs, en conſtruiſant d'après les vrais angles & les vraies diſtances, & l'on parvient à rectifier ſa marche, juſqu'à l'exactitude la plus approchée.

Il n'eſt pas toujours beſoin d'un travail minutieuſement détaillé; on peut même figurer de grands eſpaces à vue, & les aſſujétir à un canevas donné, au moyen de très-peu de ſtations faites à la bouſſole. Celui qui leve ainſi, a l'avantage de pouvoir être à cheval, & de réunir par conſéquent tout ce qui concourt à donner de la rapidité à l'ouvrage. C'eſt ſur-tout lorſqu'il eſt queſtion de cartes deſtinées à éclairer les opérations des armées, qu'il eſt eſſentiel de préférer les moyens

qui

Digitized by Google

qui tendent le plus à procurer la facilité de ſe paſſer tout-à-fait d'inſtrumens.

Plus la planchette met de juſteſſe dans ſa marche, moins elle laiſſe à faire à celui qui s'en ſert; il n'acquiert que l'art de la manier avec habileté, & de lui donner toute la viteſſe dont elle eſt ſuſceptible.

Nous conclurons de cette comparaiſon, que la différence des vues & des circonſtances peut faire choiſir l'un de ces inſtrumens préférablement à l'autre; mais que d'inſtrument à inſtrument, la planchette l'emporte de beaucoup ſur la bouſſole.

Du calcul d'une ſuite de triangles pour la conſtruction d'un canevas de carte.

Définitions & Remarques. On ſe ſert d'un graphometre pour meſurer l'ouverture des angles que forment les rayons viſuels tirés d'un point où l'on eſt ſur tous les objets qui ſont aux environs.

Un graphometre eſt un demi-cercle de cuivre, diviſé en 180 degrés, ſubdiviſés eux-mêmes en leurs parties. Il a deux diametres, l'un fixe, l'autre mobile, qui ſervent à prendre l'ouverture des angles. Ces deux diametres ſont les lignes de foi de deux alidades à pinnules ou à lunettes. (*Voyez* DEMI-CERCLE, GRAPHOMETRE.) Le graphometre ſe meut ſur un genou ſoutenu par un pied à trois branches, ou à une ſeule, & on le diſpoſe toujours horizontalement pour les opérations dont nous avons à parler.

On vérifie la juſteſſe d'un graphometre, 1°. quant à la poſition des alidades, en dirigeant la mobile ſur le même point que la fixe, pour voir ſi elle marque o, & par conſéquent ſi ces deux alidades conviennent parfaitement; 2°. quant à l'exactitude des diviſions, en prenant l'ouverture de tous les angles formés autour d'un point, dans un plan horizontal, & en examinant ſi leur ſomme eſt égale à 360 degrés.

Il faut avoir ſoin de répéter la vérification des deux alidades, à chaque opération que l'on fait; & lorſqu'étant dirigées ſur le même objet, elles forment entr'elles un petit angle, on a ſoin d'en prendre note, en déſignant s'il eſt intérieur ou extérieur. Cet angle s'appele *angle du parallélisme*.

Il y a des graphometres où l'on peut rectifier l'erreur du parallélisme, au moyen d'une vis de rapel. Cette facilité diſpenſe de faire mention de l'angle des deux alidades dans le regiſtre des obſervations.

Les meilleurs graphometres ſont ceux qui ont le plus grand rayon, parce que les ſubdiviſions y ſont plus diſtinctes, & que, permettant d'eſtimer encore à l'œil les parties de leurs intervalles, elles donnent le moyen de meſurer les ouvertures des angles avec la plus grande exactitude.

Nous ſuppoſerons, dans la réſolution du problême ſuivant, que l'on peut toujours ſe placer au centre des poſitions où l'on obſerve, & nous ferons voir enſuite comment on peut réduire au centre d'un lieu quelconque, les angles qui ont été obſervés à ſa circonférence.

Problême. Déterminer, au moyen du calcul, les diſtances des objets les plus apparens d'un pays, tels que les clochers, les tours, les châteaux, les moulins à vent, *&c.*

Solution. Soient *I*, *K*, *L*, *D*, *E*, *F*, *G*, *H*, *O*, &c., *Fig.* 137, les points dont on veut former une chaine de triangles pour en calculer les côtés; on choiſira, dans la campagne, la portion de plaine la plus unie & la mieux diſpoſée pour apercevoir les objets d'à-l'entour. Alors, faiſant planter une ſuite de jalons bien alignés ſur la plus grande longueur *AB*, on meſurera cette baſe avec la chaine portée bien horizontalement, & l'on répétera, au moins une fois, cette opération, pour en mieux aſſurer l'exactitude. Nous ſuppoſerons, dans les calculs ci-après, que cette baſe eſt de 2600 toiſes.

La baſe étant meſurée, à l'une de ſes extrémités *A*, on établira ſon graphometre, de maniere que le centre réponde au point *A*, & que le diametre fixe conviene parfaitement avec *AB*; on dirigera alors ſucceſſivement l'alidade mobile ſur les objets *E*, *F*, *G*, & l'on écrira les ouvertures des angles que font ces trois rayons avec *AB*, dans l'ordre ſuivant, ſur un regiſtre.

Parallélisme. o.

OBSERVATION AU POINT *A*,

Entre *B*,

Et *E*	20.°	20'.	0.″
Et *F*	51.	24.	30.
Et *G*	127.	0.	0.

Ces angles étant inſcrits ſur le regiſtre, on placera le diametre fixe ſur *AG*; & dirigeant l'alidade mobile ſur le point *H*, on écrira à la ſuite des premiers angles, l'ouverture de l'angle compris entre *G* & *H*, de cette maniere.

Digitized by Google

Parallélisme.	Entre *G*			
0.	Et *H*	98°.	54'.	0".

Cet angle étant observé, comme l'objet que l'on peut encore apercevoir, s'éloigne beaucoup de l'alignement *A G*, on changera de nouveau la position de l'alidade fixe que l'on mettra sur *A H*, & l'on continuera d'écrire sur le registre, à mesure que l'on opérera.

Parallélisme.	Entre *H*			
0.	Et *O*	41.0	54'	45".
	Et *N*	75.	42.	15.
	Et *M*	92.	28.	7.
	Et *C*	106.	53.	30.
	Et *L*	108.	12.	0.
	Et *B*	134.	6.	0.
	Somme des plus grands angles formés sur les trois alignemens fixés, ou tour de l'horizon . . .	360.	0.	0.

Tous les points que l'on peut apercevoir du point *A* étant observés, on fera la somme des plus grands angles formés sur les trois alignemens fixes que l'on a pris en faisant le tour de l'horizon, ou autrement, sur les trois premiers pointés, & l'on verra s'ils valent ensemble 360 degrés, & si par conséquent les trois positions de l'instrument ont été justes.

Cette vérification faite, on se portera au point *B*. On placera alors le centre du graphometre sur ce point, & l'alidade fixe étant sur *B A*, on dirigera l'alidade mobile sur les points *H*, *O*, *N*, *C*, *M*, *L*. Ensuite, sur les points *D* & *E*, l'alidade fixe étant sur *B L*; & enfin, sur les points *F*, *G*, *A*, l'alidade fixe étant sur *B E*, ce qui s'écrira ainsi successivement, en prenant chaque ouverture d'angle.

Parallélisme.	OBSERVATION AU POINT *B*,			
30." extérieur.	Entre *A*			
	Et *H*	150.	30'.	0".
	Et *O*	29.	56.	15.
	Et *N*	36.	20.	0.
	Et *C*	42.	30.	30.
	Et *M*	65.	12.	54.
	Et *L*	114.	29.	45.
	Entre *L*			
Id.	Et *D*	60.	26.	0.
	Et *E*	130.	48.	15.
	Entre *E*			
Id.	Et *F*	82.	6.	
	Et *G*	99.	4.	
	Et *A*	114.	40.	30.
	Somme des plus grands angles formés sur les alignemens fixes	359.	58.	30.
	Parallélisme additif		1.	30.
	Tour de l'horizon	360.		

Digitized by Google

Les obſervations faites aux extrémités de la baſe *AB* étant terminées & enregiſtrées, on ſe portera dans tous les points principaux *L*, *M*, *C*, *N*, *G*, *E*, &c., ſur leſquels on a tiré des rayons, & on y fera de même qu'aux points *A* & *B*, des obſervations ſur les objets environans, que l'on enregiſtrera avec le plus grand ordre, & ainſi de ſuite, parcourant toute l'étendue de terrain que doit embraſſer la carte.

Le but de toutes ces opérations eſt d'avoir toujours trois angles obſervés pour le calcul de chaque triangle, ou au moins trois rayons ſur les objets où l'on ne peut ſe placer pour obſerver. Cette ſuite de ſtations met à même de réſoudre le problême propoſé de la maniere ſuivante.

On fait d'abord un croquis de l'ordre dans lequel ſont placés les points du canevas demandé, & enſuite on ſe ſert du raporteur & de ſon livre d'enregiſtrement pour le rectifier, & préparer ainſi les moyens de calculer la chaîne des triangles. Pour cet effet, on tire, ſur le papier, une droite *AB*, *Fig.* 138, contenant autant de parties d'une petite échele, que la baſe *AB* contient de toiſes ſur le terrain; & choiſiſſant le point *C* pour ſommet du premier triangle, on fait aux extrémités de *AB* les angles *CAB* & *CBA*, tels qu'on les déduit de ſon regiſtre: c'eſt-à-dire, que, pour avoir l'angle *ABC*, on ajoute au nombre de degrés qu'il contient, 90 ſec. pour l'angle extérieur du paralleliſme; car cet angle eſt additif ou ſouſtractif, ſuivant qu'il eſt extérieur ou intérieur. Tirant alors *CA* & *CB* pour avoir le triangle *ABC*, on écrit ſur la baſe *AC* le nombre de toiſes qu'elle contient.

Les deux côtés *AC* & *CB* du triangle *ACB* étant conſidérés comme baſes de nouveaux triangles *ANC*, *CMB*, on cherche dans ſon regiſtre le nombre de degrés des angles *NAC*, *NCA*, pour avoir le triangle *ANC*, & celui des degrés des angles *MCB*, *MBC*, pour avoir le triangle *CMB*, &c.

À meſure que l'on conſtruit ces triangles ſur le papier, on a ſoin d'écrire les noms des objets qui les forment, dans la premiere colonne de la table qui ſuit, les uns ſous les autres, en plaçant à côté de chacun d'eux la valeur de l'angle que l'on y a obſervé.

En formant ainſi tout ſon canevas de triangle en triangle, & en plaçant leurs angles dans l'ordre que nous venons d'indiquer, on a un tableau où l'on voit, à partir du premier triangle, tout ce qui eſt donné pour la réſolution de chacun d'eux. On fait, ſur ce même tableau, les opérations néceſſaires pour conclure la valeur de leurs côtés; & à meſure qu'on les calcule, on écrit les nombres de toiſes que contiennent ces côtés, à la ſuite du calcul. Cette table une fois dreſſée, on voit évidemment que l'on a de quoi établir, ſur telle échele que l'on voudra, le fond de carte que l'on a propoſé de former.

Digitized by Google

PREMIER MODELE DE TABLE

Pour le calcul des triangles principaux d'un canevas de carte.

Noms des objets.	Angles.	Corrections.	Logarithmes.	Côtés en toises.
	° ′ ″			
A..	27. 12. 30.		Log. Base *AB* 3.4149733	*AB* 2600.
B..	42. 31. 0.		— log. fin. *C* 9.9722215	
C..	110. 16. 30.		+ log. fin. *A*. 9.6601321	
	180.	1	— différ. de log. *AB* à log. fin. *C*. . 6.5572482	
			+ log. fin. *B*. 9.8298212	
			Log. *BC* 3.1018839	*BC* 1267. 3
			Log. *AC* 3.2725730	*AC* 1873. 1
			Log. *AC* 3.2725730	*AC* 1873. 1
A..	31. 11. 15		— log. fin. *N*. 9.9990713	
C..	55. 4. 0.		+ log. fin. *A*. 9.7141959	
N..	93. 44. 45.		— différ. de log. *AC* à log. fin. *N*. . 6.7264983	
	180.		+ log. fin. *C*. 9.9137179	
			Log. *CN*. 2.9876976	*CN* 972.
			Log. *AN*. 3.1872196	*AN* 1530. 9.
			Log. *CN*. 2.9876976	*CN* 972.
C..	74. 56. 0.		— log. fin. *M*. 9.9360621	
N..	45. 24. 0.		+ log. fin. *C*. 9.9848081	
M..	59. 40. 0.		— différ. de log. *CN* à log. fin. *M*.. 6.9483645	
	180.		+ log. fin. *N*. 9.8524959	
			Log. *NM*. 3.0364436	*NM* 1087. 5
			Log. *CM*. 2.9041314	*CM* 801. 9
			Log. *BC*. 3.1028839	*BC* 1267. 3
B..	22. 41. 54.		— log. fin. *M*. 9.7852024	
C..	119. 43. 30.		+ log. fin *B*. 9.5864512	
M..	37. 34. 36.		— différ. de log. *BC* à log. fin. *M*.. 6.6823185	
			+ log. fin. *C*. 9.9387274	
			Log. *CM*. 2.9041327	*CM* 801. 9
			Log. *BM*. 3.2564089	*BM* 1804. 7

Explication de cette table. Les trois angles du triangle *ABC* étant connus ainſi que la baſe *AB*, on a (*Voyez* TRIGONOMÉTRIE) $BC = \frac{AB \times \text{fin. } A}{\text{fin. } C}$ & $AC = \frac{AB \times \text{fin. } B}{\text{fin. } C}$, ou bien, en ſe ſervant des logarithmes, on a log. *BC* = log. *AB* — log. fin. *C* + log. fin. *A*, & log. *AC* = log. *AB* — log. fin. *C* + log fin. *B*.

En conſéquence des opérations néceſſaires pour réſoudre le triangle *ABC*, on a écrit, dans la premiere colonne, les noms des trois objets qui ſervent à le former; dans la ſeconde, on a placé la valeur des angles qui répondent à chacun de ces objets; dans la troiſieme, après avoir mis le log. de fin. *C*, avec le ſigne —, ſous le log. de *AB*, on a placé leur différence entre le log. fin. *A* & le log. fin. *B*; & ayant ſouſtrait ſucceſſivement cette différence du log. fin. *A* & du log. fin. *B*, on a écrit les deux réſidus ou log. *BC*, & log. *AC*, l'un ſous l'autre, toujours dans la même colonne. Enfin, dans la quatrieme, ſe trouvent les trois côtés en toiſes *AB*, *BC*, *AC*, dont les deux derniers étoient à réſoudre, & qui répondent à log. *AB*, log. *BC* & log. *AC*.

Digitized by Google

L'ordre des calculs à faire pour la réſolution du triangle ACN, étant ſemblable à celui que l'on a ſuivi pour ABC, la table contient, comme pour celui-ci, les noms des trois objets A, C, N, les angles qui y répondent, les opérations indiquées pour avoir log. CN & log. AN, & les trois côtés AC, CN, AN.

Il en eſt de même pour les triangles CNM & BCM, & par conſéquent pour tous les autres qui formeroient le canevas de carte propoſé, & qui ſeroient inſcrits dans la table.

Quelque ſimple que ſoit la table dont nous venons de donner le modele, la ſuivante le paroîtra encore davantage, puiſqu'au lieu de trois ſouſtractions à faire pour chaque triangle, elle n'exige que trois additions.

SECOND MODELE DE TABLE

Pour le calcul des triangles principaux d'un canevas de carte.

Noms des objets.	Angles.	Corrections.	LOGARITHMES.	Côtés en toiſes.
	° ′ ″		Log. AB 3.4149733	AB 2600.
A..	27. 12. 30.		Compl. arith. du log. ſin. C 277785	
B..	42. 31. 0.		Log. ſin. A 9.6601321	
C..	110. 16. 30.		Somme { log. AB . . . . . compl. arith. du log. ſin. C } 3.4427518	
	180		Log. ſin. B 9.8298212	
			Log. BC 3.1028839	BC 1267. 3
			Log. AC 3.2725730	AC 1873. 1
			Log. AC 3.2725730	AC 1873. 1
A..	31. 11. 15.		Compl. arith. log. ſin. N 9287	
C..	55. 4. 0.		Log. ſin. A 9.7141959	
N..	93. 44. 45.		Somme { log. AC . . . . . compl. arith. log. ſin. N. } 3.2735017	
	180		Log. ſin. C 9.9137179	
			Log. CN 2.9876976	CN 972.
			Log. AN 3.1872106	AN 1538. 9
			Log. CN 2.9876976	CN 972.
C..	74. 56. 0		Compl. arith. du log. ſin. M 639379	
N..	45. 24. 0.		Log. ſin. C 9.9848081	
M..	59. 40. 0.		Somme { log. CN . . . . . compl. arith. log. ſin. M. } 3.0516355	
	1		Log. ſin. N 9.8524959	
			Log. NM 3.0364436	NM 1087. 5
			Log. CM 2.9041314	CM 801. 9
			Log. BC 3.1028839	BC 1267. 3
B..	22. 41. 54.		Compl. arith. log. ſin. M 2147976	
C..	119. 43. 30.		Log. ſin. B 9.5864512	
M..	37. 34. 36.		Log. ſin. C 9.9387274	
	180			
			Log. CM 2.9041327	CM 801. 9
			Log. BM 3.2564089	BM 1804. 7

Digitized by Google

Explication de cette table. Soit nommée complément arithmétique du logarithme d'un ſinus, la différence de ce logarithme au logarithme du ſinus total; c'eſt-à-dire, ſoit établie cette égalité: complément arithmétique du log. du ſinus donné = 10.0000000 — log. de ce ſinus. Il ſuit de là que, ſi, dans le calcul du triangle CAB, au lieu de — log. ſin. C, on prend le complément arithmétique de log. ſin. C pour l'ajouter à log. AB, la ſomme qui en réſulte eſt plus grande de 10.0000000 que (log. AB — log. ſin. C); que par conſéquent l'addition ſucceſſive de cette ſomme avec log. ſin. A & log. ſin. B, donne deux nombres plus grands de 10.0000000, que log. BC & log. AC trouvés dans la premiere table, & qu'enfin ces deux nombres deviennent égaux aux deux logarithmes, ſi l'on retranche l'unité qui eſt à la gauche de leur caractériſtique, puiſqu'en ſupprimant cette unité, on retranche de chacun d'eux le log. 10.0000000.

En conſéquence, dans cette ſeconde table, on a ſubſtitué le complément arithmétique de log. ſin. C à — log. ſin. C; & l'ayant ajouté à log. AB, on a placé leur ſomme entre log. ſin. A & log. ſin. B, on a ajouté enſuite ſucceſſivement cette ſomme aux deux logarithmes; & n'écrivant point l'unité à gauche des deux réſultats, on a les log. de BC & AC, que l'on a écrit l'un ſous l'autre.

On a ſuivi la même marche pour tous les autres triangles, & l'on voit que le calcul de chacun d'eux, quand on connoît trois angles & un côté, ſe réduit à trois additions. On peut même ſe diſpenſer d'écrire la ſomme du logarithme de la baſe & du complément arithmétique du log. ſin. de l'angle oppoſé, entre les log. des deux autres angles, comme dans la caſe du triangle BCM, où l'on a fait l'addition des trois quantités log. BC, complément arith. log. ſin. M & log. ſin. B pour avoir log. CM; & l'addition des trois quantités log. BC, complément arith. log. ſin. M, & log. ſin. C pour avoir log. BM, en retranchant toujours l'unité à la gauche des ſommes réſultantes.

Lorſque l'on a des tables de ſinus qui contiennent les logarithmes des ſécantes, au lieu de retrancher le logarithme d'un ſinus du logarithme du rayon pour avoir le complément arithmétique du logarithme de ce ſinus, on prend le logarithme de la co-ſécante qui y répond, en retranchant une unité à la gauche de ſa caractériſtique; car (*Voyez* TRIGONOMÉTRIE) co-séc. $= \frac{RR}{\text{sin.}}$; par conſéquent log. co-séc. = 2 log. R — log. ſin.; donc log. co-séc. — 10.0000000 = 10.0000000 — log. ſin. = complément arith. log. ſin.

Remarques. L'ordre dans lequel ſont écrits les trois objets qui forment un triangle, eſt toujours le même dans les tables: les deux premiers repréſentent les extrémités du côté connu, & le troiſieme, l'objet oppoſé à cette baſe. Cet arrangement conſtant déſigne tout de ſuite le côté connu dans un triangle, & les deux côtés que l'on ſe propoſe d'y connoître.

En conſidérant le canevas des triangles ſur la Figure 138, on voit qu'après avoir calculé le triangle ABC, on pouroit ſe ſervir indifféremment du côté AC ou du côté CB, pour parvenir à calculer tous les autres triangles, & que par conſéquent ces deux côtés pouroient être les racines de deux différentes tables des mêmes triangles, qui prouveroient réciproquement leur exactitude par des produits identiques. Dans la pratique ordinaire, après avoir calculé tous les triangles qui ſont du côté de AC, on revient du côté de BC pour calculer les triangles qui l'avoiſinent, & enſuite à la baſe AB pour la réſolution de ceux qui ſont le plus à ſa portée. En employant ſucceſſivement ces premiers côtés; on évite de multiplier les petites erreurs qui réſultent néceſſairement d'une ſuite de calculs tous dérivant d'une même baſe. Quant à la vérification de la longueur des côtés de chacun des triangles où l'on connoît trois angles obſervés & un côté, on ſe ſert des opérations que l'on eſt obligé de faire pour trouver la diſtance de l'objet oppoſé au côté connu, à une méridienne & à ſa perpendiculaire, ainſi que nous l'expliquerons ci-après.

Lorſque le pays, où l'on opere, eſt découvert, & que l'on ſe propoſe d'en parcourir une grande étendue, il eſt avantageux de commencer ſes ſtations par les trois ou quatre objets les plus diſtingués & les plus éloignés que l'on aperçoive l'un de l'autre, & que l'on puiſſe lier à la baſe meſurée. Cette précaution ſert à prendre une connoiſſance générale du terrain & des différens objets que l'on a à parcourir, & elle abrege les tâtonemens que l'on éprouve pour reconoître d'un endroit les points que l'on a déja obſervés d'un autre. De plus, les côtés des grands triangles, que l'on forme au moyen de ces ſtations éloignées, peuvent ſe calculer, & fournir les moyens de vérifier les calculs faits pour la réſolution des triangles intermédiaires. Il ſeroit à déſirer que l'on pût renfermer tout un pays dans un ſeul triangle, & que ſes trois côtés ſerviſſent de premieres baſes aux ſuites des triangles qui doivent fonder le canevas des poſitions.

On ne ſe borne pas toujours à faire meſurer une ſeule baſe; ſi l'enchaînement des triangles eſt conſidérable, on apuiſe ſon travail ſur une ſeconde, & en comparant les réſultats qu'elle donne avec ceux de la premiere, on aſſure ſa marche autant qu'il eſt poſſible.

En déterminant les trois angles d'un triangle, d'après ſon regiſtre d'obſervation, ſur la table du canevas, il peut ariver que leur ſomme ſoit un peu plus grande ou plus petite que 180°, à cauſe de la difficulté d'eſtimer avec une juſteſſe parfaite ce que l'ouverture d'un angle peut avoir au delà d'une des diviſions de l'inſtrument, lorſque l'alidade mobile ne tombe pas exactement ſur cette divi-

Digitized by Google

sion. Alors on partage cette petite différence en trois parties proportionelles aux trois angles pour les ajouter à chacun d'eux, ou les en retrancher, suivant que la différence est en plus ou en moins. La petite colonne où l'on inscrit ces corrections à faire, doit être dans les tables immédiatement à la droite de celle où l'on trouve les valeurs observées des angles.

Des objets de détail qui n'entrent pas dans la chaîne des grands triangles. Outre les objets principaux qui composent la grande chaîne d'un canevas, il se trouve une infinité d'objets intermédiaires que l'on est bien aise de déterminer, & sur lesquels on a fait des observations, telles que des chapelles, des maisons distinguées des hameaux, des arbres remarquables & des jalons que l'on a placés pour faciliter la levée topographique du pays. On construit en conséquence une table à part, pour y faire entrer tous les triangles que forment ces objets avec les bases déja calculées des grands triangles; & cette nouvele table, ordonée d'après les mêmes principes que la premiere, complete avec celle-ci tout ce que l'on peut désirer de plus étendu pour le canevas d'une carte.

Il arive quelquefois, sur-tout pour les objets de détail, que l'on ne peut pas avoir trois angles observés dans un triangle. On se contente, en ce cas, des deux que l'on a aux extrémités de la base; on retranche leur somme de 180°, pour avoir le troiseme angle, & l'on calcule la position de son sommet, comme à l'ordinare, en ayant toujours soin de raporter ce sommet à une seconde base, afin de vérifier, par un nouveau calcul, la justesse du premier.

De la réduction des angles au centre d'un lieu d'observation.

Nous avons supposé, dans le calcul d'une chaîne de triangles, que les observations des angles avoient toujours été faites au centre même des objets qui formoient le fond d'une carte. Cela n'est possible cependant que lorsqu'on se sert des signaux placés sur les hauteurs, pour points fondamentaux de son travail. Lorsqu'il faut opérer dans les clochers, tours & moulins, &c. il arive souvent que l'on ne peut s'établir qu'à leur circonférence, & que l'on ne prend pas par conséquent avec exactitude les mêmes ouvertures d'angles que l'on auroit eues, en se plaçant au centre du lieu d'observation.

Quelques petites que soient les différences qui en résultent, sur-tout lorsque les triangles ont des côtés un peu étendus, on ne sauroit trop s'appliquer à rectifier scrupuleusement des erreurs qui iroient en se multipliant, & qui deviendroient à la fin très-sensibles. Il est donc essentiel d'avoir une méthode pour raporter au centre des lieux où l'on opere, les angles observés à leur circonférence, & nous n'avons négligé d'y avoir égard, dans la construction d'un canevas de carte, que pour en faciliter l'intelligence, & ariver, par gradation, à une marche plus composée.

Définitions. Le centre du lieu où on observe étant désigné par C, *Fig.* 139, 140, 141, 142, 143, 144), & le point où est placé le graphometre par *A*, si l'angle *B A D* représente l'angle observé, & *A B* la position du diametre fixe du graphometre, 1°. l'intervalle *A C* compris entre le point de station *A* & le centre *C*, se nomme la distance au centre; 2°. le prolongement indéfini *A H* de la droite *A C* s'appelle *la direction*; 3°. les côtés *A B*, *A D* de l'angle observé sont nommés *rayons visuels*; 4°. les droites *C B*, *C D*, tirées du centre du lieu d'observation aux extrémités des côtés de l'angle observé, sont appelées *rayons centraux*; 5°. on nomme angle à la direction un angle tel que *B A H* ou *D A H*, formé par un rayon visuel & la direction; 6°. on appele angles opposés à la distance, les angles *A B C*, *A D C*, compris entre un rayon visuel & le rayon central correspondant; 7°. enfin les triangles *A B C*, *A D C* que forment la distance au rayon visuel & le rayon central correspondant, sont appelés triangles sur la distance.

Observation. Avant que de réduire les angles au centre, on doit avoir construit, au moyen d'une échele & d'un raporteur, le canevas des triangles que l'on a à résoudre. Ce premier travail met à même de trouver à peu près la distance d'un point à un autre ou le rayon central, soit en se servant du calcul, soit en employant simplement l'échele & le compas. Nous ferons voir bientôt que cent ou deux cents toises de plus ou de moins sur un rayon d'une lieue de longueur, ne peuvent causer aucune erreur dans l'emploi de cette distance pour la réduction de l'angle au centre.

Problème. Connoissant l'angle observé *B A D*, la distance au centre *A C* & l'angle à la direction *B A H*, trouver l'angle au centre *B C D*, *Fig.* 139, 140, 141, &c.

Solution. La différente position du centre C, relativement à l'angle observé, offre différens cas qu'il faut parcourir les uns après les autres. 1°. Supposons que le centre C soit sur le prolongement du rayon visuel *A B*, *Fig.* 139, alors l'angle observé *B A D* est égal à l'angle à la direction *H A D*; mais l'angle *H A D* étant extérieur au triangle *A D C*, est égal aux deux intérieurs opposés *C* & *D*, & par conséquent l'angle au centre *B C D* est égal à l'angle observé *B A D*, moins l'angle *D* opposé à la distance; il faut donc résoudre le triangle sur la distance *A D C*, pour avoir la valeur de l'angle *D*. Or on connoît, dans ce triangle, la distance au centre *A C*, le rayon central *D C* & le supplément *C A D* de l'angle à la direction *H A D*. Le sinus de l'angle *D* est donc égal (*Voyez* TRIGONOMÉTRIE) à $\frac{\text{sin. } C A D \times A C}{C D}$, ou bien log. sin.

Digitized by Google

D = log. ſin. CAD + log. AC — log. CD; donc, en retranchant l'angle qui répond à ſin. D ou à log. ſin. D de l'angle obſervé BAD, ou à l'angle au centre BCD.

2°. Soit le centre C ſur l'un des côtés AB de l'angle obſervé BAD, *Fig.* 140, on voit que l'angle au centre BCD = l'angle obſervé BAD + l'angle D oppoſé à la diſtance; mais ſin. D = $\frac{\text{ſin. } CAD \times AC}{CD}$, ou log. ſin. D = log. ſin. CAD + log. AC — log. CD; donc, en ajoutant l'angle qui répond à log. ſin. D à l'angle obſervé BAD, ou à l'angle au centre BCD.

3°. Le centre C étant au delà du point de ſtation A, *Fig.* 141, de maniere que la diſtance AC, prolongée en H, diviſe l'angle obſervé BAD, en deux autres BAH & HAD; alors chacun de ces deux nouveaux angles, ayant le centre C ſur le prolongement de l'un de ſes côtés, ſe réduit au centre, comme dans le premier cas, l'angle $BCH = BAH - B$, & l'angle $HCD = HAD$, $— D$; donc l'angle au centre BCD = l'angle obſervé BAD — les deux angles B & D oppoſés à la diſtance.

4°. Si le centre C eſt au dedans de l'angle obſervé BAD, *Fig.* 142, cet angle & l'angle au centre BCD ſont diviſés par le prolongement de la diſtance AC, chacun en deux autres angles qui ſe raporterent au ſecond cas; car l'angle $BCH = BAH + B$, & l'angle $HCD = HAD + D$; donc l'angle au centre BCD = l'angle obſervé BAD + les deux angles B & D oppoſés à la diſtance.

5°. Imaginons le centre C à gauche du point de ſtation A, *Fig.* 143, de ſorte que le prolongement AH de la diſtance ſoit au dehors de l'angle obſervé BAD, alors l'angle BED étant extérieur aux deux triangles BCE & DAE, eſt égal en même temps aux deux angles B & BCE, & aux deux angles D & DAE, on a donc B + $BCE = D + DAE$, & par conſéquent l'angle au centre BCD ou BCE = l'angle obſervé BAD ou EAD + l'angle D oppoſé à la diſtance — l'angle B auſſi oppoſé à la diſtance.

6°. Soit enfin le centre C à droite du point de ſtation A, *Fig.* 144, de maniere que le prolongement AH de la diſtance ſe trouve au dehors de l'angle obſervé, ou à l'angle extérieur $BED = BCD + D = BAD + B$, par conſéquent l'angle au centre BCD = l'angle obſervé BAD + l'angle B oppoſé à la diſtance — l'angle D auſſi oppoſé à la diſtance.

Remarque 1re Des ſix cas que nous venons d'examiner, le 1er, le 3e, le 5e & le 6e ſont ceux qui ſe préſentent ordinairement; le 2e & le 4e ſont fort rares, cependant ils peuvent ſe rencontrer.

2°. Le ſinus de chaque angle oppoſé à la diſtance eſt le quatrieme terme d'une proportion, dont le rayon central, la diſtance au centre & le ſinus de l'angle oppoſé au rayon central ſont les trois premiers termes: or la grande différence qu'il y a entre le rayon central & la diſtance au centre fait que l'on peut ſe diſpenſer de calculer le rayon, & ſe contenter de l'avoir à peu près, au moyen du compas & de l'échele, d'après le canevas des triangles à réſoudre. Quand on compare une lieue à quelques pieds, & que l'on cherche, au moyen de ce raport, le quatrieme terme d'une proportion, on eſt bien ſûr que ce quatrieme terme, conſu du grand au petit, d'après un raport dont les deux termes ſont ſi inégaux, ne peut pas éprouver de différence conſidérable, quand même on négligeroit deux cents toiſes ſur le premier terme, & même davantage, à meſure que le rayon central augmente de longueur. Quelquefois, pour réduire au centre les plus grands angles formés ſur les alignemens fixes, afin de vérifier l'exactitude d'un tour d'horizon, on ſe contente d'eſtimer le rayon central à vue, ou d'après les gens du pays.

3°. Si l'on vouloit employer le procédé le plus rigoureux, on réſoudroit d'abord les triangles de ſon tableau, comme on l'a fait, ſans avoir égard à la réduction de l'angle au centre; on ſe ſerviroit enſuite des côtés trouvés par ce calcul, pour réduire au centre, ſur ſon regiſtre d'obſervation, les angles dont on a beſoin, & l'on formeroit un nouveau tableau des véritables triangles pour en calculer les côtés.

De l'enregiſtrement des détails d'une obſervation, quand on veut réduire les angles au centre, & des opérations à faire ſur ſon regiſtre pour parvenir à conſtruire les tables des triangles. La réduction de l'angle au centre ſuppoſe qu'après, chaque ſtation A, *Fig.* 144, *&c.*, où l'on n'a pu s'établir au centre du lieu d'obſervation, on a enregiſtré l'angle à la direction BAH & la longueur de la diſtance AC; pour cet effet, laiſſant l'alidade fixe dans ſa poſition, on fait tourner la mobile juſqu'à ce qu'elle ſoit dirigée ſur le centre du lieu où l'on opere, & qu'elle détermine la direction. On examine alors quel angle cette direction fait avec l'alignement fixé, & ſi cet angle eſt à droite ou à gauche de cet alignement; on meſure enſuite la diſtance du centre au point de ſtation, & l'on écrit ces deux obſervations ſur ſon regiſtre.

Suppoſons, par exemple, que la baſe AB, que l'on a meſurée pour former un canevas de carte, étoit terminée par deux tours AAA, BB, *Fig.* 145, 146, au centre deſquelles on n'a pu obſerver, on enregiſtrera les ouverrures d'angles & les autres détails dépendans de chaque ſtation, dans l'ordre ſuivant.

Digitized by Google

MODELE D'ENREGISTREMENT.

Angles réduits.	Corrections faites,	Corrections à faire.	Parallélisme.	Observations.
				OBSERVATION AU POINT *A*.
				I.ere Position.
				Entre *B*
				Et *E* . . . . . 200. 20'. 24".
				Et *F* . . . . . 51. 25. 43.
127. 0. 1".	−0'. 38". −2. 29.	−1". 3"'. 1/2	. . . . .	Et *G* . . . . . 127. 3. 8.
				Et la direction à droite 35.
				Distance 5 pieds.
				II.e Position.
				Entre *G*
98. 54. 1.	−2. 8. −2. 1.	− 40. 3/4	. . . . .	Et *H* . . . . . 98. 58. 10.
				Et la direction à droite. 45. 20.
				Distance 6.p
				III.e Position.
				Entre *H*
75. 42. 15.	−2. 51.		. . . . .	Et *O* . . . . . 41. 56. 3.
	+0. 6.		. . . . .	Et *N* . . . . . 75. 45. 0.
106. 53. 30.	−2. 51.		. . . . .	Et *M* . . . . . 92. 31. 22.
	−1. 2.		. . . . .	Et *C* . . . . . 106. 57. 23.
134. 6. 1.	−2. 51. −1. 17.	−1. 6. 3/4	. . . . .	Et *L* . . . . . 108. 15. 23.
				Et *B* . . . . . 134. 10. 9.
				Et la direction à droite 78.
Tour de l'horizon, 360. 0. 3.		−3".		Distance 7.p
				Tour de l'horizon. 360 11. 27.
			30'. extérieur	OBSERVATION AU POINT *B*.
				I.ere Position.
				Entre *A*
				Et *H* . . . . . 15. 30. 39.
				Et *O* . . . . . 29. 57. 4.
42. 30. 30.	−1'. 27".			Et *N* . . . . . 36. 20. 30.
	+0. 47.		. . . . .	Et *C* . . . . . 42. 31. 10.
65. 12. 54.	−1. 27. −0. 27.		. . . . .	Et *M* . . . . . 65. 14. 48.
114. 29. 45.	−1. 27. −2. 13.		. . . . .	Et *L* . . . . . 114. 33. 25.
				Et la direction à droite. 55.
			Id.	Distance 8.p
				I.e Position.
				Entre *L*
130. 48. 15.	−2. 43. −1. 26.		. . . . .	Et *D* . . . . . 60. 26. 2.
				Et *E* . . . . . 130. 52. 24.
				Et la direction à droite 110.
			Id.	Distance 9.p
				Sans déranger l'Instrument.
				Entre *E*
				Et *F* . . . . . 82. 7. 1.
				Et *G* . . . . . 99. 3. 53.
114. 40. 30.	+1. 26. −1. 24.		. . . . .	Et *A* . . . . . 114. 40. 28.
Tour de l'horizon, 359. 58. 30. Parallélisme 1. 30.				Tour de l'horizon 360. 6. 17.

Digitized by Google

Ce modele d'enregiſtrement contient tout ce qui eſt néceſſaire pour calculer les deux angles oppoſés à la diſtance, relatifs à la réduction au centre de chaque angle qu'il renferme. 1°. Il fait connoître la diſtance au centre. 2°. Au moyen des angles de la direction avec les alignemens fixes, il faut trouver ceux que cette même direction forme avec les côtés d'un angle quelconque à réduire, & par conſéquent l'on voit tout de ſuite, en raportant la poſition de la direction à l'un des ſix cas du problême précédent, ſi les angles oppoſés à la diſtance ſont additifs ou ſouſtractifs. 3°. En conſtruiſant d'après lui un canevas à l'échele & au raporteur, on a à peu près la longueur de chaque rayon central.

Nous nous ſommes bornés aux deux obſervations faites aux points *A* & *B*, parce que tout autre ſe réduiſant aux mêmes détails, on voit aiſément comment on peut former un regiſtre complet d'obſervations pour conſtruire un canevas de carte.

Remarques 1.re La ſomme des plus grands angles pris ſur les alignemens fixes, qui doit être égal à 360°, lorſqu'on a pu ſe placer au centre, eſt ordinairement plus grande de quelques minutes lorſqu'on a été obligé de s'établir à la circonférence. Rien n'empêche, ſi l'on veut vérifier ſon tour d'horizon, de réduire tout de ſuite au centre les plus grands angles faits ſur les alignemens fixes, en eſtimant le rayon central, ou en le déterminant plus exactement lorſque l'on a des données ſuffiſantes, & de voir ſi la ſomme de tous ces angles eſt égale à 360°, à la petite différence près qui réſulte toujours des eſtimes.

2°. Dès que l'on a conſtruit au raporteur ſe canevas de ſes triangles, & que l'on veut réduire au centre ſur ſon regiſtre les angles dont on a beſoin, l'on commence toujours par les plus grands angles ſur les alignemens fixes; on écrit leur valeur réduite, dans la premiere colonne à gauche du regiſtre, ſur la même ligne que l'angle obſervé auquel elle répond, & l'on place dans la petite colonne qui ſuit les deux angles oppoſés à la diſtance qui ont ſervi à cette réduction, avec les ſignes + ou —, ſuivant qu'ils ſont additifs ou ſouſtractifs. On fait alors la ſomme de ces principaux angles réduits, en ajoutant à chacun d'eux la différence poſitive ou négative qui exprime le défaut de paralléliſme; & ſi cette ſomme eſt encore plus grande ou plus petite que 360°, on diviſe cette petite différence en parties proportionelles aux valeurs de ces angles principaux, & l'on écrit ces parties avec les ſignes + ou — dans la colonne des corrections à faire, à côté des angles réduits auxquels elles apartienent.

Ces premiers calculs étant faits, on examine quels ſont les autres angles que l'on a à réduire, on écrit de même leur valeur calculée dans la colonne des angles réduits, ſur la ligne des angles obſervés correſpondans, & l'on place dans la colonne des corrections faites les angles oppoſés à la diſtance qui répondent à ces valeurs avec les ſignes diſtinctifs.

C'eſt en reprenant le ſecond modele de la table des triangles, pour la conſtruire avec le nouveau regiſtre, que l'on verra clairement quels ſont les angles que l'on a à réduire.

Digitized by Google

MODELE DE TABLE

POUR LE CALCUL

Des Triangles principaux d'un canevas de Carte.

Noms des objets.	Angles.	Corrections.	Logarithmes.	Côtés en toises.
	° ′ ″			
A..	27. 12. 30.		Log. *AB* 3.4149733	*AB* 2600.
B..	42. 31. 0.		Compl. arith. du log. sin. *C* 277785	
C..	110. 16. 30.		Log. sin. *A* 9.6601321	
	180		Somme { log. *AB* . . . . . / compl. arith. du log. sin. *C* } 3. 4427518	
			Log. sin. *B* 9.8298212	
			Log. *BC* 3.1028839	*BC* 1267. 3
			Log. *AC* 3.2725730	*AC* 1873. 1
A..	31. 11. 15.		Log. *AC* 3.2725730	*AC* 1873. 1
C..	55. 4. 0.		Compl. arith. log. sin. *N* 9287	
N..	93. 44. 45.		Log. sin. *A* 9.7141959	
	180		Somme { log. *AC* . . . . . / compl. arith. log. sin. *N.* } 3. 2735017	
			Log. sin. *C* 9.9137179	
			Log. *CN* 2.9876976	*CN* 972.
			Log. *AN* 3.1872196	*AN* 1538. 9
C..	74. 55. 10.	+49.57 $\frac{13}{1787}$	Log. *CN* 2.9876976	*CN* 972.
N..	45. 23. 30.	+30.16 $\frac{36}{1787}$	Compl. arith. du log. sin. *M* 639379	
M..	59. 39. 20.	+39.46 $\frac{1136}{1787}$	Log. sin. *C* 9.9848081	
	179. 58.	+2′.	Somme { log. *CN* . . . . . / compl. arith. log. sin. *M.* } 3. 0516355	
			Log. sin. *N* 9.8524959	
			Log. *NM* 3.0364436	*NM* 1087. 5
			Log. *CM* 2.9041314	*CM* 801. 9
			Log. *BC* 3.1028839	*BC* 1267. 3
B..	22. 41. 54.		Compl. arith. log. sin. *M* 2147976	
C..	119. 43. 30.		Log. sin. *B* 9.5864512	
M..	37. 34. 36.		Log. sin. *C* 9.9387274	
	180			
			Log. *CM* 2.9041327	*CM* 801. 9
			Log. *BM* 3.2564089	*BM* 1804. 7

Digitized by Google

Construction de cette Table. Pour résoudre le triangle ABC, on a besoin, outre la base mesurée AB, des trois angles CAB, CBA & ACB, réduits au centre. 1°. Pour avoir l'angle CAB, on voit dans le registre, à la 3ème position de l'observation au point A, qu'il faut soustraire l'angle HAC de l'angle HAB; on réduit donc au centre l'angle HAC, on l'écrit dans la premiere colonne de son registre, sur la même ligne que le point C, & retranchant HAC de HAB, en ayant égard aux corrections à faire, on écrit le reste, qui est CAB dans la Table des triangles, à côté de l'objet A. 2°. Pour avoir l'angle CBA, on voit dans le registre, à la 1re position de l'observation au point B, que sa valeur est écrite à la droite du point C, & la réduisant au centre, on la place dans la Table à côté du point B, en y ajoutant 30″ pour l'angle extérieur du parallélisme. 3°. Pour avoir l'angle ACB, on cherche dans le registre que nous supposons compléter, l'observation au point C, on examine si l'angle ACB apartient à une ou à plusieurs positions de cette observation, & après avoir réduit au centre sur son registre les angles nécessaires pour avoir l'angle ACB; on les soustrait les uns des autres, ou on les ajoute ensemble, selon qu'il en est besoin, & l'on écrit ACB sur la Table des triangles, à côté de l'objet C.

La résolution du triangle ACN exige de même, outre le côté connu AC, les trois angles réduits NAC, NCA & ANC; or on trouve dans le registre, à la troisieme position de l'observation au point A, que l'angle NBC, est la différence de l'angle HAC à l'angle HAN; réduisant donc au centre HAN, & le retranchant de HAC déja réduit, on écrit le reste de la soustraction sur la Table, à côté du point A. On cherche de même sur le registre aux observations C & N les angles qu'il faut réduire pour avoir les angles C & N du triangle ACN, & on les écrit sur la Table des triangles, à côté de leurs sommets.

Ces deux exemples sont plus que suffisans pour faire connoître la maniere de se servir d'un registre d'observations, lorsque l'on veut construire une Table de triangles.

Lorsqu'on réduit au centre les trois angles d'un triangle à résoudre, il arive souvent que leur somme n'est pas égale tout-à-fait à 180 degrés, comme on le voit dans la cáse du triangle CNM, on divise alors la petite différence additive ou soustractive en trois parties proportionelles aux trois angles, & on écrit chacune de ces parties à côté de l'angle qui y correspond, dans la colonne des corrections, avec le signe + ou le signe — suivant qu'il en est besoin. On trouve une Table de ces répartitions de 5″ en 5″, jusqu'à 10″, dans la nouvele Trigonométrie Rectiligne de M. du Pain de Monteffon, Ingénieur des Camps & Armées.

La multiplicité d'opérations qu'exige la réduction de l'angle au centre, a fait imaginer de calculer des tables, où étant données la distance au centre, l'ouverture de l'angle à la direction & la longueur du rayon central, on trouve la valeur de l'angle opposé à la distance; la nouvele Trigonométrie Rectiligne contient encore une de ces tables, où l'ouverture de l'angle à la direction croît de 5 en 5 degrés, jusqu'à 90, la distance au centre depuis 1 pied jusqu'à 15, & le rayon central depuis 100 jusqu'à 10,000 toises.

Différens problêmes relatifs à la construction d'un canevas de carte.

Il n'arive pas toujours que l'on puisse apercevoir, des stations que l'on fait, tous les points qu'il est nécessaire de déterminer. Les problêmes suivans contienent les principaux cas qui fortent de la méthode générale.

Problême 1.er Calculer la position d'un point D, que l'on n'a pu apercevoir d'aucune station, mais duquel on peut observer trois autres points déja déterminés A, B, C, *Fig.* 147, 148, 149, 150, 151.

Solution. Par le point de station D & par deux des points connus A & C, soit imaginée une circonférence $AECD$; le 3e point B sera intérieur ou extérieur à la circonférence, & le point D sera compris entre les points déterminés, ou sera hors de ces points, ou sera sur l'alignement de deux de ces points, ce qui nous fera distinguer plusieurs cas.

Soit ensuite tirée du point D au point B la droite BD, prolongée s'il est nécessaire jusqu'à la circonférence qu'elle coupera en E, & de ce point E, ainsi que des points A & C, soient tirées les droites AE, EC, AD, DC.

Dans le 1er cas, *Fig.* 147, où l'on suppose le point B extérieur à la circonférence, & le point D hors des trois points ABC, on connoît trois choses dans le triangle AEC, le côté AC donné l'angle EAC= l'angle EDC observé & l'angle ECA= l'angle EDA observé, on peut donc résoudre le triangle AEC, & conclure le côté AE. On connoîtra alors trois choses dans le triangle BAE: l'angle BAE, qui est la différence de BAC à EAC, & les deux côtés qui le comprenent; par conséquent on pourra le résoudre (*Voyez* TRIGONOMÉTRIE) & conclure l'angle AEB, ou son supplément AED; mais l'angle ACD= l'angle AED, donc enfin on connoîtra dans le triangle ADC le côté AC donné, l'angle observé ADC & l'angle calculé ACD, ce qui fera conclure les distances AD, DC, qu'il falloit trouver.

Dans le 2e cas, *Fig.* 148, où B est intérieur à la circonférence après avoir résolu le triangle AEC, on retranchera BAC de EAC pour avoir EAB, on résoudra le triangle EAB pour conclure l'angle AEB & AEB étant égal à ACD, on conclura AD, DC au moyen du triangle ADC.

Dans le 3e cas, *Fig.* 149, où le point B est intérieur & au dessous de AC, après avoir résolu AEC, on ajoutera EAC à CAB pour avoir l'angle EAB du triangle EAB, on conclura

Digitized by Google

l'angle AEB ou ſon égal ACD, ce qui ſera trouver les diſtances AD, DC.

Dans le 4ᵉ cas, *Fig.* 150, où le point de ſtation D eſt compris entre les points déja déterminés, on réſoudra le triangle AEC à l'ordinaire, car les angles à la baſe ſont les ſupplémens des angles obſervés, on ajoutera EAC à CAB pour avoir l'angle BAE, & réſoudre le triangle BAE, qui ſera conclure l'angle $AEB = ACD$, & trouver les diſtances AD, DC.

Enfin dans le 5 cas, *Fig.* 152, où le point D ſe trouve ſur l'alignement de AB, puiſqu'on connoît l'angle déja déterminé DAC, l'angle obſervé ADC & le côté AC, on conclut tout de ſuite les diſtances AD, DC.

Remarques. 1. On connoîtra ſi le point B eſt intérieur ou extérieur à la circonférence, en comparant l'un des angles obſervés BDC à l'angle donné BAC, oppoſé au même côté connu; ſi BDC eſt plus petit, le point B eſt extérieur; ſi BDC eſt plus grand, le point B eſt intérieur; s'ils étoient égaux, les points B & E ſe confondroient, les quatre points ſeroient dans la même circonférence, & la réſolution du problême deviendroit impoſſible.

2. Comme il peut ariver que l'obſervation des angles qui ont ſervi à réſoudre le triangle ADC ait été mal faite, il ſeroit eſſentiel pour en vérifier l'exactitude, d'apercevoir du point D, outre les points ABC, un quatrieme point déja déterminé. On le lieroit avec les points A & B, comme ſi le point C n'exiſtoit point, pour former un nouveau ſyſtême d'obſervations & trouver une ſeconde fois la valeur de AD, ou bien avec les points B & C, en faiſant abſtraction de A, pour calculer de nouveau la diſtance DC. L'identité des réſultats fonderoit la ſûreté de la réſolution du triangle ADC, & les rectifications faites s'il en étoit beſoin, on auroit un triangle que l'on pourroit inſerire dans la table, à la maniere ordinaire.

Problême 2°. Déterminer le point C qui ſe trouve au fond d'un vallon, *Fig.* 152, & qui n'a pu être obſervé des ſtations faites aux points A & B, ni d'aucune autre ſtation.

Solution. 1°. On examinera ſi l'on peut placer un jalon K ſur l'alignement AC, & un jalon O ſur l'alignement BC, car alors viſant des points A & B ſur ces jalons, les prolongemens des deux rayons concourent en C, & par conſéquent l'on peut réſoudre le triangle ABC.

2°. Si l'on ne peut placer un jalon ſur l'alignement CB, on cherchera ſur AB ou ſur ſon prolongement un point D, d'où l'on puiſſe apercevoir le point C, alors faiſant meſurer DB & l'ajoutant à AB, ou l'en retranchant, ſuivant que le point D eſt au delà ou au deçà du point B, on a un triangle ADC, que l'on peut réſoudre, puiſqu'on y connoît AD, & qu'on peut en obſerver les angles; on parvient donc à avoir dans le triangle ABC les côtés AB, BC & l'angle compris, & par conſéquent à le calculer tout-à-fait.

3°. S'il n'eſt pas poſſible de placer des jalons ſur aucun des alignemens AC, CB, DC, *&c.* on cherchera deux points quelconques, d'où l'on puiſſe apercevoir en même temps les trois points A, B, C, on déterminera ces deux points au moyen de la baſe AB, comme dans le problême ſuivant, & ils ſerviront alors à lier le point C aux points A & B, *&c. &c.*

Problême 3°. Trouver la diſtance de deux points C & D, d'où l'on peut obſerver deux autres points A & B, dont la diſtance eſt déja meſurée, *Fig.* 153.

Solution. On ſuppoſera une valeur à CD, & en conſéquence de cette valeur on calculera les triangles CAD, CBD & ACB pour avoir AB; AB étant trouvé on fera cette proportion, AB que l'on a trouvé : au vrai AB :: CD que l'on a ſuppoſé : au vrai CD.

Du calcul des diſtances des points principaux d'un pays à une méridienne & à ſa perpendiculaire.

La difficulté de placer d'une maniere bien exacte les points d'un canevas de carte, au moyen de la conſtruction des triangles que forment ces points, a fait imaginer de les raporter à deux lignes droites d'une poſition invariable, telle que la Méridiene, qui paſſe par un de ces points, & la droite horizontale qui la coupe perpendiculairement au même point. On calcule en conſéquence la diſtance de chaque objet à ces deux lignes, & l'on en forme une Table, qui ſert de la maniere la plus ſimple à conſtruire un canevas de carte, comme nous l'expliquerons ci-après.

On trouvera à l'article MÉRIDIENNE la maniere de tracer cette ligne ſur un plan horizontal.

Problême 1.er Les diſtances des objets principaux d'un pays étant connues entr'elles, calculer leurs diſtances relativement à la méridiene, & à la perpendiculaire d'un de ces mêmes objets.

Solution. Suppoſons que le point A, *Fig.* 138, ſoit un des principaux points du pays, & qu'y ayant tracé une méridiene NS, on ait pris l'ouverture de l'angle NAB, que forme la baſe AB avec cette méridiene; cela poſé ſoient imaginées par tous les points du pays des paralleles à la méridiene de A, & à ſa perpendiculaire OE, & ſoient nommées x & y les points où ces paralleles rencontrent ces deux lignes.

1°. On voit que dans le triangle rectangle ABx on connoît la baſe AB, & l'angle à la méridiene NAB, & que les deux côtés à connoître Bx & $Ax = By$ ſont, l'un la diſtance du point B à la méridiene de A, & l'autre la diſtance du même point à ſa perpendiculaire, or (*V.* TRIGONOMÉTRIE)

$$Bx = \frac{AB \times \text{ſin. } xAB}{\text{ſin. total}} \text{ \& } Ax \text{ ou } By = \frac{AB \times \text{co-ſin. } xAB}{\text{ſin. tot.}},$$

ou bien en ſe ſervant des logarithmes, log. $Bx =$ log. $AB +$ log. ſin. $xAB -$ log. ſin. *t.* & log.

Digitized by Google

$By =$ log. $AB +$ log. co-ſin. $xAB -$ log. ſin. t. Donc nous avons déja déterminé les diſtances du point B à la méridienne & à la perpendiculaire de A, & les deux formules qui les expriment ſont applicables à tout point qui réuniroit les mêmes données que le point B.

2.° L'angle NAB à la méridienne étant connu, l'enregiſtrement des angles obſervés autour du point A met à même de connoître tout autre angle NAC, NAN, *&c.* que forment les rayons AC, AN, *&c.* avec la même méridienne ; par conſéquent on peut réſoudre les triangles ACx, ANx, *&c.* & déterminer les diſtances de tous les points C, N, *&c.* qui ſont autour de A, à la méridienne & à la perpendiculaire qui paſſent par ce point.

3.° On ne peut connoître l'angle à la méridienne NAB, que l'on ne connoiſſe ſon égal sBA ou yBA formé par la parallele à la méridienne, qui paſſe par B, & par la baſe AB ; & par conſéquent, au moyen de l'obſervation faite au point B, que l'on ne connoiſſe l'angle CBn & tous les autres angles que ſont les rayons partant du point B, avec cette parallele.

La connoiſſance de l'angle CBn donne celle de ſon égal BCy ou BCs formé par BC avec la parallele de C, ainſi que tous les angles que font les rayons partans de C avec cette même parallele.

Donc au moyen d'un ſeul angle obſervé à la méridiene, on parvient à connoître tous ceux que font les rayons d'une ſtation quelconque, avec la parallele qui paſſe par ce point. Donc on peut calculer les diſtances des objets qui ſont autour d'un point quelconque, relativement à la parallele, à la méridiene & à la parallele à la perpendiculaire, qui paſſent par ce point, & par conſéquent connoiſſant les diſtances de ce point lui-même à la méridiene & à la perpendiculaire de A, on peut avoir par addition ou par ſouſtraction les diſtances de chacun de ces objets à cette méridiene, & à ſa perpendiculaire.

Application. Revenons actuellement à la Table des triangles, & voyons comment on peut y inſérer les diſtances de tous les points à la méridiene & à la perpendiculaire de A, en ſuppoſant que l'on a déja calculé les diſtances de l'autre extrémité B de la baſe AB, relativement à ces deux lignes, & que l'angle NAB, obſervé à la méridiene eſt de $86^d\ 40'$.

Digitized by Google

Noms des objets.	Angles réduits.	Corrections.	Logarithmes.	Côtés en toises.	Angles avec la Méridienne & ses parallèles.	DISTANCES à la Méridienne.	DISTANCES à la Perpendiculaire.
	° ′ ″						
A..	27.12.30.		3.4149733	2600.			
			277785				
B..	42.31. 0.		9.6601321		Au point *A*, entre le point *C* & le Nord de la Méridienne.	Log. *AC* . . . 3.2725730	Log. *AC*. 3.2725730
C..	110.16.30.		3.4427518			+ (log. sin. . . .)	+ (log. co-sin. .)
			9.8298212			(ang. à la M.) 9.9351342	(ang. à la M.) 9.7060046
						(Somme—10). . 3.2077072	(Somme—10) . 2.9785776
			3.1028839	1267.3			
			3.2725730	1873.	Ang. 59°. 27′. 30″.	Dist. de *C* à la M. . 1613.3	Dist. de *C* à la P. . . . 951.8
						Log. *BC* 3.1028839	Log. *BC* . . . 3.1028839
					Au point *B*, entre *C* & le Nord de la Par. à la M.	+ (log. sin. . . .)	+ (log. co-sin. .)
						(ang. à la par.) 9.8893736	(ang. à la Par.) 9.8005823
						(Somme—10). . 2.9922575	(Somme—10). . 2.9034662
						- dist. de *C* à la par. de *B*. 982.3	+ dist. de *C* à la par. de *B*. 800.4
						Dist. de *B* à la *M*. . 2595. 6	Dist. de *B* à la P. . . . 151. 2
					50°. 49′. 0″.	Dist. de *C* à la M. . 1613. 3	Dist. de *C* à la P. . . . 951. 8
			3.2725730	1873.			
A..	31. 11. 15.		9287		Au point *A*, entre *N* & le Nord de la M.	Log. *AN*. . . . 3.1872196	Log. *AN*. 3.1872196
			9.7141959			+ (log. sin. . . .)	+ (log. co-sin. .)
C..	55. 4. 0.		3.2735017			(ang. à la M.) 9.6754482	(ang. à la M.) 9.9448372
N..	93. 44. 45.		9.9137179				
						(Somme—10). . 2.8626678	(Somme—10). . 3.1320568
					28°. 16′. 15″.		
			2.9876976	972.		Dist. de *N* à la M . . . 728.9	Dist. de *N* à la P. . 1355. 3
			3.1872196	1538.9		Log. *CN*. . . . 2.9876976	Log. *CN*. 2.9876976
					Au point *C*, entre *N* & le Nord de la Par. à la M.	+ (log. sin. . . .)	+ (log. co-sin. .)
						(ang. à la Par.) 9.9589365	(ang. à la Par.) 9.6181425
						(Somme—10). . 2.9466341	(Somme—10). . 2.6058401
						— dist. à la par. 884.4	+ dist. de *N* à la P. . . 403.5
						Dist. de *C* à la M. . 1613. 3	Dist. de *C* à la P. . . . 951. 8
					65°. 28′. 30″.	Dist. de *N* à la M . . 728. 9	Dist. de *N* à la P. . 1355. 3
			2.9876976				
C..	74.55.10.	+49.57	639379		Au point *C*, entre *M* & le Nord de la Par. à la M.	2.9041314	2.9041314
N..	45.23.30.	+30.16	9.9848081			9.2157177	9.9940554
M..	59.39.20.	+39.47	3.0516355			2.1198491	2.8981868
	179.58. 0.	+2′0″0	9.8524959			+ 131.18	+ 791.
						1613. 3	951. 8
			3.0364436	1807.5	90°. 27′. 30″.	Dist. 1745. 1	Dist. 1742. 8
			2.9041314	801.9		3.0364436	3.0364436
						9.9705143	9.5518528
					Au point *N*, entre *M* & le Nord de la Par.	3.0069579	2.5882964
						+ 1016. 1	+ 387. 5
						728. 9	1355. 3
					69°. 7′. 30″.	Dist. . . . . 1745.	Dist. 1742. 8
						Dist. moyenne . . . . 1745.	Dist. moyenne . . . 1742. 8

Digitized by Google

Explication de cette Table. On a vu précédemment que l'ordre du calcul de chaque triangle étoit de se ſervir d'une baſe connue & de trois angles obſervés pour trouver les diſtances d'un troiſieme objet aux deux extrémités de cette baſe. De même connoiſſant les diſtances des extrémités de la même baſe à la méridiane & à la perpendiculaire, on les emploie pour calculer les diſtances du troiſieme point, relativement à ces deux lignes. On détermine d'abord ſur la Table les côtés inconnus du triangle, d'après les données, & enſuite on cherche les diſtances de ſon ſommet à la méridiene & à la perpendiculaire. Par exemple dans le triangle *ABC*, *BC* & *AC* étant trouvés, on calcule les diſtances du point *C* à la méridiene & à la perpendiculaire de *A*, & enſuite aux paralleles de *B*, pour les raporter par addition ou par ſouſtraction à la méridiene & à la perpendiculaire de *A*. Ces deux opérations ſe vérifient l'une par l'autre, & ſervent de plus à vérifier le calcul des côtés que l'on vient de déterminer dans le triangle, puiſqu'on les emploie ſucceſſivement tous les 2 pour conduire aux mêmes réſultats.

La marche uniforme que l'on ſuit dans la Table, pour raporter le ſommet d'un triangle à la méridiene & à la perpendiculaire, au moyen de l'une des deux extrémités de la baſe, eſt d'abord d'écrire, dans la colonne des angles à la méridiene, l'angle que forme la diſtance de ce ſommet à cette extrémité, avec la parallele à la méridiene qui paſſe par ce dernier point, en ſpécifiant ſi cet angle eſt du côté du Nord ou du Sud. Cela poſé, on ajoute dans la colonne des diſtances à la méridiene, le logarithme du nombre de toiſes qu'il y a depuis le ſommet juſqu'à l'extrémité choiſie de la baſe, au logarithme du ſinus de l'angle avec la parallele à la méridiene, & l'on n'écrit point l'unité à la gauche de leur ſomme, pour en retrancher le logarithme du ſinus total. On cherche alors le nombre qui répond au logarithme (ſomme — 10) pour avoir la diſtance du ſommet à la parallele qui paſſe par l'extrémité de la baſe, & on l'écrit au deſſous avec le ſigne — ou le ſigne +, ſuivant que le premier de ces points eſt entre la parallele du ſecond & la méridiene, ou qu'il eſt hors de ces deux lignes, & plaçant alors ſous cette quantité ſouſtractive ou additive la diſtance du ſecond point à la méridiene principale, on a par ſouſtraction ou par addition la diſtance du ſommet du triangle à cette méridiene.

On ſuit abſolument le même procédé pour déterminer la diſtance à la perpendiculaire, & l'on ne fait que ſubſtituer dans ce ſecond calcul le log. du co-ſin. de l'angle à la méridiene ou à ſa parallele, à la place du long. du ſin. employé dans le premier calcul.

Cette méthode eſt l'application des deux formules générales que l'on a trouvées pour déterminer les diſtances du point *B* à la méridiene & à la perpendiculaire.

Remarque 1re. En cherchant les diſtances du ſommet d'un triangle à la méridiene & à la perpendiculaire, au moyen des deux points extrêmes de ſa baſe, on trouve pour chaque diſtance deux réſultats, qui ont preſque toujours une petite différence entr'eux; on ajoute enſemble ces deux réſultats, & la moyene arithmétique eſt la diſtance demandée.

Remarque 2e. L'arangement conventionel des Tables étant toujours le même, on écrit les logarithmes & les autres nombres à leur place ordinaire, ſans les déſigner d'aucune maniere, comme dans la câſe du triangle *CNM*. On n'a indiqué la nature de chaque nombre, dans les autres câſes, que pour faciliter l'intelligence des opérations qui ſervent à déterminer les diſtances demandées.

Remarque 3e. Un objet eſt diſpoſé à l'Eſt ou à l'Oueſt de la méridiene principale, & au Nord ou au Sud de la perpendiculaire, il eſt par conſéquent néceſſaire, lorſqu'on raporte une ſuite d'objets à la méridiene & à la perpendiculaire de l'un d'entr'eux, & que l'on en forme des Tables, de faire connoître par des ſignes cette différence de poſition. On pouroit ſe contenter d'écrire dans la colonne des diſtances à la méridiene la lettre initiale d'Oueſt, au deſſus de celles qui ſont à l'Oueſt, & dans la colonne des diſtances à la perpendiculaire la lettre *S*, au deſſus de celles qui ſont au Sud; les diſtances qui n'auroient point de ſignes ſeroient cenſées à l'Eſt dans la premiere colonne, & au Nord dans la ſeconde. Cependant, pour mieux les diſtinguer, on peut mettre quatre colonnes ſur les Tables; alors les deux premieres ſervent pour les diſtances Eſt, Oueſt, à la méridiene, & les deux autres pour les diſtances Nord & Sud à la perpendiculaire.

Problême ſecond. Les diſtances de deux points *A* & *B* à la Méridiene & à la perpendiculaire d'un lieu quelconque étant données, trouver la diſtance de ces deux points, *Fig.* 154 & 155.

Solution. 1°. Soient repréſentées les diſtances de *A* & de *B* à la méridiene *NS* & à la perpendiculaire *OE* par *AG*, *BD*, *AH*, *BI*, le triangle rectangle *ABO* qu'elles forment, étant prolongées s'il eſt néceſſaire, eſt compoſé du côté *AB* que l'on veut connoître, & des différences des diſtances connues de *A* & de *B* à la méridiene & à la perpendiculaire, on peut donc établir cette proportion (*Voyez* TRIGONOMÉTRIE) *AO* ou la différence des diſtances à la méridiene : *BO* ou la différence des diſtances à la perpendiculaire :: *R*: tang. *BAO*; d'où l'on conclut, en ſe ſervant des logarithmes log. tang. *BAO* = log. *BO* + log. *R* — log. *AO*. L'angle *BAO* étant connu, on forme cette ſeconde proportion, ſin. *BAO* : *R* :: *BO* : *AB* = $\frac{BO \times R}{\text{ſin. } BAO}$, & l'on en déduit log. *AB* = log. *BO* + log. ſin. total — log. ſin. *BAO*.

2°. Si les points *A* & *B* étoient de part & d'autre

d'autre de la méridienne ou de la perpendiculaire, *Fig.* 151 & 157, un des côtés du triangle BAO, au lieu d'être compoſé des différences des diſtances données, ſeroit compoſé de leur ſomme, & le problême ſe réſoudroit comme dans le premier cas; il en ſeroit de même pour toute autre ſuppoſition, en ayant égard aux changemens qu'elle apporteroit dans les termes des proportions.

Remarques 1°. Il peut arriver que l'on veuille ſe ſervir, pour baſe des opérations néceſſaires à un canevas de carte, de la diſtance de deux points A & B, que l'on ne peut pas meſurer ſur le terrain, & que l'on connoiſſe ſeulement les diſtances de ces deux points à la méridienne & à la perpendiculaire d'un lieu donné; on emploie alors la méthode du problême précédent pour avoir cette diſtance AB, & l'on a la baſe de ſon canevas.

2°. On ſert de la même méthode pour lier enſemble deux points appartenans à deux chaînes différentes de triangles dont les ſommets ont leurs diſtances calculées à une même méridienne & à ſa perpendiculaire. C'eſt un moyen facile de trouver la diſtance de ces deux points, lorſqu'on n'a pu les apercevoir l'un de l'autre, & les lier par un triangle.

3°. Outre la néceſſité de ſe ſervir quelquefois d'une baſe AB, dont les extrémités ſont rapportées à une méridienne & à ſa perpendiculaire, on peut avoir beſoin de calculer les diſtances des points de ſon canevas à cette méridienne. Le problême ſuivant & ſon corollaire donneront les méthodes qu'il faut employer dans cette ſuppoſition.

Problême troiſieme. Les diſtances de deux points A & B à la méridienne d'un lieu quelconque P & à ſa perpendiculaire étant données, *Fig.* 154, trouver l'angle que forme la droite AB avec les paralleles à la méridienne qui paſſent par le point A & par le point B.

Solution. Soient imaginées, comme précédemment, la méridienne & la perpendiculaire du point P, ainſi que les diſtances données AG, AH, BD, BI des points A & B à ces deux lignes; les prolongemens des diſtances, en ſe coupant en x, forment un triangle rectangle où l'on connoît deux côtés, & l'on peut par conſéquent établir cette proportion, Ax ou la différence des diſtances à la perpendiculaire : xB différence des diſtances à la méridienne :: ſin. t. : tang. xAB ou tang. de l'angle que fait AB avec la parallele à la méridienne qui paſſe par A; donc log. tang. xAB ou tang. ABI = log. ſin. t. + log. différ. des diſt. à la mér. — log. différ. des diſt. à la perpendiculaire.

Si les deux points A & B, au lieu de ſe trouver d'un même côté de la méridienne, étoient de part & d'autre, *Fig.* 156, au lieu de prendre la différence des diſtances à la méridienne, on auroit pris leur ſomme. Il en eût été de même pour les diſtances à la perpendiculaire, *Fig.* 157, ſi les deux points ſe fuſſent trouvés de part & d'autre de cette ligne.

Corollaire. Donc les diſtances de deux points A & B à la méridienne & à la perpendiculaire de P étant données, puiſqu'on parvient à trouvee la diſtance de ces deux points entr'eux & l'angle que fait cette diſtance avec les paralleles à la méridienne qui paſſent par A & B, il eſt évident que l'on réduit les opérations à faire en ſe ſervant de la baſe AB à celles que l'on a détaillées dans le problême du calcul des triangles, &c.

Problême quatrieme. Le table des diſtances de tous les points principaux d'un pays à une méridienne & à ſa perpendiculaire étant donnée, conſtruire telle portion que l'on voudra d'un canevas de carte.

Solution. Après avoir diviſé le papier ſur lequel on veut opérer, *Fig.* 158, en carreaux de 1000 toiſes de côté, en parties de l'échele, on examinera ſi les points, que l'on doit y placer, ſont à l'eſt ou à l'oueſt de la méridienne : nous les ſuppoſerons à l'eſt, &, s'ils ſont au nord ou au ſud de la perpendiculaire, nous les ſuppoſerons au ſud. Les points étant à l'eſt de la méridienne, la premiere tranche à gauche des carreaux doit contenir le plus ſe moins éloigné de la méridienne, en ſuppoſant le nord au haut du papier. On cherchera donc la plus petite diſtance à la méridienne de tous les points que l'on doit employer; &, ſi on la trouve, par exemple, de 20300 toiſes, on écrira au deſſus, du côté gauche du premier carreau, 20000 toiſes, & de ſuite ſur toutes les paralleles à ce premier côté 21000. 22000. 23000 toiſes, &c. Toutes ces lignes repréſenteront autant de paralleles à la méridienne, éloignées les unes des autres de 1000 toiſes. On cherchera de même la plus petite diſtance à la perpendiculaire, qui ſera ſuppoſée de 5700 toiſes; &, comme cette diſtance eſt au ſud de la perpendiculaire, on écrira à la gauche, du côté ſupérieur du premier carreau, 5000 toiſes, & ſucceſſivement à côté de toutes ſes paralleles 6000. 7000. 8000 toiſes, &c. pour que toutes les lignes qui ſervent de baſes aux carreaux, repréſentent des paralleles à la perpendiculaire, éloignées les unes des autres de 1000 toiſes, & s'avançant toujours vers le ſud.

Cette opération faite, ſuppoſons que l'on veuille placer le point A, dont la diſtance à la méridienne eſt de 20300 toiſes, & la diſtance à la perpendiculaire eſt de 8600 toiſes, on voit aiſément que ce point doit être entre les deux méridiennes 20000 & 21000, & entre les deux perpendiculaires 8000 & 9000, & par conſéquent dans le carreau A. On prendra alors avec un compas 300 toiſes de l'échele, que l'on portera de K en I ſur la parallele, 8000 à la perpendiculaire, & avec un autre compas 600 toiſes, que l'on portera de K en O ſur la parallele à la méridienne cotée 20000. Alors, du point O, comme centre

Digitized by Google

traçant, avec l'ouverture de 300 toises, un petit arc au dedans du carreau, on le coupera au point *A*, par un autre arc tracé du point *I*, avec l'ouverture de 600 toises; & l'intersection *A* sera la position demandée, puisque, par cette construction, le point *A* se trouve éloigné de la méridienne de 20300 toises, & de la perpendiculaire de 8600 toises.

Supposons que l'on ait actuellement à placer le point *B*, dont la distance à la méridienne est de 22327 toises, & la distance à la perpendiculaire est 7221. On voit qu'il doit se trouver dans le carreau *B*, formé par la parallele à la méridienne 22000, & par la parallele à la perpendiculaire 7000, & que les deux ouvertures de *K* en *I* & de *K* en *O*, doivent être de 327 toises & de 221 toises. Il en sera de même pour déterminer la position de tout autre point.

Si les distances à la méridienne, au lieu d'être à l'est, eussent été à l'ouest, on auroit côté les paralleles de droite à gauche, en commençant par le millésime de la plus petite distance, &, si les distances à la perpendiculaire eussent été au nord, au lieu d'être au sud, on auroit commencé à coter la premiere parallele avec le millésime de la plus petite distance, en commençant de bas en haut.

Remarque relative à l'usage de l'aiguille aimantée. L'aiguille aimantée ne se dirigeant pas exactement vers le nord, & sa déclination étant variable, il est nécessaire de la connoître, pour en tracer la direction sur le papier de la planchete. La méthode la plus simple lorsqu'on y a placé les points principaux au moyen des carreaux de 1000 toises & de la table des distances calculées, est de s'établir sur terrain entre deux de ces points, de maniere que la ligne droite qu'ils déterminent conviene parfaitement avec la ligne droite que leurs correspondans déterminent sur le papier. On place alors un déclinatoire sur la planchete; &, le faisant mouvoir jusqu'à ce que l'aiguille réponde aux deux points de division qui lui sont opposés, on tire une ligne droite sur le papier le long d'un des côtés paralleles à l'aiguille, & l'angle qu'elle fait avec les paralleles à la méridienne, est l'angle de la déclinaison demandée. On vérifie cette déclinaison, en répétant la même opération, au moyen de différens points.

De l'usage du graphometre pour mesurer les hauteurs.

Problême. Connoissant les distances horizontales de plusieurs points élevés au dessus de l'horizon, à un point de situation C, déterminer leurs hauteurs, *Fig.* 159.

Solution. Supposons que, connoissant la distance d'un point *C* pris dans la plaine à la verticale *AB*, qui passe par le sommet *A* d'une montagne, on veuille avoir la hauteur de ce sommet au dessus du point *B*, on placera le centre du graphometre au point *C* & l'alidade fixe horizontalement sur *CB*, de maniere que le plan de l'instrument soit vertical, & par conséquent dans le plan du triangle *ACB*. Alors, prenant l'ouverture de l'angle *C*, on connoîtra dans le triangle *ACB* un côté *CB* & un angle aigu *C*; on pourra par conséquent le résoudre, & trouver la hauteur du point *A* au dessus du centre du graphometre qui représente le point *C*. On ajoutera à la hauteur trouvée la hauteur du centre du graphometre au dessus du terrain, & l'on aura la hauteur entiere de la montagne au dessus de la plaine. On opérera de la même maniere pour trouver la hauteur de tous les autres points au dessus de l'horizon de *C*. (*Par M.* JOLLY, *Ingénieur-Géographe-Militaire.*

LEVER, v. act. (*Géom.*): on dit, dans la Géométrie pratique, *lever un plan*; c'est prendre avec un instrument la grandeur des angles, qui déterminent la longueur & la disposition des lignes par lesquelles est terminé le terrain dont on se propose de *lever* le plan. *Voyez* PLANCHETE, DEMI CERCLE, GRAPHOMETRE, &c.

Lever un plan & *faire* un plan sont deux opération très-distinctes. On *leve* un plan, en travaillant sur le terrain, c'est-à-dire, en prenant des angles & en mesurant des lignes, dont on écrit les dimensions dans un registre, afin de s'en ressouvenir, pour *faire* le plan; ce qui consiste à tracer en petit sur du papier, du carton ou toute autre matiere semblable, les angles & les lignes déterminés sur le terrain dont on a levé le plan, de maniere que la figure tracée sur la carte, ou décrite sur le papier, soit tout-à-fait semblable à celle du terrain, & possede en petit, quant à ses dimensions, tout ce que l'autre contient en grand. *Voyez* PLAN, CARTE, *&c.* (*E*)

LEVER, s. m. (*Astron.*). C'est la premiere apparition d'un astre au dessus de l'horizon, lorsqu'il passe de l'hémisphere inférieur à l'hémisphere supérieur, par l'effet du mouvement diurne de la sphere. L'heure du *lever* astronomique est celle où l'astre arrive sur l'horizon rationel, c'est-à-dire, à 90d du zénit, par sa situation apparente, affectée de la réfraction & de la parallaxe. C'est ainsi qu'on trouve le lever des astres dans la *Connoissance des Temps* & dans les autres éphémérides ou almanacs qui en sont tirés. De là il suit que, si on étoit sur un lieu très-élevé, l'on verroit un astre avant son lever astronomique, & que, quand on est dans une plaine dont l'horizon est borné par les objets environans, on ne le voit qu'après son véritable *lever*.

Pour calculer le *lever* ou le coucher d'un astre, on se sert de la trigonométrie sphérique: on peut le trouver aussi par le moyen d'un globe, ainsi que nous l'avons expliqué au *mot* GLOBE.

Lorsqu'une planete ou une étoile est précisément dans l'horizon, sa distance au méridien ou son angle horaire s'appele *arc semi-diurne*, & c'est la premiere chose qu'il faut connoître pour calculer l'heure du *lever* ou du coucher des astres.

Digitized by Google

Soit *HZO*, *Planches d'Aſtron. Fig.* 40, la moitié du méridien, *HO* la moitié de l'horizon, *EQ* le quart de l'équateur, *P* le pole, *Z* le zénit, *S* le ſoleil, ou un aſtre placé à l'horizon au moment de ſon *lever*; *ZS* ſa diſtance au zénit, qui eſt de 90°, j'entends ſa diſtance apparente; car la diſtance au zénit nous paroît augmentée par la parallaxe & diminuée par la réfraction, dont il faut tenir compte en employant *ZS* de 90° plus la réfraction, moins la parallaxe. *PS* eſt la diſtance vraie de l'aſtre au pole boréal du monde; c'eſt le complément de ſa diſtance à l'équateur ou de ſa déclinaiſon *SA*, ſi elle eſt boreale; mais c'eſt la ſomme de 90°, de cette déclinaiſon, ſi elle eſt auſtrale. L'arc *PZ* eſt la diſtance du pole au zénit dans le lieu où l'on eſt, c'eſt-à-dire, le complément de la latitude ou de la hauteur du pole *PO*. Les trois côtés *PS*, *PZ*, *ZS* étant connus, on en peut tirer la valeur de l'angle *P* par les regles de la trigonométrie ſphérique: cet angle *P* ou *ZPS*, eſt l'angle horaire de l'aſtre; c'eſt ſa diſtance au méridien dans le moment où il ſe leve, ou ſon arc ſemi-diurne, qui ſe trouve par conſéquent en réſolvant un triangle dont on connoît les trois côtés, pour trouver l'angle *P*.

Telle eſt la méthode la plus naturele & la plus exacte pour calculer le lever & le coucher d'un aſtre: on pouroit y employer auſſi l'aſcenſion oblique ou la différence aſcenſionele *AQ*; mais il faudroit calculer ſéparément l'effet de la réfraction & de la parallaxe; ce qui rendroit le calcul plus embaraſſant & auſſi long que par la regle précédente. C'eſt par la méthode expliquée ci-deſſus, qu'on a calculé, pour tous les degrés de latitude terreſtre, la table des arcs ſémi-diurnes qui ſe trouve imprimée dans pluſieurs vol. de la *Connoiſſance des Temps*, & la table plus étendue pour la latitude de Paris, qui ſe trouve dans mon *Expoſition du Calcul Aſtronomique* & dans le 8e volume de mes Éphémérides.

Quand on a trouvé l'arc ſémi-diurne en degrés, s'il s'agit du ſoleil, on le convertit en temps, à raiſon de 15d par heure, & l'on a l'heure même du coucher du ſoleil. Si l'on prend ce qui s'en manque pour aller à 12d, on a l'heure du *lever*. Mais, pour avoir une extrême préciſion dans le réſultat, il faut que la déclinaiſon du ſoleil & le côté *PS* du triangle *PZS* aient été calculés pour un temps très-voiſin de celui du *lever* ou du coucher du ſoleil.

S'il s'agit d'une étoile ou d'une planete, & principalement de la lune, il ne ſuffit pas de convertir l'arc ſémi-diurne, à raiſon de 360° pour 24h; mais il faut mettre, au lieu de 24h, le temps que l'aſtre dont il s'agit emploie à revenir au méridien ce jour-là. On trouve, dans le 8e volume de mes Éphémérides, une table des arcs ſémi-diurnes de la lune pour Paris, dans laquelle on a fait entrer cette circonſtance, ainſi que la réfraction & la parallaxe, & madame du Piery a calculé une table du *lever* & du coucher du ſoleil en ſecondes pour tous les jours dans ſe même volume.

On ne met que l'heure & la minute du *lever* du ſoleil, dans les almanacs, parce que la préciſion des ſecondes eſt détruite par l'inégalité & l'incertitude qu'il y a dans la réfraction horizontale; elle varie au moins de 3 minutes, ce qui fait à Paris 25s de différence ſur le *lever* & le coucher du ſoleil dans certains temps.

En n'employant que les minutes dans la table du *lever* du ſoleil, on eſt obligé de marquer la même choſe pendant pluſieurs jours aux environs des ſolſtices; cependant, à la rigueur, le ſoleil ne ſe leve pas deux jours de ſuite à la même ſeconde; mais le lendemain du ſolſtice il y a une ſeconde de différence.

D'ailleurs, ſi l'on employoit les ſecondes, la table ne ſeroit bonne que pour un très-petit eſpace pris du nord au ſud, ou pour une partie de la ville pour laquelle on l'auroit calculée; il ſuffit qu'on s'éloigne de 200 toiſes pour qu'il y ait une ſeconde de différence pour le *lever* du ſoleil dans les ſolſtices.

Enfin la forme du calendrier, qui ne ramene pas le ſoleil tous les quatre ans au même point du ciel, fait qu'au bout de 32 ans, il y a juſqu'à 29s de différence ſur le *lever* & le coucher du ſoleil à Paris, au printemps & en autone.

Quand on calcule rigoureuſement le coucher du ſoleil en ſecondes pour le ſolſtice d'hiver, l'on trouve le moment du coucher du ſoleil à 48° 51′ de latitude, qui eſt le milieu de Paris, 4h 5′ 2″, en ſuppoſant que le ſolſtice arive au moment même du coucher du ſoleil, le 21 décembre; dans ce cas, on trouvera, pour le lendemain, 1″ 4 de moins, le ſecond jour 5″ 8, & le 3e 13″ 1, dont le ſoleil ſe couchera plutôt le 24 décembre que le 21. On voit que ces quantités croiſſent comme les carrés des temps; car la 3e, 13″ 1, eſt neuf fois plus grande que la premiere 1″ 4. Mais la différence du matin croît différemment, parce que le premier intervalle n'eſt que de 15h 50′ depuis le coucher ſolſticial juſqu'au lever ſuivant.

Voici une table pour les trois jours qui ſuivent le ſolſtice, en ſuppoſant qu'il ſoit arivé le ſoir au coucher du ſoleil; ainſi, trois jours après le ſolſtice d'hiver, la durée du jour eſt augmentée de 23 ſecondes & 3 diximes.

	Matin.	Soir.	Total.
1	0″ 6	1″ 4	2″ 0
2	4 0	5 8	9 8
3	10 2	13 1	23 3

Comme, dans la premiere antiquité, la plupart des peuples n'avoient pas tout-à-fait réglé la gran-

Digitized by Google

deur de l'année, parce qu'ils ne connoiſſoient pas encore aſſez le mouvement apparent du ſoleil, il eſt évident que, ſi l'on eût fixé à certains jours du mois quelque événement remarquable, on auroit eu trop de peine à découvrir dans la ſuite préciſément le temps de l'année auquel cela devoit répondre. On ſe ſervoit donc de la méthode uſitée parmi les gens qui vivoient à la campagne; car ceux-ci ne pouvoient ſe régler ſur le calendrier civil, puiſque les mêmes jours du mois civil ne répondoient jamais aux mêmes ſaiſons de l'année, & qu'ainſi il falloit avoir recours à d'autres ſignes pour diſtinguer les temps & les ſaiſons. Or les laboureurs, les hiſtoriens & les poëtes, y employoient le lever & le coucher des aſtres. Pour cet effet, ils diſtinguerent trois ſortes de lever & de coucher des aſtres, ſuivant les divers temps de l'année: le *lever héliaque*, le *lever coſmique* & le *lever acronyque*, on les appele auſſi *levers poétiques*.

Le *lever* héliaque d'une étoile, lever ſolaire, lever apparent, eſt ſon apparition, après ſa conjonction au ſoleil, le premier jour où elle commence à ſe dégager des rayons du ſoleil, & à être viſible le matin.

Chaque année le ſoleil, par ſon mouvement propre d'occident vers l'orient, rencontre les différentes conſtellations de l'écliptique, & les rend inviſibles pour nous par l'éclat de ſa lumiere. Lorſque le ſoleil, après avoir traverſé une conſtellation, eſt aſſez éloigné d'elle pour ſe *lever* environ une heure plutard, la conſtellation commence à paroître le matin, en ſe levant un peu avant que la lumiere du ſoleil ſoit aſſez conſidérable pour la faire diſparoître; c'eſt ce qu'on appele *lever héliaque* ou *ſolaire* des étoiles. De même le coucher héliaque arrive lorſque le ſoleil approche d'une conſtellation; car, avant qu'il l'ait atteint, elle ceſſe de paroître le ſoir après le coucher du ſoleil, parce qu'elle ſe couche trop peu de temps après le ſoleil. Il eſt ſur-tout néceſſaire, pour l'intelligence de la chronologie & des poëtes, d'avoir une idée de ce *lever* héliaque. Commençons par celui de ſirius, qui étoit ſi célebre parmi les Égyptiens.

Le *lever* héliaque de ſirius, il y a 2000 ans, arrivoit en Égypte vers le milieu de l'été, lorſqu'après une longue diſparition, cette étoile commençoit à reparoître le matin, un peu avant le *lever* du ſoleil; la ſaiſon qui régnoit alors, ou la ſituation du ſoleil, étoit à peu près la même que celle du 12 juillet parmi nous, & c'étoit le temps où le vent étéſien, ſouflant du nord ſur l'Éthiopie, y accumuloit les vapeurs, les nuages & les pluies, & cauſoit les débordemens du Nil; auſſi le *lever* de ſirius s'obſervoit avec le plus grand ſoin; c'étoit une des cérémonies religieuſes de ces temps-là. L'année cynique des Égyptiens commençoit au *lever* héliaque de ſirius; mais, pour ce qui eſt de leur année civile, qui étoit continuélement de 365 jours, elle ne pouvoit pas s'accorder avec l'année naturele, & tous les quatre ans de *lever* de ſirius devoit ariver un jour plutard dans l'année civile. Après un eſpace de 1460 ans, que Cenſorinus appele la *grande année des Égyptiens*, l'année naturele ſe trouvoit recommencer au même point de l'année civile; ainſi, l'an 1322 avant J. C. & l'an 138 après J. C., le *lever* de ſirius ſe trouva ariver le premier jour du mois thoth, ou le premier jour de l'année civile, qui répondoit alors au 20 juillet. C'eſt cette période caniculaire ou ſothiaque de 1460 an', dont on trouve des veſtiges dans quelques anciens auteurs; mais elle ne devoit être réellement que de 1425 ans. *Voyez* M. Dupuis, *Mém. de l'Acad. des Inſcrip. tom. XXIX.*

Pour trouver exactement le temps de l'année, où doit ariver le *lever* héliaque de ſirius, nous ſuppoſerons que cette étoile peut être aperçue à ſon *lever* par des ieux attentifs, pourvu que le ſoleil ſoit encore abaiſſé de 10° ſous l'horizon, quoique Ptolémée donne en général 12o pour l'arc d'émerſion des étoiles de la premiere grandeur. Soit *P* le pole, *Pl. d'Aſtr. Fig.* 50, *E D* l'équateur, *E L C M* l'écliptique, *S* l'étoile dont il s'agit. Sous une latitude de 48° 50', telle qu'on l'obſerve à Paris, on aura $PZ = 41° 10'$, la déclinaiſon AS de ſirius 16° 24' 50"; en réſolvant le triangle DAS, on trouvera DA 19° 41' 22"; c'eſt la différence aſcenſionele qui, étant ajoutée à l'aſcenſion droite EA de ſirius pour 1775, 98o 48' 45", donne ED 108° 30' 7", c'eſt l'aſcenſion oblique de ſirius ou l'aſcenſion droite du point *D* de l'équateur, qui ſe leve en même temps que l'étoile. Dans le triangle EDC, dont on connoît ED, l'angle *E* & l'angle EDC, on trouvera l'angle *C*, 55° 34' 27", & le côté EC 135° 27' 56", c'eſt la longitude du point coaſcendant *C* de l'écliptique. Si l'on ſuppoſe enfin le ſoleil au point *M* de l'écliptique, 1° au deſſous de l'horizon, il faudra chercher la longitude du point *M*, & ce ſera le lieu du ſoleil au premier inſtant où ſirius doit s'apercevoir à l'horizon; dans le triangle CMN rectangle en *N*, l'on connoît l'angle *C* par l'opération précédente, auſſi-bien que $MN = 10°$; on trouvera CM de 12° 9' 11", qui, ajouté à la longitude du point *C*, donnera *EM*, ou la longitude du point *M*, de 4' 27o 37' 7"; ce qui répond au 20 août: Bainbrigius trouve 3' 24° 19' pour une latitude de 30 degrés, & vers l'année 138, où commençoit la période ſothiaque; c'eſt la longitude du ſoleil, le jour du *lever* héliaque de ſirius, le premier jour où ſirius paroiſſant à l'horizon le matin, ſe trouvoit aſſez dégagé du ſoleil pour pouvoir être aperçu: cette longitude eſt celle que le ſoleil a maintenant le 16 juillet 1785. On trouve cette longitude plus petite de 12° ¼, en remontant 1460 ans plutôt, ou au commencement de la période précédente, ſuivant le calcul de Bainbrigius.

Quoique le *lever* héliaque des étoiles fût le plus remarquable parmi les anciens, ils diſtinguoient encore pluſieurs autres eſpeces de *levers* & de cou-

Digitized by Google

chers : le *lever* cosmique , qu'on peut appeler le *lever du matin* , & le coucher cosmique ou coucher du matin , auſſi-bien que le *lever* & le coucher acronyques , qu'il vaudroit mieux appeler le *lever* & le *coucher* du ſoir . Le moment du *lever* & du coucher du ſoleil regle le *lever* ou le coucher cosmique : lorſque des étoiles ſe levent avec le ſoleil ou ſe couchent au ſoleil levant , on dit qu'elles ſe levent ou ſe couchent *cosmiquement* ; mais , quand les étoiles ſe levent ou ſe couchent le ſoir , au moment où ſe couche le ſoleil , on dit que c'eſt le *lever* ou le coucher *acronyque* ; d'où il ſuit que le coucher acronyque ſuit , à 12 ou 15 jours près , le coucher héliaque , du moins pour les étoiles voiſines de l'écliptique , & que le *lever* cosmique précede de la même quantité le *lever* héliaque . Le P. Pétau a calculé une table fort ample de ces différentes ſortes de *levers* ou de couchers de différentes étoiles pour le temps de Jules-Céſar : mais on a beau calculer , on ne parvient pas à concilier les anciens auteurs , ni les anciens calendriers où l'on a confondu les lieux & les époques . Dans le calendrier même , attribué à Ptolémée , on voit le *lever* de Sirius à 7 jours différens , au 4e après le ſolſtice , aux 6e , 22e , 25e , 31e , 32e . *Voyez* Freret , *Défenſe de la Chronologie* , *p.* 487. On trouve ſur-tout , dans les *Faſtes* d'Ovide , un grand nombre de paſſages qui ſe raportent à ces trois ſortes de *levers* . Le *lever* héliaque du dauphin eſt annoncé pour le 9 de janvier .

Interea Delphin clarum ſuper æquora ſidus .
Tollitur & patriis exerit ora vadis . I, 457.

Le coucher cosmique paroît indiqué pour le premier avril au matin .

Dum loquor , elatæ metuendus acumine caudæ
Scorpius , in virides præcipitatur aquas .
IV, 163.

Le *lever* héliaque des pléiades & le commencement de l'été , ſont annoncés pour le 13 de mai ; ce ſeroit le 21 , ſuivant le calcul du P. Pétau .

Plejadas aſpicies omnes , totumque ſororum
Agmen , ubi ante idus nox erit una ſuper ;
Tum mihi , non dubiis auctoribus , incipit æſtas .
L. V. 599.

Les poëtes ont ſouvent décrit la ſphere d'après les ouvrages d'Eudoxe , qui ſe raportent à plus de 1200 ans avant J. C. Il en eſt de même du poëme d'Aratus . *Voyez* M. Maraldi , *Mém. Acad.* 1733 , & M. Freret , *Défenſe de la Chron.*

Les levers & les couchers d'étoiles ont donné lieu à un grand nombre de fables , dont M. Dupuis a donné l'explication la plus heureuſe & la plus ſavante dans un mémoire qui fait partie du 4 volume de mon *Aſtronomie* , publié en 1781. Par exemple , Atlas épouſe Heſperis , & il en naît 7 filles appelées les *pléiades* ; cela veut dire que , quand la conſtellation du bouvier ſe couche , les pléiades ſe levent . On diſoit auſſi que le taureau avoit engendré Proſerpine , & que du mariage de Proſerpine , étoit né un taureau , parce que , quand la conſtellation du taureau ſe couche , la courone boréale ſe leve , & que , quand elle ſe couche , le taureau ſe leve . On propoſoit , aux initiés dans les myſteres de Cérès cette énigme : *le taureau engendre le ſerpent & le ſerpent à ſon tour engendre le taureau* . Euſebe , Clément d'Alexandrie , Arnobe , raportent cette doctrine ſecrete , qui paroît monſtrueuſe , mais qui eſt une allégorie évidente du *lever* du ſerpent & du coucher du taureau . (*D. L.*)

LEVIER , ſ. m. *en Méchanique* , eſt une verge inflexible , ſoutenue ſur un ſeul point ou apui , & dont on ſe ſert pour élever des poids , laquelle eſt preſque dépourvue de peſanteur , ou au moins n'en a qu'une qu'on peut négliger . Ce mot vient du verbe *lever* , qui vient lui-même du latin *elevare* .

Le *levier* eſt la premiere des machines ſimples , comme étant en effet la plus ſimple de toutes , & on s'en ſert principalement pour élever des poids à de petites hauteurs . *Voyez* Machine & Forces Mouvantes .

Il y a , dans un *levier* , trois choſes à conſidérer , le poids qu'il faut élever ou ſoutenir , comme *O* , *Pl.* de *Méchanique* , *Fig.* 1 , la puiſſance par le moyen de laquelle on doit l'élever ou le ſoutenir comme *B* , & l'apui *D* , ſur lequel le *levier* eſt ſoutenu , ou plutôt ſur lequel il ſe meut circulairement , cet apui reſtant toujours fixe .

Il y a des *leviers* de trois eſpeces ; car l'apui *C* , eſt quelquefois placé entre le poids *A* & la puiſſance *B* , comme dans la *figure premiere* , & c'eſt ce qu'on nomme *levier de la premiere eſpece* ; quelquefois le poids *A* eſt ſitué entre l'apui *C* & la puiſſance *B* , ce qu'on appele *levier de la ſeconde eſpece* , comme dans la *Fig.* 2 ; & quelquefois enfin la puiſſance *B* eſt appliquée entre le poids *A* & l'apui *G* , comme dans la *Fig.* 3 ; ce qui fait le *levier de la troiſieme eſpece* .

La force de *levier* a pour fondement ce principe ou théorême , que l'eſpace ou l'arc décrit par chaque point d'un *levier* , & par conſéquent la viteſſe de chaque point eſt comme la diſtance de ce point à l'apui ; d'où il s'enſuit que l'action d'une puiſſance & la réſiſtance du poids augmentent à proportion de leur diſtance de l'apui .

Et il s'enſuit encore qu'une puiſſance poura ſoutenir un poids lorſque la diſtance de l'apui au point de *levier* où elle eſt appliquée , ſera à la diſtance du même apui au point où le poids eſt appliqué , comme le poids eſt à la puiſſance , & que , pour peu qu'on augmente cette puiſſance , en élévera ce poids . *Voyez* la démonſtration de tout cela *au mot* Puissance méchanique , & plus

Digitized by Google

au long encore *au mot* BALANCE, machine qui a beaucoup d'analogie avec le *levier*, puiſque le *levier* n'eſt autre choſe qu'une eſpece de balance ou de peſon pour élever des poids, comme la balance eſt elle-même une eſpece de *levier*.

La force & l'action du *levier* ſe réduiſent facilement à des propoſitions ſuivantes.

1°. Si la puiſſance appliquée à un *levier* de quelque eſpece que ce ſoit, ſoutient un poids, la puiſſance doit être au poids en raiſon réciproque de leurs diſtances de l'apui.

2°. Étant donné le poids ataché à un *levier* de la premiere ou ſeconde eſpece, *A B*, *Figure premiere*, la diſtance *C V*, du poids à l'apui, & la diſtance *A C*, de la diſtance au même apui, il eſt facile de trouver la puiſſance qui ſoutiendra le poids. En effet, ſuppoſons le *levier* ſans peſanteur, & que le poids ſoit ſuſpendu en *V*, ſi l'on fait comme *A C* eſt à *C V*; ainſi', le poids *V* eſt à un quatriéme terme, on aura la puiſſance qu'il faut appliquer en *A*, pour ſoutenir le poids donné *V*.

3°. Si une puiſſance, appliquée à un *levier* de quelque eſpece que ce ſoit, enleve un poids, l'eſpace parcouru par la puiſſance dans ce mouvement eſt à celui que le poids parcourt en même temps, comme le poids eſt à la puiſſance qui ſeroit capable de le ſoutenir; d'où il s'enſuit que le gain qu'on fait du côté de la force, eſt toujours acompagné d'une perte du côté du temps, & réciproquement. Car plus la puiſſance eſt petite, plus il faut qu'elle parcourt un grand eſpace pour en faire parcourir un fort petit au poids.

De ce que la puiſſance eſt toujours au poids comme la diſtance du poids au point d'apui eſt à la diſtance de la puiſſance au même point d'apui, il s'enſuit que la puiſſance eſt plus grande ou plus petite, ou égale au poids, ſelon que la diſtance perpendiculaire du poids à l'apui eſt plus grande ou plus petite, ou égale à celle de la puiſſance. De là on conclura, 1°. que, dans le *levier* de la premiere eſpece, la puiſſance peut être ou plus grande ou plus petite, ou égale au poids; 2°. que, dans le *levier* de la ſeconde eſpece, la puiſſance eſt auſſi plus petite ou plus grande que le poids, ou égale; 3°. qu'elle eſt toujours plus grande dans le *levier* de la troiſieme eſpece; & qu'ainſi cette derniere eſpece de *levier*, bien loin d'aider la puiſſance, quant à ſa force abſolue, ne fait au contraire que lui nuire. Cependant cette derniere eſpece eſt celle que la nature a employé le plus fréquemment dans les corps humains. Par exemple, quand nous ſoutenons un poids ataché au bout de la main, ce poids doit être conſidéré comme fixé à un bras de *levier* dont le point d'apui eſt dans le coude, & dont par conſéquent la longueur eſt égale à l'avant-bras. Or ce même poids eſt ſoutenu en cet état par l'action des muſcles dont la direction eſt fort oblique à ce bras de *levier*, & dont par conſéquent la diſtance au point d'apui eſt beaucoup plus petite que celle du poids. Ainſi, l'éfort des muſcles doit être beaucoup plus grand que le poids. Pour rendre raiſon de cette ſtructure, on remarquera que plus la puiſſance appliquée à un *levier* eſt proche du point d'apui, moins elle a de chemin à faire pour en faire parcourir un très-grand au poids. Or l'eſpace à parcourir par la puiſſance, étoit ce que la nature avoit le plus à ménager dans la ſtructure de notre corps. C'eſt pour cette raiſon qu'elle a fait la direction des muſcles fort peu diſtante du point d'apui; mais elle a dû auſſi les faire plus forts en même proportion.

Quand deux puiſſances agiſſent paralléſement aux extrémités du *levier*, & que le point d'apui eſt entre deux, la charge du point d'apui eſt égale à la ſomme des deux puiſſances, de maniere que, ſi l'une des puiſſances eſt, par exemple, de 100 livres, & l'autre de 200, la charge du point d'apui ſera de 300. Car, en ce cas, les deux puiſſances agiſſent dans le même ſens; mais, ſi le *levier* eſt de la ſeconde ou troiſieme eſpece, & que par conſéquent le point d'apui ne ſoit pas entre les deux puiſſances, alors la charge de l'apui ſera égale à l'excès de la plus grande puiſſance ſur la plus petite; car alors les puiſſances agiſſent en ſens contraire.

Si les puiſſances ne ſont pas paralleles, alors il faut les prolonger juſqu'à ce qu'elles concourent, & trouver par le principe de la compoſition des forces (*Voyez* COMPOSITION) la puiſſance qui réſulte de leur concours.

Cette puiſſance, à cauſe de l'équilibre ſuppoſé, doit avoir une direction qui paſſe par le point d'apui, & la charge du point d'apui ſera évidemment égale à cette puiſſance. *Voyez* APUI.

Au reſte, nous avons déja remarqué *au mot* BALANCE, & c'eſt une choſe digne de remarque, que les propriétés du *levier* ſont plus difficiles à démontrer rigoureuſement lorſque les puiſſances ſont paralleles, que lorſqu'elles ne le ſont pas. Tout ſe réduit à démontrer que, ſi deux puiſſances égales ſont appliquées aux extrémités d'un *levier*, & qu'on place au point du milieu du *levier* une puiſſance qui leur faſſe équilibre, cette puiſſance ſera égale à la ſomme des deux autres. Cela paroît n'avoir pas beſoin de démoſtration; cependant la choſe n'eſt pas évidente par elle-même, puiſque les puiſſances qui ſe ſont équilibre dans le *levier*, ne ſont pas directement oppoſées les unes aux autres; & on pourroit croire conſuſément, que plus les bras du *levier* ſont longs, tout le reſte étant égal, moins la troiſieme puiſſance doit être grande pour ſoutenir les deux autres, parce qu'elles lui ſont, pour ainſi dire, moins directement oppoſées. Cependant il eſt certain, par la théorie de la balance (*Voyez* BALANCE), que cette troiſieme puiſſance eſt toujours égale à la ſomme des deux autres; mais la démoſtration qu'on en donne, quoique vraie & juſte, eſt indirecte.

Il ne ſera peut-être pas inutile d'expliquer ici un paradoxe de méchanique, par lequel on embaraſſe ordinairement les commençans, au ſujet de

Digitized by Google

la propriété du *levier*. Voici en quoi consiste ce paradoxe; on attache à une regle *A B*, *Fig.* 3, *n°.* 2, *Méchan.* deux autres regles *F C*, *E D*, par le moyen de deux clous *B* & *A*, & les regles *F C*, *E D*, sont mobiles autour de ces clous; on attache de même aux extrémités de ces dernieres regles deux autres regles *F E*, *C D*, aussi mobiles autour des points *C D*; en sorte que le rectangle *F C D E*, puisse prendre telle figure & telle situation qu'on voudra, comme *f c d e*, les points *A B* demeurant toujours fixes. Au milieu de la regle *F E* & de la regle *C D*, on plante vis-à-vis l'un de l'autre deux bâtons *H G O*, *I N P*, perpendiculaires & fixément attachés à la regle. Cela posé, en quelque endroit des bâtons qu'on ataché les poids égaux *H I*, ils sont toujours en équilibre, même lorsqu'ils ne sont pas également éloignés du point d'apui *A* ou *B*. Que devient donc, dit-on, cette regle générale, que des puissances égales appliquées à un *levier*, doivent être également distantes du point d'apui?

On rendra aiſément raiſon de ce paradoxe, ſi on fait attention à la maniere dont les poids *H I* agiſſent l'un ſur l'autre. Pour le voir bien nétement, on décompoſera les éforts des poids *H I*, *Fig.* 3, *n°.* 3, chacun en deux, dont l'un pour le poids *H*, ſoit dans la direction *f H*, & l'autre dans la direction *H e*; & dont l'un pour le poids *I*, ſoit dans la direction *C I*, & l'autre dans la direction *I D*. Or l'éfort *C I* ſe décompoſe en deux éforts *C n* & *C Q*; & de même l'éfort *I D* ſe décompoſe en deux éforts *D n* & *D O*. Donc la verge *C D* eſt tirée ſuivant *C D* par une force $= C n + n D$; & l'on trouvera de même que la verge *f e* eſt tirée ſuivant *f e* par une force $= f e$. Donc, puiſque $B C = B f$, & $C D =$ & parallele à *f e*, les deux éforts ſuivans *C D* & *f e* ſe font équilibre. Maintenant on décompoſera de même l'éfort ſuivant *C Q* en deux, l'un dans la direction de *B C*, lequel éfort ſera détruit par le point fixe & immobile *B*, l'autre ſuivant *C D*; & on décompoſera enſuite l'éfort qui agit au point *D*, ſuivant *C D* en deux autres, l'un dans la direction *D A*, qui ſera détruit par le point fixe *A*, & l'autre dans la direction *D C*; & on trouvera facilement que cet éfort eſt égal & contraire à l'éfort qui réſulte de l'éfort *C Q* ſuivant *C D*. Ainſi, ces deux éforts ſe détruiront: on en dira de même du point *H*; ainſi, il y aura équilibre.

Nous croyons devoir avertir que l'invention de ce paradoxe méchanique eſt dû à M. de Roberval, membre de l'ancienne Académie des Sciences, & connu par pluſieurs ouvrages mathématiques, dont la plupart ont été imprimés après ſa mort. Le docteur Deſaguliers, membre de la ſociété royale, mort depuis peu d'années, a parlé aſſez au long de ce même paradoxe dans ſes leçons de Phyſique expérimentale, imprimées en anglois & *in-4°*; mais il n'a point cité M. de Roberval, que peut-être il ne connoiſſoit pas pour en être l'auteur.

Au reſte, il eſt indifférent (cela ſuit évidemment de la démonſtration précédente), que les points *N G*, *Fig.* 3, *n°.* 2, ſoient placés ou non au milieu des regles *C D*, *F E*. On peut placer les regles *P I*, *H O*, par-tout ailleurs en *C D*, *F E*, & la démonſtration aura toujours lieu. Je dois avertir que l'équilibre dans la *balance de Roberval* (car c'eſt ainſi qu'on appele cette machine), eſt aſſez mal démontré dans la plupart des ouvrages qui en ont parlé; & je ne ſai même s'il ſe trouve dans aucun ouvrage une démonſtration auſſi rigoureuſe que celle que nous venons d'en donner.

J'ai dit plus haut que tout ſe réduiſoit à démontrer que, dans la balance à bras égaux, la charge eſt égale à la ſomme des deux poids. En effet, cette propoſition une fois démontrée, on n'a qu'à ſubſtituer un apui fixe à l'un des deux poids, & au centre de la balance une puiſſance égale à leur ſomme, & on aura un *levier*, où l'une des puiſſances ſera 1 & l'autre 2, & dans lequel les diſtances au point d'apui, ſeront comme 1 & 2. Voilà donc l'équilibre démontré dans le cas où les puiſſances ſont dans la raiſon de 2 a 1; & on poura de même le démontrer dans le cas où elles ſeront dans tout autre raport: nous en diſons aſſez pour mettre ſur la voie de la démonſtration les lecteurs intelligens. Ainſi, toutes les loix de l'équilibre ſe déduiront toujours de la loi de l'équilibre dans le cas le plus ſimple. *Voyez* ÉQUILIBRE. (*O*)

LÉZARD, (*Aſtron.*), *lacerta*, *ſtellio*; petite conſtellation introduite par *Hévélius* pour raſſembler, ſous un nom commun, quelques petites étoiles qui avoient été négligées par les anciens. Elle eſt ſituée entre les conſtellations d'andromede & du cygne. Hévélius ne pouvoit choiſir qu'un petit animal à cauſe de la petiteſſe de l'eſpace qu'occupent ces étoiles, & comme le *lézard* eſt un animal de diverſes couleurs, il crut que cela ſe raporteroit aſſez bien avec l'éclat des étoiles qui forment cette conſtellation. Elle a été conſervée par Flamſteed dans le *Catalogue Britannique*, où elle eſt compoſée de 16 étoiles; la plus brillante eſt de quatrieme grandeur: elle avoit, en 1690, 0ᵈ 3ᵈ 52′ 12″ de longitude, & 53ᵈ 17′ 26″ de latitude boréale. (*D. L.*)

LIBRA, (*Aſtronomie*); nom latin de la conſtellation de la BALANCE.

LIBRATION, (*Aſtr.*); c'eſt un petit changement que l'on aperçoit dans la ſituation du globe de la lune & dans la poſition de ſes taches. Quoique le diſque apparent ſoit à peu près le même en tout temps, on y obſerve cependant quelques degrés de variation. Les taches paroiſſent d'environ trois minutes plus ou moins éloignées des bords; la différence eſt quelquefois d'un huitieme de la largeur du diſque apparent de la lune.

Il y a quatre ſortes de *librations*; d'abord la *libration* diurne qui eſt égale à la parallaxe horizontale; 2°. la *libration* en latitude qui vient de

Digitized by Google

l'inclinaiſon de l'axe de la lune ſur l'écliptique ; 3°. la *libration* en longitude, qui vient des inégalités du mouvement de la lune dans ſon orbite ; 4°. enfin celle qui provient de l'attraction de la terre ſur le ſphéroïde lunaire. Les deux premieres *librations* furent reconnues par Galilée ; la troiſieme, par Hévélius & Riccioli ; la quatrieme, par Newton : celle-ci a été ſur-tout diſcutée dans la piece de M. de la Grange, qui a remporté le prix de l'Académie, en 1764.

La *libration* diurne eſt trop petite pour qu'il ſoit néceſſaire d'en parler ici ; elle n'eſt que d'un degré, & toujours égale à la parallaxe, elle vient de ce que la lune étant à l'horizon, nous la voyons du haut en bas, ce qui nous fait apercevoir en haut une partie de ſon globe que nous ne verrions pas.

La cauſe de la *libration* en latitude eſt évidente, ſi l'on ſuppoſe que la lune préſente toujours la même face au même point du ciel, & qu'un de ſes diametres, que nous appélerons l'*axe de la lune*, ſoit toujours incliné de deux degrés ſur l'écliptique ; c'eſt un phénomene de même eſpece que celui du parallélifme de l'axe de la terre & de ſon inclinaiſon ſur l'écliptique, d'où provient la différence des ſaiſons. L'axe de la lune n'étant point perpendiculaire au plan de ſon orbite, mais étant un peu incliné à ce plan, & cet axe conſervant continuellement ſon parallélifme dans ſon mouvement autour de la terre, il faut néceſſairement qu'il change de ſituation, par raport à un obſervateur placé ſur la terre, & à la vue duquel il préſentera tantôt l'un des poles, & tantôt l'autre. De ſorte que l'obſervateur, placé ſur la ſurface de la terre, ne verra pas toujours exactement un hémiſphere terminé par un plan qui paſſe par l'axe de la *lune*, mais l'axe ſe trouvera preſque toujours tantôt d'un côté de ce plan, tantôt de l'autre ; ce qui fait qu'il paroît avoir une eſpece d'ondulation ou vacillation, & que nous voyons des parties de la lune tantôt vers un des poles, tantôt vers l'autre, quelquefois vers le nord, quelquefois vers le midi.

Soit *T* la terre, *Pl. d'Aſtr. Fig.* 156, *T E* le plan de l'écliptique, *T C* une ligne inclinée de 2° ſur l'écliptique, *L* le centre de la lune, dont l'axe *I L K* ſoit perpendiculaire à *T C* ; lorſque la latitude de la lune ou l'angle *L T E* eſt de 5°, l'angle *L T C* eſt de 3°, auſſi-bien que l'angle *G L D*, & une tache ſituée en *G* ſur l'équateur lunaire, paroît éloignée du centre apparent *D* de la lune, de 3° ou de $\frac{3}{10}$ du rayon de la lune ; mais 14 jours après, quand la lune en *M* a 5° de latitude auſtrale, l'angle *E T M* étant de 5°, & l'angle *C T M* de 7°, la tache, qui étoit en *G*, ſe trouve en *Q*, & ſa diſtance *F Q* au centre apparent *F* de la lune, eſt l'arc *F Q* égal à l'angle *C T M*, ou de 7° ; ainſi, la tache ſituée dans l'équateur paroît à 7° au midi du centre apparent *F* de la lune, tandis qu'auparavant elle paroiſſoit 3° plus au nord ; donc la tache de la lune paroît de 10° plus au midi, ou plus près du bord méridional de la lune, que lorſque la latitude étoit ſeptentrionale en *L*. Cela ſuppoſe que la ligne *T C*, à laquelle l'axe eſt perpendiculaire, ſoit immobile, ou que l'axe *I K* ſoit toujours parallele à lui-même. Il a cependant un mouvement égal à celui des nœuds de la lune ; mais l'effet n'eſt pas ſenſible en 14 jours.

La *libration* en longitude vient de ce que ſe mouvement de la lune autour de ſon axe eſt uniforme, tandis que ſon mouvement ou ſa viteſſe, dans ſon orbite, eſt inégale ; il arive de là que quelques parties du limbe de la lune s'éloignent quelquefois du centre de ſon diſque, & que, d'autres fois, elles s'en approchent, & que quelques parties, qui étoient auparavant inviſibles, deviennent par-là viſibles.

Si la lune décrivoit un cercle autour de la terre, & qu'elle décrivît ce cercle d'un mouvement uniforme dans le même temps qu'elle tourne autour de ſon axe, aſſurément ce ſeroit toujours le plan du même méridien lunaire qui paſſeroit par notre œil ou par le centre de la terre, & l'on appercevroit exactement chaque jour le même hémiſphere. Il ſuit de ces obſervations que, ſi la *lune* eſt habitée, quelques-uns de ſes habitans doivent tantôt voir la terre & tantôt ne la plus voir ; que près de la moitié doivent ne la voir jamais, & près de la moitié la voir toujours. Cette eſpece d'ondulation ou de vacillation de la lune ſe fait d'abord d'occident en orient, enſuite d'orient en occident ; de ſorte que diverſes régions qui paroiſſoient ſituées vers le bord occidental ou oriental de la lune, ſe cachent ou ſe montrent alternativement. Suivant la théorie du mouvement elliptique, le foyer ſupérieur *F* de l'orbite lunaire *A L P*, *Fig.* 157, eſt celui autour duquel la lune tourne uniformément ou à peu près : ſi donc la rotation de la lune eſt uniforme, comme le prouve l'obſervation, la lune, après le quart de la durée de ſa révolution, préſentera au foyer *F* le point *B* de ſa ſurface, qui, dans l'apogée *A*, étoit dirigée ſuivant *A F T*, & par conſéquent vers la terre ; mais dans cette poſition du rayon *L A F*, l'angle *F L T* étant de 6° ou 7°, le point *G* de la lune, qui eſt dirigé vers la terre & qui forme le centre apparent de la lune, eſt différent du point *A*, de 7° de la circonférence de la lune ; ainſi, la tache qui eſt en *A* (& qui paroiſſoit au centre apparent du diſque lunaire quand la lune étoit apogée), en paroîtra éloignée de 7°, ou d'environ une huitieme partie du rayon de la lune du côté de l'occident, lorſque la lune ſera dans ſa moyene diſtance après ſon paſſage par l'apogée ; c'eſt ce que l'on obſerve réellement.

La plus grande *libration* en longitude eſt le temps où la mer des Criſes (*palus mœotides*, ſuivant Hévelius) eſt la plus éloignée du bord occidental de la lune, ce qui arive vers 9° d'anomalie ; alors les taches orientales, telles que Grimaldi (*palus maræotides*, ſuivant Hévelius) ſont les

Plus

plus éloignées du bord oriental de la lune. Le contraire arive dans la plus petite *libration*, telle que l'observa Hévélius, le 17 mai 1649. La mer de Crises étoit ſi près du bord de la lune, qu'il n'a jamais vu l'intervalle auſſi petit. La longitude de la lune étoit alors moindre que la longitude moyene de ſix degrés; la lune étoit vers 3ᵉ d'anomalie.

Riccioli eut le premier, en 1651, l'idée d'expliquer cette *libration* en longitude par l'excentricité de l'orbite lunaire; mais il rejeta cette hypotheſe, parce qu'il ſuppoſoit alors une *libration* trop grande, & qu'il trouvoit pluſieurs obſervations auxquelles cette hypotheſe ne ſatisfaiſoit pas, mais les obſervations étoient alors trop imparfaites. Imaginons, dit-il, que la lune préſente toujours la même face, non à la terre, mais au centre de l'excentrique ou de l'orbite lunaire, en ſorte que la ligne menée du centre du globe lunaire au centre de l'excentrique qu'elle parcourt, paſſe toujours par le même point du globe lunaire, la ligne menée à la terre paſſera ſur la lune, par des points différens, & nous verrons différentes parties. Cette hypotheſe, rejetée par Riccioli, fut employée par Hévelius, qui l'avoit imaginée en 1648; & dans ſa lettre écrite à Riccioli en 1654, il l'explique comme la véritable cauſe de la *libration* en longitude; Newton & Caſſini l'adopterent également. Il n'eſt pas aiſé de comprendre la raiſon de cette parfaite égalité entre les durées de la rotation & de la révolution de la lune. Newton ayant trouvé, par l'attraction de la terre, que le diametre de la lune dirigé vers la terre doit ſurpaſſer de deux cents quatre-vingts pieds les diametres perpendiculaires à notre rayon viſuel, en conclut que le plus grand diametre doit être toujours à peu près dirigé vers la terre, & que c'eſt pour cela que nous voyons toujours à peu près le même côté de la lune.

Si la figure de la lune étoit parfaitement ſphérique, comme on l'a ſuppoſé juſqu'ici, la *libration* ſeroit purement optique; mais M. d'Alembert a prouvé dans ſes *Recherches ſur le ſyſtême du monde*, IIe part. *art.* 363 *& ſuiv.* que, ſi la lune s'écarte tant ſoit peu de la figure ſphérique, il peut & il doit y avoir une cauſe phyſique dans la *libration*.

Or il eſt vrai que l'équateur lunaire doit être alongé dans le ſens du diametre qui va de la lune à la terre, parce que l'attraction de la terre eſt plus grande ſur les parties de la lune qui ſont les plus près de nous; d'un autre côté, la rotation de la lune autour de ſon axe doit en faire un ſphéroïde aplati par les poles, & rendre les méridiens d'une forme elliptique; l'équateur & les parralleles doivent être des ellipſes; & le corps de la lune doit être, pour ainſi dire, comme un œuf qu'on auroit aplati par les côtés, indépendamment de ſon alongement naturel.

M. de la Grange ſuppoſe avec Newton, que la lune eſt un ſphéroïde alongé vers la terre, & il trouve que cette planete doit faire autour de ſon axe une eſpece de balancement ou d'oſcillation, par lequel ſa viteſſe de rotation eſt tantôt accélérée, tantôt retardée; qu'alors la lune doit nous montrer toujours à peu près la même face, quoiqu'elle ait pu recevoir, dans le principe, une rotation dont la durée ne ſeroit point, par elle ſeule, égale à celle de la révolution. Il fait voir auſſi que la figure de la lune peut être telle que la préceſſion de ſes points équinoxiaux, ou la rétrogradation des nœuds de l'équateur lunaire ſoit à peu près égal au mouvement rétrograde des nœuds de l'orbite lunaire. C'eſt en effet ce que l'on obſerve, comme je l'ai prouvé par des obſervations détaillées, dans les *Mém. de* 1764.

Pour connoître les loix & les circonſtances de la *libration* de la lune; il ſuffit de déterminer la poſition de ſon équateur par raport à l'écliptique, & cela ſe peut faire comme pour le ſoleil. *Voyez* ROTATION.

Les ſélénographies ou les figures de la lune ne peuvent la repréſenter fidélement dans tous les temps, puiſque la *libration* fait paroître les taches de 6 à 7^d plus près ou plus loin du même bord. Mais ce que l'on peut faire de mieux, c'eſt de conſtruire les figures pour les *librations* moyenes, & c'eſt ce que j'ai pratiqué dans la figure gravée pour la *Connoiſſance des temps* de 1775. *Voyez Fig.* 150 & le *mot* SÉLÉNOGRAPHIE.

Libration de l'apogée de la lune ſe dit d'un mouvement alternatif que l'action du ſoleil produit dans le mouvement de l'apogée de la lune, & qui étoit d'environ douze degrés ſuivant l'hypotheſe d'Horoccius, adoptée par Newton & Halley. Mais les aſtronomes ne conſiderent plus cette *libration*, parce que, combinée avec le changement d'excentricité que les mêmes auteurs admettoient, elle ſe réduit à une ſimple inégalité de la lune qu'on appele *évection*. *Voyez* LUNE.

Libration de la terre; c'eſt, ſuivant quelques anciens aſtronomes, le mouvement par lequel la terre eſt retenue, dans ſon orbite, de maniere que ſon axe reſte toujours parallele à lui-même; c'eſt ce que Copernic appeloit *mouvement de libration*. Mais ce nom eſt impropre; car on pouroit plutôt dire que l'axe de la terre auroit une *libration* du midi au nord, ſi cet axe ne demeuroit pas toujours parallele à lui-même. Pour qu'il demeure dans cet état, il n'eſt beſoin d'aucune force extérieure; il a dû prendre cette ſituation dès que la terre a commencé à tourner, & l'a conſervée depuis par la propriété qu'ont tous les corps de reſter dans l'état qui leur a été donné, à moins qu'une cauſe extérieure & étrangere ne les en tire. *Voyez* ROTATION.

Libration de l'obliquité de l'écliptique, étoit un mouvement de l'axe de la terre admis par Copernic; pour expliquer la diminution de l'obliquité de l'écliptique; on ne ſe ſert plus de cette hypotheſe depuis qu'on a reconu la véritable cauſe de

Digitized by Google

cette diminution. La *nutation* découverte par Bradley est une véritable *libration*. (*D. L.*)

LICORNE, *monoceros*, *unicornu*, (*Astron.*); constellation méridionale qui fut introduite par Bartschius en 1635, employée, en 1679, dans le catalogue de dom Anthelme, & dans les cartes de Royer, pour rassembler des étoiles informes, situées entre le grand chien & le petit chien, entre orion & l'hydre; elle contient trente-une étoiles dans le grand catalogue Britannique. L'étoile principale est de quatrieme grandeur, elle est au-cou de la licorne, elle avoit, en 1690, 3^{s} 8^{d} 27′ 56″ de longitude, & 20^{d} 32′ 18″ de latitude australe.

Il y avoit, dans l'ancienne astronomie, une constellation de même nom; mais elle n'étoit pas au même endroit du ciel; elle étoit vers la queue de l'hydre, suivant la sphere perſique, raportée par Scaliger ſur Manilius. (*D. L.*)

LIERNE, ſ. f. (*Hydr.*); piece de bois qui ſert à tirer les fils de pieux d'une palée; elle eſt boulonée & n'a point d'entailles, comme la morze, pour acoler les pieux: on *lierne* ſouvent les pieux d'un batardeau. (*K*).

LIEU *géométrique*, ſignifie une ligne par laquelle ſe reſout un problème géométrique. *Voyez* PROBLÈME & GÉOMÉTRIQUE.

Un lieu eſt une ligne dont chaque point peut également réſoudre un problème indéterminé. S'il ne faut qu'une droite pour conſtruire l'équation du problème, le lieu s'appele alors *lieu à ligne droite*; s'il ne faut qu'un cercle, *lieu au cercle*; s'il ne faut qu'une parabole, *lieu à la parabole*; s'il ne faut qu'une ellipſe, *lieu à l'ellipſe*; & ainſi des autres, &c.

Les anciens nommoient *lieux plans*, les *lieux* des équations qui ſe réduiſent à des droites ou à des cercles; & *lieux ſolides* ceux qui ſont ou des paraboles, ou des hyperboles, ou des ellipſes.

M. Wolf donne une autre définition des *lieux*, & il les range en différens ordres, ſelon le nombre de dimenſions auxquelles la quantité indéterminée s'éleve dans l'équation. Ainſi, ce ſera un *lieu* du premier ordre, ſi l'équation eſt $x = \frac{ay}{c}$; un *lieu* du ſecond ordre, ſi c'eſt $y^2 = ax$, ou $y = a^2 - x^2$, *&c.* un *lieu* du troiſieme, ſi on a pour équation $y^3 = a^2 x$, ou $y^3 = ax^2 \ldots$ *&c.*

Pour mieux concevoir la nature des *lieux géométriques*, ſuppoſons deux droites inconnues & variables AP, PM, *Pl. d'Analyſe*, *Fig.* 29, 30, qui faſſent entr'elles un angle donné quelconque APM, dont nous nommerons l'une, par exemple, AP, qui a ſon origine fixe en A, & qui s'étend indéfiniment dans une direction donnée, x, & l'autre PM, qui change continuellement de poſition & de grandeur, mais qui reſte toujours parallele à elle-même, y. Suppoſons de plus une équation qui ne contienne d'inconnues que ces deux quantités x, y, mêlées avec des quantités connues, & qui exprime le raport de la variable AP, x, à la valeur de PM, ou de l'y correſpondante; enfin imaginons qu'à l'extrémité de chaque valeur poſible de x, on ait tracé en effet l'y correſpondante que cette équation détermine; la ligne droite ou courbe qui paſſera par les extrémités de toutes les y ainſi tracées, ou par tous les point M, ſera nommée, en général, *lieu géométrique*, & *lieu* de l'équation propoſée en particulier.

Toutes les équations, dont les *lieux* ſont du premier ordre, peuvent ſe réduire à quelqu'une des quatre formules ſuivantes: 1°. $y = \frac{bx}{a}$: 2°. $y = \frac{bx}{a} + c$: 3°. $y = \frac{bx}{a} - c$: 4°. $y = c - \frac{bx}{a}$; dans leſquelles la quantité inconnue y eſt ſuppoſée toujours avoir été délivrée de fractions, la fraction qui multiplie l'autre inconnue x eſt ſuppoſée réduite à cette expreſſion $\frac{b}{a}$; & tous les autres termes ſont comme cenſés réduits à celui $+c$. Le *lieu* de la premiere formule eſt d'abord déterminé, puiſqu'il eſt évident que c'eſt une droite qui coupe l'axe dans ſon origine A, & qui fait avec lui un angle tel que les deux inconnues x, y ſoient toujours entr'elles comme a eſt à b. Or, ſuppoſant ce premier *lieu* connu, il faudra, pour trouver celui de la ſeconde formule $y = \frac{bx}{a} + c$, prendre d'abord ſur la ligne AP, *Fig.* 3, une partie $AB = a$, & tirer $BE = b$ & $AD = c$ paralleles à PM. Vous tirerez enſuite du même côté que AP & vers E la ligne AE d'une longueur indéfinie, & la ligne droite indéfinie DM parallele à AE; je dis que la ligne DM eſt le *lieu* de l'équation, ou de la formule que nous voulions conſtruire. Car ſi, par un point quelconque M de cette ligne, on tire MP parallele à AQ, les triangles ABE, APF ſeront ſemblables; ce qui donnera AB, a: BE, b:: AP, x: $PF = \frac{bx}{a}$, & par conſéquent $PM(y) = PF\left(\frac{bx}{a}\right) + FM(c)$. Si on fait $c = o$, c'eſt-à-dire, ſi les points DA tombent l'un ſur l'autre, & DM ſur AF, la ligne AF ſera alors le *lieu* de l'équation $y = \frac{bx}{a}$. Pour trouver le *lieu* de la troiſieme formule, il faudra s'y prendre de cette ſorte: vous ferez $AB = a$, *Fig.* 32, & vous tirerez les droites $BE = b$, $AD = c$ paralleles à PM, l'une de l'un des côtés de AP, & l'autre de l'autre côté: par les points A, E, vous tirerez la droite AE, que vous prolongerez indéfiniment vers E, & par le point D la ligne DM, parallele à AE, je dis que la droite indéfiniment GM ſera le *lieu* cherché. Car nous aurons toujours $PM(y) = PF\left(\frac{bx}{a}\right) - FM(c)$. Enfin, pour trouver

Digitized by Google

le *lieu* de la 4e formule, ſur AP, *Fig.* 33, vous prendrez $AB = a$, & vous tirerez $BE = b$, & $AD = c$, l'une d'un des côtés de AP, & l'autre de l'autre côté. De plus, par les points A, E, vous tirerez AE, que vous prolongerez indéfiniment vers E, & par le point D la ligne DM parallele à AE, je dis que DG ſera le *lieu* cherché. Car ſi, par un de ſes points quelconques M, on tire la ligne MP parallele à AQ, on aura toujours $PM(y) = FM(c) - PF\left(\frac{bx}{a}\right)$.

Il s'enſuit de là qu'il n'y a de *lieu* du premier degré que les ſeules lignes droites; ce qui peut ſe voir facilement, puiſque toutes les équations poſſibles du premier degré ſe réduiſent à l'une des formules précédentes.

Tous les *lieux* du ſecond degré ne peuvent être que des ſections coniques; ſavoir, la parabole, l'ellipſe ou le cercle, qui eſt une eſpece d'ellipſe, & l'hyperbole, qui, dans certains cas, devient équilatere: ſi on ſuppoſe donc donnée une équation indéterminée, dont le *lieu* ſoit du ſecond degré, & qu'on demande de décrire la ſection conique qui en eſt le *lieu*, il faudra commencer par conſidérer une parabole, une ellipſe & une hyperbole quelconque, en les raportant à des droites ou des coordonées, telles que l'équation qui en exprimera la nature, ſe trouve être par-là la plus compoſée & la plus générale qu'il ſoit poſſible. Ces équations les plus générales, ou ces formules des trois ſections coniques & de leurs ſubdiviſions étant découvertes, & en ayant examiné les caracteres, il ſera aiſé de conclure à laquelle d'entr'elles ſe raportera l'équation propoſée, c'eſt-à-dire, quelle ſection conique cette même équation aura pour *lieu*. Il ne s'agira plus après cela que de comparer tous les termes de l'équation propoſée avec ceux de l'équation générale du *lieu*, auquel on aura trouvé que cette équation ſe raporte, cela déterminera les coefficiens de cette équation générale, ou ce qui eſt la même choſe, les droites qui doivent être données de proportion & de grandeur pour décrire le *lieu*; & ces coefficiens, ou ces droites étant une fois déterminées, on décrira facilement le *lieu*, par les moyens que les traités des ſections coniques fourniſſent.

Par exemple, que AP, x, PM, y ſoient deux droites indéterminées & variables, *Fig.* 34; & que m, p, r, f, ſoient des droites données; ſur la ligne AP, prenez la portion $AB = m$, & tirez $BE = n$, $AD = r$ toutes deux paralleles à PM; & par le point A, tirez $AE = e$, & par le point D, la ligne indéfinie DG parallele à AE; ſur DG, prenez $DC = s$, & prenant CG pour diametre, les ordonées paralleles à PM, & la ligne $CH = p$ pour parametre, décrivez la parabole CM, & elle ſera le *lieu* de la formule générale ſuivante.

$$yy - \frac{2n}{m}xy + \frac{nn}{mm}xx = o.$$
$$-2ry + \frac{2nr}{m} \cdot x$$
$$-\frac{ep}{m}x$$
$$+rr$$
$$+ps.$$

Car ſi, d'un de ces points quelconques M, on tire l'ordonée PM, les triangles ABE, APF, ſeront ſemblables & par conſéquent $AB(m) : AE(e) :: AP(x) : AF$ ou $DG = \frac{ex}{m}$ & $AB(m) : BE(n) :: AP(x) : PF = \frac{nx}{m}$, & par conſéquent GM ou $PM - PF - FG = y - \frac{nx}{m} - r$, & CG ou $DG - DC = \frac{ex}{m} - s$. Mais par la nature de la parabole $\overrightarrow{GM} = CG \times CH$; & cette derniere équation deviendra la formule générale elle-même, ſi on ſubſtitue à la place des droites qui ſont employées, leurs valeurs marquées ci-deſſus.

Cette équation eſt la plus générale qui puiſſe apartenir à la parabole, puiſqu'elle renferme, 1°. le carré de chacune des inconnues x, y; 2°. le produit xy de l'une par l'autre; 3°. les inconnues x, y, & un terme tout conſtant. Une équation du ſecond degré, où les indéterminées x, y ſe trouvent mêlées, ne ſauroit contenir un plus grand nombre de termes.

Par le point fixe A, tirez la droite indéfinie AQ, *Fig.* 35, parallele à PM; prenez $AB = m$, tirez $BE = n$ parallele à AP, & par les points déterminés A, E, la droite $AE = e$; ſur AP, prenez $AD = r$, tirez la droite indéfinie DG, parallele à AE, & prenez la portion $DC = s$. Enfin, prenant pour diametre CG, & ſuppoſant les ordonées paralleles à AP, & pour parametre la ligne $CH = p$, décrivez une parabole CM; cette parabole ſeroit le *lieu* de cette ſeconde équation ou formule.

$$xx - \frac{2n}{m}yx + \frac{nn}{mm}yy = o.$$
$$-2rx - \frac{ep}{m}y + \frac{2nry}{m}$$
$$+rr$$
$$+ps.$$

Car ſi, d'un point quelconque M, on tire la droite MQ parallele à AP, on aura $AB(m) : AE(e) :: AQ$ ou $PM(y) : AF$ ou $DG = \frac{ey}{m}$ & $AB(m) : BE(n) :: AQ(y) : QF =$

Digitized by Google

$\frac{xy}{m}$, & par conſéquent GM ou $QM-QF-FG=x-\frac{ny}{m}-r$; & CG ou $DG-DC=\frac{ey}{m}-s$: & ainſi, par la propriété de la parabole, vous trouverez encore la ſeconde des équations générales ou des formules précédentes; & vous vous y prendrez de la même ſorte, pour trouver les équations générales ou les formules des autres ſections coniques.

Si on demande maintenant de décrire la parabole qui doit être le *lieu* de l'équation ſuivante, que nous ſuppoſerons donnée $yy-2ay-bx+cc=o$; comme yy ſe trouve ici ſans fraction, de même que dans notre premiere formule, il vaudra mieux comparer la propoſée avec cette premiere formule qu'avec l'autre; & d'abord, puiſque le rectangle xy ne ſe trouve point dans la propoſée, ou qu'il peut y être cenſé multiplié par o, nous en conclurons que la fraction $\frac{2n}{m}$ doit être $=o$, & par conſéquent auſſi qu'on doit avoir n, ou $BE=o$; de ſorte que les points B, E doivent être coincidens, ou que la droite AE doit tomber ſur AB & lui être égale, c'eſt-à-dire, que $m=e$: détruiſant donc, dans la formule, tous les termes affectés de $\frac{n}{m}$ ou de n, & ſubſtituant par-tout m à la place de e, elle ſe changera en $yy-2ry-px+rr+ps=o$; & comparant encore les termes correſpondans $-2ry$, & $-2ay$, $-px$ & $-bx$, enfin $rr+ps$, & cc, nous aurons $r=a$, $p=b$, & en ſubſtituant ces valeurs dans la derniere équation de comparaiſon, $aa+bs=cc$, ou bien $s=\frac{cc-aa}{b}$, qui par conſéquent ſera une quantité négative, ſi a eſt plus grand que c. Nous le ſuppoſons ici. Il ne ſerviroit de rien de comparer les deux premiers termes, parce qu'étant les mêmes des deux côtés, ſavoir, yy, cette comparaiſon ne pourroit rien faire découvrir.

Or les valeurs de m, n, r, p, s, ayant été ainſi trouvées, on conſtruira facilement le *lieu* cherché par les moyens qui nous ont ſervi à la conſtruction de la formule & de la maniere ſuivante, comme $BE\,(n)$ eſt $=o$, *Fig.* 36, & que les points B, E coïncident, ou que AE tombe ſur AP, il faudra, par cette raiſon, tirer du point A la droite $AD\,(r)$ parallele à PM & $=a$, & la droite DG parallele à AP, dans laquelle vous marquerez la droite $DC\,(s)=\frac{aa-cc}{b}$, laquelle doit être priſe au delà de l'origine, dans un ſens oppoſé à DG ou AP, parce que la fraction $\frac{c^2-a^2}{b}$ eſt négative par la ſuppoſition. Enſuite, regardant DC comme diametre, prenant des ordonnées paralleles à PM, & la droite $CH\,(p)=b$ pour parametre, vous décrirez une parabole, je dis qu'elle ſera le *lieu* de l'équation donnée, & il eſt en effet aiſé de le prouver. Si c'eût été le carré xx qui ſe fût trouvé tout-d'un-coup ſans fraction dans la propoſée, il auroit été alors plus naturel de ſe ſervir de la ſeconde formule. On voit au reſte qu'au moyen d'une diviſion fort facile, on peut délivrer des fractions tel des deux carrés qu'on voudra; & il faudroit commencer par cette diviſion, ſi l'on voyoit que la comparaiſon des termes en dût devenir plus ſimple.

Voilà une idée de la méthode de conſtruire les *lieux* des équations, lorſqu'ils doivent être des ſections coniques, ou, ce qui eſt la même choſe, lorſque les équations ne paſſent pas le ſecond degré: car on doit ſentir que les *lieux* à l'ellipſe & à l'hyperbole, doivent ſe déterminer par une méthode ſemblable.

Mais une pareille équation étant donnée, au lieu de demander, comme tout-à-l'heure, d'en conſtruire le *lieu*, ſi on ſe contente de demander quelle doit être l'eſpece de la ſection conique qui en eſt le *lieu*, ſi c'eſt une parabole, une ellipſe ou même un cercle, une hyperbole équilatere, ou non équilatere, il faudroit, pour en juger, commencer par faire paſſer d'un même côté tous les termes de l'équation, de façon qu'il reſtât zéro de l'autre côté; & cela étant fait, il pouroit ſe préſenter deux cas différens.

Premier cas; ſuppoſons que le rectangle xy, ne ſe trouve point dans l'équation; alors, 1°. s'il n'y a qu'un des deux carrés yy, ou xx, le *lieu* ſera une parabole; 2°. ſi les deux carrés s'y trouvent tout-à-la-fois & avec le même ſigne, le *lieu* ſera une ellipſe, & en particulier un cercle, lorſque ni l'un ni l'autre des deux carrés n'aura de coëfficient, ou (ſi on n'avoit point réduit l'un d'eux à n'en point avoir) lorſqu'ils auront les mêmes coëfficiens, & que de plus l'angle des coordonées ſera droit; 3°. ſi les deux carrés xx, & yy ſe trouvent dans l'équation, & avec des ſignes différens, le *lieu* ſera une hyperbole, laquelle deviendra équilatere dans les mêmes ſuppoſitions, qui ſont de l'ellipſe un cercle.

Second cas; quand le rectangle xy ſe trouve dans l'équation, alors, 1°. s'il ne s'y trouve aucun des deux carrés, qu'il ne s'y en trouve qu'un, ou encore qu'ils s'y trouvent tous deux avec différens ſignes, ou enfin que s'y trouvant tous deux avec les mêmes ſignes, le carré du coëfficient qui multiplie xx, ſoit plus grand que le quadruple du rectangle des coëfficiens de xx & yy; dans toutes ces ſuppoſitions, le *lieu* ſera une hyperbole. 2°. Si ces deux carrés s'y trouvant toujours, & étant de même ſigne; ſi le carré du coëfficient xy, eſt plus petit que le quadruple du rectangle des coëfficiens de xx & yy, le *lieu* ſera alors une ellipſe. 3°. Enfin, ſi, dans la même ſuppoſition, ce carré & le quadruple du rectangle dont nous venons de par-

Digitized by Google

ler, ſont égaux entr'eux, le *lieu* ſera alors une parabole.

Cette méthode de conſtruire les *lieux géométriques*, en les raportant aux équations les plus compoſées qu'il ſoit poſſible, eſt due à M. Craig, auteur anglois, qui l'a publiée le premier dans ſon *traité de la Quadrature des courbes*, en 1693. Elle eſt expliquée fort au long dans le ſeptieme & le huitieme livre des ſections coniques de M. le Marquis de l'Hôpital, qui ſans doute en auroit fait honeur au géometre anglois, s'il eût eu le temps de mettre la derniere main à ſon ouvrage.

M. Guiſnée, dans ſon application de l'Algebre à la Géométrie, donne une autre méthode pour conſtruire les *lieux géométriques*. Elle eſt plus commode à certains égards que la précédente, en ce qu'elle apprend à conſtruire tout-d'un-coup & immédiatement une équation donnée, ſans la raporter à une équation plus générale; mais, d'un autre côté, elle demande auſſi, dans la pratique, plus de précaution pour ne ſe point tromper.

Nous ne devons pas oublier de dire que M. l'abbé de Gua, dans les *uſages de l'analyſe de Deſcartes*, *pag.* 342, remarque une eſpece de faute qu'on pouroit reprocher aux auteurs qui ont écrit juſqu'ici ſur la conſtruction des *lieux géométriques*, & fait voir cependant que cette faute n'a point dû tirer à conſéquence dans les regles ou les méthodes que ces auteurs ont données.

Cette faute, qu'il ſeroit trop long de détailler ici, conſiſte, en général, en ce que ces auteurs n'ont enſeigné à réduire à l'hyperbole entre ſes aſymptotes, que les *lieux* où il manque un des carrés x, y. On peut réduire à l'hyperbole entre ces aſymptotes une équation même qui contiendroit ſes deux carrés, mais alors aucune des deux aſymptotes ne ſeroit parallele à la ligne des x, ni à celle des y. *Voyez* TRANSFORMATION DES AXES; *voyez* auſſi ſur les *lieux* en général, & ſur ceux aux ſections coniques en particulier, les *articles* COURBE, ÉQUATION, CONIQUE, ELLIPSE, CONSTRUCTION, *&c.* (O)

LIEU *d'une planete*, (*Aſtron.*), ſignifie ordinairement ſa *longitude*.

LIEUE; meſure itinéraire de France. Les aſtronomes comptent les lieues de 25 au degré, ou de 2283 toiſes. Les lieues de poſte ſont de 2000 toiſes; les lieues en Languedoc ſont ſouvent de 4000. *Voyez la Métrologie de M. Pauſton.*

LIEVRE, (*Aſtron.*), *lepus*, *lexipes*; conſtellation méridionale ſituée au deſſous d'orion, & qui contient 19 étoiles dans le catalogue de Flamſtéed. Pline l'appele *daſypus*; Virgile, *auritus*. C'étoit, en Égypte, le ſymbole de la vigilance, de la prudence, de la crainte, de la ſolitude, de la viteſſe; il paroît cependant n'avoir été placé, dans les conſtellations, à côté d'orion, que comme un des attributs de ce fameux chaſſeur. D'autres prétendent que ce fut à l'occaſion d'une dévaſtation terrible arivée en Sicile par la multiplication prodigieuſe de *lievres*.

La plus belle étoile du *lievre* eſt de 3e grandeur; elle avoit, en 1750, 80° 25′ 51″ d'aſcenſion droite, & 18° 1′ 17″ de déclinaiſon méridionale. (*D. L.*)

LIGNE, ſ. f. (*Géométrie*); quantité qui n'eſt étendue qu'en longueur, ſans largeur ni profondeur.

Dans la nature, il n'y a point réellement de *ligne* ſans largeur ni même ſans profondeur; mais c'eſt par abſtraction qu'on conſidere en géométrie, les *lignes* comme n'ayant qu'une ſeule dimenſion, c'eſt-à-dire, la longueur: ſur quoi *voyez l'article* GÉOMÉTRIE.

On regarde une *ligne* comme formée par l'écoulement ou le mouvement d'un point. *Voyez* POINT.

Il y a deux eſpeces de *lignes*, les droites & les courbes. *Voyez* DROITE *&* COURBE.

Si le point A ſe meut vers B, *Pl. géom. Fig.* 1, il décrit par ce mouvement une *ligne*; & s'il va vers B par le plus court chemin, cette *ligne* ſera une droite. On doit donc définir la *ligne* droite *la plus courte diſtance entre deux points*. Si le point qui décrit la *ligne*, s'écarte de côté ou d'autre, & qu'il décrive par exemple, une des *lignes* ACB, AcB, il décrira ou une *ligne courbe*, comme AcB, ou bien deux ou pluſieurs droites, comme ACB.

Les *lignes* droites ſont toutes de même eſpece; mais il y a des *lignes* courbes d'un nombre infini d'eſpece. Nous en pouvons concevoir autant qu'il y a de différens mouvemens compoſés, ou autant qu'on peut imaginer de différentes loix de raports entre les ordonnées & les abſciſſes. *Voyez* COURBE.

Les *lignes* courbes ſe diviſent ordinairement en géométriques & méchaniques.

Les *lignes géométriques* ſont celles dont tous les points peuvent ſe trouver exactement & ſûrement. *Voyez* GÉOMÉTRIQUE *&* COURBE.

Les *lignes méchaniques* ſont celles dont quelques points, ou tous les points ſe trouvent par tâtonement, & d'une maniere approchée, mais non pas préciſément. *Voyez* MÉCHANIQUE *&* COURBE.

C'eſt pourquoi Deſcartes & ceux qui ſuivent ſa doctrine, définiſſent les *lignes géométriques*, celles qui peuvent être exprimées par une équation algébrique d'un degré déterminé: on donne auſſi le nom de *lieu* à cette eſpece de *lignes*. *Voyez* LIEU.

Et ils définiſſent les *lignes* méchaniques, celles qui ne peuvent être exprimées par une équation finie, algébrique, & d'un degré déterminé.

D'autres penſent que les *lignes* que Deſcartes appele *méchaniques*, bien qu'elles ne ſoient pas déſignées par une équation finie, n'en ſont cependant pas moins déterminées par leur équation différentielle, & qu'ainſi elles ne ſont pas moins géométriques que les autres. Ils ont donc prétéré d'appeler celles qui peuvent ſe réduire à une équa-

Digitized by Google

tion algébrique finie, & d'un degré déterminé, *lignes algébriques*, & celles qui ne le peuvent, *lignes tranſcendantes*. *Voyez* ALGÉBRIQUES & TRANSCENDANTES. Au fond, toutes ces dénominations ſont indifférentes, pourvu qu'on s'explique & qu'on s'entende; car il faut éviter ce qui ſeroit une pure queſtion de nom.

Les *lignes géométriques* ou *algébriques*, ſe diviſent en *lignes* du premier ordre, du ſecond ordre, du troiſieme ordre. *Voyez* COURBE.

Les *lignes* droites conſidérées par raport à leurs poſitions reſpectives, ſont paralleles, perpendiculaires ou obliques les unes aux autres. *Voyez* les articles PARALLELE, PERPENDICULAIRE, *&c.*

Le ſecond livre d'Euclide traite principalement des *lignes*, de leur diviſion ou multiplication.

Ligne circulaire,	*Voy. les artic.*	CIRCULAIRE.
Lignes convergentes,		CONVERGENTES.
Ligne génératrice,		GÉNÉRATRICE.
Ligne hyperbolique,		HYPERBOLIQUE.
Ligne logiſtique,		LOGISTIQUE.
Ligne normale,		NORMALE.
Lignes robervalliennes,		ROBERVALLIENES.
Lignes proportionneles,		PROPORTIONELES.
Ligne verticale,		VERTICALE.
Meſure d'une *ligne*,		MESURE.

LIGNE, en *Géographie* & *Navigation* : lorſque l'on ſe ſert de ce terme, ſans aucune autre addition, il ſignifie l'équateur ou la *ligne* équinoxiale. *Voyez* ÉQUATEUR & ÉQUINOXIALE.

Cette *ligne* raportée au ciel, eſt un cercle que le ſoleil décrit à peu près le 21 mars & le 21 Septembre; & ſur la terre c'eſt un cercle fictif qui répond au cercle céleſte, dont nous venons de parler, il diviſe la terre du nord au ſud en deux parties égales, & il eſt également éloigné des deux poles, de façon que ceux qui vivent ſous la *ligne* ont toujours les deux poles dans leur horizon. *Voyez* POLE.

Les latitudes commencent à ſe compter de la *ligne*. *Voyez* LATITUDE.

Les marins font dans l'uſage de baptiſer les nouveaux matelots, & les paſſagers, la premiere fois qu'ils paſſent la *ligne*. *Voyez* BAPTÊME de la *ligne* dans le Dictionaire de *Marine*.

Une *ligne horizontale* eſt une *ligne* parallele à l'horizon. *Voyez* HORIZON.

Ligne iſochrone. *Voyez* ISOCHRONE.

Ligne géométrale, en perſpective, c'eſt une droite tirée d'une maniere quelconque ſur le plan géométral.

Ligne de terre ou *fondamentale*, en perſpective, c'eſt une *ligne* droite dans laquelle le plan géométral & celui du tableau ſe rencontrent; telle eſt la *ligne N I*, *Pl. Perſp. Fig.* 12, formée par l'interſection du plan géométral *L M*, & du plan perſpectif *H L*.

Ligne de front, en perſpective, c'eſt une *ligne* droite parallele à la *ligne de terre*.

Ligne verticale, en perſpective, c'eſt la commune ſection du plan vertical & de celui du tableau.

Ligne viſuele, en perſpective, c'eſt la *ligne* ou le rayon qu'on imagine paſſer par l'objet & aboutir à l'œil.

Ligne de ſtation, en perſpective, ſelon quelques auteurs, c'eſt la commune ſection du plan vertical & du plan géométral; d'autres entendent par ce terme la hauteur perpendiculaire de l'œil au deſſus du plan géométral; d'autres une *ligne* tirée ſur ce plan, & perpendiculaire à la *ligne* qui marque la hauteur de l'œil.

Ligne objective, en perſpective, c'eſt une *ligne* tirée ſur le plan géométral, & dont on cherche la repréſentation ſur le tableau.

Ligne horizontale, en Gnomonique, eſt la commune ſection de l'horizon & du plan du cadran. *Voyez* HORIZONTAL & CADRAN.

Lignes horaires, ou *lignes des heures*, ce ſont les interſections des cercles horaires de la ſphere, avec le plan du cadran. *Voyez* HORAIRE, HEURE, CADRAN.

Ligne ſouſtylaire, c'eſt la *ligne* ſur laquelle le ſtyle ou l'aiguille d'un cadran eſt élevée, & c'eſt la repréſentation d'un cercle horaire perpendiculaire au plan du cadran, ou la commune ſection du cercle avec le cadran. *Voyez* SOUSTYLAIRE.

Ligne équinoxiale, en Gnomonique, c'eſt l'interſection du cercle équinoxial & du plan du cadran.

Ligne de direction, en Méchanique; c'eſt celle dans laquelle un corps ſe meut actuellement, ou ſe mouvroit s'il n'en étoit empêché. *Voyez* DIRECTION.

Ce terme s'emploie auſſi pour marquer la *ligne* qui va du centre de gravité d'un corps peſant au centre de la terre, laquelle doit de plus paſſer par le point d'appui ou par le ſupport du corps peſant, ſans quoi ce corps tomberoit néceſſairement.

Ligne de gravitation, d'un corps peſant, c'eſt une *ligne* tirée de ſon centre de gravite au centre d'un autre vers lequel il peſe ou gravite; ou bien, c'eſt une *ligne* ſelon laquelle il tend en en-bas. *Voyez* GRAVITATION.

Les *lignes* du compas de proportion, ſont les *lignes* des parties égales, la *ligne* des cordes, la *ligne* des ſinus, la *ligne* des tangentes, la *ligne* des ſécantes, la *ligne* des polygones, la *ligne* des nombres, la *ligne* des heures, la *ligne* des latitudes, la *ligne* des méridiens, la *ligne* des métaux, la *ligne* des ſolides, la *ligne* des plans. *Voyez* la conſtruction & l'uſage au mot COMPAS DE PROPORTION.

Digitized by Google

Il faut pourtant observer que l'on ne trouve pas abſolument toutes ces *lignes* ſur le *compas de proportion*, qui eſt une des pieces de ce qu'on appele en France *étui des mathématiques;* mais elles ſont toutes tracées ſur l'inſtrument que les Anglois appelent *fecteur*, & qui revient à notre *compas de proportion*. *Chambers*. (*E*)

LIGNE OU ÉCHELLE DE GUNTER, autrement appelée *ligne des nombres*, (*Arith.*) eſt une regle ſur laquelle ſont marqués les logarithmes, au moyen deſquels on peut faire méchaniquement différentes opérations arithmétiques, &c. *Voyez* ÉCHELLE DE LOGARITHMES, & COMPAS DE PROPORTION, où l'on trouvera des méthodes pour faire d'une maniere ſimple & abrégée, à peu près les mêmes opérations qui ſe pratiquent par le moyen de la *ligne* de Gunter. *Cette ligne, ou échele de Gunter*, appelée ainſi par *Chambers*, eſt la même qu'on appele autrement *échele angloiſe, ou échele des logarithmes;* on en peut voir la deſcription & les uſages dans le *Traité de navigation* de M. Bouguer, p. 410, 419. (*O*)

LIGNE, *de la ſection, dans la perſpective*, la *ligne* d'interſection du plan à projeter avec le plan du tableau.

LIGNE *d'eau* (*Hydraul.*); c'eſt la cent quarante-quatrieme partie d'un pouce circulaire, parce qu'il ne s'agit pas, dans la meſure, des eaux d'un pouce carré, elle ſe fait au pouce circulaire, qui a plus de relation avec les tuyaux circulaires par où paſſent les fontaines.

Pour ſavoir ce que fournit une ligne d'eau en un certain temps. *Voyez* ÉCOULEMENT. (*K*)

LIGNE *de la plus vite deſcente*. *Voyez* BRACHYSTOCHRONE & CYCLOÏDE.

LIGNE, (*Aſtron.*). On diſtingue ſpécialement en aſtronomie la *ligne* des *apſides*, la *ligne* des *ſyzygies*, & la *ligne* des *nœuds*. La *ligne* des apſides eſt celle qui traverſe l'orbite d'une planete dans ſa plus grande longueur, de l'apogée au périgée, ou de l'aphélie au périhélie.

La *ligne* des ſyzygies eſt celle qui paſſe par le ſoleil & la terre, & ſur laquelle ſe trouve la lune; quand elle eſt en conjonction ou en oppoſition; on l'a quelquefois appelée *ligne* ſynodique. La *ligne* des nœuds eſt la commune ſection d'une orbite & de l'écliptique.

LIGNE *de foi*, dans les inſtrumens d'aſtronomie, eſt la *ligne* qui va depuis le centre de l'inſtrument juſqu'au point de l'alidade qui correſpond aux diviſions de la circonférence; c'eſt la *ligne* dont le mouvement décrit exactement les angles que l'inſtrument meſure; dans les graphometres, c'eſt la *ligne* qui paſſe par le centre des pinnules & qui eſt marquée par l'index, par le zéro du vernier ou nonius, ou par les bizots qui indiquent les degrés, en répondant ſucceſſivement aux différens points du limbe; dans les quarts de cercle à lunetes, c'eſt une *ligne* parallele à la *ligne* de collimation ou à l'axe optique de la lunete, & paſſant par le véritable centre de la diviſion. (*D. L.*)

Ligne méridiene. *Voyez* MÉRIDIENE.

Ligne horaire, ligne équinoxiale. *Voyez* CADRAN.

Ligne du milieu du ciel, ou *du milieu du jour*; on a donné quelquefois ce nom au *méridien*.

LIMBE, ſ. m. (*Aſtron.*); bord extérieur & gradué d'un quart de cercle, ou d'un inſtrument de Mathématique.

Limbe ſignifie encore le bord extérieur du ſoleil & de la lune. *Voyez* ÉCLIPSE, &c.

Les Aſtronomes obſervent les hauteurs du *limbe* inférieur ou du *limbe* ſupérieur du ſoleil, & ils ajoutent ou retranchent le demi-diametre du ſoleil pour avoir la hauteur du centre.

On obſerve ſouvent des ondulations dans le *limbe* du ſoleil, ce qui peut provenir des vapeur dont l'air eſt chargé.

LIMITE, ſ. f. (*Mathémat.*). On dit qu'une grandeur eſt la *limite* d'une autre grandeur, quand la ſeconde peut approcher de la premiere plus près que d'une grandeur donnée, ſi petite qu'on la puiſſe ſuppoſer, ſans pourtant que la grandeur, qui approche, puiſſe jamais ſurpaſſer la grandeur dont elle approche; en ſorte que la différence d'une pareille quantité à ſa *limite* eſt abſolument inaſſignable.

Par exemple, ſuppoſons deux polygones, l'un inſcrit & l'autre circonſcrit à un cercle, il eſt évident que l'on peut en multiplier les côtés autant que l'on voudra; &, dans ce cas, chaque polygone approchera toujours de plus en plus de la circonférence du cercle, le contour du polygone inſcrit augmentera, & celui du circonſcrit diminuera: mais le périmetre ou le contour du premier ne ſurpaſſera jamais la longueur de la circonférence, & celui du ſecond ne ſera jamais plus petit que cette même circonférence; la circonférence du cercle eſt donc la *limite* de l'augmentation du premier polygone, & de la diminution du ſecond.

1°. Si deux grandeurs ſont la *limite* d'une même quantité, ces deux grandeurs ſeront égales entr'elles.

2°. Soit $A B$, le produit des deux grandeurs A, B. Suppoſons que C ſoit la *limite* de la grandeur A, & D la *limite* de la quantité B; je dis que $C X D$, produit des *limites*, ſera néceſſairement la *limite* de $A + B$, produit des deux grandeurs A, B.

Ces deux propoſitions, que l'on trouvera démontrées exactement dans les *inſtitutions de Géométrie*, ſervent de principes pour démontrer rigoureuſement que l'on a l'air d'un cercle, en multipliant ſa demi-circonférence par ſon rayon. *Voyez* l'ouvrage cité *p. 331 & ſuiv. du ſecond tome*. (*E*).

La théorie des *limites* eſt la baſe de la vraie Métaphyſique du calcul différentiel. *Voyez* DIFFÉRENTIEL, FLUXION, EXHUSTION, INFINI. A proprement parler, la *limite* ne coïncide jamais, on ne devient jamais égale à la quantité dont elle eſt

Digitized by Google

la *limite ;* mais celle-ci s'en approche toujours de plus en plus, & peut en différer auſſi peu qu'on voudra. Le cercle, par exemple, eſt la *limite* des polygones inſcrits & circonſcrits ; car il ne ſe confond jamais rigoureuſement avec eux, quoique ceux-ci puiſſent en approcher à l'infini. Cette notion peut ſervir à éclaircir pluſieurs propoſition, mathématiques. Par exemple, on dit que la ſomme d'une progreſſion géométrique décroiſſante, dont le premier terme eſt a & le ſecond b, eſt $\frac{a^2}{a-b}$; cette valeur n'eſt point proprement la ſomme de la progreſſion, c'eſt la *limite* de cette ſomme, c'eſt-à-dire, la quantité dont elle peut approcher ſi près qu'on voudra, ſans jamais y ariver exactement. Car, ſi e eſt le dernier terme de la progreſſion, la valeur exacte de la ſomme eſt $\frac{aa-be}{a-b}$, qui eſt toujours moindre que $\frac{aa}{a-b}$, parce que dans une progreſſion géométrique même décroiſſante, le dernier terme e n'eſt jamais $=0$: mais, comme ce terme approche continuellement de zéro, ſans jamais y ariver, il eſt clair que zéro eſt la *limite*, & que par conſéquent la *limite* de $\frac{aa-be}{a-b}$ eſt $\frac{aa}{a-b}$, en ſuppoſant $e=0$, c'eſt-à dire, en mettant au lieu de e ſa *limite*. *Voyez* SUITE *ou* SÉRIE, PROGRESSION. *(O)*

LIMITES, (*Algebre*); ſont les deux quantités entre leſquelles ſe trouvent compriſes les racines réelles d'une équation. Par exemple, ſi on trouve que la racine d'une équation eſt entre 3 & 4, ces nombres 3 & 4 ſeront les *limites*. Voyez *les articles* ÉQUATION, CASCADE & RACINE.

Limites d'un problême, ſont les nombres entre leſquels la ſolution de ce problême eſt renfermée. Les problêmes indéterminés ont quelquefois, & même ſouvent, des *limites*, c'eſt-à-dire, que l'inconnue eſt renfermée entre de certaines valeurs qu'elle ne ſauroit paſſer. Par exemple, ſi on a $y=\sqrt{aa-xx}$, il eſt clair que y ne ſauroit être plus grande que a, puiſque, faiſant $x=0$, on a $y=a$; & que, faiſant $x=a$, on a $y=0$, & qu'enfin $x>a$, rend y imaginaire, ſoit que x ſoit poſitive ou négative. *Voyez* PROBLÊME & DÉTERMINÉ. *(O)*

LIMITES, (*Aſtron.*) ; ce ſont les points de l'orbite d'une planete, où elle s'écarte le plus de l'écliptique, & qui ſont par conſéquent à 90 degrés des nœuds : tel eſt le point *M*, *Fig.* 95 *d'Aſtr.*, qui eſt à égale diſtance des nœuds *N* & *A*. On obſerve la latitude d'une planete, quand elle eſt dans ſes *limites*, pour connoître l'inclinaiſon de l'orbite ; cette inclinaiſon étant toujours égale à la latitude, réduite au centre du ſoleil, lorſque la planete eſt dans ſes *limites*.

La latitude de la lune, dans ſes *limites*, n'eſt pas toujours la même, parce que l'inclinaiſon eſt ſujete à changer, de 8′ 49″ en plus & en moins, indépendamment de pluſieurs autres petites inégalités. Cette latitude change encore par l'effet de la parallaxe qui l'augmente du côté du midi, & la diminue du côté du nord. (*D. L*)

LINÉAIRE, adj. (*Mathémat.*). Un problême *linéaire* eſt celui qui n'admet qu'une ſolution, ou qui ne peut être réſolu que d'une ſeule façon. *Voyez* PROBLÊME & DÉTERMINÉ.

On peut définir plus exactement encore le problême *linéaire*, celui qui eſt réſolu par une équation qui ne monte qu'au premier degré ; comme ſi l'on demande de trouver une quantité x qui ſoit égale à $a+b$, on aura l'équation *linéaire* ou du premier degré, $x=a+b$, & le problême *linéaire*. Comme toutes les équations, qui ne montent qu'au premier degré, n'ont qu'une ſolution, & que toutes les autres en ont pluſieurs, on voit que cette ſeconde définition revient aſſez à la premiere. Il faut cependant y mettre cette reſtriction, qu'un problême *linéaire* n'a véritablement qu'une ſolution poſſible ou imaginaire ; au lieu qu'il y a des problêmes qui n'ont réellement qu'une ſolution poſſible, quoiqu'elles en aient pluſieurs imaginaires ; ce qui arive, ſi l'équation, qui donne la ſolution du problême, eſt d'un degré plus élevé que l'unité, & qu'elle n'a qu'une racine réelle & les autres imaginaires. *Voyez* ÉQUATION & RACINE. Par exemple, cette équation $x^3=a^3$, n'a qu'une ſolution poſſible, ſavoir, $x=a$; mais elle en a deux imaginaires, ſavoir, $x=\frac{a}{2}\pm\frac{\sqrt{3}aa}{4}$. Ainſi, le problême n'eſt pas proprement *linéaire*. *Équation linéaire* eſt celle dans laquelle l'inconnue n'eſt élevée qu'au premier degré. *Voyez* DIMENSION.

Les quantités *linéaires* ſont celles qui n'ont qu'une dimenſion : on les appele *linéaires* par les raports qu'elles ont aux ſimples lignes, & pour les diſtinguer des quantités de pluſieurs dimenſions qui repréſentent des ſurfaces ou des ſolides. Ainſi, a eſt une quantité *linéaire*, au lieu que le produit ab eſt une quantité de deux lignes ab, c'eſt-à-dire, un parallélogramme dont a ſeroit la hauteur & b la baſe. Cependant l'expreſſion ab eſt quelquefois *linéaire ;* par exemple, quand elle déſigne une quatrieme proportionele aux trois quantités 1, a, b ; car l'on a, en ce cas, $1:a::b:\frac{ab}{1}=ab$; ainſi, ab exprime alors une ſimple ligne, ce qu'il faut bien obſerver, le dénominateur 1 étant ſous-entendu. *Voyez* DIVISION *&* MULTIPLICATION. *(O)*

LINÉAIRE, *équations linéaires*, (*Calcul intégral*). On appele *équations linéaires* celles où l'une des inconnues ne monte qu'au premier degré ; ainſi,

Digitized by Google

ainſi, l'équation $Ay + B = o$ eſt *linéaire*, lorſque A & B ſont des fonctions ſans y; de même, $Ady + By + C = o$ eſt une équation *linéaire*, lorſque A, B, C ne contiennent pas y, & ainſi de ſuite pour les ordres de différences plus élevées.

Jean Bernoulli a donné la ſolution générale de l'équation $Ady + Bydx + Cdx = o$, A, B, C étant des fonctions de x : en effet, multipliant la propoſée par X, & ſuppoſant qu'elle devienne une différentielle exacte, on a $d.(AXy) - BXdx = o$, d'où $X = e^{\int \frac{B}{A} dx - \frac{dA}{A}}$ & $Xay + \int CXdx = o$, ce qui donne y en x par deux quadratures.

MM. d'Alembert & Euler ont réſolu, pour un ordre quelconque, l'équation $ay + b\,dy + c\,d^2y \ldots + Xdx = o$; a, b, c ... étant des coëfficiens conſtans : ſoit dans ce cas e^{fx} le coëfficient qui rend différentielle exacte une équation de cette forme, on aura une intégrale $e^{fx}, ay + \frac{b\,dy}{dx} \ldots + fe^{fx} X dx = o$, & l'équation $a - bf + cf^2 - ef^3 + gf^4 \ldots \pm qf^n = o$, n étant l'expoſant de l'ordre de l'équation, ſi toutes les valeurs de f ſont inégales, on aura, en les prenant ſucceſſivement, n intégrales différentes, & par conſéquent, en diminuant $\frac{dy}{dx}, \frac{d\,dy}{dx^2} \ldots \frac{d^{n-1}y}{dx^{n-1}}$, on aura l'intégrale finie par les quadratures. S'il y a deux racines égales, l'intégrale qu'on auroit en donnant à f cette valeur, ſera encore une différentielle exacte en multipliant par dx, & ainſi de ſuite, s'il y en a un plus grand nombre ; on aura donc toujours, par cette méthode, l'intégrale finie : mais, dans ce cas, elle contiendra des arbitraires $Nx + N'$, $Nx^2 + Nx + N'$, &c.

M. de la Grange a réſolu les équations de la forme $d^m y + ax^m y dx + Xdx = o$, pour pluſieurs valeurs de m. Voyez le *tome II des Mémoires de Turin*, & l'*article* RICATI. Les mêmes géometres ont réſolu cette équation, en ſuppoſant que a, b, c ... ſoient des puiſſances de x, dont les expoſans ſoient ſucceſſivement tous les nombres naturels. On trouvera cette ſolution, en cherchant le facteur qui rend la propoſée une différentielle complete ; on trouveroit, par la même méthode, que le coëfficient de $d^n y$ étant quelconque, on peut déterminer les autres de maniere que la propoſée ſoit réſoluble, que les coëfficiens de $d^n y$ & $d^{n-1} y$ reſtant quelconques, on peut déterminer les autres de maniere que la propoſée ſe réduiſe à une équation du premier degré, & pluſieurs autres théorêmes ſemblables.

M. d'Alembert & M. de la Grange ont de plus démontré ce théorême intéreſſant, que la ſolution d'une équation *linéaire* quelconque, qui contient un terme ſans y, dépend de la ſolution d'une équation où tous les termes ſeroient les mêmes, mais où celui ſans y ne ſe trouveroit pas.

J'ai conſidéré, en général, ces équations dans les *Mémoires de l'Académie de Paris*, *année* 1769, & voici en peu de mots les réſultats que j'ai trouvés.

1°. Soit appelé X une fonction de x qui rend la propoſée une différentielle exacte, on aura toujours au moins une équation $X + C\,d\,X = o$, C étant une fonction algébrique de X. 2°. Quoique l'équation propoſée ſoit rationele, X & C pouront contenir des radicaux. 3°. X ne pouvant avoir que n valeurs (n eſt l'expoſant de l'ordre de la propoſée), C ne pourra contenir de radicaux du degré $n + 1$, & ſera donné par une équation d'un degré égal au produit de tous les nombres naturels depuis 1 juſqu'à $n + 1$ incluſivement, & diviſé par un diviſeur de $n + 1$ autre que l'unité, & par $n + 1$ ſi c'eſt un nombre premier. On connoîtra donc le plus haut degré où puiſſe monter l'équation en C, & par conſéquent on pourra avoir C par la méthode des coëfficiens indéterminés, & de là X & les intégrales par les quadratures, du moins toutes les fois qu'elles ſeront poſſibles. 4°. Si on a pluſieurs valeurs de A, on aura un pareil nombre d'intégrales ; &, ſi on a n valeurs différentes de A, on aura en éliminant l'intégrale finie ; mais, ſi on n'en avoit qu'une, il ne faudroit pas chercher une nouvelle valeur de c, mais il faudroit chercher à intégrer l'intégrale trouvée : la raiſon en eſt que ſoit $y = fXf'X'dx + Ndx + N'$, quoiqu'on puiſſe faire diſparoître à ſon gré N ou N', & avoir deux équations du premier ordre, d'où éliminant $\frac{dy}{dx}$, on retrouve la propoſée, il peut ariver qu'une ſeule de ces intégrales ſoit *linéaire*, quoique la différentielle du ſecond ordre le ſoit ; ainſi, cette différentielle n'aura pas néceſſairement deux intégrales *linéaires* du premier ordre.

Je n'ai juſqu'ici parlé que d'une ſeule équation *linéaire* entre deux variables ; s'il y en avoit m entre $m + 1$ variables, & qu'il fallût les intégrer ſans avoir éliminé, on trouveroit, en les multipliant chacune par un facteur, fonction de x, & ſuppoſant que leur ſomme eſt une différentielle exacte, un nombre m d'équations entre un nombre m de facteurs, ce qui les détermine en x. Appelant enſuite X un de ces facteurs, on aura, en éliminant, chacun des autres facteurs égal à

une fonction donnée de x, X & ſes différences. On aura toujours une équation $X + C\,dX = o$, C étant algébrique, C poura être donné par une équation d'un degré égal à 1, 2, 3 ... $n + 1$, diviſé par un diviſeur de $n + 1$, n étant ici la ſomme des ordres de différences dans toutes les équations. Et ſi, en déterminant C, on ne trouve qu'une valeur pour C & pour X, il faudra, comme dans le cas où il n'y a qu'une équation, employer la méthode des intégrations ſucceſſives.

C'eſt à M. d'Alembert qu'on doit l'idée de réſoudre pluſieurs équations différentielles à la fois & ſans avoir éliminé; & il a reſolu ainſi les équations *linéaires*, dont les coëfficients ſont conſtans.

On pouroit encore, dans un autre ſens, donner le nom d'*équations linéaires* aux équations de la forme $y - x\varphi z = \varphi' z$, z étant $\frac{dy}{dx}$, & ces équations ſe rapéleront aux équations *linéaires* ordinaires par une nouvele différentiation; car on aura $dy - dx\varphi z - x\,dz\varphi z = d\varphi' z$, & en mettant pour dy ſa valeur $z\,dx - dx\varphi z - x\,dz\varphi z = \varphi' z$.

L'intégrale étant trouvée par la méthode ordinaire, on y mettra pour z ſa valeur tirée de la propoſée, & l'on aura l'intégrale cherchée. Si $\varphi' = o$ c'eſt le cas des homogenes, & l'intégration eſt plus ſimple; ſi $\varphi z = z$, on a $dz = o$, d'où on tire $y + ax + b = o$, a & b étant arbitraires; mais, prenant $z = a$, & le ſubſtituant dans la propoſée, on en aura l'intégrale cherchée, qui ne doit contenir qu'une arbitraire, le facteur $x = d\varphi z$ étant comparé avec la propoſée, en donne de plus une ſolution particuliere. *Voyez* les *Mémoires de Peterſbourg*.

M. Euler a propoſé les équations comme un exemple d'intégrations facilitées par la différentiation, ce qui vient de la diſpoſition des arbitraires.

Des équations linéaires aux différences finies. Si on a une équation de la forme $AZ + B\Delta Z + C\Delta^2 z \ldots + P\Delta^n z = R$, il eſt aiſé de voir qu'en ſuppoſant que, multipliée par Q, elle deviene une différentiele exacte, on aura pour Q une équation de la forme $AQ + B\Delta Q \ldots + P\Delta^n Q = o$; &, ſi on connoît n valeurs de Q intégrant & éliminant, on aura Q. On verra auſſi que Q aura toujours une valeur de la forme $Fe^{\frac{ax}{f}}$, $e^{\frac{ax}{f}}Q$ étant algébrique, & ne pouvant contenir de radicaux du degré $n+1$, parce qu'on auroit alors $n+1$ valeurs différentes de Q. Si les coëfficiens de l'équation propoſée ſont conſtans, on poura faire $Q = ae^{\frac{px}{p}} + be^{\frac{p'x}{p'}} + ce^{\frac{p''x}{p''}} \ldots$ le nombre de ces fonctions étant n, p, p' p'' étant les racines de l'équation en $e^{\frac{pax}{p}}$ qu'on trouve en mettant pour Q, $e^{\frac{px}{p}}$, dans la propoſée a, b, c, ſont des fonctions arbitraires de $e^{\frac{fx}{f}}$, & ſi l'équation en $e^{\frac{px}{p}}$ a deux racines égales, on mettra $ae^{\frac{px}{p}} + bxe^{\frac{px}{p}}$ ($p = p'$), au lieu des deux premiers termes, & ainſi de ſuite pour un plus grand nombre de racines égales. On voit combien cette ſolution a de raport avec celle des équations *linéaires* aux différences infiniment petites. M. de la Grange a publié un mémoire ſur cette matiere dans le premier volume de l'Académie des Sciences de Turin; on peut conſulter auſſi, ſur cet objet, le volume de l'Académie des Sciences de Paris, année 1770, & pluſieurs mémoires de M. de la Place, inſérés dans le quatrieme volume de l'Académie de Turin, & dans les *Mémoires de l'Académie de Paris*.

Des équations linéaires aux différences finies & infiniment petites. L'équation $y + \frac{a\,dy}{dx} + b(x + \Delta y) = o$, je fais $y = e^{\frac{fx}{f}}$, & j'ai $1 + af + bef = o$. Je remarque d'abord qu'il n'y a aucune fonction finie de a & b qui puiſſe repréſenter f; je remarque enſuite que, ſi j'appele f & f' deux valeurs de f, que je ſuppoſe avoir lieu en même temps, j'aurai $1 + af + be^{\frac{f}{f}} = o$, $1 + af_1 + be^{\frac{f}{f_1}} = o$; d'où $e^{\frac{f}{f}}af + e^{\frac{f}{f}} = e^{\frac{f}{f_1}}af + e^{\frac{f}{f_1}}$, & $a = \frac{e^{\frac{f}{f_1}} - e^{\frac{f}{f}}}{e^{\frac{f}{f_1}}f - e^{\frac{f}{f}}f_1}$ & $b = \frac{f - f_1}{e^{\frac{f}{f_1}}f - e^{\frac{f}{f}}f_1}$, d'où l'on voit que, pour une infinité de cas, f doit avoir deux valeurs; l'équation $1 + af + be^{\frac{f}{f}} = o$ eſt facile à conſtruire par les courbes. En effet, ſoit la ligne droite $1 + ay + bx$, & la ligne courbe exponentiele $x = e^{\frac{y}{f}}$, les interſections de ces deux lignes donneront les valeurs de f; regardant x comme l'abſciſſe, il eſt aiſé de voir que, dans les courbes, il répondra à chaque valeur de x poſitif une valeur réelle & une infinité de valeurs imaginaires de y; ces valeurs imaginaires ſont données par des branches de courbe abſolument ſemblables à la branche des valeurs réelles, mais placées à une diſtance imaginaire de l'axe; donc la ligne les coupe à une diſtance de l'origine de x égale à celle où des paralleles à cette ligne droite, & diſtantes de l'axe de ces mêmes quantités, coupent la branche réelle: or ces quantités ſont indépendantes de la valeur de y; donc, connoiſſant deux valeurs f, & f de f, nous aurons pour l'inté-

Digitized by Google

grale de l'équation proposée, $y = e^{\frac{fx}{b'x}} \cdot Ae^{\frac{a'x}{c'x}} + Be^{\frac{fx}{b'x}} + Ce^{\frac{a'x}{c'x}}$, &c. $+ e^{\frac{fx}{b'x}} + Fe^{\frac{a'x}{b'x}}$, &c. cette série tenant lieu de la fonction arbitraire.

Si les deux valeurs de f doivent être égales, alors on aura $a + bf = o$, donc $f = -\frac{a}{b}$, donc $f = l^{-\frac{a}{b}}$, &c. l'on aura

$$xl^{\frac{-a}{b}x}e^{\frac{x}{bx}} \cdot Ae^{\frac{x}{bx}} + Bxe^{\frac{xl^{\frac{-a}{b}x}}{bx}} \cdot Ae^{\frac{x}{bx}} + Be^{\frac{xl^{\frac{-a}{b}x}}{bx}} + \&c.$$

En effet, on voit qu'en mettant $xe^{\frac{fx}{bx}}$ au lieu de y, on aura des termes multipliés par $x^2 e^{\frac{fx}{bx}}$, & d'autres par $e^{\frac{fx}{bx}}$, & que le coefficient de $e^{\frac{fx}{bx}}$ doit être égal à la différentiele de celui de $xe^{\frac{fx}{bx}}$, après l'avoir divisé par df.

Soit l'équation $y + a\frac{dy}{dx} + b(y+\Delta y) + c\frac{(y+\Delta y)}{dx} + e\frac{d^2y}{dx^2} + g(y+2\Delta y+\Delta^2 y) = o$; je fais $y = Ae^{\frac{fx}{2f}}$, & j'ai $1 + ea f + be + cfe + ef + ge = o$.

Si maintenant je suppose, comme ci-dessus, que j'ai cinq valeurs données de f, & que je cherche à déterminer les cinq coëfficiens de la proposée, j'aurai les coëfficiens par une équation *linéaire*; donc il y a une infinité de valeurs de a, b, &c. où l'équation en f a cinq racines réelles. On trouve que celui de l'imaginaire est infini; en effet, on peut toujours construire la proposée par l'intersection d'une section conique & d'une logarithmique: chaque branche imaginaire de la logarithmique pourra être coupée par la section conique, & le sera à des points correspondans aux mêmes abscisses que si la branche reelle étoit coupée par des sections coniques semblables, mais placées à des distances imaginaires de l'axe, & l'on aura, pour arbitraires, des séries comme ci-dessus.

Passant maintenant à l'examen des cas particuliers, j'aurai d'abord, en faisant g & $e = o$ & $c = \frac{f}{ba}$, l'équation $1 + be(1 + af) = o$, ce qui donne les deux solutions $f = \frac{-1}{a}$ & $ef = \frac{-1}{b}$; ainsi, l'intégrale complete sera $y = e^{\frac{-1x}{a}} A + e^{\frac{l-1x}{b}} B$, B étant une fonction qui reste la même lorsque x est augmenté de l'unité.

Soit $e = o$, & que $1 + bef + ge^{\frac{fn}{f}} = o$ ait une racine commune avec l'équation $a + ce^{\frac{fx}{f}} = o$, j'aurai y égal à un terme $e^{\frac{fx}{bx}} B$, où B sera une fonction arbitraire, comme pour le cas des différences finies.

Si au contraire $g = o$, & que $1 + af + efs = o$ ait une racine commune avec l'équation $b + cf = o$, j'aurai y égal à $e^{\frac{fx}{f}}$ multiplié par une seule constante arbitraire A; les autres racines donneront des équations en série.

Ces cas sont ceux où la section conique, dont l'intersection avec la logarithmique donne les racines, se réduit à deux lignes droites.

Le cas des deux racines égales se traitera comme ci-dessus, & l'on peut distinguer le cas où l'équation en f feroit le carré d'une seule équation *linéaire*.

Celui de 3, 4, 5 racines égales se traitera de même, & il ne sera pas difficile de démontrer, en général, que $y = Axe^{\frac{fx}{nx}}$, résolvera toute équation de ce genre, où l'équation en f aura $n+1$ racines égales.

Je ne m'étends pas davantage sur cet objet, les autres ordres n'ont pas plus de difficulté; & en général les équations *linéaires*, de quelque nature qu'elles soient, se résolvent du moins en série par la substitution d'une fonction exponentiele. *Voyez* les *Mémoires de l'Académie des Sciences de Paris année* 1772, & la suite de cet article.

D'une espece d'équations linéaires aux différences finies & partieles. Soit $Z = AF(x+ay) + BF(x+by) + CF^2(x+cy) + D(F^3 x + ey$, &c. l'intégrale d'une équation aux différences partieles où les F désignent des fonctions arbitraires, & où A, B, C, D, &c. sont des fonctions de y. Je suppose que lorsque $z = f$, $y = f'$; que lorsque $z = g$, $y = g'$; que lorsque $z = b$, $y = b'$; que lorsque $z = l$, $y = l'$, & ainsi de suite. On aura donc, pour déterminer les fonctions, les équations

$$f = AFx + af - BF'x + bf - CF^2x + cf - DF^3x + ef \pm \&c. = oh - AF'x + ah' - BF'x + bh' - CF^2x + ch' - DF^3x + eh + \&c. = og - AFx + ag' - BFx + bg' - CFx + cg' - DFx + eg' + \&c. = ol - AFx + al' - BF'x + bl' - CF^2x + cl' - DF^3x + el' + \&c. = o$$, & ainsi de suite, les A A' & B B', &c. étant ce que deviennent les coëfficiens en y, lorsque y est égal à f ou g', ou l'.

Digitized by Google

Maintenant, pour avoir chaque fonction arbitraire, on mettra dans toutes les équations, hors la première, au lieu de x, $x+p$, $x+q$, $x+r$, &c. & on déterminera p, q, r, par la condition que $af=p+a'b=q+a''c=r+a'''d$, & ainsi de suite. Par ce moyen, si le nombre des fonctions est n; on aura, après avoir éliminé F, $n-1$, équations qui contiendront chacune deux fonctions de la forme $F'x$, $F'x+P$ pour la première équation, $F'x$, $F'x+P$, pour la seconde, $F'x$ $F''x+P$ pour la troisième, & ainsi de suite, avec deux fonctions F'', deux fonctions F''', &c. Je prends les deux premieres équations, & j'ai, en mettant dans la premiere $x+P$ au lieu de x, & dans la seconde $x+P$ au lieu de x, quatre équations qui contiennent $F'x$, $F'x+P$, $F'x+P'$, $F'x+P+P'$; donc je puis éliminer $F'x$: j'aurai maintenant $n-2$, équations qui contiendront chacune $F''x$, & quatre fonctions semblables de x, plus quatre constantes différentes, & de même $F^{m}x+Q$, & quatre autres fonctions semblables de x, plus quatre constantes différentes; on éliminera F'' par une méthode semblable, & ainsi de suite: en effet, quel que soit le nombre des fonctions F^{m}, pourvu qu'on ait deux équations, on parviendra toujours à éliminer, parce que lorsqu'on aura chassé une de ses fonctions $F^{n}x+Q$, par exemple, on n'aura qu'à mettre $x+Q$ au lieu de x, dans l'équation d'où on a chassé $F^{n}x+Q$, on aura une équation contenant $F^{n}x+Q$, $F^{n}x+Q+Q$, $F^{n}x+Q+Q'$, &c.; & mettant dans celle-ci pour $F^{n}x+Q$ sa valeur tirée d'une des deux proposées, on aura une équation en $F^{n}x+Q'$, $F^{n}x+Q'$, $F^{n}x+Q'+Q'$, $F^{n}x+2Q'$, $F^{n}x+2Q'$, &c. donc on aura deux équations qui ne contiendront plus $F^{n}x+Q'$, on chassera de même $F^{n}x+Q'$ & $F^{n}x+2Q'$, & ainsi de suite; cela posé, soit une équation définitive de la forme $=A, Fx+BF(x+\Delta')+CF(x+\Delta)+D,F(x+\Delta^{n})$ au nombre de m, & qu'on fasse $Fx=Ne^{x}$, on aura l'équation $A+B\frac{\Delta 1}{e^{x}}+C\frac{\Delta 11}{e^{x}}+D\frac{\Delta 111}{e^{x}}$, &c. $=o$; & il est clair que l'on aura Fx égal à une série d'autant de termes en Ne^{x} que f peut avoir de valeurs.

Examinant cette équation, on voit que, si les Δ sont tous commensurables entr'eux, l'équation est comme celles aux différences finies ordinaires; mais, si les Δ ne sont pas commensurables, alors on observera, 1°. que, si m est le nombre des fonctions, il pourra arriver que f ait $m-1$ valeurs réelles. En effet, supposant à f, $m-1$ valeurs réelles à volonté, & substituant, on aura les A, B, C, &c. en f; on peut de même avoir $f=\pm f\sqrt{-1}$ tant de fois que $\frac{m-1}{2}$ contient d'unités: en effet, en mettant les imaginaires sous la forme $a+b\sqrt{-1}$, la premiere supposition donne $A+B\sqrt{-1}=o$, la seconde $A-B\sqrt{-1}=o$; ce qui ne fait que deux conditions pour A & $B=o$: comme c'est réellement e^{x} qui entre dans l'équation ci-dessus, C étant la valeur de e^{x}, on aura d'autres valeurs de f en aussi grand nombre que $e-C=o$ a de racines, c'est-à-dire, un nombre infini. Mais il ne faut pas de là qu'il y ait ici un nombre infini de termes correspondans à chaque valeur de e^{x}. En effet, la suite de toutes ces valeurs de e^{x} est $f, f+\gamma, f+\gamma', f+\gamma'', \&c.$ $\gamma, \gamma', \gamma''$, &c. étant des quantités telles que $e=e^{\gamma}\ldots=1$; mais, dans le cas de l'équation présente, en mettant ces valeurs pour f, on auroit $A+B,e^{f}\Delta,\gamma\Delta+C,e^{f}\Delta 1^{\gamma}\gamma\Delta 1$, &c. $=o$, équation qui doit avoir lieu en même temps que $A+B,e^{f}\Delta+C,e^{f}\Delta 1$, &c. ce qui demande que $e^{\gamma}\Delta$, $+e^{\gamma}\Delta 1$ soient égaux à l'unité: or, quoique $e^{\gamma}=1$, quelques valeurs de γ qu'on ait prises, cependant lorsque Δ, $\Delta 1$ ne sont pas des nombres entiers $\gamma=o$, est la seule des valeurs de γ pour laquelle $e^{\gamma}\Delta$ soit égal à l'unité; or ici les quantités Δ, Δ étant incommensurables entr'elles, on voit que $\gamma=o$ est la seule valeur qui convienne au problème.

Si l'équation en e a des racines égales, on aura des termes en x dans la série qui exprimera F. *Voyez*, dans cet article, le *paragraphe précédent*.

D'une autre classe d'équations linéaires aux différences finies & particulieres. Soit encore l'équation *linéaire* $aZ+bZ'+cZ,+eZ^{x}\&=o$, où Z est ce que devient Z lorsque, pour y, on a mis $x+\Delta x$, Z, ce qui devient Z lorsque, pour y, on a mis $y+\Delta y$, & où a, b, e, e, &c. sont des constantes, & que nous faisions $Z=(Ay^{m}+By^{m-1}\ldots\ldots\ldots+Qx+Ay^{m}+B'y^{m-1}+\ldots\ldots+Q'x^{m-1}\ldots.+Q^{1})e^{fx+gy}$. Nous aurons, 1°. pour déterminer e & e la même équation que si la quantité exponentielle avoit un coefficient constant. 2°. Nous avons, $fx+gy$ appelant V le coefficient de e^{fx+gy}, la même série de termes multipliée par $\frac{dV}{dx}n\Delta x+\frac{dV}{dy}m\Delta y$, c'est-à-dire, la somme des termes de cette équa-

Digitized by Google

tion, multipliés successivement par les exposans de $\frac{f}{g}$ & e^1, c'est-à-dire, cette équation ayant deux racines égales.

3°. Nous aurons le même terme multiplié par

$$\frac{ddV}{2dx^2}n^2\Delta x^2+\frac{ddV}{dydx}\Delta y\Delta x m n+\frac{ddV}{2dy^2}m^2\Delta y^2,$$

c'est-à-dire, l'équation considérée par raport à $\frac{f}{g}$ & à e, ayant trois racines égales, & ainsi de suite, où il est essentiel d'observer que c'est par raport e, ou e, & non par raport à f ou g que les racines sont égales; on voit donc que les équations qui se traitent ici, ont un raport exact, pour cet objet, avec les équations *linéaires* aux différences unies ordinaires. On reconoîtra, par ce moyen, les cas où la solution en séries devra contenir des fonctions en x & y non exponentieles.

Si l'on vouloit résoudre en série ou d'une maniere approchée ces équations, lorsqu'elles ne sont pas *linéaires*, en ordonant par raport à Z, on feroit $Z=Z+Z'+Z''+Z'''$, &c. Z,Z',Z'', &c. étant des quantités supposées très-petites, dont on négligeroit successivement chaque degré supérieur. *Voyez l'art.* APPROXIMATION.

Des équations linéaires aux différences partieles. Si l'équation est en z sans x ni y, cas auquel peuvent se réduire toutes les équations dans les méthodes par approximation, on fera $z=ae^{bx+ny}$, on aura a arbitraire & b donné par une équation en n; & on fera z égal à une somme indéfinie de fonctions semblables, si z ne se trouve pas dans l'équation, mais seulement $\frac{dz}{dy}$, $\frac{dz}{dx}$; il faudra ajouter à cette somme $fx+gy+b$, b étant arbitraire de même qu'un des f, g. Si on a n donné sans b, & b arbitraire, on poura, au lieu des fonctions indéfinies ci-dessus, faire $z=ox+ny+\phi' x+n'y\ldots$, n, n' étant les différentes valeurs de n. Lorsque n n'est pas indépendant de b, m étant l'ordre de l'équation, si l'équation en n a plusieurs racines égales, il faut faire entrer $bx+ny$ dans l'intégrale des fonctions $e^{bx+ny}a'+\overline{bx+ny}$, s'il y a deux racines égales, & s'il y en a trois m une des fonctions $e^{bx+ny}a'+\overline{B.x+nx+C\sqrt{x+ny}\ldots+p\sqrt[m]{x+ny}}$.

La méthode que je viens d'exposer ne conduit pas à une solution rigoureuse; elle est la même quant au fond, & a les mêmes inconvéniens que celle de M. Bernoulli, pour les problêmes des cordes vibrantes; mais ces défauts, dont le principal est de donner à z une forme trop particuliere, & de ne pas donner z égal à une fonction quelconque de x, lorsque $y=o$ ou $y=c$, peuvent être facilement réparés toutes les fois que z est toujours petit, & qu'on se contente d'approximation. Si, dans une équation *linéaire* & sans terme, où z ne se trouve point, les coëfficiens sont des fonctions de x seulement, on fera $z=ae^{by}+X$, & on aura X par une équation aux différences ordinaires; ce qui conduira toujours à une équation en série semblable à celle que j'ai indiquée pour les cas où les coëfficiens sont constans.

Voyez l'*art.* DIFFÉRENCES PARTIELES, où j'indique une méthode de M. Euler qui résout les mêmes cas par une série aussi infinie, mais d'une forme plus générale.

Il est aisé de voir, 1°. que quelle que soit une équation *linéaire*, & d'après quelque système de différentiation qu'elle ait été formée, si les coëfficiens sont constans, on poura toujours, en y substituant une fonction ae^{bx+cy}, avoir une solution du moins en série. 2°. Que toutes les fois que l'on a plusieurs solutions qui satisfassent, leur somme y satisfera également, chaque terme étant multiplié par un coëfficient arbitraire, si le terme sans l'inconnue manque dans la proposée; sinon la même somme y satisfera toujours en multipliant avec un coëfficient arbitraire, mais en observant qu'il faut que la partie de chaque valeur particuliere, qui sert à faire disparoître le terme sans l'inconnue, & qu'on peut supposer aussi multipliée par des coëfficiens arbitraires, indépendans de ceux de l'autre partie de l'intégrale, soit telle que la somme de tous ces coëfficiens arbitraires égale l'unité. Ce théorême général a lieu, quels que soient les coëfficiens de l'équation *linéaire*. 3°. Que quelle que soit l'équation *linéaire*, son intégrale sera toujours, si A, A', A'', &c. sont les arbitraires ou les fonctions des variables que la différentiation a fait disparoître, de la forme $z=AV+A'V'+A''V''$, z étant l'inconnue; en effet, si les arbitraires entroient d'une autre maniere, ou ne pouroit les faire disparoître, & avoir z par une équation *linéaire;* donc, par la même raison, si la proposée est aux différences partieles, soit FB une des fonctions arbitraires, l'intégrale ne pourra être que de la forme $z=VFB+V'\frac{dFB}{dB}$, &c. ou $fVFB$, &c. (*M.D.C.*)

LINTÉAIRE, (*Analyse.*). Nom qu'on donne à la courbe que formeroit une corde atachée à deux points fixes, située dans un plan vertical, & chargée d'un fluide en équilibre, homogene & incompressible.

Soient Mm & mm' deux élémens consécutifs de la courbe. Le point m sera sollicité par deux forces, l'une représentée par mK, & divisant

Digitized by Google

l'angle Mmm' en deux parties égales, qui ſera la preſſion d'un fluide. La ſeconde, repréſentée par MV, ſera le poids de l'élément de la courbe & par conſéquent verticale. Ces forces tendront les élémens Mm & mm', ainſi nous pouvons regarder le point m comme ſollicité par quatre forces.

Maintenant, ſoit $Mm = ds$; $MR = dx$; la hauteur verticale du niveau ſur le point $m = y + dy$, & par conſéquent $Rm = dy$, T la tenſion de Mm, & $T + dT$. la tenſion conſécutive de Mm; on aura $mK = m\,y\,ds$, (m eſt une conſtante). Il faut décompoſer T en deux forces, l'une horizontale, & l'autre verticale. La premiere ſera $\frac{T\,dx}{ds}$, la ſeconde $\frac{T\,dy}{ds}$, & les conſécutives ſeront $\frac{T\,dx}{ds} + d\left(\frac{T\,dx}{ds}\right)$ & $\frac{T\,dy}{ds} + d\left(\frac{T\,dy}{ds}\right)$, il faut décompoſer de même la force mK ou $m\,y\,ds$; la force horizontale ſera $m\,y\,dy$, & la verticale ſera $m\,y\,dx$; nous ſuppoſerons la corde homogene, & par conſéquent $m\,V = n\,ds$, m étant conſtant.

Cela poſé, il faut faire la ſomme des forces qui agiſſent dans un ſens, égale à la ſomme de celles qui agiſſent dans le ſens oppoſé, ce qui nous donnera ces deux équations,

(A) $d\left(\frac{T\,dx}{ds}\right) - m\,y\,dy = 0$

(B) $d\left(\frac{T\,dy}{ds}\right) + m\,y\,dx + n\,ds = 0$,

il faut multiplier l'équation A par $\frac{T\,dx}{ds}$, & l'équation B par $\frac{T\,dy}{ds}$, & ſe rapeler qu'une variable, multipliée par ſa différentiele, donne la moitié de la différentiele du carré; de cette maniere on obtiendra l'équation

$\frac{d\,T^2\,dx^2 + T^2\,dy^2}{2\,ds^2} + n\,T\,dy = 0$, ou réduiſant, $d\,T + n\,dy = 0$; c'eſt-à-dire, $T = A - n\,y$, l'équation A donne .....

$\frac{T\,dx}{ds} = B - \frac{m\,y^2}{2}$; donc mettant pour T ſa valeur, on aura $(A - n\,y)^2\,dx^2 = \left(B - \frac{m\,y^2}{2}\right)(dx^2 + dy^2)$, ce qui donne, pour l'équation de la *ſimtaire*, $dx = \frac{\left(B - \frac{m\,y^2}{2}\right)dy}{\sqrt{(A - n\,y)^2 - \left(B - \frac{m\,y^2}{2}\right)^2}}$.

l'intégrale n'eſt point connue.

Quelques Auteurs ont entendu plus particuliérement par *linéaire*, la courbe dans laquelle on n'a pas égard à la longueur de la corde, c'eſt-à-dire, où $n = 0$, & l'ont appelée chaînete, quand on la conſidere en général; mais on entend ſpécialement par chaînete, celle où on n'a égard qu'au poids de la corde, c'eſt-à-dire, où $m = 0$; dans ce cas l'équation différentiele devient

$dx = \frac{B\,dy}{\sqrt{(n\,y - A)^2 - B^2}}$ dont l'intégrale eſt

$n\,x + C = B \log. n\,y - A + \sqrt{(n\,y - A)^2 - B^2}$.

LION, (*Aſtron.*); cinquieme ſigne du zodiaque, la conſtellation qui lui a donné ſon nom, eſt celle que le ſoleil parcouroit autrefois dans le temps des chaleurs brûlantes de l'été. Peut-être le tempérament ſec & ardent de cet animal terrible, l'avoit fait prendre pour le ſymbole de la chaleur, de la vigilance & de la ſûreté. De là vient auſſi qu'on avoit donné ſon nom à la conſtellation, où étoit le ſoleil dans la ſaiſon la plus ardente & la plus ſeche de l'année. Les poëtes diſent que c'eſt le *lion* de Nemée, dompté par Hercule le Thébain, ſuivant la fable, & placé dans le ciel par la puiſſance de Junon; mais il eſt plus vraiſemblable que la conſtellation a donné lieu à la fable (*Aſtron. t. 4, p. 479*). Manilius appele cette conſtellation *Jovis*, & *Junonis ſidus*. D'autres *Bacchi ſidus*, *leo nemæus herculeius*, *primus herculis labor*. Les Chaldéens l'appeloient *principium cæleſtium* ſuivant théon; peut-être parce qu'autrefois le tropique y paſſoit, & que l'on commençoit à compter les ſignes depuis le ſolſtice. Auſſi donne-t-on le nom de *rex*, *regulus*, *Baſiliſcus*, à la belle étoile de cette conſtellation, près de laquelle paſſe le ſoleil le 19 août.

Il y a 95 étoiles du *lion* dans le catalogue britannique. (*D. L.*)

Le petit *lion*, eſt une conſtellation placée par Hévélius entre le lion & la grande ourſe, pour renfermer neuf étoiles informes des anciens catalogues, avec neuf autres qu'il détermina lui-même. Il lui donna le nom de *petit-lion*, comme analogues à ceux des deux conſtellations voiſines. (*Prodromus, pag. 114.*) Cette conſtellation contient 53 étoiles dans le catalogue britannique: il y en a une de troiſieme grandeur qui eſt ſur le milieu du corps; ſa longitude en 1690 étoit de $4^s\,24^d\,50'$, & ſa latitude de $21^d\,36'\,28''$ boréale. (*D. L.*)

LITTRON, meſure de grains, la ſeizieme partie du boiſſeau, ou de 661 pouces cubes & deux tiers, c'eſt-à-dire, d'environ 41 pouces cubes.

LITTÉRAL, adj. (*Math.*); les Mathématiciens modernes font un très-grand uſage du calcul *littéral*, qui n'eſt autre choſe que l'Algebre: on lui a donné ce nom, parce qu'on y fait uſage des lettres de l'alphabet, pour le diſtinguer du calcul numérique, où l'on n'emploie que des chiffres. *Voy.* ALGEBRE, ARITHMÉTIQUE, CALCUL. (*E.*)

Digitized by Google

LOCAL, ALE, adj. problème *local*, *en Mathématique*, eſt un problème dont la conſtruction ſe raporte à un lieu géométrique. *Voyez* LIEU. Ce mot de *problème local* n'eſt plus guere en uſage.

Le problème *local* eſt ou ſimple lorſqu'il a pour lieu des lignes droites, c'eſt-à-dire, lorſqu'il ſe réſout par l'interſection de deux droites; ou plan, lorſqu'il peut ſe réſoudre par les interſections de cercles & de droites; ou ſolide, lorſqu'il ne peut ſe réſoudre que par des interſections de ſections coniques ou entr'elles, ou avec des cercles; ou bien enfin il eſt ſur-ſolide, ou plus que ſolide, lorſque ſa ſolution demande la deſcription d'une ligne d'un ordre plus élevé que le ſecond. *Chambers*. (*O*)

LOGARITHME, ſ. m. (*Arithmét.*); nombre d'une progreſſion arithmétique, lequel répond à un autre nombre dans une progreſſion géométrique.

Pour faire comprendre la nature les *logarithmes*, d'une maniere bien claire & bien diſtincte, prenons les deux eſpeces de progreſſion qui ont donné naiſſance à ces nombres; ſavoir, la *progreſſion géométrique*, & la *progreſſion arithmétique*: ſuppoſons donc que les termes de l'une ſoient directement poſés ſous les termes de l'autre; comme on le voit dans l'exemple ſuivant.

1. 2. 4. 8. 16. 32. 64. 128.
0. 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7.

en ce cas, les nombres de la progreſſion inférieure, qui eſt arithmétique, ſont ce que l'on appele les *logarithmes* des termes de la progreſſion géométrique qui eſt en-deſſus: c'eſt-à-dire, que 0 eſt le *logarithme* de 1, 1 eſt le *logarithme* de 2, 2 eſt le *logarithme* de 4, & ainſi de ſuite.

Ces *logarithmes* ont été inventés pour rendre le calcul plus expéditif, comme on le verra plus bas.

Le mot *logarithme* eſt formé des mots grecs λογος, *diſcours*, & αριθμος, *nombre*; c'eſt-à-dire, *diſcours ſur les nombres*.

Afin que l'on entende maintenant la doctrine & l'uſage des *logarithmes*, il faut ſe rendre bien attentif aux propoſitions ſuivantes.

Propoſition premiere. En ſuppoſant que le *logarithme* de l'unité ſoit 0, le *logarithme* du produit de deux nombres quelconques, tels que 4 & 8, ſera toujours égal à la ſomme 5 des *logarithmes* des deux racines ou produiſans; ce qui eſt évident par les deux progreſſions que l'on a citées, car ajoutant 2 à 3, on a la ſomme 5, qui eſt le *logarithme* du produit 32, ce qui doit ariver effectivement, car puiſque $4 \times 8 = 32$, l'on aura cette proportion géométrique: 1 : 4 :: 8 : 32, dont les *logarithmes* doivent être en proportion arithmétique, ainſi l'on aura $l\ 1, l\ 4 : l\ 8. l\ 32$ (la lettre *l* ſignifie le *logarithme* du nombre qu'elle précede); mais on ſait que dans une proportion arithmétique, la ſomme des extrêmes eſt égale à la ſomme des moyens; ainſi $l\ 1 + l\ 32 = l\ 4 + l\ 8$; or le *logarithme* de 1 ou $l\ 1 = 0$ (par la ſupp.); donc $l\ 32 = l\ 4 + l\ 8$. *C. Q. F. D.*

Propoſition ſeconde. Le *logarithme* du quotient 16 du nombre 64 diviſé par 4, eſt égal à la différence qu'il y a entre le *logarithme* de 64 & le *logarithme* de 4; c'eſt-à-dire, que $l\ 16 = l\ 64 - l\ 4$; car $\frac{64}{4} = 16$; donc en multipliant par 4, $64 \times 1 = 16 \times 4$, ainſi, 1 : 4 :: 16 : 64; donc $l\ 1 + l\ 64 = l\ 4 + l\ 16$. Or $l\ 1 = 0$; par conſéquent $l\ 64 = l\ 4 + l\ 16$; donc enfin $l\ 64 - l\ 4 = l\ 16$. *C. Q. F. D.*

Propoſition troiſieme. Le *logarithme d'un nombre* n'eſt que la moitié du *logarithme* de ſon carré. *Démonſtration*; prenez 8, carrez-le, vous aurez 64. Il faut donc prouver que $l\ 8 = \frac{l\ 64}{2}$: $8 \times 8 = 64 \times 1$; donc 1 : 8 :: 8 : 64; ainſi, $l\ 1. l\ 8 : l\ 8. l\ 64$; donc $l\ 1 + l\ 64 = l\ 8 + l\ 8 = 2\,l\ 8$, or $l\ 1 = 0$; donc $l\ 64 = 2\,l\ 8$, & par conſéquent en diviſant l'un & l'autre nombre par 2, on aura $\frac{l\ 64}{2} = l\ 8$. *C. Q. F. D.*

Propoſition quatrieme. Le *logarithme* d'un nombre n'eſt que le tiers du *logarithme* de ſon cube. *Démonſtration*: prenez le nombre 2 & faites ſon cube 8, je dis que $l\ 2 = \frac{l\ 8}{3}$, car puiſque $4 \times 2 = 8 \times 1$, on aura 1 : 4 :: 2 : 8; donc $l\ 1. l\ 4 :: l\ 2. l\ 8$; or par la démonſtration précédente, 4 étant le carré de 2, $l\ 4 = 2\,l\ 2$; donc $l\ 1. 2\,l\ 2 :: l\ 2. l\ 8$; par conſéquent $l\ 1 + l\ 8 = l\ 2 + l\ 2 = 3\,l\ 2$, & comme $l\ 1 = 0$, on aura $l\ 8 = 3\,l\ 2$; donc $\frac{l\ 8}{3} = l\ 2$. *C. Q. F. D.*

Les propriétés que nous venons de démontrer, ont ſervi de fondement à la conſtruction des tables des *logarithmes*, moyénant leſquelles on fait par l'addition & la ſouſtraction, les opérations que l'on ſeroit obligé, ſans leurs ſecours, d'exécuter avec la multiplication, la diviſion & l'extraction des racines, comme on va le faire voir en reprenant les deux progreſſions précédentes:

÷ 1. 2. 4. 8. 16. 32. 64. 128. *&c.*
÷ 0. 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. *&c.*

Voulez-vous multiplier 4 par 16, cherchez les *logarithmes* 2. 4. qui répondent à ces nombres, faites-en la ſomme 6, elle eſt le *logarithme* de leur produit 64.

Cherchez donc dans la table le nombre qui répond au *logarithme* 6, vous trouverez 64, qui eſt effectivement le produit de 4 par 16.

S'il s'agiſſoit de diviſer 128 par 8, on chercheroit les *logarithmes* 7; 3. De ces nombres on ôteroit 3 de 7, le reſte 4 ſeroit le *logarithme* de leur quotient, auquel répond le nombre 16.

Si on cherche la racine carrée de 64, on n'a qu'à prendre la moitié de ſon *logarithme* 6, c'eſt 3 auquel répond 8; ainſi, 8 eſt la racine carrée de 64.

Il n'eſt pas plus difficile de trouver la racine cubique de 64, prenez le tiers de ſon *logarithme* 6, vous aurez 2, auquel répond 4.

Digitized by Google

Ainſi, 4 eſt la racine cubique de 64. On feroit donc avec une extrême facilité, les opérations les plus laborieuſes du calcul, ſi l'on avoit les *logarithmes* d'une grande quantité de nombres; & c'eſt à quoi l'on a tâché de parvenir dans la conſtruction des tables des *logarithmes*.

La découverte des *logarithmes* eſt due au baron Neper, Écoſſois, mort en 1618. Il faut avouer cependant que Stifelius, arithméticien allemand, avoit remarqué avant lui la propriété fondamentale des *logarithmes*; ſavoir, que le *logarithme* du produit de deux nombres eſt égal à la ſomme de leurs *logarithmes*. Mais cette propoſition reſta ſtérile entre ſes mains, & il n'en tira aucun uſage pour abréger les opérations, ce qui fait l'eſſentiel de la découverte de Neper. Kepler dit auſſi que Juſte-Byrge, aſtronome du landgrave de Heſſe, avoit imaginé les *logarithmes*; mais de l'aveu de Kepler même, l'ouvrage où Byrge en parloit, n'a jamais paru.

Neper publia en 1614, ſa découverte dans un livre, intitulé: *mirifici logarithmorum canonis deſcriptio*. Les *logarithmes* des nombres qu'il donne dans cet ouvrage, different de ceux que nous employons aujourd'hui dans nos tables; car dans les nôtres le *logarithme* de 10 eſt l'unité, ou ce qui eſt la même choſe, 1, 000000; & dans celles de Neper, le *logarithme* de 10 eſt 2, 3025850. Nous verrons au *mot* LOGARITHMIQUE, la raiſon de cette différence. Mais cette ſuppoſition lui paroiſſant peu commode, il indiqua lui-même des tables de *logarithmes*, telles que nous les avons aujourd'hui. Elles furent conſtruites après ſa mort par Henri Briggs, dans ſon ouvrage, intitulé: *Arithmetica logarithmica*. Adrien Ulacq, mathématicien des Pays-bas, perfectiona le travail de Briggs; & pluſieurs autres ont travaillé depuis ſur cette matiere. Les tables de *logarithmes* qui ont aujourd'hui le plus de réputation pour l'étendue & l'exactitude, ſont celles de Gardiner, *in-4°*. Celles de M. Deparcieux, de l'académie des Sciences, méritent auſſi d'être citées. Voyez *l'Hiſtoire des Mathématiques* de M. Montucla, *tom. II, part. IV, liv. I.*

Théorie des logarithmes. Soit propoſé de trouver le *logarithme* d'un nombre quelconque, & de conſtruire un canon ou une table pour les *logarithmes* naturels. 1°. Comme 1, 10, 100, 1000, 10000, *&c.* conſtituent une progreſſion géométrique, leurs *logarithmes*, peuvent donc être pris dans une progreſſion arithmétique à volonté; or pour pouvoir exprimer par des fractions décimales les *logarithmes* de tous les nombres intermédiaires, nous prendrons la progreſſion 0. 0000000, 1. 0000000, 2. 0000000, 3. 0000000, 4. 0000000, *&c.* de maniere que le premier de ces nombres ou zéro, ſoit le *logarithme* de 1, que le ſecond ſoit le *logarithme* de 10, le troiſieme celui de 100, & ainſi de ſuite. *Voyez* DÉCIMAL. 2°. Il eſt évident qu'on ne pourra point trouver des *logarithmes* exacts pour les nombres qui ne ſont point compris dans la ſérie géométrique ci-deſſus, 1, 10, 100, *&c.* mais on pourra en avoir de ſi approchans de la vérité, que, dans l'uſage, ils ſeront auſſi bons que s'ils étoient exacts. Pour rendre ceci ſenſible, ſuppoſons qu'on demande le *logarithme* du nombre 9; j'introduirai entre 1. 000000 & 10. 0000000, un moyen proportionel géométrique, & cherchant entre leurs *logarithmes* 0. 00000000 & 1. 00000000, un moyen proportionel arithmétique, celui-ci ſera évidemment le *logarithme* de l'autre, c'eſt-à-dire, d'un nombre qui ſurpaſſera 3 d'un peu plus que $\frac{1}{10000000}$, & par conſéquent qui ſera encore fort éloigné de 9. Je chercherai donc entre 3 $\frac{1}{10000000}$ & 10, un autre moyen proportionel géométrique qui approchera par conſéquent plus de 9 que le premier; & entre 10 & ce nouveau moyen proportionel, j'en chercherai encore un troiſieme, & ainſi de ſuite, juſqu'à ce que j'en trouve deux conſécutifs, dont l'un ſoit immédiatement au deſſus, & l'autre immédiatement au deſſous de 9, & cherchant un moyen proportionel entre ces deux nombres-là, & puis encore un autre entre celui-là & celui des deux derniers qui aura 9 entre lui & le précédent, on parviendra enfin à un moyen proportionel qui ſera égal 9 $\frac{1}{10000000}$, lequel n'étant pas éloigné de 9 d'une dix millionieme partie d'unité, ſon *logarithme* peut, ſans aucune erreur ſenſible, être pris pour le *logarithme* de 9 même. Je reviens donc à mes moyens proportionels géométriques, & prenant l'un après l'autre, le *logarithme* de chacun d'eux par l'introduction d'autant de moyens proportionels arithmétiques, je trouve enfin que 0. 9542425 eſt le *logarithme* du dernier moyen proportionel géométrique; & j'en conclus que ce nombre peut être pris ſans erreur ſenſible, pour le *logarithme* de 9, ou qu'il en approche extrêmement.

3°. Si on trouve de même des moyens proportionels entre 1. 0000000 & 3. 1622777, que nous en avons vu plus haut être le moyen proportionel entre 1. 0000000 & 10. 0000000, & qu'on cherche en même temps le *logarithme* de chacun d'eux, on parviendra à la fin à un *logarithme* très-approchant de celui de 2, & ainſi des autres. 4°. Il n'eſt cependant pas néceſſaire de prendre tant de peine pour trouver les *logarithmes* de tous les nombres, puiſque les nombres, qui ſont le produit de deux nombres, ont pour *logarithmes*, la ſomme des *logarithmes* de leurs produiſans; & réciproquement, ſi l'on a le *logarithme* du produit de deux nombres, & celui de l'un de ſes produiſans on aura facilement le *logarithme* de l'autre produiſant; de même ayant le *logarithme* d'un carré, d'un cube, *&c.* on a celui de ſa racine, ainſi qu'on l'a démontré dans les propoſitions précédentes; par conſéquent, ſi l'on prend la moitié du *logarithme* de 9 trouvé ci-deſſus, l'on aura le *logarithme* de 3, ſavoir 0. 4771212.

Dans des *logarithmes*, les nombres qui précedent le point, expriment des entiers; & ceux qui ſont

après

Digitized by Google

après le point, exprimeront le numérateur d'une fraction, dont le dénominateur eſt l'unité, ſuivie d'autant de zéros que le numérateur a de figures. L'on donne à ces entiers le nom de *caractériſtiques*, ou *d'expoſans*; parce qu'ils marquent, en leur ajoutant 1, combien de caracteres doit avoir le nombre auquel le *logarithme* correſpond; ainſi 0 à la tête d'un *logarithme*, ou placé dans le *logarithme* avant le point, ſignifie que le nombre correſpondant ne doit avoir que le ſeul caractere des unités, qu'une ſeule figure, parce que ajoutant 1 à 0 caractériſtique, on aura le nombre 1, qui marque le nombre de figures qu'a le nombre auquel ſe raporte le *logarithme*; 1 caractériſtique ſignifie que le nombre correſpondant au *logarithme*, contient non ſeulement des unités, mais encore des dixaines, & non pas des centaines; qu'en un mot, il contient deux figures, & qu'il a ſa place entre dix & cent, & ainſi des autres expoſans ou caractériſtiques. Il s'enſuit donc que tous les nombres, leſquels quoique différens, ont néanmoins autant de caracteres ou de figures les uns que les autres; par exemple, les nombres compris entre 1 & 10, entre 10 & 100, entre 100 & 1000, *&c.* doivent avoir des *logarithmes* dont la caractériſtique ſoit la même, mais qui different par les chifres placés à droite du point.

Si le nombre n'eſt nombre qu'improprement, mais qu'il ſoit en effet une fraction décimale exprimée numériquement, ce qui arivera lorſqu'il n'aura de caractere réel qu'après le point, alors il devra évidemment avoir un *logarithme* négatif, & de plus la caractériſtique de ce *logarithme* négatif marquera combien il y aura de 0 dans le nombre avant ſa premiere figure réelle à gauche, y compris le 0, qui eſt toujours cenſé ſe trouver avant le point, ainſi, le *logarithme* de la fraction décimale 0. 256 eſt — 1. 40824; celui de la fraction décimale 0. 0256 eſt — 2. 40824, *&c.*

Tout cela eſt une ſuite de la définition des *logarithmes*; car puiſque les nombres entiers 1, 10. 100, *&c.* ont pour *logarithme* 0, 1, 2, *&c.* les fractions $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{100}$, *&c.* qui forment une progreſſion géométrique avec les entiers 1, 10, 100, *&c.* doivent avoir pour *logarithmes* les nombres négatifs, 1, 2, *&c.* qui forment une progreſſion arithmétique avec les nombres 0, 1, 2, *&c.* donc *&c.*

Soit propoſé maintenant de trouver le logarithme *d'un nombre plus grand que ceux qui ſont dans les tables, mais moindre que* 10000000. Retranchez au nombre propoſé ſes quatre premieres figures vers la gauche, cherchez dans les tables le *logarithme* de ces quatre premieres figures, ajoutez à la caractériſtique de ce *logarithme* autant d'unités qu'il eſt reſté de figures à droite dans le nombre propoſé. Souſtrayez enſuite le *logarithme* trouvé de celui qui le ſuit immédiatement dans les tables, & faites après cela cette proportion, comme la différence des nombres qui correſpondent à ces deux *logarithmes* conſécutifs eſt à la différence des *logarithmes* eux-mêmes, ainſi ce qui reſte à droite dans le nombre propoſé eſt à un quatrieme terme, que nous pourons nommer la *différence logarithmique*; en effet, ſi vous l'ajoutez au *logarithme* d'abord trouvé, vous pourez, ſans erreur ſenſible, prendre la ſomme pour le *logarithme* cherché. Si l'on demandoit, par exemple, le *logarithme* du nombre 92375; je commencerai pour en retrancher les quatre premieres figures à gauche, ſavoir 9237, & je prendrois dans les tables les *logar.* 3. 9655309 du nombre qu'elles forment à elles ſeules, dont j'augmenterois le caractériſtique 3 d'une unité, ce qui me donneroit 4. 9655309, auquel il ne s'agiroit plus que d'ajouter la différence logarithmique convenable: or pour la trouver, je prendrois dans les tables le *logarithme* du nombre immédiatement au deſſus 9237, c'eſt-a-dire, celui de 9237, lequel eſt . . . . . 3. 9655780.
& j'en ſouſtrairois celui de 9237, trouvé ci- deſſus, ſavoir, ... 3. 9655309.

& il reſteroit . . . . . 471.
cela poſé, je ferois cette proportion: comme 10, différence de 92380 à 92370, eſt à la différence trouvée tout-à-l'heure, ſavoir 471, ainſi 5 qui me reſtoit dans le nombre propoſé à droite, après en avoir retranché les quatre premieres figures à gauche, eſt à la différence logarithmique que je cherchois, laquelle ſeroit par conſéquent 235; il n'y auroit donc plus qu'à ajouter enſemble le *logarithme* 92370, ſavoir . . . . . 4. 9655309.
& la différence logarithmique trouvée, ... 235.

& il viendroit . . . . . 4. 9655544.
pour la valeur du *logarithme* cherché. La raiſon de cette opération, eſt que les différences des trois nombres *a*, *b*, *c*, lorſque ces différences ſont fort petites, ſont entr'elles, à très-peu-près, comme les différences de leurs *logarithmes*. *Voyez* LOGARITHMIQUE.

Si le nombre propoſé étoit une fraction ou un entier plus une fraction, il faudroit d'abord réduire le tout à une ſeule fraction, & chercher ſéparément le *logarithme* du numérateur & celui du dénominateur par la méthode qu'on vient de donner, enſuite on retrancheroit les deux *logarithmes* l'un de l'autre, & on auroit le *logarithme* de la fraction propoſée.

Soit propoſé de plus de trouver le nombre correſpondant à un logarithme *plus grand qu'aucun de ceux qui ſont dans les tables.* Souſtrayez d'abord du *logarithme* donné le *logarithme* de 10, ou celui de 100, ou celui de 1000, ou celui de 10000, le premier en un mot, de cette eſpece qui donnera un reſtant d'un nombre de caracteres, tels qu'il s'en trouve dans les tables. Trouvez le nombre correſpondant à ce reſtant conſidéré lui-même comme *logarithme*, & multipliez ce nombre trouvé par 100, par 1000, ou par 10000, *&c.* le produit ſera le nombre cherché.

Digitized by Google

Suppoſons par exemple qu'on demande le nombre correſpondant au *logarithme* 7. 7589982, vous en ôterez le *logarithme* du nombre 10000, lequel eſt 4. 0000000, & le reſtant ſera 3. 7589982, lequel correſpond dans les tables au nombre 5741 $\frac{1}{1000}$. Vous multiplierez donc ce dernier nombre par 1000, & le produit 5741110 ſera le nombre cherché. Si on propoſe de trouver le nombre, ou pour parler plus proprement, la fraction correſpondante à un *logarithme* négatif, il faudra ajouter au *logarithme* donné, le dernier *logarithme* de la table; c'eſt-à-dire, celui du nombre 10000, ou pour mieux dire, il faudra ſouſtraire le premier pris poſitivement du ſecond, & trouver le nombre correſpondant au reſte de la ſouſtraction regardée comme *logarithme*. Vous ferez de ce nombre le numérateur d'une fraction, à laquelle vous donnerez 10000 pour dénominateur, & cette fraction ſera le nombre cherché. Par exemple, ſuppoſons qu'on demande la fraction correſpondante au *logarithme* négatif . . . . . 0. 3679767, je le ſouſtrais du *logarithme* de 10000, ou de 4. 0000000,

& le reſtant eſt . . . . . 3. 6320233, auquel correſpond dans les tables le nombre 4285 $\frac{11}{1000}$, la fraction cherchée ſera donc $\frac{4285\frac{11}{1000}}{10000}$. On aperçevra la raiſon de cette regle, en obſervant que toutes fractions étant le quotient de ſon numérateur par ſon dénominateur, l'unité doit être à la fraction comme le dénominateur eſt au numérateur; mais comme l'unité eſt à la fraction qui doit correſpondre au *logarithme* négatif donné, ainſi 10000 eſt au nombre correſpondant au *logarithme* reſtant; donc ſi l'on prend 10000 pour dénominateur, & le nombre correſpondant pour numérateur, on aura la fraction requiſe.

Soit enfin propoſé *de trouver un nombre quatrieme proportionel à trois nombres donnés*. Vous ajouterez le *logarithme* du ſecond à celui du troiſieme, & de la ſomme que cette addition vous aura fournie, vous ôterez le *logarithme* du premier, le reſtant ſera le *logarithme* du quatrieme nombre cherché. Par exemple, ſoit donné les nombres 4, 68 & 3.

Le *logarithme* de 68 eſt . . . . . 1. 8325089.
Le *logarithme* de 3 eſt . . . . . 0. 4771213.
Je les ajoute & je trouve pour ſomme . . . . . 2. 3096302.
Le *logarithme* de 4 eſt . . . . . 0. 6020600.

Je fais la ſouſtraction, & il reſte . . 1. 7075702, qui doit être le *logarithme* du nombre cherché; & comme le nombre correſpondant dans les tables eſt 51, j'en conclus que 51 eſt le nombre cherché lui-même.

Ce problême eſt du plus grand uſage dans la Trigonométrie. *Voyez* TRIANGLE & TRIGONOMÉTRIE.

Tous ces problêmes ſur les *logarithmes* ſe déduiſent évidemment de la théorie des *logarithmes* donnée ci-deſſus, & ils peuvent ſe démontrer auſſi par la théorie de la logarithmique qu'on trouvera à ſon article.

Nous terminerons celui-ci par une queſtion qui a été fort agitée entre MM. Léibnitz & Bernoulli. Les *logarithmes* des quantités négatives ſont-ils réels ou imaginaires? M. Léibnitz tenoit pour le ſecond, M. Bernoulli pour le premier. On peut voir les lettres qu'ils s'écrivoient à ce ſujet; elles ſont imprimées dans le *commercium epiſtolicum* de ces deux grands hommes, publié en 1745, à Lauſanne. J'eus autrefois (en 1747 & 1748) une controverſe par lettres avec le célebre M. Euler ſur le même ſujet; il ſoutenoit l'opinion de M. Léibnitz, & moi celle de M. Bernoulli. Cette controverſe a occaſioné un ſavant mémoire de M. Euler, imprimé dans le volume de l'académie de Berlin pour l'année 1749. Depuis ce temps, M. de Foncenex a traité la même matiere dans le premier volume des mémoires de l'académie de Turin, & ſe déclare pour le ſentiment de M. Euler, qui apuie de nouveles preuves. J'ai compoſé ſur ce ſujet un écrit dans lequel je me déclare au contraire pour l'opinion de M. Bernoulli. Comme cet écrit eſt aſſez long, je me contenterai d'y renvoyer mes lecteurs, ainſi qu'aux écrits dont j'ai parlé; ils y trouveront toutes les raiſons qu'on peut apporter pour & contre les *logarithmes* imaginaires des quantités négatives. Je me bornerai à dire ici, 1°. Que ſi on prend entre deux nombres réels & poſitifs, par exemple 1 & 2, une moyene proportionele, cette moyene proportionele ſera auſſi-bien $-\sqrt{2}$ que $+\sqrt{2}$, & qu'ainſi le *logarithme* de $-\sqrt{2}$ & celui de $\sqrt{2}$ ſeront le même, ſavoir $\log.-\frac{1}{2}$. 2°. Que ſi dans l'équation $y=c^x$ de la logarithmique (*Voyez* LOGARITHMIQUE & EXPONENTIEL); on fait $x=\frac{1}{2}$, on aura $y=c^{\frac{1}{2}}=\pm\sqrt{c}$, & qu'ainſi la logarithmique aura des ordonées négatives & poſitives, en tel nombre qu'on voudra à l'infini; d'où il s'enſuit que les *logarithmes* de ces ordonées ſeront les mêmes, c'eſt-à-dire, des quantités réelles. 3°. A ces raiſons ajoutez celle qui ſe tire de la quadrature de l'hyperbole entre ſes aſymptotes, que Bernoulli a donnée le premier, & que j'ai fortifiée par de nouveles preuves; ajoutez enfin beaucoup d'autres raiſons que l'on peut lire dans mon mémoire, ainſi que mes réponſes aux objections de MM. Euler & de Foncenex, & on ſera, je crois, convaincu que les *logarithmes* des nombres négatifs *peuvent être* réels. Je dis *peuvent être*, & non pas *ſont*; c'eſt qu'en effet on peut prendre tel ſyſtême de *logarithmes* qui rendra imaginaires les *logarithmes* des nombres négatifs. Par exemple, M. Euler prouve très-bien que ſi on exprime les *logarithmes* par des arcs de cercles imaginaires, le *logarithme* de -1 ſera imaginaire; mais au fond tout ſyſtême de *logarithmes* eſt arbitraire en ſoi; tout dépend de la premiere ſuppoſition qu'on a faite. On dit, par exemple, que le *logarithme* de l'unité eſt $=0$, & que les *logarithmes* des fractions ſont

Digitized by Google

négatifs. Tout cela n'eſt qu'une ſuppoſition ; car on pouroit prendre une telle progreſſion arithmétique que le *logarithme* de l'unité ne fût pas égal à 0, & que les *logarithmes* des fractions fuſſent des quantités réelles & poſitives. Il y a bien lieu de craindre que toute cette diſpute ſur les *logarithmes* imaginaires, ne ſoit qu'une diſpute de mots, & n'ait été ſi agitée que faute de s'entendre. Ce n'eſt pas le premier exemple de diſpute de mots en Géométrie. *Voyez* CONTINGENCE & FORCES VIVES.

MM. Gregori, Mercator, Newton, Halley, Cotes, Taylor, *&c.* ont donné différentes méthodes pour la conſtruction des tables des *logarithmes*, que l'on peut voir dans les *Tranſactions Philoſophiques*. *Voyez* ſur-tout un mémoire de M. Halley dans les *Tranſact. philoſ. de* 1695, *n°.* 216. Sans entrer ici dans ce détail, nous donnerons une méthode aſſez ſimple pour calculer les *logarithmes*.

Nous ſuppoſerons d'abord (*voyez l'art.* LOGARITHMIQUE) que la ſoutangente de la logarithmique ſoit égale à l'ordonnée que l'on prend pour l'unité: nous prendrons une ordonée $1-u$ qui ſoit plus petite que l'unité, & nous aurons, en nommant l'abſciſſe dx, l'équation $dx = -\frac{du}{1-u}$, comme il réſulte de l'article cité ; d'où il s'enſuit encore que x eſt égal au *logarithme* de $1-u$, & qu'ainſi le *logarithme* de $1-u$ eſt égal à l'intégrale $-\frac{du}{1-u}$. Or, faiſant la diviſion ſuivant les regles ordinaires, ou ſuppoſant $\frac{1}{1-u} = (1-u)^{-1}$, on trouve (*Voyez* DIVISION, BINOME, EXPOSANT, SÉRIE, SUITE, *&c.*) que $-\frac{du}{1-u} = du + udu + u^2du + u^3du$, &c. dont l'intégrale eſt $u + \frac{u^2}{2} + \frac{u^3}{3} + \frac{u^4}{4}$, &c. à l'infini ; & cette ſérie eſt convergente, parce que les numérateurs & les dénominateurs vont toujours en diminuant, car u eſt plus petit que l'unité. *Voyez* FRACTION. On aura donc, en prenant un certain nombre de termes de cette ſuite, la valeur approchée du *logarithme* de $1-u$; or, connoiſſant le *logarithme* de la fraction $1-u$, on connoîtra le *logarithme* du nombre entier, qui eſt troiſieme proportionnel à cette fraction & à l'unité ; car ce *logarithme* eſt le même, mais pris avec un ſigne poſitif. Par exemple, ſi on veut avoir le *logarithme* du nombre 10, on cherchera celui de la fraction $\frac{1}{10} = 1 - \frac{9}{10}$, ainſi, $u = \frac{9}{10}$. Donc le *logarithme* de $\frac{1}{10}$ eſt $-\frac{9}{10} - \frac{81}{200} - \frac{729}{3000}$, *&c.* & ainſi de ſuite ; & cette quantité, priſe avec le ſigne +, eſt le *logarithme* de 10.

Tout cela eſt vrai dans l'hypotheſe que la ſoutangente de la logarithmique ſoit $= 1$; mais, ſi on vouloit que le *logarithme* de 10 fût 1, par exemple, au lieu d'être égal à la ſérie précédente, alors tous les *logarithmes* des autres nombres devroient être multipliés par le raport de l'unité à cette ſérie. *Voy.* LOGARITHMIQUE. (*O*).

* Puiſqu'on a log. $(1-u) = -u - \frac{u^2}{2} - \frac{u^3}{3} - \frac{u^4}{4}$, *&c.* on a donc l. $(1+u) = u - \frac{u^2}{2} + \frac{u^3}{3} - \frac{u^4}{4} + \mathcal{&c.}$ Donc log. $\frac{1+u}{1-u} = 2\left(u + \frac{u^3}{3} + \frac{u^5}{5} + \mathcal{&c.}\right)$, quand la ſoutangente de la logarithmique $= 1$; mais on a généralement log. $\frac{1+u}{1-u} = 2K\left(u + \frac{u^3}{3} + \frac{u^5}{5} + \text{&c.}\right)$, K dépendant du ſyſtême des *logarithmes*. Cette formule eſt plus commode que la précédente, pour calculer les *logarithmes* des nombres ; & la ſérie convergera plus rapidement ; car, ſoit $\frac{1+u}{1-u} = \frac{x}{x-1}$, on aura $u = \frac{1}{2x-1}$, & la formule deviendra log. $\frac{x}{x-1} = 2K\left(\frac{1}{2x-1} + \frac{1}{3(2x-1)^3} + \frac{1}{5(2x-1)^5} + \mathcal{&c.}\right)$.

Uſage de cette formule. Soit $x = 2$, on aura log. $2 = 2K\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{3 \cdot 3^3} + \frac{1}{5 \cdot 3^5} + \mathcal{&c.}\right) = 2KA$; on trouvera de même log. $\frac{3}{2} = 2K\left(\frac{1}{5} + \frac{1}{3 \cdot 5^3} + \frac{1}{5 \cdot 5^5} + \mathcal{&c.}\right) = 2KB$; donc log. $3 = 2K(A+B)$, log. $4 = 4KA$; faiſant $x = 5$; log. $\frac{5}{4} = 2K\left(\frac{1}{9} + \frac{1}{3 \cdot 9^3} + \frac{1}{5 \cdot 9^5} + \mathcal{&c.}\right) = 2KC$; donc log. $5 = 2K(C+2A)$, & généralement log. $n = 2KR$, n étant un nombre quelconque, R une ſomme de ſuites dépendantes de n, & toutes très-convergentes. Si $m =$ la baſe du ſyſtême, on aura généralement $2K = \frac{1}{R}$. Soit $n = 10$, on a log. $10 = 2K(C+3A)$; donc, ſi 10 eſt la baſe du ſyſtême des *logarithmes*, on aura $2K = \frac{1}{C+3A}$.

LOGARITHMIQUE, ſ. f. (*Géom.*) ; courbe qui tire ce nom de ſes propriétés & de ſes uſages dans la conſtruction des logarithmes & dans l'explication de leur théorie.

Si l'on diviſe la ligne droite AX, *Pl. d'Anal. Fig.* 37, en un nombre égal de parties, & que par les points A, P, p de diviſion, on tire les lignes toutes paralleles entr'elles & continuellement proportionneles, les extrémités N, M, m, *&c.* de ces dernieres lignes, formeront la ligne courbe appelée *logarithmique*, de ſorte que les abſciſſes AP, Ap, ſont ici les logarithmes des ordonées PM, pm, *&c.*, puiſque ces abſciſſes ſont en progreſſion arithmétique pendant que les ordonées ſont en progreſſion géométrique. Donc, ſi $AP = x$, $Ap = u$, $PM = y$, $pm = z$, & qu'on nomme

Digitized by Google

ly & lz les logarithmes de y & de z, on aura $x = ly$, $u = lz$, & par conſéquent $\frac{x}{u} = \frac{ly}{lz}$.

Propriétés de la logarithmique. Dans une courbe quelconque, ſi on nomme f la ſoutangente, on a $-\frac{dx}{f} = -\frac{dy}{y}$. *Voy.* SOUTANGENTE. Or, dans la *logarithmique*, ſi on prend dx conſtant, c'eſt-à-dire, les abſciſſes en progreſſion arithmétique, dont la différence ſoit dx, les ordonées ſeront en progreſſion géométrique, & par conſéquent les différences de ces ordonées (*Voyez* PROGRESSION GÉOMÉTRIQUE) ſeront entr'elles comme les ordonées; donc $\frac{dy}{y}$ ſera conſtant, d'où $\frac{dx}{f}$ ſera conſtant; donc, puiſque (hyp.) dx eſt conſtant, f le ſera auſſi; donc la ſoutangente de la *logarithmique* eſt conſtante; j'appele cette ſoutangente a.

2°. Si on fait $a = 1$, on aura $dx = \frac{dy}{y}$, dont l'intégrale eſt $x = \log. y$; & ſi on ſuppoſe un nombre e, tel que ſon logarithme, ſoit $= 1$, on aura $x \log. e = \log. y$, & par conſéquent $\log. e^x = \log. y$ & $y = e^x$. *Voyez* LOGARITHME. C'eſt-là ce qu'on appele *repaſſer des logarithmes aux nombres*, c'eſt-à-dire, d'une équation *logarithme* $x = ly$, à une équation finie exponentielle $y = e^x$ *V.* EXPONENTIEL.

3°. Nous avons expliqué au *mot* EXPONENTIEL ce que ſignifie cette équation $y = e^x$ appliquée à la *logarithmique*. En général, ſi dans une même *logarithmique*, on prend quatre ordonées qui ſoient en proportion géométrique, l'abſciſſe, renfermée entre les deux premieres, ſera égale à l'abſciſſe renfermée entre ſes deux autres, & le rapport de cette abſciſſe à la ſoutangente ſera le logarithme du raport des deux ordonées. C'eſt une ſuite de l'équation $\frac{dx}{a} = \frac{dy}{y}$, qui donne $\frac{x}{a} = \log. \left(\frac{y}{b}\right)$, en ſuppoſant que $y = b$, lorſque $x = 0$.

4°. Si on prend pour l'unité, dans la *logarithmique*, , l'ordonée qui eſt égale à la ſoutangente, on trouvera que l'abſciſſe qui répond au nombre 10 (c'eſt-à-dire, à l'ordonée qui ſeroit égale à dix fois celle qu'on a priſe pour l'unité); on trouvera, dis-je, que cette abſciſſe ou le logarithme de 10 eſt égal à 2,30258509 (*Voyez* LOGARITHME), c'eſt-à-dire, que cette abſciſſe eſt à la ſoutangente comme 230258509 eſt à 100000000; c'eſt ſur ce fondement que Képler avoit conſtruit ſes tables de logarithmes, & pris 2,3025850 pour le logarithme de 10.

5°. Mais, ſi on place autrement l'origine de la *logarithmique*, & de maniere que l'ordonée 1 ne ſoit plus égale à la ſoutangente, & que l'abſciſſe compriſe entre les ordonées 1 & 10, ſoit égale à 1; ce qui ſe peut toujours ſuppoſer, puiſqu'on peut placer l'origine de x où l'on voudra, alors le logarithme de 10 ſera 1, ou 1,0000000, *&c.* & la ſoutangente ſera telle que l'on aura 2,3025850 à l'unité, comme 1,0000000 eſt à la valeur de la ſoutangente, qui ſera par conſéquent dans ce cas-ci $\frac{1,0000000}{2,3025850}$ ou 0,43429488. C'eſt ſur cette ſuppoſition que ſont calculés les logarithmes de Briggs, qui ſont ceux des tables ordinaires.

6°. Dans deux *logarithmiques* différentes, ſi on prend des ordonées proportionele s, les abſciſſes correſpondantes feront entr'elles comme les ſoutangentes. C'eſt encore une ſuite de l'équation $\frac{dx}{a} = \frac{dy}{y}$.

7°. Si, dans une même *logarithmique*, on prend trois ordonées très-proches, les différences de ces ordonées ſeront entr'elles à très-peu près comme les différences des abſciſſes. Car ſoient y, y', y'', les trois ordonées, & dx, dx' les abſciſſes, on aura $\frac{dx}{a} = \frac{y'-y}{y}$ à très-peu près; & de même $\frac{dx'}{a} = \frac{y''-y'}{y'}$ à très-peu près. Donc, puiſque y & y' different très-peu l'une de l'autre, on aura à très-peu près $dx : dx' :: y'-y : y''-y'$.

8°. Comme une progreſſion géométrique s'étend à l'infini des deux côtés de ſon premier terme, il eſt évident que la *logarithmique* s'étend à l'infini le long de ſon axe AX au deſſus & au deſſous du point A. Il eſt de plus évident que AX eſt l'aſymptote de la *logarithmique*. *Voyez* ASYMPTOTE. Car, quoique une progreſſion géométrique aille en décroiſſant, ſes termes n'éanmoins n'arivent jamais à zéro; ainſi l'ordonée Pm va toujours en décroiſſant, ſans jamais être abſolument nulle. Donc, *&c.*

Sur la quadrature de la *logarithmique*, *voyez* QUADRATURE.

LOGARITHMIQUE SPIRALE *ou* SPIRALE LOGARITHMIQUE, eſt une courbe dont voici la conſtruction. Diviſez un quart de cercle en un nombre quelconque de parties égales, aux points N, n, *&c. Pl. d'Anal. Fig.* 22, & retranchez des rayons CN, Cn, Cn, des parties continuélement proportioneles CM, Cm, Cm; les points M, m, m, *&c.* formeront la *logarithmique ſpirale*. Par conſéquent, les arcs AN, An, *&c.* ſont les logarithmes des ordonées ou rayons CM, Cm, *&c.* pris ſur les rayons du cercle, & en partant de ſon centre, qui, dans cette courbe, peut être conſidéré comme pole. On peut donc regarder la *logarithmique ſpirale* comme une *logarithmique* ordinaire, dont l'axe a été roulé le long d'un cercle AN, & dont les ordonées ont été arangées de maniere qu'elles concourent au centre C, & qu'elles ſe trouvent priſes ſur les rayons CN prolongés.

Cette courbe a pluſieurs propriétés ſingulieres découvertes par M. Jacques Bernoulli ſon inven-

Digitized by Google

teur. 1°. Elle fait une infinité de tours autour de ſon centre C, ſans jamais y ariver; ce qu'il eſt facile de démontrer : car les rayons CM, Cm, Cm, &c. de cette courbe forment une progreſſion géométrique, dont aucun terme ne ſauroit être zéro, & par conſéquent la diſtance de la ſpirale à ſon centre C, ne peut jamais être zéro. 2°. Les angles CMm, Cmm des rayons CM, Cm, avec la courbe, ſont par-tout égaux. Car, nommant CM, y & Nn, dx, on aura $\frac{dx}{a} = \frac{dy}{y}$, puiſque les arcs AN ſont les logarithmes des y. *Voyez*, ci-deſſus, LOGARITHMIQUE. Or décrivant du rayon CM un arc que l'on nommera dz, on aura $\frac{dz}{r} = \frac{dx}{y}$, en faiſant $AC = r$; donc $dx = \frac{rdz}{y}$; donc $\frac{rdz}{ay} = \frac{dy}{y}$. Donc $dy = \frac{rdz}{a}$; donc l'angle CMm eſt conſtant. 3°. La développée de cette courbe, ſes cauſtiques par réfraction & par réflexion, *&c.* ſont d'autres logarithmes ſpirales : c'eſt pour cette raiſon que M. Jacques Bernoulli ordona qu'on mît ſur ſon tombeau une *logarithmique ſpirale*, avec cette inſcription : *Eadem mutata reſurgo*. *Voyez* l'Analyſe des infiniment petits, par M. de l'Hôpital. *Voyez auſſi* DÉVELOPÉE & CAUSTIQUE. (*O*).

LOGARITHMIQUES, (*Baguettes*, *Échelles*, *Regles*). On peut donner un de ces noms à des inſtrumens, dont probablement M. l'abbé de la Chapelle a voulu parler, quand il dit à l'*article* ÉCHELLE, *Dict. raiſ.* &c. „ Les *échelles proportionelles*, que l'on appele auſſi *logarithmiques*, „ ſont des nombres artificiels ou des logarithmes „ placés ſur des lignes, afin d'avoir l'avantage de „ pouvoir multiplier, diviſer, *&c.* avec le compas. *Voyez* LOGARITHMES „. Comme on ne trouve rien cependant à l'*article* LOGARITHMES, au ſujet de ces échelles, je décrirai l'inſtrument de cette eſpece, qui eſt le plus complet, d'après une petite brochure allemande de M. Lambert, imprimée à Augsbourg en 1761 : on trouvera l'inſtrument même chez M. Brander, à Augsbourg, un des plus habiles méchaniciens de l'Europe. Je me diſpenſerai, ainſi que M. Lambert, d'en donner une figure, parce qu'elle ne repréſenteroit pas aſſez bien les diviſions très-petites qu'il ſuppoſe.

L'ennui de faire des multiplications, des diviſions, des extractions de racines, & d'autres opérations ſemblables ſur de grands nombres, a fait imaginer, outre les tables de logarithmes, différentes machines proprement dites, & pluſieurs inſtrumens plus petits pour abréger ces opérations : le *Theatrum arithmetico-geometricum*, ouvrage poſthume du célebre Leupold, en décrit un aſſez grand nombre; & ce n'eſt qu'à ces derniers que ſe raporte l'inſtrument dont il ſera queſtion dans cet article.

On a ſongé, dès la fin du ſiecle paſſé, à épargner aux calculateurs juſqu'à l'embaras de chercher les logarithmes dans les tables, & d'en prendre copie. J. Mathieu Biller fut peut-être le premier : il publia ſon invention en 1696, ſous le titre de *Deſcriptio inſtrumenti mathematici univerſalis, quo mediante omnes proportiones ſine circino atque calculo methodo facillima inveniuntur*; &, comme ſon intention étoit que ſon inſtrument ſervît auſſi à la géodéſie, il lui donna la forme d'un demi-cercle, & marqua ſur le limbe, au lieu des logarithmes, les nombres, les ſinus & les tangentes.

Scheffelt, un Wurtembergeois, porta enſuite une diviſion ſemblable ſur une regle de la longueur d'un pied de Khin, & traita dans un grand *in-quarto*, intitulé *Pes Mechanicus*, les problêmes que cette regle ſervoit à réſoudre. Un Anglois, nommé *Gunter*, y appliqua une échele *logarithmique*; & M. Lambert remarque avec raiſon qu'il eſt facile de réduire les logarithmes à pluſieurs autres formes, & qu'on pouroit, par exemple, employer les ſpirales.

Il n'eſt pas douteux que la maniere de calculer avec des inſtrumens de cette eſpece, ne ſoit auſſi abrégée que commode; mais, comme leur grandeur eſt déterminée, ces calculs ne peuvent, comme avec les machines, qui, d'un autre côté, ſont moins commodes, s'étendre avec une certaine préciſion juſqu'à des quantités très-petites; cependant il eſt un très-grand nombre de cas où l'on ne demande pas la derniere exactitude; ainſi, il étoit toujours utile de s'appliquer à perfectioner ces inſtrumens, & à rendre leur uſage plus commode, plus général, & d'une auſſi grande préciſion qu'il ſeroit poſſible, ſans tomber dans l'inconvénient des machines, le défaut d'un maniment commode.

C'eſt ce que M. Lambert a fait avec un grand ſuccès; ayant vu la deſcription de l'inſtrument de Biler, & ayant remarqué que ſon exactitude ne pouvoit qu'être très-peu conſidérable, il tranſforma ſes demi-cercles en deux regles de quatre pieds de longueur, & trouva qu'on pouvoit, moyénant cela, tenir compte des milliemes & même des $\frac{1}{3333}$ parties d'un nombre donné. Content de ce ſuccès, qui eſt ſuffiſant dans une infinité de cas, il crut avoir ſeul perfectioné l'inſtrument de Biler; ce ne fut que quelque temps après qu'il vit qu'il avoit été prévenu par Scheffelt; mais il vit en même temps que ſes regles avoient, ſur celles de Scheffelt, un double avantage bien conſidérable, l'un d'être quatre fois plus exactes, à cauſe de leur longueur quadruple; l'autre de pouvoir repréſenter des tables entieres; les deux regles ayant des diviſions égales, au lieu que Scheffelt n'employant qu'une ſeule regle, étoit obligé d'y appliquer le compas.

Ces conſidérations ont engagé M. Lambert à publier la petite brochure qui nous ſert de guide, & de laquelle nous allons tirer à préſent la deſcription de la maniere de conſtruire ces regles, & celle de leur uſage. *Voyez* ÉCHELLES.

Digitized by Google

1. On prend deux baguetes de métal ou de bois de même longueur, dont les côtés soient également larges, & faſſent exactement enſemble des angles droits. La longueur, pour ne pas devenir incommode, peut ſe borner à quatre ou cinq pieds; M. Lambert les ſuppoſe de cinq pieds dans la deſcription.

2. On diviſe ces regles d'une maniere égale, mais en commençant la diviſion à la gauche ſur l'une, & à la droite ſur l'autre; on peut faire ces diviſions à la plume, ſi les regles ſont couvertes de papier; mais il vaut mieux qu'elles ſoient gravées, & même auſſi exactement qu'il eſt poſſible.

3. M. Lambert ayant adopté quatre eſpeces de lignes, qu'il nomme *principales*, & qui ſont l'*arithmétique*, la *géométrique*, le *ſinus* & *la tangente*; on commence par le côté arithmétique, on le diviſe en vingt parties égales, & chacune de celles-ci encore en cent autres, qui, devenant de $\frac{1}{2}$ de ligne décimale, pouront non ſeulement ſe tracer commodément, mais être même ſubdiviſées encore à l'œil. M. Lambert, au reſte, nomme ce côté, *arithmétique*; parce que les nombres y ſuivent la progreſſion arithmétique, & qu'ils occupent des eſpaces égaux; mais il faut obſerver qu'ils repréſentent les logarithmes, & qu'à cet égard ils ſervent à diviſer les autres côtés.

4. L'autre côté eſt nommé *géométrique*, parce que les nombres qu'on doit y tracer, étant comparés avec ceux du premier côté, ſuivent la progreſſion géométrique. Le logarithme de 1 étant $=0$, & celui de 100 étant $=2$, ce côté commence par 1 & finit à 100; &, pour en faire les ſubdiviſions, on y applique le côté arithmétique de l'autre regle; on cherche, dans les tables, les logarithmes de tous les nombres 2, 3, 4, 5 ..... 100 & de leurs dixiemes; on regarde où tombent ces logarithmes ſur le côté arithmétique, on marque ſur le géométrique le point correſpondant, & on écrit à côté le nombre. La diviſion de ce côté, de 1 juſqu'à 10, eſt la même que de 10 juſqu'à 100, parce qu'en général les nombres qui ont même raport entr'eux, ſont auſſi également diſtans les uns des autres; cette méthode de diviſion eſt la plus commode, mais il faut avoir l'attention d'affermir ſi bien les baguetes, que les extrémités de l'une répondent parfaitement à celles de l'autre pendant tout le cours de l'opération.

5. On ſubdiviſe de la même maniere le côté des ſinus au moyen de leurs logarithmes. Le logarithme du diametre, ou plutôt ſa caractériſtique, eſt ici $=2$; c'eſt pourquoi il faudra, dans les tables, diminuer de 8 la caractériſtique des ſinus. Lors donc qu'on aura appliqué le côté arithmétique à celui des ſinus, on écrira ſur celui-ci les degrés & les minutes aux points qu'indiquent ſur l'autre regle les logarithmes de leurs ſinus. La diviſion commence à 0° 34', & va juſqu'à 90°.

6. Le côté des tangentes differe de celui des ſinus, en ce qu'on y marque les degrés & les minutes qu'indiquent ſur le côté arithmétique les logarithmes de leurs tangentes: il y a de plus deux diviſions, parce qu'il faut joindre aux angles leurs complémens.

7. Le côté arithmétique étant diviſé effectivement en 2000 parties, dont on peut diſtinguer à l'œil au moins encore les cinquiemes, quand les regles ont cinq pieds, il s'enſuit qu'on peut conſidérer ces regles comme diviſées en 10000 parties, ou leurs moitiés en 5000 parties; c'eſt pourquoi on poura diſtinguer encore ſur le côté géométrique, des nombres, dont les logarithmes ſeront diſtans les uns des autres de 0,0002, & qui ſeront par conſéquent entr'eux dans le raport de 2000 à 2002; & il eſt donc évident que, lorſqu'on multipliera ou qu'on diviſera des nombres ordinaires, on trouvera le produit ou le quotient à $\frac{1}{2000}^e$ près.

8. On peut diſtinguer par-tout encore des minutes de degrés ſur le côté des tangentes, car

log. tang. 45° $=10,0000000$

& log. tang. 45° 1' $=10,0002527$

donc la différence, $=0,0002527$

on diſtinguera des demi-minutes quand les angles ou leurs complémens ſeront au deſſous de 26°; on parvient à des $\frac{1}{4}$', s'ils ſont au deſſous de 12°, & à des $\frac{1}{8}$, s'ils ſont au deſſous de 9°, & ainſi de ſuite.

9. Il en eſt un peu autrement pour le côté des ſinus, la préciſion y eſt à peu près la même que pour les tangentes, quand les angles ſont de 0 juſqu'à 30°; entre 30 & 50, on diſtinguera encore 2' à 70°; encore 4 ou 5 minutes; mais à 80° ſeulement 10 ou 12 minutes, & ſeulement $\frac{1}{2}$° à 85°, &c.

Il faut donc avouer que nos baguetes ne donneront pas une grande préciſion, quand il s'agira de trouver, par les ſinus, un angle peu éloigné de 90, & il faudra, dans ce cas, recourir aux tables ou à quelques artifices; mais, lorſqu'au contraire un angle étant donné, on voudra en connoître le ſinus, ou bien quand on voudra employer quelques ſinus à d'autres uſages, on n'éprouvera pas le même inconvénient, puiſqu'on trouve toujours le ſinus à $\frac{1}{2000}^e$ près.

Après avoir décrit ces baguetes *logarithmiques*, M. Lambert paſſe à leur uſage, il avertit qu'il croit inutile d'indiquer tous les problêmes qu'elles peuvent ſervir à réſoudre, vu qu'elles rendent le même ſervice que les tables, & qu'en conſéquence il ſe borne à ceux qui mettent le mieux dans leur jour la commodité & l'utilité de l'inſtrument, & qui peuvent ſervir le plus à en étendre l'uſage à d'autres cas. Ces problêmes ne laiſſent pas de ſe raporter à 11 articles différens, & de donner lieu à un détail, que, pour ne pas être trop diffus, je crois devoir abréger.

I. *Tables pour les calculs ordinaires.*

1. Nos échelles ſervent de *livres* & de *tables de diviſions*; on applique l'un contre l'autre les côtés

Digitized by Google

géométriques, de façon que 1, ou le commencement de l'un des côtés réponde sur l'autre côté au multiplicateur ou au diviſeur propoſé; on cherche ſur le premier côté le nombre qu'il s'agit de multiplier ou de diviſer, & on le verra répondre ſur le ſecond côté, au produit ou au quotient cherché; & il eſt bon de remarquer, en faveur de ceux qui ſont verſés dans le calcul décimal, qu'un nombre d'un côté géométrique, 10 par exemple, peut également valoir 100, 1000, &c. ou 1; 0, 1; 0, 01, *&c.*

2. *Tables de réduction*. On peut augmenter ou diminuer une infinité de nombres dans un raport donné, au moyen des mêmes côtés géométriques; on fait correſpondre les deux nombres propoſés, & tous les nombres correſpondans de ces deux côtés exprimeront le même raport.

3. Les mêmes côtés peuvent tenir lieu auſſi de tables d'intérêts & de pluſieurs autres.

II. *Tables trigonométriques.*

Les principales tables de cette eſpece, que préſentent les différentes combinaiſons des quatre côtés de nos écheles, ſont les ſuivantes.

1. Le côté arithmétique étant appliqué au côté géométrique, on a ſur celui-ci les nombres, & ſur l'autre leurs logarithmes.

2. Le géométrique à côté des ſinus préſente les angles & leurs ſinus.

3. Qu'on applique le côté géométrique à celui des tangentes, celui-ci donnera les angles, & l'autre leurs tangentes juſqu'à 45°; &, ſi on retourne les extrémités du côté des tangentes, on aura les angles des 45° juſqu'à 89° 26′ & leurs tangentes.

4. Le côté des ſinus étant appliqué à rebours au géométrique, repréſentera les angles dont celui-ci indique les co-ſécantes.

5. Enfin, ſi, dans ces trois derniers cas, on emploie le côté arithmétique au lieu du géométrique, les ſinus, les tangentes & les co-ſécantes ſeront remplacés par leurs logarithmes.

III. *Tables aſtronomiques.*

Les écheles dont il eſt queſtion, repréſenteront autant de tables de cette eſpece qu'on peut en calculer par de ſimples triangles ſphériques rectangles, & ſeront par conſéquent d'un grand uſage pour certains calculs des *éphémérides*, & dans un grand nombre d'autres calculs aſtronomiques, où l'on ne demandera pas la derniere préciſion. En voici différens exemples.

1. *Tables de déclinaiſon*. Qu'on faſſe répondre le 90e degré des ſinus à 23° 28′ ou 29′ de l'autre côté des ſinus, ce dernier ſera voir les déclinaiſons des degrés de l'écliptique indiqués par le premier.

2. *Tables pour la hauteur de chaque point de l'équateur*. Qu'on faſſe répondre le même 90e degré des ſinus, au degré de la hauteur de l'équateur ſur l'autre côté des ſinus, on trouvera, ſur le premier, la diſtance de tous les points de l'équateur à l'horizon, & ſur le ſecond leur hauteur au deſſus de ce grand cercle.

3. *Les aſcenſions droites des points de l'écliptique*. Qu'on mette les ſinus & les tangentes à côté les uns des autres, & qu'on faſſe attention à quel point répondent, ſur le ſecond côté, 66° 31′ ou 32′ du premier; qu'on applique enſuite à ce point, du côté des tangentes, le 45e degré de l'autre côté des tangentes, ce dernier préſentera les degrés de l'écliptique, & l'autre leurs aſcenſions droites.

4. *Les différences aſcenſionelles*. On aura trois cas à conſiderer; ſi la hauteur du pole eſt de 45°, on applique exactement le côté des tangentes à celui des ſinus, & on trouve, ſur le premier, la déclinaiſon, & ſur le ſecond la différence aſcenſionele. Quand la hauteur du pole ſurpaſſe 45°, on fait répondre le commencement des ſinus au degré de la hauteur de l'équateur, pris ſur les tangentes, on remarque le point de ceux où répond le 45e degré de celles-ci; on y fait gliſſer le commencement des tangentes, & on ſe retrouve dans le premier cas. Enfin, quand la hauteur du pole eſt au deſſous de 45°, on applique le commencement d'un côté des tangentes, au degré de la hauteur du pole, pris ſur l'autre, on regarde à quel point du premier côté répond le 45e degré de l'autre; on fait gliſſer juſqu'à ce point le commencement du côté des ſinus, & on a, comme dans les deux cas précédens, ſur ce dernier côté, les différentes aſcenſionele, & ſur l'autre les déclinaiſons.

5. *Des amplitudes ortives*. On prend les deux côtés des ſinus, on fait répondre au 90e degré de l'un le degré de la hauteur du pole pris ſur l'autre, & on a, ſur celui-ci, les déclinaiſons, & ſur l'autre les amplitudes ortives.

6. *Les degrés des paralleles à l'équateur*. Le degré de l'équateur étant de 15000, qu'on mette à côté du 90e degré des ſinus le nombre 15 du côté géométrique, on trouvera, ſur ce dernier, en mille les valeurs des degrés des paralleles pour chaque degré de l'autre échele.

6. *Tables du plus court crépuſcule*. En ſuppoſant que le crépuſcule commence ou finiſſe quand le ſoleil eſt à 18° au deſſous de l'horizon, on prend, ſur le côté des tangentes, la moitié de ces 18° ou 9°, & on regarde à quel point, du côté des ſinus, répondent ces 9°; on applique à ce point le 90e degré de l'autre côté des ſinus, & on a, ſur celui-ci, les degrés de la hauteur du pole, & ſur l'autre les degrés correſpondans de la déclinaiſon du ſoleil.

IV. *Autres tables.*

M. Lambert comprend, ſous ce nom général, pluſieurs tables, dont les écheles peuvent égale-

Digitized by Google

ment tenir lieu ; il apporte les trois exemples qui ſuivent.

1. *La réfraction*. Comme elle eſt dans le rapport de 3 à 2 dans le verre, on appliquera le 90e degré des ſinus, au nombre 3 du côté géométrique, & on regardera à quel degré répond le nombre 2 de ce côté ; qu'on y faſſe gliſſer enſuite le 90e degré de l'autre côté des ſinus, celui-ci indiquera les angles d'incidence dans l'air, & l'autre ceux qui ſe font dans le verre : on emploîra le raport 4 à 3 pour l'eau, *&c.*

2. *Les jours où le temps, dans lequel un arc-en-ciel peut ſe former, eſt le plus court à raiſon des différentes hauteurs du pole* ; il faut que le ſoleil ait au deſſous de 43° 2′ de hauteur : on prendra la moitié de ce nombre, & on procédera comme pour le plus court crépuſcule.

3. *Toutes les tables dont les nombres doivent diminuer à raiſon des ſinus, des angles d'incidence ou autres*. Les quatre articles précédens ſuffiroient pour donner une idée des grands avantages que préſente l'inſtrument dont il s'agit, en ce qu'il ne ſert pas ſeulement à réſoudre des problêmes particuliers, dont chacun demanderoit, comme ſur le globe ou dans les tables, une nouvele opération, mais à mettre ſous les ieux, dans un inſtant, des tables entieres toutes calculées ; cela arive toutes les fois qu'il s'agit d'augmenter ou de diminuer pluſieurs nombres dans une proportion donnée. La différence des nombres que meſure ce raport, ſe prend ſur le côté géométrique ; or, en employant deux baguetes au lieu d'une, & en joignant les deux nombres, cette différence ou diſtance eſt préciſément celle qui a lieu entre le commencement de l'une des baguetes & celui de l'autre, de ſorte qu'on ne peut manquer d'avoir à côté les uns des autres, tous les nombres qui ont entr'eux le même raport.

Mais la plupart du temps on a beſoin d'une certaine préparation qui conſiſte à tranſporter d'un côté ſur un autre la proportion propoſée. On peut avoir déja pris une idée de ces préparations dans ce qui a précédé ; M. Lambert les éclaircit encore davantage par deux exemples, dans leſquels il s'agit de conſtruire des tables qui donnent la différence aſcenſionele, ſoit pour les aſcenſions droites, ſoit pour différentes hauteurs du pole.

Quand on veut employer, ou qu'on cherche des angles de moins de 34′, on peut ſe tirer d'afaire, en prolongeant les côtés des ſinus & des tangentes au moyen des côtés géométriques.

Pour ne pas rendre cet artiole trop étendu, nous conſeillerons à ceux qui voudront ſe procurer l'inſtrument utile dont il s'agit, d'y faire joindre par l'artiſte un exemplaire ou une traduction de la petite brochure de M. Lambert, ou du moins les inſtructions néceſſaires, ſans leſquelles on auroit peut-être de la peine à tirer tout l'avantage poſſible de cet inſtrument, à ſe faire une idée des artifices que nous venons ſimplement d'indiquer ; enfin à profiter des ſecours qu'il fournit pareillement dans les ſolutions des problêmes que renferment les articles ſuivans.

V. *La réduction des fractions à de moindres termes*.

VI. *La détermination des diviſeurs des nombres*.

VII. *L'extraction des racines carrées, cubiques, carré-carrées*, &c.

VIII. *Les progreſſions géométriques*.

Elles fourniſſent deux cas.

1. Le premier & le ſecond terme étant donnés, trouver les ſuivans.

2. Le premier & le dernier terme, & le nombre des termes étant donnés, trouver les moyens.

IX. *Les triangles rectilignes*.

1. Lorſque, dans un triangle rectangle, l'hypoténuſe eſt donnée, ou lorſque, dans un triangle quelconque, on connoît un angle & le côté oppoſé, on trouve les deux autres côtés dans tous les cas, & nos écheles forment ici des tables completes ; elles ſervent de tables *logarithmiques* pour les autres problêmes de cette eſpece.

X. *Les triangles ſphériques rectangles*.

M. Lambert raporte à ſes écheles les deux regles générales de Neper.

XI. *Les cadrans ſolaires*.

On peut déterminer les angles horaires pour toutes les déclinaiſons & inclinaiſons des cadrans, ainſi que les variations de ces angles ſuivant les différentes latitudes. (*J. B.*)

LOGARITHMIQUE, pris adjectivement, (*Géom.*) ſe dit de ce qui a raport aux logarithmes. *Voyez* LOGARITHME, LOGISTIQUE.

C'eſt ainſi que nous diſons l'arithmétique *logarithmique*, pour dire le calcul des logarithmes, ou le calcul par le moyen des tables des logarithmes.

LOGISTIQUE, adj. (*Géom.*) ; pris ſubſtantivement, eſt le nom qu'on a donné d'abord à la logarithmique, & qui n'eſt preſque plus en uſage. *Voy.* LOGARITHMIQUE.

On appele *logarithme logiſtique* d'un nombre quelconque donné de ſecondes, la différence entre le logarithme qu'on trouve dans les tables ordinaires du nombre 3600″ = 60″ × 60 = 60′ = 1°, & celui du nombre de ſecondes propoſé. On a introduit ces logarithmes pour prendre commodément les parties proportioneles dans les tables aſtronomiques. Voyez-en le calcul & l'uſage dans les *Inſtit. Aſtron.* de M. le Monnier, p. 622-626. (*O*)

LOGISTIQUE. (*Aſtron.*) Les aſtronomes appelent *logarithmes logiſtiques*, ceux où il y a zéro de logarithme pour le nombre 3600. Ils ſont commodes pour les parties proportioneles où le premier terme eſt un degré ou 3600″. Les auteurs latins on donné le nom de *logiſtica* à cette partie de l'arithmétique, où l'on conſidere les fractions ſexagéſimales, degrés, minutes, ſecondes. (*D. L.*)

LOIX *de Kepler*. (*Aſtron.*) Ce ſont les *loix* du mouvement des planetes autour du ſoleil, reconues

Digitized by Google

connues & démontrées par Kepler, & dont j'ai donné le détail dans le 6e livre de mon Astronomie; 1°. les planetes décrivent des ellipses & non des cercles: 2°. les ellipses ſont parcourues de maniere que les aires ſont proportionelles aux temps: 3°. les grandeurs de ces ellipſes ſont comme les racines cubes des carrés des temps employés à les décrire, ou les carrés des temps comme les cubes des diſtances. Ce ſont les deux dernieres, & ſurtout la troiſieme, qu'on appele plus communément *loix de Kepler*.

La premiere de ces *loix* ſe trouve dans le fameux livre de Kepler, *Nova Phyſica Cœleſtis tradita Commentariis de ſtella martis*, 1609. Il calcula, par les obſervations de Tycho, les diſtances de mars au ſoleil en différens points de ſon orbite, & il fit voir qu'elles ne pouvoient s'ajuſter ſur la circonférence d'un cercle, dont le diametre étoit déterminé, mais que la courbe rentroit ſur les côtés en forme d'ovale. Newton a fait voir enſuite, par la théorie de l'attraction univerſele, en raiſon inverſe du carré de la diſtance, que cette courbe devoit être rigoureuſement une ellipſe.

La ſeconde *loi* de Kepler étoit une ſuite de la détermination des excentricités & des viteſſes des planetes, & Kepler ne la reconut que par les obſervations; il conjectura qu'elle devoit être générale, & l'application qu'il en fit aux obſervations de Tycho, lui prouva qu'elle l'étoit en effet. Newton a démontré enſuite, par les loix du mouvement, qu'elle étoit une ſuite néceſſaire du mouvement de projection combiné avec la force centrale qui retient les planetes dans leurs orbites. *Voy.* AIRE.

La troiſieme *loi* fut découverte par Kepler, le 15 mai 1618, comme il le raconte lui-même (*Harmonices, ſection V, pag.* 189). Il cherchoit, comme au haſard, des raports entre les diſtances des planetes & les durées de leurs révolutions; il comparoit leurs racines & leurs puiſſances: il vint heureuſement à comparer les carrés des temps avec les cubes des diſtances; il trouva que le raport étoit conſtant, & fut ſi tranſporté de cette découverte, qu'il avoit peine a ſe fier à ſes calculs. Qu'auroit-il donc éprouvé, s'il eût pu prévoir que cette loi ſeroit la ſource de la découverte plus générale & plus importante encore de l'attraction univerſele, faite par Newton cinquante ans aprés, & qui ſe déduit naturélement de la *loi* de Kepler, comme je l'ai fait voir au *mot* ATTRACTION?

La loi des carrés des temps proportionels aux cubes des diſtances qui doit être un peu troublée par les attractions réciproques des planetes, devroit être auſſi un peu altérée par l'attraction de l'atmoſphere du ſoleil & de la matiere *éthérée* qui eſt différente ſur différentes planetes, ſuivant les remarques de M. le Sage, citoyen de Geneve. Mais l'erreur eſt bien petite, car je trouve que la regle a lieu dans le ciel avec toute la préciſion que comportent nos obſervations. (*D. L.*)

LONGIMÉTRIE, ſ. f. (*Géom.*); c'eſt l'art de meſurer les longueurs, ſoit acceſſibles, comme les routes, ſoit inacceſſibles, comme les bras de mer. *Voyez* MESURE, *&c.*

La *longimétrie* eſt une partie de la trigonométrie, & une dépendance de la géométrie, de même que l'altimétrie, la planimétrie, la ſtéréométrie, *&c. Voyez l'art.* de la LONGIMÉTRIE, aux articles où l'on parle des inſtrumens qui ſervent à la réſolution des problêmes particuliers à cette ſcience, conſultez ſur-tout les articles PLANCHETTE, CHAÎNE, *&c.*

On appele auſſi *longimétrie* cette partie de la géométrie élémentaire qui traite des propriétés des lignes droites ou circulaires. *Voyez* GÉOMÉTRIE, LIGNE, *&c.*

LONGITUDE *d'un Aſtre*, (*Aſtron.*), eſt un arc de l'écliptique compris entre l'équinoxe ou le premier point d'*aries*, & l'endroit de l'écliptique, auquel l'aſtre répond perpendiculairement.

Ainſi, la *longitude* d'une étoile comme *S*, *Pl. d'Aſtron. Fig.* 43, eſt un arc *YA* de l'écliptique compris entre le commencement d'*aries*, & le cercle de latitude *SA* qui paſſe par le centre *S* de l'étoile, & par les poles de l'écliptique, ou qui eſt perpendiculaire à l'écliptique.

La *longitude* eſt par raport à l'écliptique ce que l'aſcenſion droite eſt par raport à l'équateur.

Le ſoleil eſt le ſeul aſtre dont on puiſſe trouver la *longitude* immédiatement. Soit *EQ*, *Fig.* 41, l'équateur, *HO* l'horizon, *ESO* l'écliptique inclinée en *E* de 23° ½ ſur l'équateur, *S* le ſoleil à midi au moment qu'il paſſe par le méridien *SAB*: ſi j'obſerve de combien de degrés eſt la hauteur au deſſus de l'horizon, c'eſt-à-dire, que je meſure l'arc *SB*, & que j'en retranche la hauteur de l'équateur, qui eſt toujours la même (à Paris de 41° 10'); je connoîtrai *SA*, diſtance du ſoleil à l'équateur, ou *déclinaiſon du ſoleil*. Dans le triangle ſphérique *SEA*, borné par des arcs de l'équateur, de l'écliptique & du méridien, on connoît l'angle *E* de 23° ½, & le côté oppoſé *SA*, qui eſt la déclinaiſon du ſoleil avec l'angle *A*, qui eſt droit, parce que les méridiens ſont néceſſairement perpendiculaires à l'équateur. On trouvera, par la trigonométrie ſphérique, l'hypoténuſe *ES*, qui eſt la *longitude* du ſoleil, c'eſt-à-dire, la diſtance au point équinoxial *E*, meſurée le long de l'écliptique. Il ſuffira de faire cette proportion: le ſinus de l'angle *E* ou de l'obliquité de l'écliptique eſt au ſinus de la déclinaiſon obſervée, comme le rayon eſt au ſinus de l'hypoténuſe *ES* ou de la *longitude* du ſoleil.

Telle eſt la méthode dont pluſieurs anciens aſtronomes ſe ſont ſervis pour trouver chaque jour la *longitude* du ſoleil par le moyen de la hauteur & de ſa déclinaiſon (Copernic, *lib. II, cap.* 14). Il n'en falloit pas d'avantage pour connoître ſes inégalités. Les anciens cherchoient les *longitudes* des autres aſtres comme les étoiles, en com-

Digitized by Google

parant la lune au ſoleil, & les étoiles à la lune, par le moyen d'un cercle qu'ils dirigeoient dans le ſens de l'écliptique (*Voyez* ASTROLABE). Mais, comme la ſituation de l'écliptique change à chaque inſtant, cette méthode n'eſt ni commode ni exacte: celle que les aſtronomes emploient généralement aujourd'hui, conſiſte à obſerver l'aſcenſion droite du ſoleil & d'une étoile, & à comparer les autres avec cette étoile fondamentale, par le moyen de leurs différences d'aſcenſions droites, comme nous l'avons expliqué au *mot* ASCENSION *droite*. On cherche auſſi la déclinaiſon d'un aſtre par le moyen de ſa hauteur méridiene; & quand on connoît l'aſcenſion droite & la déclinaiſon, on trouve la *longitude* & la latitude par la réſolution de deux triangles ſphériques.

Soit *ET*, *Fig.* 42 *d'Aſtron.*, l'aſcenſion droite d'un aſtre quelconque, ou ſa diſtance au plus prochain équinoxe comptée ſur l'équateur *ET Q*, & moindre que 90°; *PT* la déclinaiſon du même aſtre ou ſa diſtance à l'équateur; *EVR* l'écliptique; *PV* la latitude cherchée de l'aſtre *P*, meſurée par un arc perpendiculaire à l'écliptique, & *EV* ſa diſtance à l'équinoxe le plus voiſin, comptée ſur l'écliptique; on imaginera un grand cercle *EP* allant du point équinoxial à l'étoile, pour former un triangle ſphérique *EPT* rectangle en *T*, avec l'aſcenſion droite & la déclinaiſon de l'aſtre, & un autre triangle ſphérique *EPV* rectangle en *V*, avec la *longitude* & la latitude du même aſtre; on réſoudra d'abord le triangle *ETP* rectangle en *T*, dans lequel on connoît les deux côtés, & l'on trouvera l'angle *PET* & l'hypoténuſe *PE*. Par le moyen de l'angle *PET* & de l'angle *TEV*, qui eſt l'obliquité de l'écliptique, on formera l'angle *PEV*, qui ſera leur différence, ſi le point *P* & le point *V* ſont tous les deux au deſſous ou au deſſus de l'équateur *ET*; au contraire, l'angle *PEV* ſera la ſomme de l'angle *PET* & de l'obliquité de l'écliptique *TEV*, ſi l'aſtre *P* & le point *V* de l'écliptique, qui lui répond, ſont l'un au nord, & l'autre au midi de l'équateur. Lorſqu'on aura formé l'angle *PEV*, l'on s'en ſervira avec l'hypoténuſe *PE* pour connoître la *longitude EV* & la latitude *PV*. C'eſt ainſi que l'on détermine les *longitudes* & les latitudes des étoiles par les obſervations, auſſi-bien que celles des planetes.

LONGITUDES *des planetes*. Comme c'eſt autour du ſoleil que tournent les planetes, ce ſont leurs *longitudes*, vues du ſoleil, que l'on a ſur-tout beſoin de connoître, & on les trouve principalement par le moyen des conjonctions & des oppoſitions. Nous expliquerons, au *mot* PLANETE, la maniere dont on procede pour ces recherches. On ne met, dans les tables aſtronomiques, que les *longitudes* héliocentriques des planetes, ou leurs *longitudes* vues du ſoleil. Lorſqu'on a beſoin de trouver les *longitudes* géocentriques ou vues de la terre, on emploie la méthode ſuivante.

Soit *S* le ſoleil, *Fig.* 97 *d'Aſtron.*; *TRN* l'écliptique ou l'orbite annuele de la terre, dont le plan paſſe par le ſoleil; *AMDOP* une orbite planétaire, dont le plan paſſe auſſi par le ſoleil, mais s'incline ſur celui de l'écliptique, & le coupe ſur la commune ſection *ADN*, qui eſt la ligne des nœuds. Il faut concevoir que la partie *APOD* eſt élevée au deſſus du plan de notre figure, & que la partie *DMA* eſt plongée au deſſous du papier. La planete, au point *A* de ſon orbite, eſt dans le même plan que l'écliptique; elle eſt ſur la ligne *ADN*, commune aux deux plans, & qui s'étend eu *N* dans l'écliptique, auſſi-bien que dans l'orbite de la planete; mais, en quitant le point *A*, la planete s'éleve au deſſus de la figure que nous ſuppoſons repréſenter le plan de l'écliptique; elle s'éleve de plus en plus, juſqu'à ce qu'elle arive au point *O*, où ſon orbite eſt la plus éloignée de l'écliptique. La partie *AOD* étant conçue relevée au deſſus du plan de la figure, on imaginera une perpendiculaire *PL*, tirée du point *P* où ſe trouve la planete, juſque ſur le plan de la figure, qui eſt le plan de l'écliptique; *PL* ſera la hauteur perpendiculaire de la planete au deſſus de l'écliptique; l'angle *PSL*, ſous lequel paroît, vue du ſoleil, cette diſtance perpendiculaire de la planete à l'écliptique, eſt la latitude héliocentrique: l'angle *PTL*, ſous lequel paroît cette même ligne vue de la terre *T*, eſt la latitude géocentrique; la ligne *SP* eſt la vraie diſtance de la planete au ſoleil, ou ſon rayon vecteur; la ligne *SL* eſt la diſtance acourcie ou la diſtance réduite à l'écliptique; de même *PT* eſt la vraie diſtance de la planete à la terre: *LT* eſt la diſtance acourcie de la planete à la terre. La ligne *PL* étaut perpendiculaire ſur le plan de l'écliptique, elle l'eſt néceſſairement ſur toutes les lignes de ce plan, & par conſéquent ſur *TL*: ainſi, l'angle *PLT* eſt un angle droit; il ſuffit de ſe repréſenter la ligne *PL* tombant à plomb ſur la figure, & l'on verra que les triangles *PLS*, *PLT*, ſont tous deux rectangles au point *L*, qui eſt celui où aboutit la perpendiculaire. L'angle *TSL*, égal à la différence des *longitudes* de la planete *P* & de la terre *T* vues du ſoleil, eſt ce qu'on appele aujourd'hui *commutation*. La réſolution du triaugle *TSL*, dont on connoît deux côtés *ST*, *SL*, & l'angle compris ou l'angle de commutation, fera connoître l'angle à la terre ou l'angle *STL*, qu'on appele *angle d'élongation*. Cette élongation étaut ôtée de la *longitude* du ſoleil, ſi la planete eſt à l'occident du ſoleil, donnera la *longitude* géocentrique de la planete, c'eſt-à-dire, le point de l'écliptique eſclaſie où répond la ligne *TL*, menée de la terre au lieu de la planete réduit à l'écliptique.

La latitude géocentrique ou l'angle *LTP*, ſe trouvera par le moyen de la proportion ſuivante: le ſinus de la commutation eſt au ſinus de l'élongation, comme la tangente de la latitude héliocentrique eſt à la tangente de la latitude géocentrique; car, dans le triangle *PLS* rectangle en

Digitized by Google

L, on a cette proportion $SL : LP :: R :$ tang. PSL. Dans le triangle PLT, rectangle en L, on a une ſemblable proportion $TL : LP :: R :$ tang. LTP: la premiere proportion donne cette équation $LP \cdot R = SL$. tang. PSL; & la deuxieme $LP \cdot R = TL$. tang. LTP; donc SL. tang. $PSL = TL$. tang. LTP; d'où l'on tire cette autre proportion $TL : SL ::$ tang. $PSL :$ tang. LTP; mais $TL : SL ::$ ſin. $LST :$ ſin. LTS; donc ſin. $LST :$ ſin. $LTS ::$ tang. $PSL :$ tang. LTP.

Lorſqu'on a trouvé la *longitude* géocentrique d'une planete, on a ſouvent beſoin de connoître ſa diſtance à la terre, telle que PT : on commence à chercher ſa diſtance acourcie ou ſa diſtance au ſoleil réduite à l'écliptique SL; il ſuffit, pour cela, de multiplier le rayon vecteur SP, ou la vraie diſtance de la planete au ſoleil dans ſon orbite par le co-ſinus de la latitude héliocentrique ou de l'angle PSL. En effet, la ligne PL étant perpendiculaire ſur le plan de l'écliptique, le triangle SLP eſt rectangle en L: ainſi, on a, par la trigonométrie ordinaire, $R : SP ::$ ſin. SPL ou co-ſ. $PSL : SL$. Ainſi, comme le rayon eſt pris pour unité, on a $SL = SP$. co-ſ. PSL. Dans le triangle LST, on connoîtra les angles avec le côté SL, diſtance du ſoleil à la planete: on fera donc cette proportion ſin. $STL : SL ::$ ſin. $LST : TL$, ou le ſinus de l'élongation eſt au ſinus de la commutation, comme la diſtance acourcie de la planete au ſoleil eſt à la diſtance acourcie de la planete à la terre: enfin cette diſtance acourcie TL, diviſée par le co-ſ. de latitude géocentrique LTP, donnera la diſtance vraie TP de la planete à la terre; par la même raiſon que la diſtance vraie, étant multipliée par le co-ſinus de latitude héliocentrique, donnoit la diſtance acourcie de la planete au ſoleil. Pour éviter la réſolution du triangle STL, les aſtronomes ont calculé des tables de la parallaxe annuelle, ou de la différence entre les *longitudes* géocentriques & héliocentriques. On les trouve dans l'*Aſtronomia reformata* de Riccioli, dans Longomontanus (*Aſtron. Danica*), dans Wing (*Aſtron. Britannica*), dans Renerius (*Tabulæ mediceæ*), dans Lansberge (*Tabulæ perpetuæ*).

Longitude *géographique*, eſt la diſtance d'un lieu de la terre à un méridien qu'on regarde comme le premier méridien; ou un arc de l'équateur, compris entre le méridien du lieu & le premier méridien de la terre.

Le premier méridien des globes terreſtres & des cartes géographiques, varie beaucoup ſuivant les différens auteurs & les différens pays: on trouvera des détails à ce ſujet dans le P. Riccioli (*Géog. réform.* p. 385). Pythéas de Marſeille, au rapport de Strabon (*liv. I*), regardant l'île de Thulé comme la partie la plus occidentale du monde connu, y plaçoit le commencement des *longitudes*. On croit que l'Islande eſt cette ancienne Thulé; d'autres croient que ce ſont les îles de Schetland, au nord de l'Écoſſe. Ératoſthene commençoit aux colonnes d'Hercule, vers le détroit de Gibraltar; Marin de Tyr & Ptolémée, les plus célebres des géographes anciens, placerent le premier méridien aux îles fortunées, appelées aujourd'hui les *Canaries*; mais ils ne déterminerent point laquelle de ces îles étoit la plus occidentale, & devoit ſervir de terme de numération. Parmi les Arabes, Alfragan, Albategnius, Naſſir-Eddin & Ulug-Beg compterent auſſi des îles fortunées; mais Abulfeda, géographe célebre, comptoit ſes *longitudes* d'un méridien plus oriental de 10° que celui de Ptolémée, & l'on croit que c'étoit pour le faire paſſer à l'extrémité occidentale d'Afrique, où étoient, ſelon lui, les colonnes d'Hercule; ou à Cadis, devenue fameuſe par la conquête des Mores en Eſpagne: voilà pourquoi les *longitudes*, dans Abulfeda, ſont plus petites de 10° que dans les autres géographes arabes qui ont ſuivi Ptolémée (V. *Greaves in Hudſon Geog. Min.* p. 8).

Lorſque les Açores eurent été découvertes par les Portugais, en 1448, il y eut des auteurs qui compterent les *longitudes* de l'île de Tercere. Les cartes de Gérard Mercator, mort en 1594, qui forment le grand Atlas publié, en 1678, par Hondius, donnent 3° de *longitude* à l'île de Fer; Jodocus-Hondius, mort en 1611, lui en donne 12 dans ſa carte d'Afrique, inſérée au même Atlas.

On trouve des cartes géographiques; par exemple, celle de Toſcane, publiée à la calcographie de Rome en 1745, où les *longitudes* ſont plus grandes de 5° 23′ que celle de l'île de Fer, priſe à 20° de Paris; mais il me ſemble que cela ne peut venir que d'une erreur ſur la poſition des îles Canaries, qui étoient autrefois peu connues.

Janſon, dans ſes cartes des quatre parties du monde, publiées en 1624, & Guillaume Blaeu, dans ſon nouvel Atlas, placerent leur premier méridien au pic de Ténériffe, montagne très-élevée, que les navigateurs apercevoient de loin, & qui ſembloit être un point de départ fixé par la nature même; les Hollandois s'en ſervent encore; il eſt 19° 0′ à l'occident de Paris; Janſon, dans ſes hémiſpheres plans, Ortelius, dans ſa carte univerſele, Gérard Mercator le jeune, Bonius, dans ſon Europe abrégée, le mirent à l'île de Fuego, ou Saint Philippe, l'une des îles du Cap-Vert, ſur ce qu'ils étoient perſuadés qu'en cet endroit l'aiguille aimantée n'avoit aucune déclinaiſon.

Louis XIII, par une déclaration du 25 avril 1634, rendue ſur l'avis des mathématiciens les plus connus, fixa le premier méridien à la partie la plus occidentale des Canaries; l'île de Fer eſt la plus occidentale de toutes, & le bourg de cette île eſt 19° 54′ à l'occident de Paris, en conſéquence Deliſle, d'Anville, & la plupart des géographes françois, négligeant les 6′, ſuppoſent la *longitude* de Paris égale à 20°.

Dans les cartes marines publiées à Paris, & qui

Digitized by Google

forment le grand recueil du *Neptune François*, & celui de l'*Hydrographie Françoise* de Belſin, on compte ces *longitudes* du méridien de Paris, en les diſtinguant par orientales & occidentales; les Anglois ſont la même choſe par raport au méridien de Londres, & quelquefois par raport au méridien du cap Lézard, qui eſt de 7° 32′ à l'occident de Paris, & à 49° 57′ de la latitude; dans les cartes marines, on réunit ordinairement ces différentes échele, de même que celle du pic de Ténériffe, pour ſe rendre utiles aux différentes nations, en attendant une convention générale, qu'il eſt difficile d'eſpérer. Par la même raiſon que nous comptons en France la *longitude* de Paris 20° 0′ en nombres ronds; les Italiens comptent celle de Rome de 30° 0′, au lieu de 30° 3′ qu'on auroit en partant du bourg de l'île de Fer. C'eſt ainſi qu'on le voit dans le P. Boſcovich, *de Litteraria expeditione*, 1755, p. 187.

Cela eſt aſſez indifférent en ſoi; car il eſt égal de prendre pour premier méridien un méridien ou un autre, & l'on aura toujours la *longitude* d'un endroit de la terre lorſqu'on aura la poſition de ſon méridien par raport au méridien de quelque autre lieu, comme Paris, Londres, Rome, *&c.* Il eſt pourtant vrai que, ſi tous les aſtronomes convenoient d'un méridien commun, on ne ſeroit point obligé de faire des réductions qui ſont néceſſaires pour ne pas embrouiller la géographie moderne, & l'on n'auroit pas l'embaras, toutes les fois qu'on voit une carte géographique, de ſavoir quel méridien l'auteur a choiſi, ce qui embaraſſe ſouvent les perſones même les plus inſtruites.

Ainſi, la longitude eſt le nombre de degrés de l'équateur compris entre le méridien du lieu & celui de tout autre lieu propoſé. Vous voulez ſavoir, par exemple, de combien Pekin, capitale de la Chine, eſt éloignée de Paris en *longitude*, amenez Paris ſous le méridien du globe, & éloignez enſuite ce point vers l'occident, en comptant combien il paſſe de degrés de l'équateur ſous le méridien, juſqu'à ce que vous aperceviez Pekin ariver ſous le méridien; vous trouverez 114° de l'équateur, écoulés entre le méridien de Paris & celui de Pekin; c'eſt la *longitude* de Pekin, en comptant du méridien de Paris; les aſtronomes comptent ces *longitudes* en temps, & diſent, par exemple, que Pekin eſt à 7 heures 36 minutes de Paris.

Dans la numération des degrés, le pole arctique étant toujours vers le haut, la diſtance qui s'étend à droite juſqu'à 180 degrés, marque de combien un lieu propoſé eſt plus oriental qu'un autre. La diſtance qui s'étend de même à gauche juſqu'à 180 degrés, marque de combien un lieu eſt plus occidental qu'un autre. Ce ſeroit une commodité d'appeler *longitude orientale* les degrés qui ſont à droite du méridien d'un lieu, juſqu'au nombre de 180 degrés, & *longitude occidentale* ceux qui s'étendent à la gauche du même méridien, en pareil nombre: les marins en uſent ainſi, mais les géographes ne comptent qu'une ſeule progreſſion de *longitude* juſqu'à 360 degrés.

Les degrés de *longitude*, qui ſe comptent d'occident en orient, ſont égaux aux degrés de latitude, ou de 25 lieues, tant que l'on eſt ſous l'équateur, parce que tous les grands cercles d'un globe ſont égaux. Mais, en approchant des poles, tous les paralleles à l'équateur diminuent, & les degrés de *longitude* diminuent en même raiſon.

Soit *P* le pole, *Fig.* 31 *des Pl. d'Aſtron.*, *E Q* le rayon de l'équateur terreſtre, *A K* le rayon d'un parallele; la circonférence de ce parallele eſt plus petite que celle de l'équateur, dans le même raport que *A K* eſt plus petit que *E C*; ainſi, les degrés de *longitude* ſont plus petits étant comptés ſur ce parallele. Le rayon *A K* du parallele eſt le ſinus de l'arc *A P*, diſtance au pole, ou le co-ſinus de l'arc *E A*, qui eſt la latitude géographique du lieu *A*; ainſi, les degrés de *longitude* ſont comme les co-ſinus des latitudes. Par le moyen de ce raport, il eſt aiſé de calculer la table des degrés de *longitude* pour tous les points de la terre; ce qui eſt utile pour tracer des cartes de géographie.

Nous en avons donné une table au *mot* Degré, dans laquelle on a eu égard même à l'aplatiſſement de la terre.

Pour trouver les *longitudes* géographiques ſur terre ou ſur mer, il s'agit de trouver quelle heure il eſt dans un pays lorſqu'il eſt midi dans l'autre; le ſoleil faiſant le tour du globe en 24 heures, ou 15 degrés par heure, il arive, par exemple, à Vienne en Autriche environ une heure avant que d'ariver au méridien de Paris, parce que Vienne eſt 15 degrés plus à l'orient que Paris; & il eſt une heure à Vienne, quand il eſt midi à Paris. Si l'on a donc un moyen de ſavoir exactement qu'il eſt une heure à Vienne au moment où il eſt midi chez nous, on ſera ſûr que Vienne a 15° de *longitude*; ſi l'on ne trouve que 56 minutes, on aura 14 degrés pour la *longitude*; c'eſt ce que donnent en effet les obſervations.

Whiſton propoſa de trouver les *longitudes* par la flamme & le bruit des canons. Le ſon, comme on le ſait, ſe meut aſſez uniformément dans toutes ſes ondulations, quel que ſoit le corps ſonore d'où il part, & le milieu par où il ſe tranſmet. Si l'on tire donc un mortier ou un grand canon dans un endroit, la différence entre le temps où le feu, qui ſe meut comme dans un inſtant, ſera vu, & celui où le ſon qui ſe meut ſur le pied de 173 toiſes par ſeconde, ſera entendu, donnera la diſtance des deux lieux l'un de l'autre, en ligne droite, & connoiſſant leurs latitudes, l'on pourroit par ce moyen parvenir à la connoiſſance de la *longitude*.

De plus ſi l'heure & la minute de temps vrai, où l'on tire le canon ſont connues pour le lieu où l'on tire, obſervant alors, par le ſoleil & les étoiles, l'heure & la minute dans le lieu dont on cherche la *longitude*, & où nous ſuppoſons

Digitized by Google

qu'on entend le canon même ſans le voir, la différence de ces deux temps ſera la différence de *longitude*.

Enfin, ſi ce mortier étoit chargé d'un boulet creux ou d'une maniere de bombe pleine de matiere combuſtible, & qu'on le placât perpendiculairement, il porteroit ſa charge à un mille de haut, & l'on en pouroit voir le feu à près de cents milles de diſtance. Si l'on ſe trouve donc dans un endroit d'où l'on ne puiſſe apercevoir la flamme du canon, ni en entendre le ſon, on poura néanmoins déterminer la diſtance du lieu où l'on ſera, à celui où le mortier aura été placé, par la hauteur où la bombe s'élévera au deſſus de l'horizon : or la diſtance & la latitude étant une fois connues, la *longitude* ſe trouvera facilement.

Suivant cette idée, on propoſoit d'avoir de ces mortiers placés de diſtance en diſtance, & à des ſtations connues, dans toutes les côtes, les îles, les caps, *&c.* qui ſont fréquentés, & de les tirer à certains momens marqués de la journée pour l'uſage des navigateurs.

Cette méthode eſt trop bornée, elle ſuppoſe que le ſon peut être entendu de 40, 50, ou 60 milles, & il eſt vrai qu'on en a des exemples; mais ces exemples ſont très-rares, & d'ordinaire le bruit du canon ne s'entend que de la moitié au plus de cet eſpace, & quelquefois de beaucoup moins loin. Elle ſuppoſe encore que le ſon ſe met toujours avec une égale viteſſe, au lieu que dans le fait ſa viteſſe peut augmenter ou diminuer ſelon qu'il ſe meut ou en même ſens que le vent, ou en ſens contraire.

On a donc compris qu'il falloit chercher dans les cieux les moyens de découvrir les *longitudes* ſur terre. En effet, ſi l'on connoit pour deux différens endroits les temps exacts de quelque apparence céleſte, la différence de ces deux temps donnera la différence des *longitudes* entre ces deux lieux. Or nous avons dans les éphémérides les mouvemens des planetes, & les temps de tous les phénomenes céleſtes, comme les commencemens & les fins des éclipſes, les conjonctions de la lune avec les autres planetes dans l'écliptique calculées pour un certain lieu. Si donc on obſerve exactement l'heure & la minute dans laquelle un de ces phénomenes arive dans un autre lieu quelconque, la différence de temps entre ce moment-là, & celui qui eſt marqué dans les tables étant convertie en degrés, donnera la différence de *longitude* entre le lieu où l'on fait l'obſervation & celui pour lequel les tables ont été conſtruites.

Mais ce qui manque, c'eſt un nombre ſuffiſant d'apparences qui puiſſent être obſervées; car tous ces mouvemens lents, par exemple, celui de jupiter, de ſaturne, & même du ſoleil, ſont d'abord exclus, parce qu'une petite différence de poſition ne s'y laiſſe apercevoir que dans un grand eſpace de temps, & qu'il faut ici que le phénomene varie ſenſiblement en une minute de temps au plus, une erreur de deux minutes ſur le temps en produiſant une de 10 lieues marines dans la *longitude*. Or parmi les phénomenes qui ſe trouvent dans ce cas, ceux qui ont paru les plus propres à cet objet, ſont les différentes phaſes des éclipſes de ſoleil, de lune, d'étoiles, & de ſatellites de jupiter, le lieu de la lune dans le zodiaque, ſa diſtance aux étoiles fixes, *&c.*

1°. La méthode par les éclipſes de lune eſt très-aiſée, & ſeroit aſſez exacte s'il y avoit des éclipſes de lune plus ſouvent, car ſi nous avons deux obſervations de la même éclipſe, nous aurons les heures des deux lieux dans le même inſtant, & leur différence convertie en degrés nous donnera la *longitude*.

2°. Comme il arive rarement que la lune ſoit éclipſée, les aſtronomes ont tourné leurs vues du côté d'un autre phénomene plus fréquent pour en déduire les *longitudes*, ce ſont les éclipſes, ou occultations des étoiles fixes par la lune; en effet, l'entrée des étoiles dans le diſque de la lune, ou leur ſortie de ce diſque, peut déterminer le vrai lieu de la lune dans le ciel pour le moment donné de l'obſervation; les parallaxes auxquelles il faut avoir égard, rendent cette méthode difficile & compliquée, comme on l'a vu au mot ÉCLIPSE; mais, mal-gré le peu d'uſage qu'on a fait juſqu'ici de cette méthode, il eſt certain que ces obſervations ſont le moyen le plus exact de déterminer les *longitudes*.

3°. On préfere ſouvent dans la recherche des *longitudes* ſur terre les obſervations des ſatellites de jupiter, parce qu'elles ſont plus fréquentes, & que de plus elles peuvent ſe faire commodément, quelle que ſoit la ſituation de jupiter ſur l'horizon. Les mouvemens des ſatellites ſont prompts, & lorſqu'une éclipſe de ſatellite a été obſervée dans deux endroits, on a leur différence de *longitude*. Quelquefois même on peut employer les tables des ſatellites; car ſachant l'heure & la minute à laquelle cette éclipſe doit ariver, ſous le méridien du lieu pour lequel les tables ſont calculées, la différence du temps donnera la *longitude*.

Cette méthode eſt aſſez exacte, & depuis la découverte des ſatellites de jupiter, la géographie a fait de très-grands progrès par cette raiſon : mais il eſt fort difficile de les obſerver en mer, à moins qu'on ne ſoit dans une chaiſe marine ſuſpendue, comme celle que M. Irvin fit exécuter en Angleterre vers 1760, & dont l'idée ſe trouve dans le coſmolâbe de Jacques Beſſon, imprimé en 1567.

LONGITUDES EN MER. Juſqu'ici les marins étoient réduits à des procédés très-imparfaits pour trouver la *longitude* : voici une idée générale de la méthode qu'emploie encore le commun des navigateurs peu inſtruits. Ils eſtiment le chemin que le vaiſſeau a fait depuis l'endroit d'où ils veulent compter la *longitude*, cela ſe fait en dévidant une corde. *Voyez* LOCH, dans le dictionaire de Marine. Ils obſervent la latitude du lieu où le vaiſſeau eſt

Digitized by Google

arivé, & la comparent à la latitude de l'autre lieu pour ſavoir combien ils ont changé de latitude ; & connoiſſant par la bouſſole le rumb de vent ſous lequel ils ont couru pendant ce temps, ils déterminent par la combinaiſon de ces deux élémens la différence des *longitudes*. Des élémens auſſi ſuſpects rendoient la méthode des *longitudes* fort imparfaites.

La recherche des *longitudes* en mer attira toujours l'attention des puiſſances auſſi-bien que celle des ſavans. Philippe III, roi d'Eſpagne, qui monta ſur le trône en 1598, fut le premier qui propoſa des prix en faveur de celui qui trouveroit les *longitudes*. Les états de Hollande imiterent bientôt ſon exemple : l'Angleterre en fit de même en 1714. Quant à la France, voici ce qu'on trouve dans l'*Hiſtoire de l'Académie pour* 1722, *pag.* 102 : „ L'extrême importance des *longitudes* a déterminé des princes & des états, & en dernier lieu „ M. le duc d'Orléans, régent, à promettre de „ grandes récompenſes à qui les trouveroit „. L'Angleterre a fait tout ce qu'on pouvoit atendre d'une nation ſavante & maritime. Le 11 juin 1714, le parlement d'Angleterre ordona un comité pour l'examen des *longitudes*, & de ce qui y a raport ; Newton, Whiſton, Clarke, y aſſiſterent. Newton préſenta un mémoire au comité, dans lequel il expoſa différentes méthodes propres à trouver les *longitudes* en mer, & les difficultés de chacune. La premiere eſt celle d'une horloge ou montre qui meſurerоit le temps avec une exactitude ſuffiſante ; mais, ajoutoit-il, le mouvement du vaiſſeau, les variations de la chaleur & du froid, de l'humidité & de la ſéchereſſe, les changemens de la gravité en différens pays de la terre, ont été juſqu'ici des obſtacles trop grands pour l'exécution d'un pareil moyen. Newton expoſa auſſi les difficultés des méthodes où l'on emploie les ſatellites de Jupiter & les obſervations de la lune. Le réſultat fut qu'il convenoit de paſſer un bill pour l'encouragement d'une recherche ſi importante. Il fut préſenté par le général Stanhope, Walpole, depuis comte d'Oxford, le docteur Samuel Clarke, & par Whiſton.

Cet acte de 1714 établit des commiſſaires qui ſont autoriſés à recevoir toutes les propoſitions qui leur ſeront faites pour la découverte des *longitudes* ; &, dans le cas où ils en ſeroient aſſez ſatisfaits pour déſirer des expériences, ils peuvent en donner leurs certificats aux commiſſaires de l'amirauté, qui ſeront tenus d'acorder auſſi-tôt la ſomme que les commiſſaires de la *longitude* auront eſtimée convenable, & cela, juſqu'à 2000 liv. ſterlings, ou 46967 liv. monoie de France. Le même acte ordone que le premier auteur d'une découverte ou d'une méthode pour trouver la *longitude*, recevra 10000 liv. ſterlings, s'il détermine la *longitude* à un degré près, c'eſt-à-dire, à la préciſion de 60 milles géographiques, ou de 25 lieues communes de France ; qu'il en recevra 15000, ſi c'eſt à deux tiers de degré ; & enfin 20000, s'il détermine la *longitude* à un demi-degré près. La moitié de cette récompenſe doit être payée à l'auteur, lorſque les commiſſaires de la *longitude*, ou la majeure partie d'entr'eux, conviendront que la méthode propoſée ſuffit pour la ſûreté des vaiſſeaux à 80 milles des côtes, où ſont ordinairement les endroits les plus dangereux. L'autre moitié de la même récompenſe doit être remiſe à l'auteur, après que le vaiſſeau aura été à l'un des ports de l'Amérique déſigné par les commiſſaires, ſans ſe tromper de la quantité fixée ci-deſſus. Ce fut en vertu de cet encouragement, auſſi-bien que des promeſſes de la cour de France, que Sully, horloger, conſtruiſit une pendule marine en 1726, & que Jean Harriſon, vers le même temps, entreprit de parvenir au même but.

Lorſque Huygens avoit imaginé le reſſort ſpiral dans les montres, il l'avoit annoncé comme un moyen propre à trouver les *longitudes*, tant ſur mer que ſur terre. *Journal des ſavans*, 25 *fév.* 1675. Ainſi, l'on avoit compris dès-lors que l'horlogerie conduiroit à la découverte des *longitudes*, mais Harriſon eſt le premier qui y ſoit véritablement parvenu.

Cet artiſte célebre, alors charpentier dans une province d'Angleterre, vint à Londres ; il s'occupa d'horlogerie, ſans autre ſecours qu'un talent naturel. Il viſa à la plus haute perfection ; &, dès l'année 1726, il étoit parvenu à corriger la dilatation des verges de pendule, en ſorte qu'il fit une horloge qui ne variоit pas, à ce qu'on aſſure, d'une ſeconde par jour dans le cours d'une année. Vers le même temps, il fit une autre horloge, deſtinée à éprouver le mouvement des vaiſſeaux, ſans perdre ſa régularité. Au mois de mars 1736, l'horloge de Harriſon fut miſe à bord d'un vaiſſeau de guerre qui alloit à Lisbone. Le capitaine Roger Wills atteſta par écrit, qu'à ſon retour, Harriſon avoit corrigé, à l'entrée de la Manche, une erreur d'environ un degré & demi, qui s'étoit gliſſée dans l'eſtime du vaiſſeau, quoiqu'on cinglât preſque directement vers le nord. Le 30 novembre 1749, Folkes préſidant, de la ſociété royale, annonça que Harriſon avoit obtenu le prix ou la médaille d'or qu'on donne chaque année, à celui qui a fait l'expérience ou la découverte la plus curieuſe, en conſéquence de la fondation de M. Godefroi Copley, & que Hans-Sloane, exécuteur teſtamentaire de Copley, avoit recomandé Harriſon à la ſociété royale, à raiſon de l'inſtrument curieux qu'il avoit fait pour la meſure du temps. Le préſident lui adjugea cette médaille, ſur laquelle le nom de Harriſon étoit gravé : & en même temps il prononça un diſcours, où il fit connoître la ſingularité & le mérite des inventions de Harriſon. Depuis 1749, Harriſon ne ceſſa de continuer ſes recherches ; & le 18 novembre 1761, ſon fils s'embarqua avec une montre marine ou garde-temps, pour aller à la Jamaïque. Le mouvement fut éprouvé par des hauteurs correſpondantes : elle ſe trouva n'avoir varié que de 5″ en 81

Digitized by Google

jours, depuis l'Angleterre jusqu'à la Jamaïque, & d'une minute 54″ dans le retour, ou de 28′ de degré; & puisque cela ne fait pas un demi-degré, Harrison, suivant ce calcul, avoit droit à la récompense des 20000 liv. ſterlings, promiſes par l'acte de 1714. Cependant les commiſſaires de la *longitude* lui accorderent 2500 liv. ſterlings, & jugerent que, pour obtenir le prix total, il falloit une ſeconde épreuve. Elle fut faite, en 1764, avec le ſuccès. J'en ai rendu compte dans la *connoiſſance des temps* de 1765 & de 1767. Le parlement d'Angleterre lui accorda, en 1765, la moitié des 20000 liv. ſterlings, portée par l'acte de 1714, & le reſte en 1773, mal-gré beaucoup d'oppoſitions & de débats.

M. Arnold & M. Kendal ont fait auſſi, en 1772, des montres marines: celui-ci ſur les principes d'Harriſon, l'autre par des voies différentes. M. Berthoud & M. le Roy ont exécuté, vers 1765, des montres marines qui ont été éprouvées dans pluſieurs voyages d'outre-mer. Il réſulte des raports qu'on a faits de toutes ces obſervations, que les erreurs de la *longitude* n'ont jamais été d'un demi-degré en ſix ſemaines, ni dans les montres de M. Berthoud, ni dans celle de M. le Roy, en ſorte que l'un & l'autre auroient atteint, comme Harriſon, le but propoſé en Angleterre par l'acte de 1714. Nous n'entrerons pas dans le détail des méthodes employées par ces habiles artiſtes, ils en ont donné tous les trois des deſcriptions imprimées. *Voyez* Horloges.

Les objets principaux de ces horloges, conſiſtent à corriger la dilatation que la chaleur produit dans le reſſort ſpiral; à éviter par un remontoir les inégalités des engrenures, à diminuer les frotemens par des rouleaux, à arrêter le reſſort ſpiral par un point qui ſoit tel, que les oſcillations grandes ou petites ſoient toujours iſochrones; à faire un échapement qui n'ait que très-peu de frotement.

Telle eſt la méthode qui ſera toujours la plus commode & la plus ſimple pour trouver les *longitudes*. Il n'y a qu'à mettre ſon horloge ſur le ſoleil au moment du départ, & lorſqu'on veut avoir la *longitude* d'un lieu, il ne s'agit plus que d'examiner au ciel l'heure & la minute qu'il eſt; ce qui ſe fait la nuit par la hauteur des étoiles, & le jour par la hauteur du ſoleil: la différence entre le temps ainſi obſervé, & celui de la machine, donne évidemment la *longitude*. Mais, comme on a été bien long-temps avant que de pouvoir eſpérer des horloges marines d'une ſi grande perfection, on a cherché à perfectioner les méthodes aſtronomiques, & l'on y eſt parvenu de maniere à pouvoir trouver la *longitude*, par le moyen de la lune à un demi-degré près.

Mais comme on ne peut pas obſerver continuélement des éclipſes, & qu'on peut obſerver la ſituation de la lune, ſuppoſons que par des tables bien calculées & bien ſûres, l'on ſache qu'à 2ʰ 4′ temps vrai à Paris, la *longitude* de la lune ſera de 0° 10′, & qu'étant en pleine mer, j'aie trouvé par mon obſervation que la lune a préciſément 0° 10′ de *longitude*, je ſerai ſûr qu'il eſt 2ʰ 4′ à Paris, auſſi-bien que ſi une excellente montre réglée à Paris me l'avoit indiqué.

Appien paſſe pour le premier qui ait parlé d'employer ainſi les obſervations de la lune à trouver les *longitudes*; Gemma Friſius, médecin & mathématicien d'Anvers, en parla ſur-tout dans un ouvrage compoſé en 1530, *de principiis aſtronomiæ & coſmographiæ*.

Kepler inſiſta beaucoup ſur cet avantage de la lune, (*tabul. Rudolph. pag.* 37 *&* 42), & après lui Logomontanus (*Aſtron. Danica*). On trouve dans ces différens auteurs, la maniere de meſurer la diſtance de la lune à une étoile, pour en conclure la *longitude* de la lune, de comparer cette *longitude* avec celle qui eſt calculée par les tables, & de trouver (par le moyen de la différence entre les deux *longitudes*), la diſtance où l'on eſt du méridien des tables.

Morin, profeſſeur royal de mathématiques, & médecin à Paris, corrigea la méthode indiquée par Kepler; il la rendit plus générale, & la propoſa au cardinal de Richelieu, qui ordona, le 6 février 1634, que la méthode de Morin ſeroit examinée par des commiſſaires qu'il nomma pour cet effet. Parmi ces commiſſaires il y avoit pour mathématiciens, Paſcal, Mydorge, Boulanger, Herigone & Beaugrand. Ils s'aſſemblerent à l'arſenal le 30 mars; &, après avoir entendu les démonſtrations de Morin, ils convinrent de la bonté & de l'utilité de ſa méthode: mais, dans la ſuite, ils reconurent que l'idée n'étoit pas aſſez neuve, ni les tables de la lune aſſez parfaites, pour qu'on pût dire que Morin avoit trouvé le ſecret des *longitudes*, & l'imperfection des tables a continué, pendant tout le dernier ſiecle, d'être un obſtacle à l'utilité de cette méthode. Halley, auſſi habile navigateur que célebre aſtronome, avoit jugé, par ſa propre expérience, que toutes les méthodes propoſées pour trouver la *longitude* en mer, étoient impraticables, excepté celles où l'on emploie les mouvemens de la lune. En conſéquence il propoſa d'obſerver les occultations des étoiles par la lune, & de corriger les tables de la lune par la période de 18 ans, qu'il appeloit *ſaros*, ou *période chaldaïque*. Halley s'en tenoit donc aux appuiſes & aux occultations d'étoiles, parce que l'on n'avoit alors aucun inſtrument propre à comparer la lune aux étoiles qui en étoient éloignées. L'octant, ou quartier de réflexion propoſé en 1731 par Halley, & dont Newton avoit donné l'idée, a procuré un moyen facile de meſurer les diſtances ſur mer à une minute près, auſſi-bien que les hauteurs de la lune; ce qui fournit pluſieurs méthodes pour déterminer le lieu de la lune en mer. La hauteur de la lune peut ſervir à trouver les *longitudes*, & cela de différentes manieres. Leadbetter propoſa une méthode pour trouver le lieu de la lune par une ſeule hauteur

Digitized by Google

obſervée, en ſuppoſant la latitude de la lune, & l'inclinaiſon de ſon orbite connues par les tables. M. le Monnier, pour ſuppléer quelquefois à la méthode des diſtances, a donné auſſi une méthode pour trouver la *longitude* en mer par une ſeule hauteur obſervée, pourvu qu'on connoiſſe la déclinaiſon de la lune : on le peut faire en obſervant ſa hauteur méridiene, & tenant compte du changement de déclinaiſon de la lune & du mouvement du vaiſſeau. M. Pingré, dans ſon *État du Ciel*, s'eſt ſervi auſſi de la hauteur de la lune pour trouver l'angle horaire, c'eſt-à-dire, la diſtance au méridien, en ſuppoſant la déclinaiſon connue par ces tables. Voici ſon procédé qui eſt auſſi ſimple qu'il puiſſe être, en employant les angles horaires, & qui peut ſervir même à terre pour trouver la *longitude*, lorſqu'on ne peut comparer la lune à une étoile. Ayant obſervé en pleine mer la hauteur du bord de la lune, on y fait les quatre corrections qui dépendent de la hauteur de l'œil au deſſus de la mer, de la réfraction, de la parallaxe & du demi-diametre de la lune, & l'on a la hauteur vraie du centre de la lune. On ſait toujours, à une demi-heure près, la *longitude* du lieu où l'on obſerve ; par conſéquent on peut ſavoir l'heure qu'il eſt à Paris au moment où l'on a obſervé, & l'on peut calculer par les tables, pour ce moment, la déclinaiſon de la lune, & par conſéquent ſa diſtance au pole : l'on connoît auſſi la latitude du lieu où l'on obſerve (car elle eſt ſur-tout néceſſaire dans cette méthode-ci) : l'on a donc la diſtance du pole au zénit. Ainſi, réſolvant le triangle formé à la lune au pole & au zénit, on trouvera l'angle au pole pour le moment de l'obſervation. Connoiſſant ainſi l'angle horaire de la lune, par le moyen de la hauteur obſervée, on cherche à quelle heure cet angle horaire devoit avoir lieu au méridien de Paris ; la différence entre l'heure de Paris & l'heure du lieu où l'on a obſervé, eſt la différence des méridiens. Si cette différence trouvée eſt à peu près la même que celle qu'on a d'abord ſuppoſée pour calculer la déclinaiſon, la ſuppoſition eſt juſtifiée, & il n'y a rien à changer au calcul précédent. Si la différence eſt ſenſible, on fait une ſuppoſition pour la *longitude* du lieu, & l'on cherche encore la différence des méridiens. Si l'on trouve la même choſe que l'on a ſuppoſée, la ſuppoſition ſera vérifiée ; ſinon l'on apercevra facilement quel eſt le changement qu'il y faut faire.

Mais la méthode des diſtances de la lune au ſoleil ou à une étoile, eſt beaucoup plus exacte, & doit s'employer toutes les fois qu'il eſt poſſible. Elle fut propoſée par Kepler, elle a été ſuivie par Halley, & enſuite par l'abbé de la Caille qui l'a perfectionée & ſimplifiée. (*Éphémérides de* 1755, *à* 1764.) M. le Monnier lui-même paroît l'avoir adoptée, (*Inſtit. Aſtr. p.* 320. Obſervations, *l.* 1. Paris, 1751, *in-fol.*). M. Maskelyne, aſtronome royal d'Angleterre, de la ſociété royale de Londres, envoyé à l'île de Sainte Hélene en 1761, par le roi d'Angleterre, ayant éprouvé & vérifié l'exactitude de cette méthode, l'a recomandée aux aſtronomes & aux marins de la maniere la plus preſſante dans ſon livre, intitulé : *british mariner's guide*, London, 1763, *in*-4.°, où il donne des préceptes nouveaux & des méthodes faciles pour en faire le calcul ; enfin on calcule en Angleterre depuis 1767, un almanac nautique, tel que la Caille l'avoit propoſé, & qui eſt uniquement fondé ſur cette méthode des diſtances.

M. l'abbé Rochon, & pluſieurs autres aſtronomes ont fait l'éloge de cette méthode. M. Dagelet qui a fait avec M. de Roſnevet, le voyage des terres auſtrales en 1773, a fait un uſage continuel de la méthode des diſtances. Il n'a jamais trouvé plus d'un demi-degré d'erreur dans tous les atterrages, où il pouvoit vérifier ſa longitude, & il eſt perſuadé qu'on ne peut pas ſe tromper de plus d'un demi-degré, quand on ſe ſert d'un bon ſextant bien diviſé, dont le limbe ſoit en cuivre, & ſur lequel il y ait une bonne lunete. Ainſi, l'on a eu tort de conclure de ce qu'avoit dit la Caille à ce ſujet, que la méthode des longitudes, pouvant être ſujete à d'aſſez grandes erreurs, devenoit peu importante pour la marine : l'expérience prouve aſſez qu'on ne ſauroit ſe diſpenſer de ces obſervations pour peu qu'on ait de zele, & de connoiſſances dans la navigation.

Les navigateurs Anglois pratiquent ſans ceſſe ces méthodes, les François commencent à s'en ſervir auſſi ; c'eſt M. Veron l'un des éleves du collége royal, qui a occaſioné dans la marine de France cette eſpece de révolution, en y introduiſant par le moyen de M. de Charniere, l'uſage d'obſerver les longitudes en mer, par les diſtances de la lune. *Voyez le nécrologe de* 1774, & les *nouvelles littéraires* de M. Bernoulli.

L'inſtrument avec lequel on obſerve en mer les diſtances de la lune au ſoleil ou aux étoiles, eſt le QUARTIER DE RÉFLEXION. Feu M. de Charniere, qui le premier dans la marine Françoiſe s'occupa aſſiduement de ces obſervations, propoſa d'y employer un *héliometre*, qui eût pluſieurs degrés d'amplitude, & qu'il appela *mégametre*, il en fit exécuter, mais ils ont peu réuſſi.

Je ſuppoſerai donc qu'on obſerve la diſtance du bord de la lune à une étoile, ou au bord du ſoleil ; cette diſtance qui eſt acourcie par les réfractions, & modifiée encore par la parallaxe, doit être corrigée ou dégagée de cette double inégalité, pour qu'on ait la diſtance vraie ; ce ſont ces deux corrections qui en ſont la principale difficulté comme je le dirai bientôt.

Cette méthode des diſtances a l'avantage de ne dépendre que d'une ſeule obſervation, qui eſt celle de la diſtance ; elle ne ſuppoſe pas la hauteur connue avec une extrême préciſion ; elle dépend très-peu de la déclinaiſon de la lune & de la hauteur du pole ; elle n'exige pas qu'on ait un

horizon

horizon clair-ſin, c'eſt-à-dire, bien dégagé de vapeurs, elle ne ſuppoſe pas des calculs auſſi longs que ceux de l'aſcenſion droite de la lune; enfin la réduction de la diſtance apparente en diſtance vraie, à raiſon de la réfraction & de la parallaxe, ſe peut faire avec des tables déja imprimées, & même avec la regle & le compas par une opération graphique. Tous ces avantages me paroiſſent prouver démonſtrativement, que cette méthode lorſqu'on peut l'employer, eſt de beaucoup préférable à celle des hauteurs de la lune, qui a été propoſée par des auteurs connus.

Pour calculer la diſtance de la lune à une étoile, on cherche par les tables de la lune, ſa longitude pour le temps donné; on prend dans le catalogue la longitude de l'étoile; on cherche également les latitudes de la lune & de l'étoile, ce qui donne les diſtances au pole, & l'on forme un triangle *P L S*, *Planches d'Aſtron. Fig.* 289, dans lequel *P* eſt pole de l'écliptique, *S* l'étoile, & *L* la lune; on le réſout par les deux analogies ſuivantes: le rayon eſt au co-ſinus de la différence des longitudes, ou de l'angle *P* comme la tangente de *P L*, la plus petite des deux diſtances au pole boréal de l'écliptique, eſt à la tangente du ſegment *P X*: on retranche ce ſegment de *P S*, la plus grande des deux diſtances au pole, (pourvu que la différence des longitudes ne paſſe pas 90°), & l'on a le ſecond ſegment *S X*: après quoi l'on fait cette ſeconde proportion: le co-ſinus du premier ſegment *P X* eſt au co-ſinus du ſecond *S X*, comme le co-ſinus de la plus petite diſtance *P L* au pole, eſt au co-ſinus de la diſtance *S L*, entre la lune & l'étoile; on trouvera dans mon *Aſtronomie* d'autres méthodes pour réſoudre ce triangle. Si au lieu d'une étoile il s'agit du ſoleil auquel on veuille comparer la lune, les deux proportions précédentes ſe réduiſent à la ſuivante: le rayon eſt au co-ſinus de la différence des deux longitudes, comme le co-ſinus de la latitude de la lune, eſt au co-ſinus de la diſtance cherchée; c'eſt ainſi que l'on calcule dans le *nautical almanac*, pour tous les jours la diſtance de la lune au ſoleil ou aux étoiles.

Quand on connoît par les tables la diſtance vraie, il faut l'avoir auſſi par l'obſervation, c'eſt-à-dire, qu'il faut la conclure de la diſtance apparente obſervée, en ajoutant ou ôtant le demi-diamettre de la lune & celui du ſoleil, & en ajoutant l'accourciſſement de réfraction, plus ou moins l'effet de la parallaxe. On peut négliger en mer l'effet de la réfraction, quand les deux aſtres ont plus de 60° de hauteur. Mais s'ils ſont moins élevés, & qu'ils ne ſoient pas à peu près dans le même vertical, il faut employer les méthodes ſuivantes; ces méthodes auroient lieu de même pour les obſervations de diſtances, qui ſont dans les ouvrages de Tycho, d'Hévélius & de Flamſteed, & qui ſont toutes affectées d'une double réfraction.

Pour trouver cet accourciſſement cauſé par les

Mathématiques, *Tome II.*

réfractions, auſſi-bien que l'effet de la parallaxe dans les obſervations de diſtances, il y a pluſieurs moyens abrégés: voici d'abord la méthode ancienne la plus rigoureuſe: ſoit *Z* le zénit, *Fig.* 122, *L* le vrai lieu de la lune, *l* ſon lieu apparent dans le même vertical; *S* le lieu vrai du ſoleil ou de l'étoile, *s* ſon lieu apparent, *s l* leur diſtance apparente meſurée par obſervation; *S L* la diſtance vraie que l'on cherche. Dans le triangle ſphérique *Z s l*, on connoît les trois côtés par obſervation, car outre la diſtance des deux aſtres on obſerve auſſi leurs hauteurs; on cherche par la trigonométrie l'angle *Z*, ou la différence d'azimut.

On calcule la réfraction & la parallaxe de chacun des deux aſtres, & l'on a *L l*, *S s*, & par conſéquent les diſtances vraies *Z L*, *Z S*, avec ces deux côtés & l'angle *Z* qui eſt le même; on réſout le triangle *Z L S*, & l'on a la diſtance vraie *L S* que l'on cherche. Cette méthode eſt longue, mais rigoureuſe; il y a pluſieurs moyens de l'abréger. *Voyez* le livre de M. Maſkelyne, le *Nautical Almanac* de 1767, la *Connoiſſance des temps* de 1779, mon *Aſtronomie*, *tom. III*, *art.* 3982 *& ſuiv.*, *& tom. IV*, *p.* 78, où j'ai donné la méthode la plus courte de toutes, qui eſt celle de M. Dunthorn.

Mais, pour éviter tous ces calculs, le bureau des *longitudes* d'Angleterre a fait calculer un très-gros volume de ces tables commencées par M. Witchell en 1769, mais calculées en entier par M. Lyons, Parkinſon le jeune & Williams, elles ont été publiées en Angleterre, en 1772, en un gros volume de 1200 pages *in-folio*, ſous ce titre: *Tables for correcting the apparent diſtance of the moon and a ſtar from the effects of refraction and parallax*, *publiſhed by order of the commiſſioners of longitude*. J'en ai donné l'explication, traduite en françois, dans la *Connoiſſance des temps* de 1775. Ces tables ſont ſi détaillées & ſi ſimples pour l'uſage, qu'un pilote, ſans ſavoir l'aſtronomie ni le calcul, peut, en une demi-heure de temps, trouver la longitude en mer à un degré près. Il ſuffit de connoître une douzaine d'étoiles dans le ciel, de pouvoir meſurer une diſtance avec le quartier de réflexion, & de ſavoir l'addition & la ſouſtraction. Mais il faut avoir le *Nautical almanac* ou la *Connoiſſance des temps*, pour l'année où l'on ſe trouve.

En ſuppoſant que l'on n'ait pas les tables dont je viens de parler, il y a une méthode aſſez courte & très-commode donnée par M. le Chevalier de Borda, *Voyage de la Flore*, tom. I, p. 366, dont on trouve la démonſtration dans mon Aſtronomie & dans les tables de logarithmes (chez Jombert le jeune 1783): en voici le précepte & l'exemple.

Pour employer cette méthode de M. Borda, on corrigera premiérement les hauteurs apparentes des deux aſtres, de l'effet des parallaxes & des réfractions en hauteurs, & l'on aura leurs hauteurs

Digitized by Google

vraies : la correction de la parallaxe n'eſt autre choſe que la parallaxe horizontale, multipliée par le co-ſinus de la hauteur apparente du centre de la lune. La correction de la réfraction ſe trouve dans toutes les tables. *Voy.* RÉFRACTION.

On écrira les unes au deſſous des autres, la diſtance obſervée, la hauteur apparente d'un des deux aſtres, la hauteur apparente du ſecond aſtre, la ſomme & la demi-ſomme de ces trois quantités, la différence de cette demi-ſomme à la diſtance obſervée, la hauteur vraie ou corrigée d'un des deux aſtres, la hauteur vraie ou corrigée du ſecond aſtre, la ſomme & la demi-ſomme de ces hauteurs vraies.

On écrira à côté des hauteurs apparentes les complémens arithmétiques des logarithmes des co-ſinus de ces hauteurs, & à côté de la premiere demi-ſomme, du reſte qui le ſuit, & des hauteurs vraies, les logarithmes de leurs co-ſinus; on prendra la ſomme, & après cela la demi-ſomme de ces ſix logarithmes, on retranchera le logarithme co-ſinus de la demi-ſomme des hauteurs vraies, & l'on aura le logarithme ſinus d'un angle qu'on cherchera dans les tables de logarithmes; on prendra enfin le logarithme du co-ſinus de cet angle, on l'ajoutera au logarithme co-ſinus de la demi-ſomme des hauteurs vraies, & l'on aura le logarithme ſinus de la moitié de la diſtance corrigée que l'on cherche; elle eſt, dans cet exemple, de 102° 11′ 11″. On trouve:

EXEMPLE.

Suppoſons la diſtance apparente du centre du ſoleil au centre de la lune = 102° 30′, la hauteur vraie du centre du ſoleil ſur l'horizon = 15° 21′ 43″ (*Nautic. Alman.* 1772, p. 38).

On diſpoſera le calcul comme il ſuit.

Diſtance apparente du ſoleil à la lune	102° 30′ 0″	*D*
Hauteur apparente de la lune	27 30 0	*b*
Hauteur apparente du ſoleil	15 25 0	*a*
Somme	145 25 0	
Demi-ſomme	72 42 30	$\frac{a+b+D}{2}$
Ôtez de la diſtance, reſte	29 47 30	$\frac{a+b-D}{2}$
Hauteur vraie de la lune	28 18 47	*B*
Hauteur vraie du ſoleil	15 21 43	*A*
Somme des hauteurs vraies	43 40 30	
Demi-ſomme	21 50 15	$\frac{A+B}{2}$
Complém. arithm. co-ſ. 27° 30′ 0″	0,0520711	*b*
Complém. arithm. co-ſ. 15 25 0	0,0159148	*a*
Co-ſ. 72 42 30	9,4731014	$\frac{a+b+D}{2}$
Co-ſ. 29 47 30	9,9384385	$\frac{a+b-D}{2}$
Co-ſ. 28 18 47	9,9446649	*B*
Co-ſ. 15 21 43	9,9841994	*A*
Somme	39,4083901	
Demi-ſomme	19,7041950	
Ôtez co-ſ. 21° 50′ 15″	9,9676615	$\frac{A+B}{2}$
Diff. ou ſin. 33 2 11	9,7365335	ſin. de l'arc
Co-ſ. 33 2 11	9,9234121	co-ſ. de l'arc
Ajout. co-ſ. 21 50 15	co-ſ.	$\frac{A+B}{2}$
Somme ou ſin. 51 5 35 $\frac{1}{2}$	9,8910736	*x*
Double de *x* ou diſtance vraie	102° 11′ 11″	

Digitized by Google

On trouve 1″ ½ de moins par la trigonométrie, & 3″ de plus par la méthode de M. Dunthorn ; il donne le même exemple à la fin de l'Almanac nautique de Londres pour 1772 , pag. 38. J'ai auſſi donné l'exemple précédent dans la Connoiſſance des temps de 1775 , p. 311. Il y a d'autres exemples de la formule de M. de Borda, dans la Connoiſſance des temps de 1778, & dans celle de 1780, p. 261.

Cette opération exige environ 17 minutes de temps, quand on eſt ſuffiſamment exercé. La méthode de M. Dunthorn exige 12 minutes ; & par les grandes tables dont nous avons parlé, il en faut 8 ſeulement.

Quand on a ainſi trouvé la diſtance vraie de la lune à l'étoile déduite de l'obſervation , on la compare avec la diſtance vraie calculée pour le méridien des tables ; je ſuppoſe que la diſtance , calculée pour deux heures, ſoit de 102° 21′ 11″, ſuivant le Nautical Almanac, & que la même diſtance ait été obſervée ſur le vaiſſeau à ſix heures, on eſt aſſuré qu'il y a 4 heures ou 60 degrés, pour la différence des méridiens ou pour la *longitude* du vaiſſeau.

Cette méthode ſuppoſe qu'on ait obſervé la hauteur de la lune & celle de l'étoile, un peu avant ou après l'obſervation de leur diſtance ; dans ce cas, il faut les réduire au temps de la diſtance obſervée. Pour cela, il faut avoir la quantité dont la hauteur change en une minute de temps, & cette variation eſt égale à 15 minutes multipliées par les ſinus de la hauteur de l'équateur & de l'azimut ; on en trouve une table fort détaillée dans la Connoiſſance des temps de 1772.

Pour avoir la *longitude*, il faut connoître exactement le temps vrai ſur le vaiſſeau ; on le trouve par le moyen de la hauteur du ſoleil ou de l'étoile ; *Voyez* HAUTEUR. Comme n'eſt par rapport à l'horizon apparent de la mer qu'on meſure cette hauteur, il faut en ôter quelques minutes. *Voyez* HORIZON.

Toutes les regles & tous les préceptes que l'on vient de voir en abrégé, ſe trouveront avec plus de détail dans le *Guide du Navigateur*, par M. Pierre Lévêque, habile profeſſeur à Nantes. Les tables de logarithmes les plus commodes pour ces calculs, ſont celles que M. Jombert, libraire, vient de publier en 1783, & auxquelles M. Callet a joint les préceptes & la méthode des *longitudes*. (*D. L.*)

LORGNETE, ſ. f. (*Diopt.*); on donne ce nom ou à une lunete à un ſeul verre qu'on tient à la main, ou à une petite lunete à tuyau, compoſée de pluſieurs verres, & qu'on tient auſſi à la main. Les lunetes à mettre ſur le nez, ou les lunetes à long tuyau, s'appelent ſimplement *lunetes*. *Voyez* LUNETES. Les *lorgnetes* s'appelent auſſi par les phyſiciens *monocles*, en ce qu'elles ont la propriété de ne ſervir que pour un ſeul œil ; au lieu que les lunetes ou *beſicles* ſervent pour les deux. Les *lorgnetes* à un ſeul verre doivent être formées d'un verre concave pour les myopes, & d'un verre convexe pour les presbytes, (*Voy.* MYOPE & PRESBYTE), parce que l'uſage de ces *lorgnetes* eſt de faire voir l'objet plus diſtinctement. (*O*)

LOSANGE, ſ. m. (*Géom.*); eſpece de paralélogramme, dont les quatre côtés ſont égaux & chacun parallele à ſon oppoſé, & dont les angles ne ſont point droits, mais qui en a deux aigus oppoſés l'un à l'autre, & deux autres obtus oppoſés auſſi l'un à l'autre. *Voyez* PARALLÉLOGRAMME.

Quelques-uns n'appelent *loſange* que celui où la diagonale, qui joint les deux angles obtus, eſt égale aux côtés du *loſange* ; mais la dénomination générale a prévalu.

Scaliger dérive le mot *loſange*, de *laurengia*, parce que cette figure reſſemble à quelques égards à la feuille de laurier. On l'appele ordinairement *rhombe* en géométrie, & *rhomboïde*, quand les côtés contigus ſont inégaux. *Voy.* RHOMBE & RHOMBOÏDE. *Chambers*. (*E*)

LOTERIE, ſ. f. (*Arithm.*); eſpece de jeu de hazard dans lequel différens lots de marchandiſes ou différentes ſommes d'argent ſont dépoſées pour en former des prix & des bénéfices à ceux à qui les billets favorables échoient. L'objet des *loteries* & la maniere de les tirer, ſont des choſes trop communes pour que nous nous y arrêtions ici. Nos *loteries* de France ont communément pour objet de parvenir à faire des fonds deſtinés à quelques œuvres pieuſes ou à quelque beſoin de l'état ; mais les *loteries* ſont très-fréquentes en Angleterre & en Hollande, où on n'en peut faire que par permiſſion du magiſtrat.

M. Leclerc a compoſé un traité ſur les *loteries*, où il montre ce qu'elles renferment de louable & de blâmable. Grégorio Leti a donné auſſi un ouvrage ſur les *loteries*, & le P. Menetrier a publié, en 1700, un traité ſur le même ſujet, où il montre l'origine des *loteries*, & leur uſage parmi les Romains ; il diſtingue divers genres de *loteries*, & prend de là occaſion de parler des hazards, & de réſoudre pluſieurs cas de conſcience qui y ont raport. (*Chambers*.)

Soit une *loterie* de *n* billets, dans laquelle on ſoit le prix du biller, *m*, ſera l'argent de toute la *loterie* ; & comme cet argent ne rentre jamais en total dans la bourſe des intéreſſés pris enſemble, il eſt évident que la *loterie* eſt toujours un jeu déſavantageux. Par exemple, ſoit une *loterie* de 10 billets à 20 liv. le biller, & qu'il n'y ait qu'un lot de 150 livres, l'eſpérance de chaque intéreſſé n'eſt que de $\frac{150}{10}$ liv. = 15 l., & ſa miſe eſt de 20 liv. ; ainſi, il perd un quart de ſa miſe, & ne pouroit vendre ſon eſpérance que 15 liv. *Voyez* JEU, AVANTAGE, PROBABILITÉ, *&c.*

Pour calculer en général l'avantage ou le déſavantage d'une *loterie* quelconque, il n'y a qu'à ſuppoſer qu'un particulier prene à ſon ſeul toute la *loterie*, & voir le raport de ce qu'il a déboursé

Digitized by Google

à ce qu'il recevra ; soit m l'argent déboursé, ou la somme de la valeur des billets, & n la somme des lots, qui eſt toujours moindre, il eſt évident que le déſavantage de la *loterie* eſt $\frac{m-n}{m}$.

Voyez AVANTAGE, JEU, PARI, PROBABILITÉ, *&c.*

Si une *loterie* contient n billets & m lots, on demande quelle probabilité il y a qu'on ait un lot, ſi on prend r billets. Prenons un exemple : on ſuppoſe en tout 20 billets, 15 lots, & par conſéquent 15 billets qui doivent ſortir, & qu'on ait pris 4 billets : on repréſentera ces 4 billets par les quatre premieres lettres de l'alphabet *a*, *b*, *c*, *d*, & les 20 billets par les vingt premieres lettres du même alphabet. Il eſt viſible, 1°. que la queſtion ſe réduit à ſavoir combien de fois 20 lettres peuvent être priſes quinze à quinze ; 2°. quelle probabilité il y a que l'un des 4 billets ſe trouve dans les 15. Or *l'article* COMBINAISON apprend que vingt choſes peuvent être combinées quinze à quinze au nombre de fois repréſenté par une fraction dont le dénominateur eſt 1. 2. 3. 4. *&c.* juſqu'à 15. & le numérateur 6. 7. 8... *&c.* juſqu'à 6 + 14 ou 20. À l'égard de la ſeconde queſtion, elle ſe réduit à ſavoir combien de fois 20 billets (excepté les quatre *a*, *b*, *c*, *d*) peuvent être pris quinze à quinze, c'eſt-à-dire, combien de fois 16 billets peuvent être pris quinze à quinze, ce qui s'exprime (*Voy. l'article* COMBINAISON) par une fraction dont le dénominateur eſt 1. 2. 3. 4. *&c.* juſqu'à 15. & le numérateur 2. 3. 4. juſqu'à 2 + 14 ou 16. Donc la probabilité cherchée eſt en raiſon de la premiere de ces deux fractions, moins la ſeconde à la premiere ; car la différence des deux fractions exprime évidemment le nombre de cas où l'un des billets *a*, *b*, *c*, *d*, ſortira de la roue. Donc cette probabilité eſt en raiſon de 6. 7. 8. . . . . 20 — 1. 2. 3. 4. . . . . 16 à 6. 7. 8. . . . . 20, c'eſt-à-dire, de 17. 18. 19. 20 — 2. 3. 4. 5. à 17. 18. 19. 20.

Donc, en général, la probabilité cherchée eſt exprimée par le rapport de $(n-m+1.n-m+2.\ldots\ldots n)-(n-r-m+1.n-r-m+2\ldots n-r)$ à $(n-m+1.m\,n-m+2\ldots n)$ D'où l'on voit que, ſi $n-r-m+1=0$, ou eſt négatif, on jouera à jeu ſûr. Si, par exemple, dans le cas précédent, au lieu de 4 billets, on en prenoit 6, alors on auroit $n-r-m+1=20-6-15+1=0$; & il y auroit certitude d'avoir un lot ; ce qui eſt évident, puiſque, ſi de 20 billets, on en prend 6, & qu'il en doive ſortir 15 de la roue, il eſt infaillible qu'il en ſortira un des ſix, les autres ne faiſant enſemble que 14. *Voy.* JEU, *&c.* (*O*)

LOUP, (*Aſtron.*), conſtellation méridionale, ſituée au midi du ſcorpion : elle eſt appelée, en latin, *lupus martius*, *lupa*, *lycisca*, *fera*, *victima vel beſtia centauri*, *hoſtiola*, *canis ululans*, *leo marinus*, *leopardus*, *panthera*, *equus maſculus* ; chez les Arabes, *aſida*, qui ſignifie *leana*. Parmi les fables de l'antiquité, où il eſt parlé des *loups*, & que les auteurs ont données pour origine à cette conſtellation, la plus ancienne eſt celle de Lycaon, roi d'Arcadie, qui ſacrifioit des victimes humaines, & qui fut changé en *loup* à cauſe de cette cruauté. On dit auſſi que c'étoit un *loup* ſacrifié par le centaure Chiron. On ne ſauroit rien décider ſur ſon origine, non plus que ſur celle de beaucoup d'autres conſtellations. Il paroît ſeulement que l'on donna des noms ſiniſtres à toutes les conſtellations qui annonçoient l'automne & l'hiver, ou la ceſſation de la végétation, le *ſerpent*, le *ſcorpion*, le *loup*. *Voyez* mon *Aſtronomie*, tom. IV, p. 463 & 553.

Le catalogue britannique ne contient que cinq étoiles pour cette conſtellation, parce qu'elle eſt trop méridionale pour être bien obſervée dans nos climats ; mais le catalogue de la Caille en contient 51. La principale, marquée *α*, avoit, en 1750, 216° 21′ 49″ d'aſcenſion droite, & 46° 17′ 40″ de déclinaiſon auſtrale. (*D. L.*)

LOUPE, ſ. f. (*Diopt.*) : on appele ainſi une lentille à deux faces convexes, dont les rayons ſont fort petits ; cette lentille a la propriété de groſſir les objets (*Voyez* LENTILLE) ; & elle les groſſit d'autant plus que ſon foyer, c'eſt-à-dire, le rayon de ſa convexité eſt plus court. Suppoſons que l'objet placé au foyer de la *loupe* puiſſe être vu diſtinctement, ſans *loupe*, à 8 pouces de diſtance, & que le foyer de la *loupe* ſoit de demi-ligne, l'objet ſera augmenté en raiſon de demi-ligne à 8 pouces, c'eſt-à-dire, de 1 à 192, parce que la *loupe* fait voir l'objet diſtinctement (comme s'il étoit à la diſtance de 8 pouces), & ſous le même angle à peu près ſous lequel on le verroit ſans *loupe*, mais confuſément à la diſtance de demi-ligne. *Voy. Part.* MICROSCOPE, où on donne la raiſon de cette proportion.

LOXOCOSME ; inſtrument propre à démontrer les phénomenes du mouvement de la terre, les ſaiſons & l'inégalité des jours, dont M. Flécheux a publié la deſcription. Le nom de cet inſtrument vient de deux mots grecs qui indiquent l'obliquité de l'axe du monde. L'Académie l'a approuvé le 2 décembre 1780.

On a fait déja beaucoup de machines deſtinées au même objet. *Voyez* GÉOCYCLIQUE (il y en a ſpécialement chez M. Fortin, ingénieur pour les globes, rue du Foin S. Jacques) ; l'inégalité des ſaiſons, par le moyen du paralléliſme de l'axe de la terre, eſt ce que l'on a le plus de peine à faire entendre aux commençans. M. l'abbé Grenet, au Collége de Liſieux, a fait auſſi, en 1783, des ſpheres deſtinées au même uſage. (*D. L.*)

LOXODROMIE, ſ. f. *Loxodromia* (*Navigat. & Géom.*) ; ligne qu'un vaiſſeau décrit ſur mer, en faiſant toujours voile avec le même rumb de vent. *Voy.* RUMB.

Ce mot vient du grec, & il eſt formé de λοξὸς, *oblique*, & de δρόμος, *courſe*.

Digitized by Google

Ainſi, la *loxodromie*, qu'on appele auſſi *ligne loxodromique* ou *loxodrimique*, coupe tous les méridiens ſous un même angle, qu'on appele *angle loxodromique*.

La *loxodromie* eſt une eſpece de ſpirale logarithmique, tracée ſur la ſurface d'une ſphere, & dont les méridiens ſont les rayons. *Voyez* LOGARITHMIQUE *ſpirale*. M. de Maupertuis, dans ſon diſcours ſur la parallaxe de la lune, nous a donné pluſieurs propriétés de la *loxodromie*, ainſi que dans un mémoire imprimé parmi ceux de l'Académie des Sciences de Paris en 1744.

La *loxodromie* tourne autour du pole, ſans jamais y ariver, comme la logarithmique ſpirale tourne autour de ſon centre. Il eſt évident, de plus, qu'une portion quelconque de la *loxodromie* eſt toujours en raiſon conſtante avec la portion correſpondante du méridien.

Si on nomme *z* l'arc compris entre le pole & un point de la *loxodromie*, & le rayon, *d u* la différence de la longitude, on aura l'arc infiniment petit du parallele correſpondant égal à $d\,u$ ſin. z; & cet arc doit être en raiſon conſtante avec $d\,z$, à cauſe que la *loxodromie* coupe toujours le méridien ſous le même angle; donc $b\,d\,u = \frac{d\,z}{\text{ſin. } z}$. (*O*).

Pour intégrer cette équation, il faut la multiplier par 2 ſin. z, & on aura $2\,b\,d\,u = \frac{2\,d\,z\ \text{ſin.}\,z}{\text{ſin. } z^2} = \frac{2d\,\text{co-ſ.}\,z}{1-\text{co-ſ.}\,z^2}$, ou $-2bdu = \frac{1\ \text{co-ſ.}\,z}{d+\text{co-ſ.}\,z} + \frac{d\ \text{co-ſ.}\,z}{1-\text{co-ſ.}\,z}$; ce qui donne conſt. $-2\,b\,u = \text{log.}\,\frac{1+\text{co-ſ.}\,z}{1-\text{co-ſ.}\,z}$; $2\,b\,u = \text{log.}\,\frac{(1+\text{co-ſ.}\,h)\,(1-\text{co-ſ.}\,z)}{(1-\text{co-ſ.}\,h)\,(1+\text{co-ſ.}\,z)}$, en déterminant la conſtante, de maniere qu'à $u = o$ réponde $z = h$, & enfin co-ſ. $z = \frac{2\,b\,u}{1-a}\ \frac{1-\text{co-ſ.}\,h}{1+\text{co-ſ.}\,h} \Big/ \frac{2\,b\,u}{1+a}\ \frac{1-\text{co-ſ.}\,h}{1+\text{co-ſ.}\,h}$; a étant la baſe des logarithmes algébriques. *Voyez Traité de calcul intégral*, SINUS *&* LOGARITHME. Par cette équation on peut conſtruire des tables loxodromiques pour tel rumb de vent qu'on voudra.

LUCIFER, ſ. m. (*Aſtron.*), eſt le nom que l'on a quelquefois donné à la planete de Vénus, lorſqu'elle paroît le matin avant le lever du ſoleil. Comme cette planete ne s'éloigne jamais du ſoleil de plus de 48°, elle doit paroître ſur l'horizon quelque temps avant le lever du ſoleil, lorſqu'elle eſt plus occidentale que le ſoleil. Elle annonce alors, pour ainſi dire, le lever de cet aſtre, & c'eſt pour cette raiſon que les aſtronomes & les poëtes l'ont nommée *lucifer*, c'eſt-à-dire, qui *apporte la lumiere*. Quand elle paroît le ſoir après le ſoleil, on la nomme *heſperus*, qui ſignifie le *ſoir*; ce mot *lucifer*, pour déſigner Vénus, ne ſe trouve plus que dans quelques auteurs latins.

LUISANTE, adj. (*Aſtron.*), eſt un nom qu'on a donné à pluſieurs étoiles remarquables par leur éclat dans différentes conſtellations: on dit la *luiſante de la lyre*, la *luiſante de la courone*, &c.

LUMIERE, ſ. f. (*Optiq.*), eſt la ſenſation que la vue des corps lumineux apporte ou fait éprouver à l'âme, ou bien la propriété des corps qui les rend propres à exciter en nous cette ſenſation. *Voyez* SENSATION.

Ariſtote explique la nature de la *lumiere*, en ſuppoſant qu'il y a des corps tranſparens par eux-mêmes; par exemple, l'air, l'eau, la glace, *&c.* c'eſt-à-dire, des corps qui ont la propriété de rendre viſibles ceux qui ſont derriere eux; mais comme dans la nuit, nous ne voyons rien à travers de ces corps, il ajoute qu'ils ne ſont tranſparens que potentiellement ou en puiſſance, & que, dans le jour, ils le deviennent réellement & actuellement; & d'autant qu'il n'y a que la préſence de la *lumiere* qui puiſſe réduire cette puiſſance en acte; il définit par cette raiſon la *lumiere l'acte du corps tranſparent conſidéré comme tel*. Il ajoute que la *lumiere* n'eſt point le feu ni aucune autre choſe corporele qui rayone du corps lumineux, & ſe tranſmet à travers le corps tranſparent, mais la ſeule préſence ou application du feu, ou de quelque autre corps lumineux, aux corps tranſparent.

Voilà le ſentiment d'Ariſtote ſur la *lumiere*; ſentiment que ſes ſectateurs ont mal compris, & au lieu duquel ils lui en ont donné un autre très-différent, imaginant que la *lumiere* & les couleurs étoient de vraies qualités des corps lumineux & colorés, ſemblables à tous égards aux ſenſations qu'elles excitent en nous; & ajoutant que les objets lumineux & colorés ne pouvoient produire des ſenſations en nous, qu'ils n'euſſent en eux-mêmes quelque choſe de ſemblable, puiſque *nihil dat quod in ſe non habet*. *Voyez* QUALITÉ.

Mais le ſophiſme eſt évident: car nous ſentons qu'une aiguille qui nous pique nous fait du mal, & perſone n'imaginera que ce mal eſt dans l'aiguille. Au reſte, on ſe convaincra encore plus évidemment, au moyen d'un priſme de verre, qu'il n'y a aucune reſſemblance néceſſaire entre les qualités des objets, & les ſenſations qu'ils produiſent. Ce priſme nous repréſente le bleu, le jaûne, le rouge, & d'autres couleurs très-vives, ſans qu'on puiſſe dire néanmoins qu'il y ait en lui rien de ſemblable à ces ſenſations.

Les Cartéſiens ont aprofondi cette idée. Ils avouent que la *lumiere* telle qu'elle exiſte dans les corps lumineux, n'eſt autre choſe que la puiſſance ou faculté d'exciter en nous une ſenſation de

Digitized by Google

clarté très-vive ; ils ajoutent que ce qui eſt requis pour la perception de la *lumiere*, c'eſt que nous ſoyons formés de façon à pouvoir recevoir ces ſenſations : que, dans les pores les plus cachés des corps tranſparens, il ſe trouve une matiere ſubtile, qui, à raiſon de ſon extrême petiteſſe, peut en même temps pénétrer ce corps, & avoir cependant aſſez de force pour ſecouer & agiter certaines fibres placées au fond de l'œil ; enfin que cette matiere pouſſée par ce corps lumineux, porte ou communique l'action qu'il exerce ſur elle, juſqu'à l'origine de la vue.

La *lumiere* premiere conſiſte donc ſelon eux en un certain mouvement des particules du corps lumineux, au moyen duquel ces particules peuvent pouſſer en tout ſens la matiere ſubtile qui remplit les pores des corps tranſparens.

Les petites parties de la matiere ſubtile ou du premier élément étant ainſi agitées, pouſſent & preſſent en tout ſens les petits globules durs du ſecond élément, qui les environent de tous côtés, & qui ſe touchent. M. Deſcartes ſuppoſe que ces globules ſont durs, & qu'ils ſe touchent, afin de pouvoir tranſmettre en un inſtant l'action de la *lumiere* juſqu'à nos ieux ; car ce philoſophe croyoit que le mouvement de la *lumiere* étoit inſtantanée.

La *lumiere* eſt donc un effort au mouvement, ou une tendance de cette matiere à s'éloigner en droite ligne du centre du corps lumineux ; & ſelon Deſcartes l'impreſſion de la *lumiere* ſur nos ieux, par le moyen de ces globules, eſt à peu près ſemblable à celle que les corps étrangers font ſur la main d'un aveugle par le moyen de ſon bâton. Cette derniere idée a été employée depuis par un grand nombre de philoſophes, pour expliquer différens phénomenes de la viſion ; & c'eſt preſque tout ce qui reſte aujourd'hui du ſyſtême de Deſcartes, ſur la *lumiere*. Car en premier lieu la *lumiere*, comme nous le ferons voir plus bas, emploie un certain temps, quoique très-court, à ſe répandre ; & ainſi ce philoſophe s'eſt trompé, en ſuppoſant qu'elle étoit produite par la preſſion d'une ſuite de globules durs. D'ailleurs ſi les particules des rayons de *lumiere* étoient des globules durs, elles ne pouroient ſe réfléchir de maniere que l'angle de réflexion fût égal à l'angle d'incidence. Cette propriété n'appartient qu'aux corps parfaitement élaſtiques. Un corps dur qui vient fraper perpendiculairement un plan, perd tout ſon mouvement, & ne ſe réfléchit point. Il ſe réfléchit au contraire dans cette même perpendiculaire, s'il eſt élaſtique ; ſi ce corps vient fraper le plan obliquement, & qu'il ſoit dur, il perd par la rencontre du plan tout ce qu'il avoit de mouvement perpendiculaire, & ne fait plus après le choc, que gliſſer parallélement au plan : ſi au contraire le corps eſt élaſtique, il reprend en arriere en vertu de ſon reſſort, tout ſon mouvement perpendiculaire, & ſe réfléchit par un angle égal à l'angle d'incidence. *Voyez* RÉFLEXION. *Voyez auſſi* MATIERE SUBTILE.

Le P. Malebranche déduit l'explication de la *lumiere*, d'une analogie qu'il ſuppoſe avec le ſon. On convient que le ſon eſt produit par les vibrations des parties inſenſibles du corps ſonore. Ces vibrations ont beau être plus grandes ou plus petites, c'eſt-à-dire, ſe faire dans de plus grands ou de plus petits arcs de cercle, ſi, mal-gré cela, elles font d'une même durée, elles ne produiront en ce cas dans nos ſenſations, d'autre différence que celle du plus ou moins grand degré de force ; au lieu que ſi elles ont différentes durées, c'eſt-à-dire, ſi un des corps ſonores fait dans un même temps plus de vibrations qu'un autre, les deux ſons différeront alors en eſpece, & on diſtinguera deux différens tons, les vibrations promptes formant les tons aigus, & les plus lentes les tons graves. *Voyez* SON AIGU & GRAVE.

Le P. Malebranche ſuppoſe qu'il en eſt de même de la *lumiere* & des couleurs. Toutes les parties du corps lumineux ſont, ſelon lui, dans un mouvement rapide ; & ce mouvement produit des pulſations très-vives dans la matiere ſubtile qui le trouve entre le corps lumineux & l'œil ; ces pulſations ſont appelées par le P. Malebranche, *vibration de preſſion*. Selon que ces vibrations ſont plus ou moins grandes, le corps paroît plus ou moins lumineux ; & ſelon qu'elles ſont plus promptes ou plus lentes, le corps paroîtra de telle ou telle couleur.

Ainſi, on voit que le P. Malebranche ne fait autre choſe que de ſubſtituer aux globules durs de Deſcartes, de petits tourbillons de matiere ſubtile. Mais indépendamment des objections générales qu'on peut oppoſer à tous les ſyſtêmes qui font conſiſter la *lumiere* dans la preſſion d'un fluide, objections qu'on trouvera expoſées dans la ſuite de cet article ; on peut voir à *l'article* TOURBILLON, les difficultés juſqu'ici inſurmontables, que l'on a faites contre l'exiſtence des tourbillons tant grands que petits.

M. Huyghens croyant que la grande viteſſe de la *lumiere*, & la déciſſation ou le croiſement des rayons ne pouvoit s'accorder avec le ſyſtême de l'émiſſion des corpuſcules lumineux, a imaginé un autre ſyſtême qui fait encore conſiſter la propagation de la *lumiere* dans la preſſion d'un fluide. Selon ce grand géometre, comme le ſon s'étend tout à l'entour du lieu où il a été produit par un mouvement qui paſſe ſucceſſivement d'une partie de l'air à l'autre, & que cette propagation ſe fait par des ſurfaces ou ondes ſphériques, à cauſe que l'extenſion de ce mouvement eſt également prompte de tous côtés ; de même il n'y a point de doute ſelon lui, que la *lumiere* ne ſe tranſmette du corps lumineux juſqu'à nos ieux, par le moyen de quelque fluide intermédiaire, & que ce mouvement ne s'étende par des ondes ſphériques ſemblables à celles qu'une pierre excite dans l'eau quand on l'y jete.

M. Huyghens déduit de ce ſyſtême, d'une maniere fort ingénieuſe, les différentes propriétés

Digitized by Google

de la *lumiere*, les loix de la réflexion, & de la réfraction, *&c.* mais ce qu'il paroît avoir le plus de peine à expliquer, & ce qui eſt en effet le plus difficile dans cette hypotheſe, c'eſt la propagation de la *lumiere* en ligne droite. En effet, M. Huyghens compare la propagation de la *lumiere* à celle du ſon : pourquoi donc la *lumiere* ne ſe propage-t-elle pas en tout ſens comme le ſon ? l'auteur fait voir aſſez bien que l'action ou la preſſion de l'onde lumineuſe doit être la plus forte dans l'endroit où cette onde eſt coupée par une ligne menée du corps lumineux ; mais il ne ſuffit pas de prouver que la preſſion ou l'action de la *lumiere* en ligne droite eſt plus forte qu'en aucun autre ſens, il faut encore démontrer qu'elle n'exiſte que dans ce ſens-là ; c'eſt ce que l'expérience nous prouve, & ce qui ne ſuit point du ſyſtême de M. Huyghens.

Selon M. Newton, la *lumiere* premiere, c'eſt-à-dire, la faculté par laquelle un corps eſt lumineux, conſiſte dans un certain mouvement des particules du corps lumineux, non que ces particules pouſſent une certaine matiere fictice qu'on imaginerait placée entre le corps lumineux & l'œil, & logée dans les pores des corps tranſparens ; mais parce qu'elles ſe lancent continuellement du corps lumineux qui les darde de tous côtés avec beaucoup de force ; & la *lumiere* ſecondaire, c'eſt-à-dire, l'action par laquelle le corps produit en nous la ſenſation de clarté, conſiſte ſelon le même auteur non dans un effort au mouvement, mais dans le mouvement réel de ces particules qui s'éloignent de tous côtés du corps lumineux en ligne droite, & avec une viteſſe preſqu'incroyable.

En effet, dit M. Newton, ſi la *lumiere* conſiſtoit dans une ſimple preſſion ou pulſation, elle ſe répandroit dans un même inſtant aux plus grandes diſtances ; or nous voyons clairement le contraire par les phénomenes des éclipſes des ſatellites de jupiter. En effet, lorſque la terre approche de jupiter, les immerſions des ſatellites de cette planete anticipent un peu ſur le temps vrai, ou commencent plutôt ; au lieu que lorſque la terre s'éloigne de jupiter, leurs émerſions arivent de plus en plutard, s'éloignant beaucoup dans les deux cas du temps marqué par les tables.

Cette déviation qui a *été* obſervée d'abord par M. Roemer, & enſuite par d'autres aſtronomes, ne ſauroit avoir pour cauſe l'excentricité de l'orbite de jupiter ; mais elle provient ſelon toute apparence, de ce que la *lumiere* ſolaire que les ſatellites nous réfléchiſſent, a dans un cas plus de chemin à faire que dans l'autre, pour parvenir du ſatellite à nos ieux : ce chemin eſt le diametre de l'orbe annuel de la terre. *Voyez* SATELLITE.

Deſcartes, qui n'avoit pas une aſſez grande quantité d'expériences, avoit cru trouver dans les éclipſes de lune, que le mouvement de la *lumiere* étoit inſtantanée. Si la *lumiere*, dit-il, demande du temps, par exemple une heure pour traverſer l'eſpace qui eſt entre la terre & la lune, il s'enſuivra que la terre étant parvenue au point de ſon orbite où elle ſe trouve entre la lune & le ſoleil, l'ombre qu'elle cauſe, ou l'interruption de la *lumiere* ne ſera pas encore parvenue à la lune, mais il n'y arivera qu'une heure après, ainſi, la lune ne ſera obſcurcie qu'une heure après que la terre aura paſſé par la conjonction avec la lune : mais cet obſcurciſſement ou interruption de *lumiere* ne ſera vu de la terre qu'une heure après. Voilà donc une éclipſe qui ne paroîtroit commencer que deux heures après la conjonction, & lorſque la lune ſeroit déja éloignée de l'endroit de l'écliptique qui eſt oppoſé au ſoleil. Or toutes les obſervations ſont contraires à cela.

Il eſt viſible qu'il ne réſulte autre choſe de ce raiſonement, ſinon que la *lumiere* n'emploie pas une heure à aller de la terre à la lune, ce qui eſt vrai ; mais ſi la *lumiere* n'emploie que 7 minutes à venir du ſoleil juſqu'à nous, comme les obſervations des ſatellites de jupiter le font connoître ; elle emploira beaucoup moins d'une minute à venir de la terre à la lune, & de la lune à la terre, & alors il ſera difficile de s'apercevoir d'une ſi petite quantité dans les obſervations aſtronomiques.

J'ai cru devoir raporter cette objection pour montrer que ſi Deſcartes s'eſt trompé ſur le mouvement de la *lumiere*, au moins il avoit imaginé le moyen de s'aſſurer du temps que la *lumiere* met à parcourir un certain eſpace. Il eſt vrai que la lune étant trop proche de nous, les éclipſes de cette planete ne peuvent ſervir à décider la queſtion, mais il y a apparence que ſi les ſatellites de jupiter euſſent été mieux connus alors, ce philoſophe auroit changé d'avis ; & on doit le regarder comme le premier auteur de l'idée d'employer les obſervations des ſatellites, pour prouver le mouvement de la *lumiere*.

La découverte de l'aberration des étoiles fixes, faite il y a 20 ans par M. Bradley, a fourni une nouvele preuve du mouvement ſucceſſif de la *lumiere*, & cette preuve s'acorde parfaitement avec celle qu'on tire des éclipſes des ſatellites. *Voyez* ABERRATION.

La *lumiere* ſemblable à cet égard aux autres corps, ne ſe meut donc pas en un inſtant. M. Roemer & M. Newton ont mis hors de doute par le calcul des éclipſes des ſatellites de jupiter, que la *lumiere* du ſoleil emploie près de ſept minutes à parvenir à la terre, c'eſt-à-dire, à parcourir un eſpace de plus de 33, 000, 000, de lieues, viteſſe 10, 000, 000 fois plus grande que celle du boulet qui ſort d'un canon.

De plus, ſi la *lumiere* conſiſtoit dans une ſimple preſſion, elle ne ſe répandroit jamais en droite ligne ; mais l'ombre la feroit continuellement fléchir dans ſon chemin. Voici ce que dit là-deſ-

Digitized by Google

ſus M. Newton : „ Une preſſion exercée ſur un „ milieu fluide, c'eſt-à-dire, un mouvement com- „ muniqué par un tel milieu au delà d'un obſta- „ cle qui empêche en partie le mouvement du „ milieu, ne peut point être continué en ligne „ droite, mais doit ſe répandre de tous côtés „ dans le milieu en repos par-delà l'obſtacle. La „ force de la gravité tend en en-bas, mais la „ preſſion de l'eau qui en eſt la ſuite, tend éga- „ lement de tous côtés, & ſe répand avec autant „ de facilité & autant de force dans des courbes „ que dans des droites ; les ondes qu'on voit ſur „ la ſurface de l'eau lorſque quelques obſtacles en „ empêchent le cours, ſe fléchiſſent en ſe répan- „ dant toujours & par degré dans l'eau qui eſt „ en repos, & par-delà l'obſtacle. Les ondula- „ tions, pulſations, ou vibrations de l'air, dans „ leſquelles conſiſte le ſon, ſubiſſent auſſi des in- „ flexions, & le ſon ſe répand auſſi facilement „ dans des tubes courbes, par exemple dans un „ ſerpent, qu'en ligne droite „ ; or on n'a jamais vu la *lumiere* ſe mouvoir en ligne courbe ; les rayons de *lumiere* ſont donc de petits corpuſcules qui s'élancent avec beaucoup de viteſſe du corps lumineux. Sur quoi *voyez l'article* ÉMISSION.

Quant à la force prodigieuſe avec laquelle il faut que ces corpuſcules ſoient dardés pour pouvoir ſe mouvoir ſi vîte, qu'ils parcourent juſqu'à plus de 3,000,000 lieues par minutes, écoutons là-deſſus le même auteur : „ Les corps qui ſont „ de même genre, & qui ont les mêmes vertus, „ ont une force attractive, d'autant plus grande „ par raport à leur volume, qu'ils ſont plus pe- „ tits. Nous voyons que cette force a plus d'éner- „ gie dans les petits aimans que dans les grands, „ eu égard à la différence des poids ; & la rai- „ ſon en eſt, que les parties des petits aimans „ étant plus proches les unes des autres, elles „ ont par-là plus de facilité à unir intimement „ leur force, & à agir conjointement ; par cette „ raiſon, les rayons de *lumiere* étant les plus „ petits de tous les corps, leur force attractive „ ſera du plus haut degré, eu égard à leur vo- „ lume ; & on peut en effet conclure des regles „ ſuivantes, combien cette attraction eſt forte. „ L'attraction d'un rayon de *lumiere*, eu égard „ à ſa quantité de matiere eſt à la gravité qu'a „ un projectile, eu égard auſſi à ſa quantité de „ matiere, en raiſon compoſée de la viteſſe du „ rayon, à celle du projectile, & de la cour- „ bure de la ligne que le rayon décrit dans la „ réfraction, à la courbure de la ligne que le „ projectile décrit auſſi de ſon côté ; pourvu ce- „ pendant que l'inclinaiſon du rayon ſur la ſur- „ face réfractante, ſoit la même que celle de la „ direction du projectile ſur l'horizon. De cette „ proportion il s'enſuit que l'attraction des rayons „ de *lumiere* eſt plus que 1,000,000,000, „ 000,000, fois plus grande que la gravité des „ corps, ſur la ſurface de la terre, eu égard à la „ quantité de matiere du rayon &. des corps „ terreſtres, & en ſuppoſant que la *lumiere* „ vienne du ſoleil à la terre en 7 minutes de „ temps „.

Rien ne montre mieux la diviſibilité des parties de la matiere, que la petiteſſe des parties de la *lumiere*. Le docteur Nieuwentit a calculé qu'un pouce de bougie, après avoir été converti en *lumiere*, ſe trouve avoir été diviſé par-là en un nombre de parties exprimé par le chifre 269,617, 040, ſuivi de quarante zéros, ou, ce qui eſt la même choſe, qu'à chaque ſeconde que la bougie brûle, il en doit ſortir un nombre de parties exprimé par le chifre 418,660, ſuivi de trente-neuf zéros, nombre beaucoup plus que mille millions de fois plus grand que celui des ſables que pouroit contenir la terre entiere en ſuppoſant qu'il tiene cent parties de ſable dans la longueur d'un pouce.

L'expanſion ou l'étendue de la propagation des parties de la *lumiere* eſt inconcevable : le docteur Hook montre qu'elle n'a pas plus de bornes que l'univers, & il le prouve par la diſtance immenſe de quelques étoiles fixes, dont la *lumiere* eſt cependant ſenſible à nos ieux au moyen d'un téleſcope. Ce ne ſont pas ſeulement, ajoute-t-il, les grands corps du ſoleil & des étoiles qui ſont capables d'envoyer ainſi leur *lumiere* juſqu'aux points les plus reculés des eſpaces immenſes de l'univers, il en peut être de même de la plus petite étincele d'un corps lumineux, du plus petit globule qu'une pierre à fuſil aura détaché de l'acier.

Le Docteur s'Graveſande prétend que les corps lumineux ſont ceux qui dardent le feu, ou qui donnent un mouvement au feu en droite ligne ; & il fait conſiſter la différence de la *lumiere* & de la chaleur, en ce que pour produire la *lumiere*, il faut, ſelon lui, que les particules ignées viennent fraper les ieux, & y entrent en ligne droite, ce qui n'eſt pas néceſſaire pour la chaleur. Au contraire, le mouvement irrégulier ſemble plus propre à la chaleur ; c'eſt ce qui paroît par les rayons qui viennent directement du ſoleil au ſommet des montagnes, leſquels n'y font pas à beaucoup près autant d'effet, que ceux qui ſe font ſentir dans les vallées, & qui ont auparavant été agités d'un mouvement irrégulier par pluſieurs réflexions.

On demande s'il peut y avoir de la *lumiere* ſans chaleur, ou de la chaleur ſans *lumiere* ; nos ſens ne peuvent décider ſuffiſamment cette queſtion, la chaleur étant un mouvement qui eſt ſuſceptible d'une infinité de degrés, & la *lumiere* une matiere qui peut être infiniment rare & foible ; à quoi il faut ajouter qu'il n'y a point de chaleur qui nous ſoit ſenſible, ſans avoir en même temps plus d'intenſité que celle des organes de nos ſens.

M. Newton obſerve que les corps & les rayons de *lumiere* agiſſent continuélement les uns ſur les autres ; les corps ſur les rayons de *lumiere*, en les lançant,

Digitized by Google

lançant, les réfléchissant, & les réfractant ; & les rayons de *lumiere* sur les corps, en les échaufant, & en donnant à leurs parties un mouvement de vibration dans lequel consiste principalement la chaleur : car il remarque encore que tous les corps fixes lorsqu'ils ont été échaufés au delà d'un certain degré, deviennent lumineux, qualité qu'ils paroissent devoir au mouvement de vibrations de leurs parties ; & enfin, que tous les corps qui abondent en parties terrestres & sulfureuses, donnent de la *lumiere* s'ils sont suffisament agités de quelque maniere que ce soit. Ainsi, la mer devient lumineuse dans une tempête ; le vif-argent lorsqu'il est secoué dans le vide ; les chats & les chevaux, lorsqu'on les frote dans l'obscurité ; le bois, le poisson & la viande, lorsqu'ils sont pourris. *Voyez* PHOSPHORE.

Hawksbée nous a fourni une grande variété d'exemples de la production artificiele de la *lumiere* par l'attrition des corps qui ne sont pas naturellement lumineux, comme de l'ambre froté sur un habit de laine, du verre sur une étofe de laine, du verre sur du verre, des écailles d'huitres sur une étofe de laine, & de l'étofe de laine sur une autre, le tout dans le vide.

Il fait sur la plupart de ces expériences les réflexions suivantes, que différentes sortes de corps donnent diverses sortes de *lumieres*, qui different soit en couleur, soit en force ; qu'une même attrition a divers effets, selon les différentes préparations des corps qui la soufrent, ou la différente maniere de les froter, & que les corps qui ont donné une certaine *lumiere* en particulier, peuvent être rendus par la friction incapables d'en donner davantage de la même espece.

M. Bernoulli a trouvé par expérience que le mercure amalgamé avec l'étain, & froté sur un verre, produisoit dans l'air une grande *lumiere*, que l'or froté sur un verre en produisoit aussi & dans un plus grand degré ; enfin que de toutes ces especes de *lumieres* produites artificiélement, la plus parfaite étoit celle que donnoit l'attrition d'un diamant, laquelle est aussi vive que celle d'un charbon qu'on soufle fortement. *Voyez* DIAMANT, & ÉLECTRICITÉ.

M. Boyle parle d'un morceau de bois pourri & brillant, dont la *lumiere* s'éteignit lorsqu'on en eut fait sortir l'air, mais qui redevint de nouveau brillant comme auparavant, lorsqu'on y eut fait rentrer l'air. Or il ne paroît pas douteux que ce ne fût-là une flamme réelle, puisqu'ainsi que la flamme ordinaire, elle avoit besoin d'air pour s'entretenir ou se conserver. *Voyez* PHOSPHORE.

L'attraction des particules de la *lumiere* par les autres corps, est une vérité que des expériences innombrables ont rendue évidente. M. Newton a observé le premier ce phénomene ; il a trouvé par des observations répétées, que les rayons de *lumiere* dans leur passage près des bords des corps, soit opaques, soit transparens, comme des morceaux de métal, des tranchans de lames de couteaux, des verres cassés, &c. sont détournés de la ligne droite. *Voyez* DIFFRACTION.

Cette action des corps sur la *lumiere* s'exerce à une distance sensible, quoiqu'elle soit toujours d'autant plus grande, que la distance est plus petite ; c'est ce qui paroît clairement dans le passage d'un rayon entre les bords de deux plaques minces à différentes ouvertures. Les rayons de *lumiere* lorsqu'ils passent du verre dans le vide, ne sont pas seulement fléchis ou pliés vers le verre ; mais s'ils tombent trop obliquement, ils retournent alors vers le verre, & sont entiérement réfléchis.

On ne sauroit attribuer la cause de cette réflexion à aucune résistance du vide ; mais il faut convenir qu'elle procede entiérement de quelque force ou puissance qui réside dans le verre, par laquelle il attire & fait retourner en-arriere les rayons qui l'ont traversé, & qui sans cela passeroient dans le vide. Une preuve de cette vérité, c'est que si vous frotez la surface postérieure du verre avec de l'eau, de l'huile, du miel, ou une dissolution de vif-argent, les rayons qui sans cela auroient été réfléchis, passeront alors dans cette liqueur & au travers ; ce qui montre aussi que les rayons ne sont pas encore réfléchis tant qu'ils ne sont pas parvenus à la seconde surface du verre ; car si à leur arrivée sur cette surface, ils tomboient sur un des milieux dont on vient de parler, alors ils ne seroient plus réfléchis, mais ils continueroient leur premiere route, l'attraction du verre se trouvant en ce cas contre-balancée par celle de la liqueur. De cette attraction mutuele entre les particules de la *lumiere*, & celles des autres corps, naissent deux autres grands phénomenes qui sont la réflexion & la réfraction de la *lumiere*. On sait que la direction du mouvement d'un corps, change nécessairement s'il se rencontre obliquement dans son chemin quelque autre corps ; ainsi, la *lumiere* venant à tomber sur la surface des corps solides, il paroîtroit par cela seul qu'elle devroit être détournée de sa route, & renvoyée ou réfléchie de façon que son angle de réflexion fût égal, (comme il arive dans la réflexion des autres corps) à l'angle d'incidence ; c'est aussi ce que fait voir l'expérience, mais la cause en est différente de celle dont nous venons de faire mention. Les rayons de *lumiere* ne sont pas réfléchis en heurtant contre les parties des corps mêmes qui les réfléchissent, mais par quelques puissances répandues également sur toute la surface des corps, & par laquelle les corps agissent sur la *lumiere*, soit en l'attirant, soit en la repoussant, mais toujours sans contact : cette puissance est la même par laquelle dans d'autres circonstances les rayons sont réfractés. *Voyez* RÉFLEXION & RÉFRACTION.

M. Newton prétend que tous les rayons qui sont réfléchis par un corps ne touchent jamais le corps ; quoiqu'à la vérité ils en approchent beaucoup. Il prétend encore que les rayons qui parvienent réellement aux parties solides du corps s'y attachent, & sont comme éteints & perdus. Si

l'on demande comment il arive que tous les rayons ne soient pas réfléchis à la fois par toute la surface, mais que tandis qu'il y en a qui sont réfléchis, d'autres passent à travers, & soient rompus :

Voici la réponse que M. Newton imagine qu'on peut faire à cette question. Chaque rayon de *lumiere* dans son passage à travers une surface capable de le briser, est mis dans un certain état transitoire, qui dans le progrès du rayon se renouvele à intervalles égaux ; or à chaque renouvellement le rayon se trouve disposé à être facilement transmis à travers la prochaine surface réfractante. Au contraire, entre deux renouvelemens consécutifs, il est disposé à être aisément réfléchi : & cette alternative de réflexions & de transmissions, paroît pouvoir être occasionée par toutes sortes de surfaces & à toutes les distances. M. Newton ne cherche pas par quel genre d'action ou de disposition ce mouvement peut être produit ; s'il consiste dans un mouvement de circulation ou de vibration, soit des rayons, soit du milieu, ou en quelque chose de semblable ; mais il permet à ceux qui aiment les hypotheses, de supposer que les rayons de *lumiere* lorsqu'ils viennent à tomber sur une surface réfringente ou réfractante, excitent des vibrations dans le milieu réfringent ou réfractant, & que par ce moyen ils agitent les parties solides du corps. Ces vibrations ainsi répandues dans le milieu, pourront devenir plus rapides que le mouvement du rayon lui-même ; & quand quelque rayon parviendra au corps dans ce moment de la vibration, où le mouvement qui forme celle-ci, conspirera avec le sien propre, sa vitesse en sera augmentée, de façon qu'il passera aisément à travers de la surface réfractante ; mais s'il arive dans l'autre moment de la vibration, dans celui où le mouvement de vibration est contraire au sien propre, il sera aisément réfléchi ; d'où s'ensuivent à chaque vibration des dispositions successives dans les rayons, à être réfléchis ou transmis. Il appele *accès de facile réflexion*, le retour de la disposition que peut avoir le rayon à être réfléchi, & *accès de facile transmission*, le retour de la disposition à être transmis ; & enfin, *intervalle des accès*, l'espace de temps compris entre les retours. Cela posé, la raison pour laquelle les surfaces de tous les corps épais & transparens réfléchissent une partie des rayons de *lumiere* qui y tombent & en réfractent le reste, c'est qu'il y a des rayons qui, au moment de leur incidence sur la surface du corps, se trouvent dans des accès de réflexion faciles, & d'autres qui se trouvent dans des accès de transmission facile.

Nous avons déja remarqué à l'article COULEUR, que cette théorie de M. Newton, quelque ingénieuse qu'elle soit, est encore bien éloignée du degré d'évidence nécessaire pour satisfaire l'esprit sur les propriétés de la *lumiere* réfléchie. *Voyez* RÉFLEXION & MIROIR.

Un rayon de *lumiere*, qui passe d'un milieu dans un autre de différente densité, & qui, dans son passage, se meut dans une direction oblique à la surface qui sépare les deux milieux, sera réfracté ou détourné de son chemin, parce que les rayons sont plus fortement attirés par un milieu plus dense que par un plus rare. *Voyez* RÉFRACTION.

Les rayons ne sont point réfractés en heurtant contre les parties solides des corps, & le font au contraire sans aucun contact, & par la même force par laquelle ils sont réfléchis, laquelle s'exerce différemment en différentes circonstances. Cela se prouve à peu près par les mêmes argumens qui prouvent que la réflexion se fait sans contact.

Pour les propriétés de la *lumiere* rompue ou réfractée, *voyez* RÉFRACTION & LENTILLE.

On observe dans le cristal d'Islande, une espece de double réfraction très-différente de celle qu'on remarque dans tous les autres corps. *Voyez à l'article* CRYSTAL D'ISLANDE, le détail de ce phénomene, & les conséquences que M. Newton en a tirées.

M. Newton ayant observé que l'image du soleil projetée sur le mur d'une chambre obscure par les rayons de cet astre, & transmise à travers un prisme, étoit cinq fois plus longue que large, se mit à rechercher la raison de cette disproportion ; & d'expérience en expérience, il découvrit que ce phénomene provenoit de ce que quelques-uns des rayons de *lumiere* étoient plus réfractés que d'autres, & que cela suffisoit pour qu'ils représentassent l'image du soleil alongée. *Voyez* PRISME.

De là il en vint à conclure, que la *lumiere* elle-même est un mélange hétérogene de rayons différemment réfrangibles, ce qui lui fit distinguer la *lumiere* en deux especes ; celle dont les rayons sont également réfrangibles, qu'il appela *lumiere homogene*, *similaire* ou *uniforme* ; & celle dont les rayons sont inégalement réfrangibles, qu'il appela *lumiere hétérogene*. *Voyez* RÉFRANGIBILITÉ.

Il n'a trouvé que trois affections par lesquelles les rayons de *lumiere* différassent les uns des autres ; savoir, la réfrangibilité, la réflexibilité & la couleur ; or les rayons qui conviennent entr'eux en réfrangibilités, conviennent aussi dans les autres affections, d'où il s'enfuit qu'ils peuvent à cet égard être regardés comme homogenes, quoiqu'à d'autres égards, ils pouroient être hétérogenes.

Il appele de plus, *couleurs homogenes*, celles qui sont représentées par une *lumiere* homogene, & *couleurs hétérogenes*, celles qui sont produites par une *lumiere* hétérogene. Ces définitions expliquées, il en déduit plusieurs propositions. En premier lieu, que la *lumiere* du soleil consiste en des rayons qui différent les uns des autres par des degrés indéfinis de réfrangibilités. Secondement, que les rayons qui different en réfrangibilité, différeront aussi à proportion dans les couleurs qu'ils représenteront lorsqu'ils auront été séparés les uns des autres. Troisiémement, qu'il

Digitized by Google

y a autant de couleurs ſimples & homogenes, que de degrés de réfrangibilité, car à chaque degré différent de réfrangibilité, répond une couleur différente.

Quatriémement, que la blancheur ſemblable à celle de la *lumiere* immédiate du ſoleil, eſt un compoſé de ſept couleurs primitives. *Voy.* COULEUR.

Cinquiémement, que les rayons de *lumiere* ne ſoufrent aucunes altérations dans leurs qualités par la réfraction.

Sixiémement, que la réfraction ne ſauroit décompoſer la *lumiere* en couleurs qui n'y auroient pas été mêlées auparavant, puiſque la réfraction ne change pas les qualités des rayons, mais qu'elle ſépare ſeulement les uns des autres ceux qui ont différentes qualités, par le moyen de leurs différentes réfrangibilités.

Nous avons déja obſervé que les rayons de *lumiere* ſont compoſés de parties diſſimilaires ou hérérogenes y en ayant probablement de plus grandes les unes que les autres. Or plus ces parties ſont petites, plus elles ſont réfrangibles, c'eſt-à-dire, plus il eſt facile qu'elles ſe détournent de leur cours rectiligne. De plus, nous avons encore fait remarquer que les parties qui différoient en réfrangibilité, & par conſéquent en volume, différoient en même temps en couleur.

De là on peut déduire toute la théorie des couleurs. *Voyez* COULEUR.

L'académie royale des ſciences de Paris, ayant propoſé pour le ſujet du prix de 1736, la queſtion de la propagation de la *lumiere*, M. Jean Bernoulli le fils, docteur en Droit, compoſa à ce ſujet une diſſertation qui remporta le prix. Le fond du ſyſtême de cet auteur eſt celui du pere Malebranche, avec cette ſeule différence que M. Bernoulli ajoute aux petits tourbillons des petits globules durs ou ſolides, répandus çà & là, ſelon lui, dans l'eſpace que les petits tourbillons occupent. Ces petits globules, quoiqu'éloignés aſſez conſidérablement les uns des autres, par raport à leur petiteſſe, ſe trouvent en grand nombre dans la plus petite ligne droite ſenſible. Ces petits corps demeureront toujours en repos, étant comprimés de tous côtés. Mais ſi on conçoit que les particules d'un corps lumineux, agitées en tout ſens avec beaucoup de violence, frapent ſuivant quelque direction, les tourbillons environans; ces tourbillons ainſi condenſés, chaſſeront le corpuſcule le plus voiſin; celui-ci comprimera de même les tourbillons ſuivans, juſqu'au ſecond corpuſcule, &c. Cette compreſſion étant achevée, les tourbillons reprendront leur premier état, & feront une vibration en ſens contraire, puis ils feront chaſſés une ſeconde fois, & feront ainſi des oſcillations, par le moyen deſquelles la *lumiere* ſe répandra. M. Bernoulli déduit de cette explication pluſieurs phénomenes de la *lumiere*; & les recherches mathématiques dont ſa piece eſt remplie ſur la preſſion des fluides élaſtiques, la rendent fort inſtructive & fort intéreſſante à cet égard. C'eſt ſans doute ce qui lui a mérité le glorieux ſuffrage de l'académie; car le fond du ſyſtême de cet auteur eſt d'ailleurs ſujet à toutes les difficultés ordinaires contre le ſyſtême de la propagation de la *lumiere* par preſſion. Le ſyſtême de ceux qui, avec M. Newton, regardent un rayon de *lumiere* comme une file de corpuſcules émanés du corps lumineux, ne peut être attaqué que par les deux objections ſuivantes. 1°. On demande comment dans cette hypotheſe, les rayons de *lumiere* peuvent ſe croiſer ſans ſe nuire. A cela on peut répondre, que les rayons qui nous paroiſſent parvenir à nos ieux en ſe croiſant, ne ſe croiſent pas réellement, mais paſſent l'un au deſſus de l'autre, & ſont cenſés ſe croiſer à cauſe de leur extrême fineſſe. 2°. On demande comment le ſoleil n'a point perdu ſenſiblement de ſa ſubſtance, depuis le temps qu'il envoie continuellement de la matiere lumineuſe hors de lui. On peut répondre que non ſeulement cette matiere eſt renvoyée en partie au ſoleil par la réflexion des planetes, & que les cometes qui approchent fort de cet aſtre, ſervent à le réparer par les exhalaiſons qui en ſortent; mais encore que la matiere de la *lumiere* eſt ſi ſubtile, qu'un pouce cube de cette matiere ſuffit peut-être pour éclairer l'univers par pluſieurs ſiecles. En effet, on démontre aiſément, qu'étant donnée une ſi petite portion de matiere qu'on voudra, on peut diviſer cette portion de matiere en parties ſi minces, que ces parties rempliront un eſpace donné, en conſervant entr'elles des intervalles moindres que $\frac{1}{100000}$, *&c.* de ligne. *Voyez* dans l'introduction *ad veram Phyſicam* de Keill, le chapitre de la diviſibilité de la matiere. C'eſt pourquoi une portion de matiere lumineuſe, ſi petite qu'on voudra, ſuffit pour remplir pendant des ſiecles un eſpace égal à l'orbite de ſaturne. Il eſt vrai que l'imagination ſe révolte ici; mais l'imagination ſe révolte en vain contre des vérités démontrées. *Voyez* DIVISIBILITÉ. (*Chambers.*)

Il eſt certain, d'une part, que l'opinion de Deſcartes & de ſes partiſans, ſur la propagation de la *lumiere*, ne peut ſe concilier avec les loix connues de l'Hydroſtatique; & il ne l'eſt pas moins de l'autre, que les émiſſions continueles lancées des corps lumineux, ſuivant Newton & ſes partiſans, étraient l'imagination. D'ailleurs il n'eſt pas facile d'expliquer (même dans cette derniere hypotheſe) pourquoi la *lumiere* ceſſe tout-d'un-coup dès que le corps lumineux diſparoît, puiſqu'un moment après que ce corps a diſparu, les corpuſcules qu'il a lancés, exiſtent encore autour de nous, & doivent conſerver encore une grande partie du mouvement prodigieux qu'ils avoient, étant lancés par ce corps juſqu'à nos ieux. Les deux opinions, il faut l'avouer, ne ſont démontrées ni l'une ni l'autre; & la plus ſage réponſe à la queſtion de la matiere & de la propagation de la *lumiere*, ſeroit peut-être de dire que nous n'en ſavons rien. Newton paroît,

Digitized by Google

avoir bien ſenti ces difficultés, lorſqu'il dit *de natura radiorum lucis, utrum ſint corpora nec ne, nihil omnino diſputamus*. Ces paroles ne ſemblent-elles pas marquer un doute ſi la *lumiere* eſt un corps? mais ſi elle n'en eſt pas un, qu'eſt-elle donc? tenons-nous-en donc aux aſſertions ſuivantes.

La *lumiere* ſe propage ſuivant une ligne droite d'une maniere qui nous eſt inconnue, & les lignes droites ſuivant leſquelles elle ſe propage, ſont nommées ſes rayons. Ce principe eſt le fondement de l'Optique. *Voyez* OPTIQUE & VISION.

Les rayons de *lumiere* ſe réfléchiſſent par un angle égal à l'angle d'incidence. *Voyez* RÉFLEXION & MIROIR. Ce principe eſt le fondement de toute la Catoptrique. *Voyez* CATOPTRIQUE.

Les rayons de *lumiere* qui paſſent d'un milieu dans un autre, ſe rompent de maniere que le ſinus d'incidence eſt au ſinus de réfraction en raiſon conſtante. Ce principe eſt le fondement de toute la Dioptrique. *Voyez* DIOPTRIQUE, RÉFRACTION, VERRE, LENTILLE, &c. Avec ces propoſitions bien ſimples, la théorie de la *lumiere* devient une ſcience purement géométrique, & on en démontre les propriétés ſans ſavoir ni en quoi elle conſiſte, ni comment ſe fait ſa propagation; à peu près comme le profeſſeur Saunderſon donnoit des leçons d'Optique quoiqu'il fût preſqu'aveugle de naiſſance. *Voyez* AVEUGLE. *Voyez auſſi* VISION.

LUMIERE, (*Aſtron.*): on dit équation de la *lumiere*. *Voyez* PROPAGATION.

Lumiere cendrée. *Voyez* LUNE.

Lumiere zodiacale. *Voyez* ZODIACALE.

LUMINAIRES, (*Aſtron.*); nom qu'on donne comme par excellence au ſoleil & à la lune, à cauſe de leur éclat extraordinaire & de la grande quantité de lumiere qu'ils nous envoient. Ce mot ſe trouve employé dans le premier chapitre de la Geneſe, où Moyſe dit que Dieu fit deux grands luminaires, *duo luminaria magna*, le ſoleil pour préſider au jour, & la lune pour préſider à la nuit.

LUNAISON, (*Aſtron.*); période ou eſpace de temps compris entre deux nouveles lunes conſécutives. *Voyez* LUNE.

LUNE, ſ. f. (*Aſtron.*); planete qui tourne en 27 jours autour de la terre, & qui, après le ſoleil, eſt le plus remarquable de tous les aſtres. La *lune* eſt un ſatellite de notre terre, vers laquelle elle ſe dirige toujours dans ſon mouvement, comme vers un centre, & dans le voiſinage de laquelle elle ſe trouve conſtamment, de façon que, ſi on la voyoit du ſoleil, elle ne paroîtroit jamais s'éloigner de nous d'un angle plus grand que dix minutes.

Les premiers phénomenes que les hommes apperçurent dans le mouvement de la *lune*, furent les changemens de figure, que nous appelons ſes *phaſes*. Après avoir diſparu pendant quelques jours, la lune commence à ſe montrer le ſoir du côté de l'occident, peu après le coucher du ſoleil, ſous la forme d'un filet de lumiere en arc, & qui s'appele *croiſſant*, parce qu'il croît en effet d'un jour à l'autre. Sa lumiere eſt foible, parce qu'elle eſt diminuée par l'éclat du crépuſcule. *Hévélius* n'a jamais obſervé la lune plutôt que 40 heures après ſa conjonction, ou 27 heures avant. Il ajoute que, ſi la *lune*, dans le premier cas, avoit eu une déclinaiſon plus ſeptentrionale, étant au nord de l'écliptique, & qu'elle eût été en même temps périgée & dans les ſignes aſcendans, on auroit pu la voir 24 heures après la conjonction; mais l'aſſemblage de ces trois circonſtances eſt rare; on n'apperçoit guere la *lune* que le ſecond jour après ſa conjonction, quoique Kepler ait dit qu'on pouvoit voir la *lune*, même en conjonction, lorſque la latitude eſt de 5 degrés (*Aſtron. pars Opt.* cap. 6, page 257); le croiſſant paroît donc le 2e ou le 3e jour du côté du couchant, & le ſoir à l'entrée de la nuit; ſes pointes ſont élevées & tournées à l'oppoſite du ſoleil; il devient un peu plus fort le lendemain, &, dans l'eſpace de cinq à ſix jours, il prend la forme d'un demi-cercle. La partie lumineuſe eſt alors terminée par une ligne droite; & nous diſons que la *lune* eſt dichotome (*Διχότομος*, *dimidiatus*), ou qu'elle eſt en quadrature, c'eſt ſon premier quartier.

Après avoir paru ſous la forme d'un demi-cercle lumineux, la *lune* continue de s'éloigner du ſoleil & d'augmenter en lumiere pendant 7 ou 8 jours; elle paroît alors tout-à-fait circulaire; ſon diſque eſt entier & lumineux; elle brille pendant toute la nuit, & c'eſt le jour de la *pleine lune*, ou de l'oppoſition: on la voit paſſer au méridien à minuit, & ſe coucher dès que le ſoleil ſe leve. Tout annonce alors qu'elle eſt directement oppoſée au ſoleil par raport à nous, & qu'elle brille parce que le ſoleil l'éclaire en face, & non pas de côté.

Après la pleine *lune*, arive le décours, qui donne les mêmes phaſes & les mêmes figures que nous venons d'indiquer en parlant de l'accroiſſement de la *lune*. Elle eſt d'abord ovale, puis dichotome; ou ſous la forme d'un demi-cercle, c'eſt le dernier quartier, autrefois *lune vieille*.

Bientôt le demi-cercle de la lumiere diminue, & prend la forme d'un croiſſant, qui devient chaque jour plus étroit, & dont les cornes ſont toujours du côté le plus éloigné du ſoleil, ou du côté du couchant, le ſoleil étant alors à l'orient de la *lune*, elle ſe trouve avoir fait le tour du ciel, & ſe raproche du ſoleil; on la voit ſe lever le matin, un peu avant le ſoleil, dans la même forme qu'elle avoit le premier jour de l'obſervation; elle ſe raproche du ſoleil, & ſe perd enfin dans ſes rayons; c'eſt ce qu'on appele la *nouvele lune*, ou la *conjonction*, autrefois la *néoménie* (Νέος, *novus*, Μήν, *menſis*), *luna ſilens*, ou *ſitiens*; on appeloit *interlunium* le temps pendant lequel on ne la voit point.

La meſure la plus naturele du temps fut celle que préſentoient ces phaſes de la *lune*; cet aſtre, en changeant tous les jours, d'une maniere ſenſible, le lieu de ſon lever & de ſon coucher, en

Digitized by Google

variant ſans ceſſe de figure, & recomençant au bout de 29 ou 30 jours un nouvel ordre de changemens tous ſemblables, offroit une regle publique & des nombres faciles, ſans le ſecours de l'écriture, des calculs, des dates, des almanachs; les peuples trouvoient dans le ciel un avertiſſement perpétuel de ce qu'ils avoient à faire: les familles nouvellement formées & diſperſées dans les campagnes, ſe réuniſſoient ſans mépriſe au terme convenu de quelque phaſe de la *lune*.

La néoménie ſervit à régler les aſſemblées, les ſacrifices, les exercices publics. Ce culte & ces fêtes n'avoient pas la *lune* pour objet, mais pour indication: on comptoit la *lune* du jour qu'on commençoit à l'apercevoir. Pour la découvrir aiſément, on s'aſſembloit le ſoir ſur des hauteurs; quand le croiſſant avoit été vu, on célebroit la néoménie, ou le ſacrifice du nouveau mois, qui étoit ſuivi de fêtes ou de repas; les nouveles *lunes* qui concouroient avec le renouvélement des quatre ſaiſons, étoient les plus ſolemneles; il ſemble qu'on y trouve quelque reſſemblance avec nos quatre temps, comme on trouve celle de quelques-unes de nos fêtes dans les cérémonies des anciens. (*Caſali, de comparatione Rituum Chriſt. & Pagan.*)

On retrouve dans l'hiſtoire de tous les peuples du monde cette coutume de ſe réunir ſur les hauts lieux ou dans les déſerts, d'obſerver la nouvele phaſe, de célebrer la néoménie par des ſacrifices ou des prieres, la ſolemnité particuliere de la nouvele *lune* qui concourroit avec les ſemailles ou celle qui ſuivoit l'entiere récolte des productions de la culture, ſe trouve dans toutes les hiſtoires; les fêtes & les ſacrifices de la nouvele *lune* & du commencement de chaque mois, ſont rapelés en pluſieurs endroits de l'Écriture Sainte, comme un ancien uſage, *Iſaïe I*, 13, *Num.* X, 10, XXVIII, 11; *Reg. I*, 9, *v.* 12 & 20, *v.* 5. Spencer a fait une diſſertation toute entiere pour prouver que les Juifs avoient reçu des Païens cet ancien uſage. *Jo. Spencer de legibus Hebræorum ritualibus.*

(Spencer a été amplement réfuté par le *P. Noël Alexandre*, *Hiſtor. Eccl. Veter. & Nov. Teſtam.*, *& par le P. Bonaventura Luchi*, *diſſ. de ſacrificior. origin. & ritu*. Ce n'eſt pas que les Hébreux aient emprunté des Païens leurs rites, mais les Païens ont mal imité & falſifié pluſieurs inſtitutions des Hébreux dont la religion eſt très-ancienne. (Π)

La nouvele *lune* étoit annoncée par le bruit des trompetes, Judith VIII, 6 Pſalm. 80, *v.* 4. *Scaliger de emendatione temporum*, l. 3, p. 223, édit. de 1629; Horace fait mention de ces fêtes ſous le nom de *Triceſima Sabbata*, l. I, ſat. 9, *v.* 9. *Cælo ſupinas ſi tuleris manus, naſcente luna*, liv. III, od. 23. Les Juifs obſervent encore la *lune* quand elle eſt nouvele, & ils en font l'objet d'une cérémonie religieuſe. *Buxtorfi Synagoga Judaica*, *Baſileæ*, *in*-8°, 1641, cap. 17; de là l'uſage de ſacrifier ſur les montagnes où l'on alloit pour obſerver la nouvele *lune*. Cet uſage étoit déja dans l'*Égypte*, *Maimonid*, ou *Moſſei*, *dux dubitantium*, l. III, c. 46; auſſi-bien que celui de ſacrifier dans les nouveles *lunes*, *ibid. c.* 47.

La fête de la nouvele *lune* avoit lieu chez les Éthiopiens d'Afrique. *Itinerarium Alexandri Geraldini*, *Romæ*, 1631, lib. IX, p. 150; chez les Sabéens de l'Arabie heureuſe, *Hottinger*, *hiſtoria orientalis*, lib. I, c. 8; chez les Perſes, *Halcuit's*, *Voyages*, tom. II, p. 399; chez les Grecs, comme le prouve fort au long Jean Meurſius, *Græcia feriata*, *Lugd. Batav.* 1610, *in*-4°, p. 210, au mot *Νουμηνία*. Les Olympiades, établies par Iphitus, commençoient à la nouvele *lune*; Samuel Petit, *leges allico*, *in-fol.* 1635, p. 59; les Romains avoient auſſi cette fête, Pline, *l.* 16; Macrobe, *ſaturn. I*, 15, pag. 181, édit. de 1694; la cérémonie du Guy, chez les Gaulois, ſe faiſoit le 6 de la *lune*, & le Druide portoit un croiſſant comme on le voit dans les figures anciennes (M. Pelloutier, hiſt. des Celtes). On a trouvé cet uſage de la *lune* chez les Chinois, Scaliger, p. 118; parmi les Caraïbes de l'Amérique, *Huetii Demonſtratio evangelica*, 1679, *in-fol.* pag. 84; chez les Péruviens, Garcilaſo de la Vega, *commentarios reales de los Incas* VII, 5 *&* 7. M. Goguet, *I.* 219, *in*-4°; il étoit également chez les Turcs, Geuffraus *de Turcarum Religione*, liv. 2, pag. 53, & dans l'île de Taïti, *Voyage de Cook*,, 1773.

Il ſe paſſe à peu près 29 jours & demi d'une nouvele *lune* à l'autre; c'eſt une obſervation facile, & les premiers paſteurs ne manquerent pas de la faire; c'eſt ce qu'on appele *mois lunaire*, *lunaiſon*, ou *révolution ſynodique de la lune*; nous en verrons bientôt une déterminaiſon rigoureuſe, cette lunaiſon fut la plus ancienne meſure du temps.

En obſervant avec attention les phaſes de la *lune*, on dut remarquer naturélement que les éclipſes de ſoleil, qui paroiſſent au moins tous les 2 ou 3 ans, arivent entre le dernier croiſſant d'un tours de *lune* fini, & la premiere phaſe d'une nouvele *lune*, c'eſt-à-dire, entre le temps où la *lune* ſe raproche le plus du ſoleil le matin, & celui où elle commence à s'en éloigner le ſoir par le côté oppoſé. On aperçoit alors, ſur le ſoleil, un corps rond & noir qui le couvre ou en partie, ou en totalité, & forme une *éclipſe de ſoleil*.

Les premiers obſervateurs comprirent bientôt que ce corps obſcur ne pouvoit être autre choſe que celui de la *lune* qu'on avoit vu les jours précédens s'avancer de plus en plus vers le ſoleil, & qu'on voyoit enſuite un ou deux jours après ſe placer de l'autre côté, ou à l'orient du ſoleil, & s'en éloigner avec la même viteſſe.

Les éclipſes de ſoleil prouverent que la *lune* étoit opaque, & qu'on ne la voyoit qu'autant qu'elle étoit éclairée par le ſoleil. Cet aſtre éclairant toujours la moitié du globe lunaire, nous ne pou-

Digitized by Google

vons voir la *lune* pleine que quand nous apercevons cette moitié qui eſt éclairée, & que nous l'apercevons toute entiere. Si nous ſommes placés de côté, en ſorte que nous ne puiſſions voir que la moitié de la partie éclairée, c'eſt-à-dire, de l'hémiſphere expoſé au ſoleil, nous ne verrons que la moitié de ce qui paroiſſoit dans la pleine *lune*, c'eſt-à-dire, que nous ne verrons qu'un demi-cercle de lumiere, la *lune* paroîtra en quartier, & ainſi des autres ſituations. Telle eſt la cauſe des phaſes de la lune, que nous allons tâcher de rendre plus ſenſible.

Soit *S* le ſoleil, *Pl. d'Aſtron. Fig.* 18, *T* la terre, autour de laquelle tourne la *lune* dans ſon orbite, *E O* le globe de la lune, placée entre la terre & le ſoleil, c'eſt-à-dire, en conjonction, ou au temps de la nouvele *lune*; alors la partie *E* eſt ſeule éclairée du ſoleil; au contraire, la partie *O* eſt la ſeule viſible pour nous qui ſommes en *T*; ainſi, l'hémiſphere éclairé eſt préciſément celui que nous ne voyons point, & l'hémiſphere viſible eſt celui qui n'eſt point éclairé du ſoleil. Telle eſt la cauſe qui rend alors la *lune* inviſible pour nous vers le temps de la nouvele *lune*.

Au contraire, quand la *lune* eſt oppoſée au ſoleil, l'hémiſphere éclairé *L* eſt préciſément celui que nous voyons, parce que nous ſommes placés du même côté que le flambeau dont elle eſt éclairée; & il n'y a rien de perdu pour nous de la lumiere que la *lune* répand; ſon diſque viſible *L* eſt le même que ſon diſque éclairé, c'eſt pourquoi la *lune* nous paroît *pleine*, c'eſt-à-dire, ronde & lumineuſe quand elle eſt en *oppoſition*.

Quand la *lune* eſt éloignée de 90 degrés du ſoleil ou environ, c'eſt-à-dire, à peu près à moitié chemin de *O* en *L*, ou de la conjonction à l'oppoſition, l'hémiſphere viſible eſt *A Q Z*; l'hémiſphere éclairé par le ſoleil eſt *M Z Q*; ainſi, nous ne voyons que la moitié de cet hémiſphere éclairé, qui paroiſſoit tout entier & comme un cercle complet, dans le temps de l'oppoſition; nous ne voyons donc qu'un demi-cercle de lumiere, tel qu'il eſt repréſenté ſéparément en *N*, la rondeur lumineuſe étant toujours du côté du ſoleil. Lorſque la *lune* eſt à 45° du ſoleil, ou à la huitieme partie d'un cercle, nous diſons qu'elle eſt dans ſon premier *octant*; alors la partie éclairée, ou qui regarde le ſoleil, eſt *C D F*, la partie viſible eſt *B C D*; ainſi, nous n'apercevons que la partie *C D* de l'hémiſphere éclairé; alors la *lune* paroît ſous la forme d'un croiſſant, tel qu'on le voit en *G*; l'intérieur du croiſſant a la figure d'une ellipſe, parce que le cercle, qui ſépare la partie éclairée de la partie obſcure, étant vu obliquement, paroît comme une ellipſe. La ſurface de la partie éclairée eſt à peu près la ſeptieme partie de la ſurface de diſque viſible.

Dans le ſecond octant, il ne manque, à notre vue, que la petite portion *I H*, & la *lune* paroîtra ſous la forme *R*; ce qui manque à ſon cercle eſt de la même grandeur qu'étoit la partie éclairée dans le premier octant, quand la *lune* étoit en *C*.

Le troiſieme octant *V*, qui arive 45° au delà de l'oppoſition, eſt ſemblable au ſecond octant, & le quatrieme octant *X* eſt pareil au premier octant *G*.

Dans les différentes phaſes de la *lune*, la largeur du ſegment lumineux de la *lune* eſt égale au ſinus verſe de l'angle d'élongation, en prenant pour rayon le rayon même du diſque de la *lune*, ou la demi-diſtance des cornes du croiſſant.

Soit *S* le ſoleil, *Fig.* 89, *T* le centre de la terre, *C* le centre de la *lune*, *A E* le diametre de la *lune*, perpendiculaire au rayon du ſoleil, & qui ſépare la portion éclairée *A N E*, de la portion obſcure *A D E*; le diametre lunaire *N D*, perpendiculaire au rayon *T C* de la terre, ſépare la partie viſible *D A N*, de la partie inviſible *D E N*; on abaiſſera de l'extrémité *A* du demi-cercle lumineux *E N A*, une perpendiculaire *A B* ſur le diametre *N D* de la *lune*, & la ligne *N B* ſera la largeur apparente de la partie viſible de l'hémiſphere lumineux. En effet, de tout l'hémiſphere lumineux *A N E*, il n'y a que la partie *A N* qui ſoit compriſe dans l'hémiſphere viſible *D A N*, elle ne peut paroître à nos ieux que de la largeur *B N*, par la même raiſon que le demi-cercle entier *N A D* ne paroît que comme un ſimple diametre *N B D*, & qu'un hémiſphere entier ne paroît que comme un cercle, ou comme le plan qui en eſt la projection. La portion *N B* du diametre viſible *N B C D*, eſt le ſinus verſe de l'arc *N A*. Cet arc *N A*, ou l'angle *N C A* eſt égal à l'angle *C T F*, en ſuppoſant *T F* parallele à *C S*; car l'angle *N C A* eſt le complément de l'angle *A C T*, à cauſe de l'angle droit *N C T*; mais l'angle *F C T* eſt le complément de l'angle *F T C*, à cauſe du triangle rectangle *C F T*; donc l'angle *N C A* eſt du même nombre de degrés que l'angle *F T C*. Cet angle *F T C* eſt égal à l'élongation de la *lune*, ou à la diſtance de la *lune* au ſoleil, parce que le ſoleil eſt ſuppoſé ſur la ligne *T F*, de même que ſur la ligne *C S*, à cauſe de la diſtance qui eſt très-grande en comparaiſon de *C F*; donc l'arc *N A* eſt égal à l'élongation de la *lune*; ainſi, la largeur du ſegment lumineux eſt le ſinus verſe de l'élongation.

Nous avons ſuppoſé, dans la démonſtration précédente, que les lignes *C S* & *T F*, menées au ſoleil, ſoit de la terre, ſoit de la *lune*, étoient ſenſiblement paralleles; cela n'eſt vrai qu'à peu près, & à cauſe de la grande diſtance du ſoleil, qui eſt 398 fois plus loin de nous que la *lune*; mais, ſi les rayons *S T* & *S V*, *Fig.* 90, qui vont du ſoleil à la terre & à la planete, ne ſont pas paralleles, on aura l'angle extérieur *T V O* du triangle *S V T* égal à l'angle *N V A*, qui détermine le ſegment lumineux, l'un & l'autre angle étant le complément de l'angle *A V T*; or la partie éclairée & viſible *N B* eſt égale au ſinus

Digitized by Google

verſe de l'angle *NVA*; donc le diametre entier eſt à la largeur de la partie éclairée & viſible d'une planete, comme le diametre du cercle eſt au ſinus verſe de l'angle au centre de la planete, extérieur au triangle formé au ſoleil, à la terre & à la planete. C'eſt cet angle extérieur qu'il faut employer quand on veut calculer les phaſes de vénus; mais, pour la *lune*, il ſuffit d'avoir l'angle d'élongation.

Ainſi, pour tracer la figure du croiſſant, on décrira un cercle *GNH*, *Fig. 91*; & ſur le rayon *GN*, on prendra une portion *BN* égale au ſinus verſe de l'élongation, on décrira, ſur le diametre *GH*, une ellipſe *GBH*, qui ſera le contour intérieur du croiſſant.

Les phaſes de la *lune* font juger de l'heure où la *lune* paſſe au méridien; pour cela on remarquera, 1°. que le jour de la nouvele *lune*, la *lune* paſſe au méridien en même temps que le ſoleil. 2°. que, d'un jour à l'autre, le paſſage de la *lune* au méridien retarde d'environ trois quarts d'heure; ainſi, prenez autant de fois trois quarts d'heure qu'il y a de jours dans l'âge de la *lune*, & vous aurez le temps qui doit s'écouler entre l'heure de midi d'un jour donné, & le paſſage de la *lune* au méridien qui doit ſuivre. Cette pratique n'eſt qu'approchée, & ſeulement pour un uſage journalier & groſſier. Le véritable temps du paſſage de la *lune* au méridien, ſe trouve par les tables aſtronomiques, il eſt dans les éphémérides, & dans la *Connoiſſance des temps*.

Mouvement de la lune. La premiere connoiſſance exacte que l'on ait eue dans la Grece du mouvement de la lune, ou de la durée exacte de ſa révolution, fut celle que donna Méton, qui vivoit environ 430 ans avant J. C.; il avoit reconu, ou plutôt il avoit appris des Orientaux qu'en 19 années ſolaires, il ſe paſſoit 235 mois lunaires complets, chacun de 29 jours & demi; & cette détermination n'eſt en défaut que d'un jour ſur 312 ans; ainſi, la regle de Méton étoit aſſez exacte pour les uſages de la ſociété, c'eſt-à-dire, pour le calendrier civil.

Cette découverte parut ſi belle à Athènes & dans pluſieurs villes de la Grece, qu'on en expoſa le calcul en lettres d'or dans des endroits publics pour l'uſage des citoyens, & qu'on appela *nombre d'or*, cet eſpace de 19 ans, qui ramenoit exactement la *lune* en conjonction avec le ſoleil au même point du ciel, ou au même jour de l'année ſolaire; c'eſt encore aujourd'hui le *cycle lunaire*; après avoir comparé enſemble des éclipſes éloignées de pluſieurs ſiecles pour rendre moins ſenſible la petite erreur de chaque obſervation, on a trouvé exactement le mois lunaire de 29ʲ 12ʰ 44′ 2″ 7847.

Ce mois ſynodique de 29ⁱ & demi, qu'on appele auſſi *lunaiſon*, ne finit que quand la *lune*, après avoir fait le tour du ciel, eſt revenue en conjonction avec le ſoleil; mais dans cet intervalle de temps, le ſoleil a fait lui-même 29° par ſon mouvement propre d'occident en orient; ainſi, la *lune* a fait 29° de plus que le tour entier; d'où il eſt aiſé de voir qu'elle n'auroit employé que 27 jours & un tiers à faire 360°, c'eſt-à-dire, à revenir au même point du ciel; c'eſt cette révolution de 27 jours & un tiers qu'on appele *mois périodique*; il eſt exactement de 27ʲ 7ʰ 43′ 4″, 6480, par raport aux équinoxes, du moins pour ce ſiecle-ci. On en conclut le mouvement diurne de la *lune* 13° 13′ 35″. Le mouvement ſéculaire, par raport aux étoiles, eſt de 1,732,559,381″, en comptant 1336 révolutions completes de la *lune* qu'il y a dans un ſiecle.

Il faut ajouter environ 7″ à la révolution de la lune que nous venons de donner, quand on veut avoir la révolution moyene de la *lune*, par raport aux étoiles fixes, parce que, dans l'eſpace d'un mois lunaire, les équinoxes rétrogradent d'environ 4″ de degré, en ſorte que la *lune* rencontre plutôt l'équinoxe qu'elle n'eût rencontré une étoile fixe ſituée au même point du ciel, & la différence eſt, pour la lune, de 7″ de temps, la révolution moyene ſidérale de la *lune* eſt de 27ʲ 7ʰ 43′ 11″ ½ temps moyen.

Inégalité de la lune. Il n'eſt aucun aſtre dont les mouvemens ſoient auſſi compliqués & auſſi irréguliers, comme l'obſervoit déja Pline le naturaliſte: *multiformi hæc ambage torſit ingenia contemplantium, & proximum ignorari maxime ſydus indignantium*. (*Hiſt. Nat.* l. 2, cap. 9)

Les inégalités, que l'obſervation ſeule a fait découvrir, ſont au nombre de quatre principales, ſans compter le mouvement de l'apogée de la *lune* & le mouvement du nœud: la premiere eſt *l'équation de l'orbite*; la ſeconde eſt l'*évection*; la troiſieme eſt la *variation*; la quatrieme eſt l'*équation annuele*. A l'égard des petites inégalités que la théorie de l'attraction a indiquées, du moins à peu-près, je ne chercherai pas à en donner une idée; on les a reconues, ſoit par le calcul, ſoit par l'obſervation, à force d'eſſais, de tentatives, de combinaiſons; il eſt encore fort douteux qu'on les connoiſſe bien, & perſone n'a donné le détail prodigieux de ces calculs; mais je raporterai la valeur de ces équations telles qu'on les emploie aujourd'hui.

Suivant l'Almageſte de Ptolémée, les anciens avoient remarqué, dans la *lune*, une inégalité d'environ 5° tous les 15 jours, & il ne s'agiſſoit, pour cela, que de comparer la *lune* aux étoiles pendant un mois. Par le moyen des éclipſes de *lune*, qui revenoient dans le même ordre au bout de 18 ans & 10 jours, ils virent que l'inégalité de la *lune*, qui étoit d'environ 5 degrés, avoit recomencé 239 fois, que la révolution de la latitude, ou le retour de la *lune* à l'écliptique & à ſon nœud, avoit eu lieu 242 fois, & celle de la longitude, ou le retour vers une même étoile, avoit recomencé 241 fois avec 100 40′ de plus; ainſi, la *lune* avoit été 241 fois au même degré de longitude, 239 fois à ſa diſtance moyene, ou

Digitized by Google

au point de ſa plus grande inégalité, & 241 fois à ſon nœud, à quelque choſe près; il n'en falloit pas davantage pour les trois principales circonſtances du mouvement de la *lune*, c'eſt-à-dire, ſon moyen mouvement; le mouvement de ſon apogée, & celui de ſon nœud, circonſtances néceſſaires pour trouver les quatre inégalités dont nous avons à parler. Les méthodes que nous avons expliquées en parlant des planetes, ne ſeroient pas ſuffiſantes pour la *lune*, à cauſe du mouvement rapide de ſon apogée & de ſon nœud.

Cette période de 223 lunaiſons, que les anciens avoient employée pour calculer les retours égaux des éclipſes, ramenoit la *lune* à une même latitude, auſſi-bien qu'à une même ſituation, par raport au ſoleil. Ptolémée ajoute que, ſi l'on ne s'attache pas aux éclipſes, & qu'on veuille ſeulement conſidérer l'inégalité de la *lune* dans ſon mouvement en longitude le long du zodiaque, en allant d'une pleine *lune* à l'autre, on aura des retours égaux de la *lune* en 251 mois, pendant leſquels il y aura eu 269 reſtitutions des inégalités de la *lune*; mais alors la latitude aura été différente.

En examinant la *lune* dans l'eſpace d'un mois, il n'étoit pas difficile de voir que tous les 7 jours il y avoit cinq à ſix degrés d'inégalité, qu'au bout de 14 jours cette inégalité diſparoiſſoit, & ainſi de ſuite; qu'il y avoit toujours, dans le mois, deux points éloignés tout-à-la-fois d'une demi-révolution en temps, & d'un demi-cercle en longitude; c'eſt-à-dire, deux moitiés égales parcourues en temps égaux: en ſorte que les inégalités recommençoient toujours au bout de 27 jours & demi environ; mais, en faiſant la même recherche en différens mois ou en différentes années, on remarqua bientôt que le point de la plus grande inégalité ne ſe trouvoit pas au même point du ciel, vis-à-vis des mêmes étoiles, mais toujours un peu plus avancé dans le zodiaque, & cela d'environ 3 degrés à chaque mois ou à chaque révolution de la *lune*, en ſorte que le mouvement de la *lune*, par raport à ſon apogée, ou ſon mouvement d'anomalie, étoit plus petit de $\frac{1}{10}$ que ſon mouvement abſolu.

Pour expliquer cette premiere inégalité, on ſuppoſe que la *lune* décrivoit un cercle excentrique, comme nous l'avons expliqué pour le ſoleil; ou bien un épicycle placé ſur un cercle concentrique, & en même temps que la ligne des apſides, c'eſt-à-dire, la ligne, qui va de l'apogée au périgée, changeoit de poſition, & s'avançoit vers l'orient d'environ 3 degrés par mois. La révolution exacte de l'apogée eſt ſuivant les tables de Mayer de 8 ans & 312 jours, ou 3231 jours 8h 34′ 57″, 6 par raport aux équinoxes, & de 3232i 11h 14′ 31″, 0 par raport aux étoiles.

Ptolémée trouva, par le moyen de trois éclipſes de *lune*, que l'équation de l'orbite étoit de 5°; c'eſt ce que nous appelons la *premiere inégalité de la lune*; elle eſt appelée, dans Kepler, *inæqualitas ſoluta*. C'eſt celle qui dépend de la figure elliptique de l'orbite lunaire.

Juſqu'au temps de Ptolémée, on ne connoiſſoit que cette premiere inégalité de 5 degrés; ce fut lui qui reconnut que, dans les quadratures, l'inégalité alloit juſqu'à 7 degrés $\frac{1}{2}$; cette différence eſt ce que nous appelons aujourd'hui l'*évection*. Horoccius l'expliqua par un changement d'excentricité dans l'orbite lunaire, avec un balancement dans l'apogée, comme nous l'avons dit au *mot* ÉVECTION. Newton l'a employée ſous cette forme.

Soit *S* le centre de la terre, *Fig. 87*, *C* le centre de l'orbite que la *lune* eſt ſuppoſée décrire, en ſorte que *SCA* ſoit la ligne des apſides, & *SC* l'excentricité de la *lune*; ſi l'on ſuppoſe que le centre de l'orbite, au lieu d'être fixe en C, décrive la circonférence d'un petit cercle *NGB*, il en réſultera un double effet. 1°. La ligne des apſides *SA* changera de poſition; & au lieu d'être conſtamment ſur la direction *SCA*, elle paſſera par exemple, en *SG*, & ſera, avec la premiere ſituation, un angle *ASG*, qui eſt l'équation de l'apogée.

2°. L'excentricité, au lieu d'être égale à *SC*, deviendra *SN*, *SG*, *SB*, & l'équation de l'orbite changera à proportion. Telle eſt l'hypotheſe dont Horoccius fit uſage pour la *lune*, afin de repréſenter la ſeconde inégalité, ou l'évection.

Les premieres tables de Flamſteed, où cette théorie étoit employée avec des augmentations conſidérables, parurent dans le cours de Mathématiques de Jonas Moor, en 1681, & pluſieurs auteurs l'ont adoptée. *Voyez* ÉVECTION. Mais on peut repréſenter les deux effets par une ſeule opération, en multipliant 1° 20′ par le ſinus de la double diſtance de la *lune* au ſoleil, moins l'anomalie moyene de la *lune*; c'eſt Euler qui, le premier, l'a employée ſous cette forme.

La troiſieme inégalité de la *lune* étant une découverte de Tycho-Brahé, il eſt néceſſaire de remonter à l'origine de ſes recherches ſur la théorie de la lune; elle étoit entrée pour beaucoup dans le projet que Tycho avoit conçu de réformer l'Aſtronomie, & de lui donner une nouvele face; & il parle des inégalités de la *lune* dans un ſupplément de ſes progymnaſmes. Après avoir repréſenté les deux inégalités connues par le moyen d'un excentrique & de trois épicycles, il ajoute: mais j'ai éprouvé, par un grand nombre d'obſervations exactes, que ces trois cercles ne ſatisfont pas encore aux obſervations, & que, dans les octans, c'eſt-à-dire, à 45° des ſyzygies & des quadratures, il y a une autre différence ſenſible; j'ai donc été obligé d'ajouter un petit cercle qui ſert pour expliquer cette variation, & je ſuppoſe que le centre du grand épicycle de la *lune* en parcourt, non pas la circonférence, mais le diametre perpendiculaire au rayon, par un mouvement de libration qui ſoit réglé cependant de même que s'il ſe faiſoit ſur la circonférence, ainſi que l'a fait Copernic dans d'autres occaſions, c'eſt-à-dire, proportionélement

Digitized by Google

proportionellement au sinus des arcs parcourus ; il en résulte une équation, qui, depuis les syzygies jusqu'aux quadratures, doit toujours s'ajouter à la longitude moyene de la *lune* par raport au soleil, pour avoir la véritable situation du centre de l'épicycle, mais qui est soustractive dans le second & le quatrieme octant. Cette libration dépend de la vraie distance de la *lune* au soleil, & produit la *variation*, inégalité qui, suivant lui, a 40' 30" dans les octans; on remarquera que Tycho avoit déterminé cette inégalité avec bien de la précision, puisque, dans les premieres tables de Mayer, elle étoit de 40' 43", dans celles de Flamsteed de 40' 34"; mais, dans les nouveles tables de Mayer, elle n'est que de 35' 43", ou 37' 4", en y comprenant les petites équations que la même table renferme.

L'équation annuele de la *lune*, qui est d'environ 11' 16", est la derniere de celles que les observations seules avoient fait découvrir ; elle est indiquée par Tycho, à la sixieme page de sa théorie de la *lune*, où il est dit qu'une expérience répétée de plusieurs façons, lui a fait connoître que les mouvemens moyens de la lune exigent, pour être uniformes, une équation des jours, différente de celle que donnent les mouvemens du soleil.

Newton reconut aussi que cette équation suivoit de sa théorie ; elle est de 11' 49" dans les tables de Flamsteed & de Halley ; elle est acompagnée de deux équations analogues, l'une de 20' pour l'apogée, l'autre de 9' $\frac{1}{2}$ pour le nœud, que Newton a introduites; elles sont également employées dans les nouveles tables de Mayer, l'une 23' 12", l'autre de 8' 50".

Les observations seules n'avoient pu faire découvrir aux astronomes que des inégalités qui alloient à plusieurs minutes; peut-être l'équation annuele n'eût pas été reconue par les observations, si elle n'avoit eu un retour constant dans les mêmes faisons de l'année, ce qui la rendoit remarquable. Aussi toutes les autres petites inégalités, dont il nous reste à parler, n'ont été d'abord soupçonées que par la connoissance de l'attraction, & n'ont été déterminées qu'en comparant avec cette théorie un grand nombre de bonnes observations ; il étoit réservé à Newton de faire le plus grand pas dans la théorie de la *lune*, comme dans tout le reste; guidé par le principe de la gravitation universele, & aidé des observations de Flamsteed, il détermina la quantité de plusieurs équations avec les époques & les moyens mouvemens de la *lune*. Cette belle théorie parut en 1702, dans l'ouvrage intitulé : *Davidis Gregorii Astronomiæ Physicæ & Geometricæ elementa, Oxonii*, 1702, *folio*, *Genevæ*, 1726, 2 vol. *in*-4°.; cette théorie fut réimprimée, en 1713, dans la seconde édition de Newton, & plusieurs astronomes construisirent des tables sur cette théorie, sur-tout Flamsteed & Halley.

Dans le Commentaire que les PP. le Sœur & Jacquier, Minimes, ont publié, en 1742, sur les principes de Newton, Calandrini, habile professeur de mathématiques à Geneve, & depuis l'un des principaux magistrats de la république, commenta fort au long toute cette théorie, & tâcha de développer la méthode que Newton avoit suivie ou pu suivre pour y parvenir : mais il avoua que, sur certains points, comme le mouvement de l'apogée & l'excentricité, il y avoit encore quelque chose à désirer de plus précis & de plus exact.

Jusqu'alors c'étoit la théorie de Newton, la forme & presque les nombres qu'il avoit calculés, qui avoient produit toutes les tables de la *lune*; mais un géometre, aussi laborieux que profond, commençoit, vers 1745, à attaquer le problême de trois corps dans toutes ses branches, c'étoit Léonard Euler. Il vit bientôt que Newton n'avoit pas tiré des calculs de l'attraction, tout ce qu'on pouvoit en conclure ; & il donna, dans ses Opuscules, en 1746, de nouveles tables de la *lune*, où il avoit fait usage de la théorie autant qu'il lui avoit été possible; il les donna beaucoup mieux encore trois ans après dans l'Almanach astronomique de Berlin pour 1750.

Clairaut & d'Alembert, qui s'occuperent à peu près dans le même temps des mêmes questions, donnerent aussi des tables de la lune en 1754. Mais Tobie Mayer, astronome de Gottingen, ayant comparé les tables d'Euler avec les observations, trouva moyen de les corriger avec tant de succès, qu'il publia, en 1753, dans le second volume des Mémoires de l'Académie de Gottingen, des tables qui ne s'écarteroient jamais de l'observation de 2', tandis que, dans les tables de Halley, qui avoient été comparées avec beaucoup d'observations, il y avoit quelquefois des erreurs de 7 à 8 minutes; depuis ce temps-là, Mayer perfectiona ses tables au point que l'erreur n'est jamais de plus d'une minute ; ce sont celles que j'ai publiées dans la seconde édition de mon *Astronomie* en 1771.

Ces tables de la *lune* ont pour fondement les observations mêmes ; car, quoique Newton eût trouvé à peu près la forme de ses équations par le principe, il en avoit déterminé la quantité par les observations de Flamsteed. Mayer chercha de même, dans la théorie & les calculs d'Euler, la forme de ses tables; mais il paroît qu'il les ajusta sur les observations de Bradley, à force de tentatives, d'essais & de calculs.

Cependant le seul principe de l'attraction, en raison inverse du carré de la distance, paroissoit devoir suffire pour calculer, sans le secours de l'observation, toutes les petites inégalités de la *lune* ; c'est ce qu'ont entrepris les trois géometres que j'ai cités; mais ils conviennent tous qu'il est douteux qu'on puisse parvenir à fixer, par la seule théorie, toutes ces petites inégalités. D'Alembert (dans le Mercure de septembre, 1757, *p.* 109) dit que la valeur des coëfficiens des équations lunaires, trouvées par la théorie, est encore fort incertaine ; il me paroît très-douteux (ajoute-t-il) qu'on puisse parvenir à les fixer par la théorie seule.

Digitized by Google

Je finirai par indiquer les principaux ouvrages où ces calculs de l'attraction ſe trouvent avec une certaine clarté.

L'ouvrage de L. Euler a pour titre : *Theoria motus lunæ exhibens omnes ejus inequalitates, auctore L. Eulero*, Petropoli, 1753, *in*-4°. La piece du même auteur, qui a remporté le prix de l'Académie en 1770, contient ſur la même matiere beaucoup de nouveles recherches ; enfin il a donné, en 1772, un grand ouvrage, intitulé : *Theoria motuum lunæ*, dont M. J. A. Euler, ſon fils, M. Kraft & M. Lexell ont exécuté les calculs, avec de nouveles tables qu'on a réimprimées, en 1783, dans la Connoiſſance des temps de 1786.

L'ouvrage de Clairaut eſt la piece qui a remporté le prix de l'Académie de Peterſbourg, propoſé, en 1750, ſur la théorie de la *lune* ; elle fut imprimée à Peterſbourg dès 1752, & Clairaut en a fait imprimer une nouvele édition à Paris, chez Defaint & Saillant, 1765, avec des tables de la *lune*.

L'ouvrage où d'Alembert a aprofondi cette matiere, eſt intitulé : *Recherches ſur différens points importans du ſyſtême du monde*, 1754, *in*-4°. 260 pages. On y trouve les tables de la *lune* ; elles ont été publiées de nouveau, avec des corrections, dans le ſecond volume de ſes Opuſcules Mathématiques, en 1762, de même que pluſieurs nouveles conſidérations ſur la théorie de la *lune* : les volumes ſuivans de ſes Recherches & de ſes Opuſcules contienent beaucoup de ſupplémens.

On peut ajouter encore à ces trois grands ouvrages primitifs ceux de Mayer, de Simpſon, du P. Walmsley, du P. Friſi, de M. de la Grange, de M. le Marquis de Condorcet, *&c.* ſur la même matiere.

Dans le temps que l'on ne connoiſſoit qu'imparfaitement la valeur des petites équations de la *lune*, on eut recours à une méthode empirique pour rectifier les tables. Les obſervations avoient appris qu'après 223 lunaiſons, c'eſt-à-dire, 223 retours de la *lune* vers le ſoleil, les circonſtances du mouvement de la *lune* revenoient les mêmes, par raport au ſoleil & à la terre, & ramenoient dans ſon cours les mêmes irrégularités qu'on y avoit obſervées dix-huit ans auparavant. Une ſuite d'obſervations, continuées pendant une telle période avec aſſez d'aſſiduité & d'exactitude, devoit donc donner le mouvement de la *lune* pour les périodes ſuivantes. Ce travail, ſi long & ſi pénible d'une période entiere bien remplie d'obſervations, fut entrepris par Halley, lorſqu'il étoit déja dans un âge ſi avancé, qu'il ne ſe flatoit plus de le pouvoir terminer. Ce grand & courageux aſtronome nous avertit que, n'étant encore qu'à la fin d'une demi-période qui ne contient que 111 lunaiſons, & qui ne donne pas ſi exactement que celle de 223, le retour des mêmes inégalités, il pouvoit déja déterminer ſur mer la longitude à 20 lieues près vers l'équateur, à 15 lieues près dans nos climats, & plus exactement encore plus près des poles. M. le Monnier a continué pendant les deux périodes ſuivantes, & M. Bradley a fait auſſi, en Angleterre, de pareilles obſervations.

Mais les tables de Mayer ſont aſſez exactes pour qu'on n'ait plus beſoin de la période de 18 ans.

Voici la valeur de toutes les équations, telles qu'elles réſultent des nouveles tables de Tobie Mayer, les meilleures que l'on ait faites juſqu'à préſent, & que j'ai publiées dans mon *Aſtronomie*.

Il faut appliquer ces équations à la longitude moyene de la *lune*, qui eſt pour le premier janvier 1760, à midi $2^s\ 21^d\ 39'\ 58''$, la longitude de l'apogée eſt de $7^s\ 7^d\ 54'\ 19''$; & celle du nœud $2^s\ 26^d\ 52'\ 26''$. Pour former les argumens de ces équations, on commence par chercher le vrai lieu du ſoleil, enſuite le lieu moyen de la *lune*, de ſon apogée & de ſon nœud pour le moment donné ; le lieu de l'apogée, retranché du lieu moyen de la *lune*, donne ſon anomalie moyene. On ajoute enſuite à cette anomalie moyene l'équation annuele, qui vient des inégalités de l'apogée $= 23'\ 12''$ ſin. anom. moy. ☉, & au ſupplément du nœud ſon équation annuele $-8'\ 50''$ ſin. anom. moy. ☉ ; mais on n'emploie l'anomalie de la *lune* corrigée, auſſi-bien que le nœud corrigé, que dans la onzieme équation, pour laquelle on corrige l'anomalie avec toutes les dix premieres équations. Pour la douzieme, on applique à la diſtance de la *lune* au ſoleil la onzieme équation. Pour la treizieme, on emploie la longitude corrigée par la douzieme ; &, pour la quatorzieme, on emploie la longitude vraie de la *lune* dans ſon orbite.

Table.

I. $+11'\ 16''$ ſin. anom. ☉. Équation annuele. $-4''$ ſin. anom. moy. ☉.

II. $-0°\,0'\,54''$ ſin. 2 diſt. moy. ☾ ☉ + anom. moy. ☉.

III. $-0\ 1\ 9$ ſin. 2 diſt. moy. ☾ ☉ — anom. moy. ☉.

IV. $+0\ 0\ 54$ ſin. 2 diſt. moy. ☾ ☉ + anom. moy. ☾.

V. Évection. $-1\ 20\ 33$ ſin. 2. diſt. moy. ☾ ☉ — anom. moy. ☾. $+0\ 0\ 36$ ſin. 4 diſt. moy. ☾ ☉ — 2 anom. moy. ☾.

VI. $+0\ 2\ 9$ ſin. arg. évection + anom. moy. ☉.

VII. $+0\ 0\ 49$ ſin. arg. évection — anom. moy. ☉.

VIII. $+0\ 0\ 34$ ſin. anom. moy. ☾ — anom moy. ☉.

IX. $+0\ 0\ 58$ ſin. 2 diſt. moy. ☾ ☉ — 2 arg. moy. de latitude.

X. $+0\ 0\ 16$ ſin. diſt. moy. ☾ ☉ — anom. moy. ☾ ou ſin. (apogée ☾ - ☉). $-0\ 0\ 59$ ſin. 2 diſt. moy. ☾ ☉ — 2 anom. moy. ☾, ou ſin. 2 (apogée ☾ — ☉).

Digitized by Google

XI. Équation de l'orbite.	— 6, 18′ 15″	sin. anom. ☾ corrigée par les équations précéd. & par son équation annuele.
	+ 0 13 0	sin. 2 anom. ☾.
	— 0 0 37	sin. 3 anom. ☾.
	+ 0 0 2	sin. 4 anom. ☾.
XII. Variation.	— 0 1 55	sin. dist. ☾ ☉ corrigée par les équations précédentes.
	+ 0 35 43	sin. 2 dist. ☾ ☉.
	+ 0 0 2	sin. 3 dist. ☾ ☉.
	+ 0 0 12	sin. 4 dist. ☾ ☉.
XIII.	+ 0 1 23	sin. 2 arg. lat. corrig.— anom. corrigée.
XIV.	— 0 6 43	sin. 2 arg. lat. C'est la réduction à l'écliptique.
XV.	— 0 0 18	sin. long. moy. du nœud. C'est la nutation.

Comme la plupart des lecteurs aiment à entrevoir à peu près les raisons générales des résultats que le calcul démontre, je vais tâcher d'expliquer la maniere dont la perturbation du soleil produit les trois principales inégalités de la *lune*, l'évection, la variation & l'équation annuele.

L'*évection* est la principale inégalité que le soleil produit dans la *lune*; elle équivaut, ainsi que l'avoient supposé Newton & Halley, à un changement d'excentricité dans l'orbite lunaire, joint à un mouvement de l'apogée. Lorsque le soleil répond à l'apogée ou au périgée de la *lune*, ou lorsque la ligne des apsides de la *lune* concourt avec la ligne des syzygies, la force centrale de la terre sur la *lune*, qui est la plus foible dans la syzygie apogée, reçoit la plus grande diminution, & la force centrale, qui est la plus forte dans la syzygie périgée, y reçoit la moindre diminution; donc la différence entre la force centrale périgée & la force centrale apogée, sera alors la plus grande; donc la différence des distances augmentera, c'est-à-dire, que l'excentricité sera plus grande; aussi l'observation prouve qu'alors la plus grande équation de la *lune* est de 7° & $\frac{1}{2}$, tandis qu'elle n'étoit pas de 5°, lorsque la ligne des quadratures concouroit avec celle des syzygies.

Le mouvement de l'apogée vient de ce que la force centrale est diminuée; il doit donc être le plus grand quand la ligne des syzygies concourt avec la ligne des apsides, ou lorsque le soleil répond à l'apogée ou au périgée de la *lune*; quand il est dans les quadratures, le mouvement de l'apogée est au contraire le plus lent, parce que la diminution totale de la force centrale est la plus petite; quand le soleil est à 45° des apsides, le mouvement vrai de l'apogée est égal au mouvement moyen; mais son vrai lieu est alors le plus différent du lieu moyen, & l'équation est la plus forte, parce qu'elle est le résultat de tous les degrés de vitesse que l'apogée a reçus jusque-là par la cause que je viens d'indiquer.

La *variation* est l'inégalité de la *lune*, qui, sur une orbite supposée circulaire, a lieu dans les octans, à cause de la force tangentiele qui tend à accélérer ou à retarder son mouvement. Soit *C*, *Fig.* 78, le centre de la terre, *M* le centre du soleil, & *DGE* l'orbite de la *lune*; lorsqu'avant la conjonction, la *lune* est en *R*, elle est plus attirée que la terre, & elle est attirée dans la direction *RM*; alors sa vitesse s'accélere jusqu'à ce qu'elle soit en *A* dans sa conjonction, où la vitesse de la *lune*, sur son orbite, est la plus grande. Lorsqu'elle est vers *T*, 45° après la conjonction, sa longitude vraie est la plus avancée, de la quantité appelée *variation*, qui est de 37′ additive; il est vrai que la vitesse de la *lune* cesse d'accélérer, & commence à retarder dès que la *lune* a passé le point *A*, parce que le soleil ayant attiré la *lune* plus qu'il n'attiroit la terre pendant qu'elle alloit de *R* en *A*, il a augmenté sa vitesse de plus en plus, jusqu'en *A*, où il cesse d'augmenter cette vitesse; mais c'est en *A* que cette vitesse s'est trouvée la plus grande, puisqu'elle n'a pas cessé d'être accélérée jusque-là; depuis ce point *A*, le soleil retirant la *lune* vers *M*, tend à diminuer la vitesse; mais l'excès de celle qui est acquise sur la vitesse moyene, dure jusque dans l'octant *T*, 45° après la conjonction, où la vitesse vraie est égale à la moyene; c'est pourquoi l'équation de la variation est additive, & la plus grande possible à 45° de la conjonction, où la vitesse est la plus forte.

L'équation annuele, qui va jusqu'à 11′ $\frac{1}{2}$, vient de ce que le soleil, quand il est périgée, agit plus sur la *lune* que quand il est apogée; & comme l'effet le plus considérable du soleil pendant une révolution entiere de la *lune*, est de diminuer la force centrale de la *lune* vers la terre, cette force est la plus diminuée quand le soleil est périgée, alors le diametre de l'orbite lunaire devient plus grand; car la *lune* étant moins attirée vers la terre, s'en éloigne nécessairement; son orbite, devenue plus grande, rend la durée de la révolution plus longue; car les carrés des temps des révolutions sont toujours comme les cubes des diametres des orbites; le mouvement de la *lune* est donc ralenti dans la périgée du soleil, & l'équation annuele commence alors à être soustractive.

Pour entendre cette conséquence, ainsi que les précédentes, il faut bien se souvenir que l'effet de ces sortes d'accélérations ne commence à avoir lieu réellement & dans l'observation, que quand la cause est la plus forte, & il est le plus grand quand la cause cesse d'agir; c'est ainsi que, dans le mouvement elliptique des planetes, le vrai lieu est le plus avancé au temps où l'accélération finit, & où commence le retardement, c'est-à-dire, à 9 signes d'anomalie; j'ai vu quelques auteurs donner des idées fausses d'inégalité de la *lune*, pour avoir perdu de vue cette considération.

Nœuds de la lune. L'orbite de la *lune* est inclinée sur l'écliptique, de même que celles de toutes les autres planetes; ainsi, la *lune* traverse

Digitized by Google

l'écliptique deux fois dans chaque révolution, & sept jours après l'avoir traversée dans un de ses nœuds, elle s'en éloigne de 5°. Sans cette inclinaison, nous aurions tous les mois une éclipse de soleil le jour de la conjonction, & une de lune le jour de l'opposition. Mais au contraire, il y a des années entieres où il n'arive aucune éclipse de *lune*, (par exemple en 1763), parce qu'au moment de chaque opposition, la *lune* est trop éloignée de son nœud, & se trouve par conséquent au dessus ou au dessous de l'écliptique, où restent toujours le centre du soleil & l'ombre de la terre. Cette inclinaison qui n'est que de 5° dans les nouveles ou pleines *lunes* qui arivent à 90° des nœuds, se trouve de 5° 17′ & demie dans les quadratures. Ce fut Tycho qui fit le premier cette importante obfervation. L'inclinaison moyene est de 5° 8′ 52″. Le nœud ascendant de la *lune* ou celui par lequel elle traverse l'écliptique, en s'avançant vers le nord, s'appele quelquefois *la tête du dragon*, & se désigne par ce caractere ☊. Le nœud descendant ou queue du dragon, se désigne par celui-ci ☋. Ce qu'il y a de plus remarquable dans les nœuds de la *lune*, c'est la promptitude de leur mouvement. Si la lune traverse l'écliptique dans le premier point du bélier ou dans le point équinoxial (comme cela est arivé au mois de juin 1764), dix-huit mois après, c'est dans le commencement des poissons qu'elle coupe l'écliptique, c'est-à-dire, que le nœud a rétrogradé de 30° ou d'un signe entier, & il fait tout le tour du ciel dans l'espace de 18 ans.

Ce mouvement des nœuds fut aisé à reconoître en voyant la *lune* éclipser, par exemple, la belle étoile du cœur de lion, ou Régulus; qui est sur l'écliptique même; quand la *lune* éclipse Régulus (comme cela est arivé au mois de juin 1757) elle est évidemment dans son nœud, donc alors le nœud est à 4ˢ 26ᵈ de longitude, comme Régulus; mais quatre ou cinq ans après, la *lune* passant au même degré de longitude, se trouve à 5° au dessous de l'étoile; cela prouve que le nœud est alors à 90° de l'étoile: au bout de 18 ans la *lune* repasse vers les mêmes étoiles, & tout recomence dans le même ordre.

Après avoir obfervé plusieurs fois ce retour, on a vu que les nœuds de la *lune* faisoient une révolution entiere contre l'ordre des signes, en 18 ans & 228 jours, en 6798ʲ 4ʰ 52′ 52″, 3, par raport aux équinoxes, & de 6793ʲ 7ʰ 13′ 17″, 774, par raport aux étoiles fixes.

Tycho Brahé reconut auſſi dans le mouvement des nœuds une inégalité qui va juſqu'à 1° 46′ en plus & en moins, & il vit que cette inégalité combinée avec celle de l'inclinaiſon ſe réduiſoit à une équation de la latitude de la *lune*, qui eſt de 8′ 49″, multipliées par le ſinus de deux fois la diſtance entre la *lune* & le ſoleil, moins l'argument de laitude de la *lune*. Le lieu du nœud de la *lune*, au commencement de 1772, étoit à 7ˢ 4ᵈ 46′; cela ſuffiroit pour trouver ſa ſituation en tout temps.

Cependant, pour qu'on puiſſe ici trouver le dépôt de nos connoiſſances les plus exactes ſur la théorie de la *lune*, à l'époque actuele de 1784, nous allons raporter encore l'équation entiere de la latitude, ſuivant les nouveles tables de Mayer, comme nous l'avons fait pour la longitude.

Table I, ☾ — 5° 8′ 46″ ſin. arg. de latit.

Latitude. ☾ — 6′ ſin. 3 arg. de latit.

II. + 8′ 49″ ſin. 2 diſt. ☾ ☉ — arg. de latit.

III. + 2″ ſin. arg. de latit. — anom. ☉.

IV. — 17″ 4 ſin. arg. de lat. — anom. moy. ☾.

V. — 24″ 1 ſin. arg. lat. — 2 anom. moy. ☾.

VI. + 2″ 7 ſin. arg. latit. — 3 anom. moy. ☾.

VII. — 8″ 3 ſin. 2. diſt. ☾ ☉ — arg. latit. + anom. ☉.

VIII. — 3″ 7 ſin. 2 diſt. ☾ ☉ — arg. lat. — anom. ☉.

IX. — 2″ 2 ſin. 2 diſt. ☾ ☉ — arg. latit. + anom. moy. ☾.

X. + 15″ 0 ſin. 2 diſt. ☾ ☉ — arg. latit. — anom. moy. ☾.

XI. — 6″ 0 ſin. 2 diſt. ☾ ☉ — arg. latit. — 2 anom. moy. ☾.

Le diametre apparent de la *lune* varie, à raiſon de ſes diverſes diſtances à la terre, parce que la *lune* décrit une ellipſe dont la terre occupe le foyer: le plus grand diametre périgée eſt de 33′ 37″ dans les oppoſitions, & le plus petit diametre, lorſque la *lune* eſt apogée & en conjonction, n'eſt que de 29′ 25″, vu du centre de la terre. Ce diametre augmente à meſure que la *lune* s'éleve. *Voyez* DIAMETRE.

La maniere la plus ſimple de meſurer le diametre de la *lune*, eſt d'obſerver le temps que le diſque de la *lune* emploie à paſſer par le méridien, ou de le meſurer avec les micrometres & les héliometres.

La diſtance de la *lune* à la terre ſe trouve par le moyen de ſa PARALLAXE. Cette diſtance varie à raiſon de l'excentricité de l'orbite lunaire.

La diſtance qui répond à la parallaxe moyene, 57′ 39″, eſt de 85364 lieues de 25 au degré, ou de 2283 toiſes chacune.

La diſtance qui répond à la plus petite parallaxe . . . . . 53′ 53″ eſt 91397

Celle qui répond à la plus grande parallaxe . . . . . 61′ 25″ eſt 80187

Ainſi, la diſtance qui eſt moyene entre les extrêmes... eſt 85792

mais celle qu'on doit pluôt appeler la diſtance moyene, & qui répond à la parallaxe 57′ 3″ indépendante des inégalités, 86324 lieues.

Sur les autres circonſtances des mouvemens de la *lune*, *voyez* SÉLÉNOGRAPHIE, ÉCLIPSE, PARALLAXE, LIBRATION, CALENDRIER, PLANETE, où il y a une table des grandeurs; EXCENTRICITÉ, ÉQUA-

Digitized by Google

tion, Équation Séculaire, Densité, Diametre.

Sur l'uſage de la *lune* pour trouver les longitudes en mer, *Voyez* Longitudes: ſur ſes effets pour les marées, *Voy.* Flux & Reflux.

Lumiere de la lune. Elle eſt trois cents mille fois moindre que celle du ſoleil, ſuivant les expériences que Bouguer a faites en les comparant l'une & l'autre avec la *lumiere* d'une bougie placée dans l'obſcurité. *Traité d'optique ſur la gradation de la lumiere*, in-4°. 1760: elle n'eſt acompagnée d'aucune chaleur, même au foyer d'un verre ardent (*Mém. ac.* 1705).

Le docteur Hook cherchant la raiſon de ce phénomene, obſerve que la quantité de lumiere qui tombe ſur l'hémiſphere de la pleine *lune*, eſt diſperſée avant que d'ariver juſqu'à nous, dans une ſphere 188 fois plus grande en diametre que la *lune*, que par conſéquent la lumiere de la *lune* eſt 104,368 fois plus foible que celle du ſoleil, & qu'ainſi il faudroit qu'il y eût tout-à-la-fois dans les cieux 104,368 pleines *lunes*, pour donner une lumiere & une chaleur égale à celle du ſoleil à midi.

Mais ſans avoir recours au calcul du docteur Hook, on peut en apporter une raiſon fort ſimple, ſavoir que la ſurface de la *lune* abſorbe la plus grande partie des rayons du ſoleil, & ne nous en envoie que la plus petite partie.

La *lumiere cendrée* de la lune eſt une *lumiere* foible qu'on aperçoit au dedans du croiſſant, & qui fait entrevoir toute la rondeur de la lune, quoique le ſoleil n'en éclaire qu'une petite partie. Les anciens ont été très-embaraſſés ſur la cauſe de cette petite *lumiere*. Mæſtlinus fut le premier qui, en 1596, reconut que c'étoit la *lumiere* de la terre réfléchie ſur la lune; Kepler, *Aſtronomiæ pars optica*, p. 254. Comme la *lune* éclaire la terre d'une lumiere qu'elle reçoit du ſoleil, de même elle eſt éclairée par la terre qui lui renvoie auſſi de ſon côté par réflexion des rayons du ſoleil, & cela en plus grande abondance qu'elle n'en reçoit elle-même de la *lune*; car la ſurface de la terre eſt environ treize fois plus grande que celle de la *lune*, & par conſéquent en ſuppoſant à chacune de ces ſurfaces une texture ſemblable, eu égard à l'aptitude de réfléchir les rayons de lumiere, la terre enverra à la *lune* dans cette ſuppoſition treize fois plus de lumiere qu'elle n'en reçoit d'elle. Et cependant la lumiere de la *lune* ſuffit pour nous faire diſtinguer, la nuit tous les objets. Or dans les nouveles *lunes*, le côté éclairé de la terre eſt tourné en plein vers la *lune*, & il éclaire par conſéquent alors la partie obſcure de la *lune*: les habitans de la *lune*, s'il y en a, doivent donc avoir alors pleine terre, comme dans une poſition ſemblable nous avons pleine *lune*; de là cette lumiere foible qu'on appele *lumiere cendrée* & qu'on obſerve dans les nouveles *lunes*; car outre les cornes brillantes, on aperçoit encore le reſte de ſon diſque, & même aſſez pour y apercevoir & diſtinguer les grandes taches. Cette lumiere va en s'afoibliſſant à meſure que la *lune* s'écarte du lieu qu'elle occupoit relativement au ſoleil & à la terre, c'eſt-à-dire, à meſure que la *lune* s'approche de ſes quadratures.

Quand la *lune* parvient en oppoſition avec le ſoleil, la terre vue de la *lune* doit paroître alors en conjonction avec lui, & ſon côté obſcur doit être tourné vers la *lune*; dans cette poſition la terre doit ceſſer d'être viſible aux habitans de la *lune*, comme la *lune* ceſſe de l'être pour nous lorſqu'elle eſt nouvele dans ſa conjonction avec le ſoleil; peu après les habitans de la *lune* doivent voir la terre cornue, en un mot la terre doit préſenter à la *lune* les mêmes phaſes que la *lune* préſente à la terre.

C'eſt vers le troiſieme jour de la *lune* que la *lumiere* cendrée eſt la plus ſenſible, parce que la lune eſt aſſez dégagée des rayons du ſoleil, & que ſon croiſſant n'eſt pas aſſez fort pour éteindre la *lumiere* cendrée & nous empêcher de la diſtinguer.

Nature & propriétés de la lune. La *lune* n'a point de lumiere propre, ce qui ſe prouve de pluſieurs manieres. 1°. Elle ne montre qu'une petite partie de ſon diſque, lorſqu'elle ſuit le ſoleil prêt à ſe coucher; cette portion croît à meſure que la lune s'éloigne du ſoleil juſqu'à la diſtance de 180° où elle eſt pleine; & diminue au contraire à meſure que l'aſtre s'approche du ſoleil, & la lune perd toute ſa lumiere lorſqu'elle l'a atteint: 2°. ſa partie lumineuſe eſt conſtamment tournée vers l'occident lorſqu'elle eſt dans ſon croiſſant, & vers l'orient quand elle eſt dans ſon décours; de tout cela il ſuit évidemment qu'elle n'a d'éclairée que la ſeule partie ſur laquelle tombent les rayons du ſoleil; enfin cela ſe prouve par les phénomenes des éclipſes, qui n'arivent que lorſque la *lune* eſt pleine, c'eſt-à-dire, lorſqu'elle eſt éloignée de 180° du ſoleil: on doit donc en conclure qu'elle n'a point de lumiere propre, mais qu'elle emprunte du ſoleil toute celle qu'elle nous envoie.

La *lune* diſparoît quelquefois dans les éclipſes par un ciel clair, ſerein, de façon qu'on ne ſauroit la découvrir avec les meilleures lunetes, quoique des étoiles de la 5e & 6e grandeur reſtent toujours viſibles. Kepler a obſervé deux fois ce phénomene en 1581 & 1583; Hévélius en 1620; Riccioli, d'autres jéſuites de Bologne, & beaucoup d'autres perſones en Hollande obſerverent la même choſe le 14 Avril 1642, quoique la *lune* fût reſtée toujours viſible à Veniſe & à Vienne. Le 23 Décembre 1703, il y eut une autre diſparition totale, la *lune* parut d'abord à Arles d'un brun jaunâtre, & à Avignon elle parut rougeâtre & tranſparente, comme ſi le ſoleil avoit brillé au travers; à Marſeille un des côtés parut rougeâtre, & l'autre fort obſcur; & à la fin, elle diſparut entiérement, quoique par un temps ſerein. Ces couleurs qui paroiſſoient différentes dans

Digitized by Google

un même temps, n'appartenoient donc pas à la *lune*, on penſa qu'elles venoient de quelque matiere qui l'entouroit & qui ſe trouvoit différemment diſpoſée pour donner paſſage à des rayons de telle ou telle couleur.

L'œil nu ou armé d'un téleſcope, voit dans la face de la *lune* des parties plus obſcures que d'autres, qu'on appele *taches*. A travers le téleſcope, les bornes de la lumiere & de l'ombre paroiſſent dentelées & inégales, compoſées d'arcs diſſemblables, convexes & concaves. On obſerve auſſi des parties lumineuſes, diſperſées ou ſemées parmi de plus obſcures, & on voit des parties illuminées par-delà les limites de l'illumination; d'autres intermédiaires, reſtant toujours dans l'obſcurité & auprès des taches, ou dans les taches même.

Or, comme toutes les parties de la ſurface de la *lune* ſont également illuminées par le ſoleil, puiſqu'elles en ſont également éloignées; il s'enſuit que s'il y en a qui paroiſſent plus brillantes, & d'autres plus obſcures, c'eſt qu'il en eſt qui réfléchiſſent les rayons du ſoleil plus abondamment que d'autres, & par conſéquent qu'elles ſont de différente nature: les parties qui ſont le plutôt éclairées par le ſoleil, ſont néceſſairement plus élevées que les autres, c'eſt-à-dire, qu'elles ſont au deſſus du reſte de la ſurface de la *lune*.

Hévelius raporte qu'il a ſouvent trouvé dans un temps très-ſerein, lors même que l'on pouvoit voir les étoiles de 6e & de 7e grandeur, qu'à la même hauteur & à la même élongation de la terre, & avec la même lunete, la *lune* & ſes taches n'étoient pas toujours également lumineuſes, & viſibles, mais qu'elles étoient plus brillantes, plus pures & plus diſtinctes dans un temps que dans un autre.

On a aſſuré quelquefois que ſaturne, jupiter & les étoiles fixes, lorſqu'elles ſe cachoient derriere la *lune*, paroiſſoient près de ſon limbe, ſoit éclairé, ſoit obſcur, changer leur figure circulaire en ovale; mais dans d'autres occultations, on n'a point trouvé d'altération; or il arive que le ſoleil & la *lune* ſe levant & ſe couchant dans un horizon vaporeux ne paroiſſent plus circulaires, mais elliptiques par la réfraction; on a cru pouvoir en conclure que dans les temps où la figure preſque circulaire des planetes, eſt changée par la *lune*, cet aſtre eſt alors entouré d'une matiere denſe qui réfracte les rayons que ces planetes envoient; & que ſi, dans d'autres temps, on n'obſerve point ce changement de figure, cette même matiere ne ſe trouve plus autour de la *lune*, mais je ſuis porté à croire que ces différences n'ont pas été bien obſervées.

La *lune* eſt un corps opaque, couvert de montagnes & de vallées. On a meſuré la hauteur d'une de ces montagnes, & l'on a trouvé qu'elle avoit environ 3 lieues de haut. *Voy.* SÉLÉNOGRAPHIE. Il y a dans la *lune* de grands eſpaces, dont la ſurface eſt unie & égale, & qui réfléchiſſent en même temps moins de lumiere que les autres. Or, comme la ſurface des corps fluides eſt naturellement unie, & que ces corps en ant que tranſparens tranſmettent une grande partie de la lumiere, & n'en réfléchiſſent que fort peu, pluſieurs aſtronomes ont, conclu de là que les taches de la *lune* étoient des corps fluides tranſparens, & que celles qui ſont fort étendues étoient des mers. Les parties lumineuſes des taches devoient être par la même raiſon des îles & des péninſules. Et puiſque dans les taches & près de leur limbe, on remarque certaines parties plus hautes que d'autres, il faut, diſoit-on, qu'il y ait dans les mers de la *lune* des rochers & des promontoires.

D'autres aſtronomes ont ſoutenu avec plus de fondement, qu'il n'y a point de mers dans la *lune*; ſi on regarde, diſent-ils, avec un bon téleſcope les grandes taches que l'on prend pour des mers, on y remarque une infinité de cavernes ou de cavités, ce qui s'aperçoit principalement par le moyen des ombres qui ſont jettées au dedans lorſque la *lune* croît, ou lorſqu'elle eſt en décours. Or c'eſt, ajoutent-ils, ce qui ne paroit guere convenir à des mers d'une vaſte étendue. Ainſi, ils croient que ces régions de la *lune* ne ſont point des mers, mais qu'elles ſont d'une matiere moins dure & moins blanche que les autres contrées des pays montueux.

La *lune* eſt entourée, ſuivant quelques aſtronomes, d'une atmoſphere; ils ſe fondent ſur ce que dans les éclipſes totales du ſoleil, on voit la *lune* environée d'un anneau lumineux parallele à ſa circonférence; dans la grande éclipſe de 1715, on vit l'anneau à Londres, & ailleurs; Kepler dit qu'on avoit vu la même choſe à Naples & à Anvers dans une éclipſe de 1605; & Wolf l'a obſervé auſſi à Leipſick dans une de 1706, décrite fort au long dans les *acta eruditorum*, avec cette circonſtance remarquable que la partie la plus voiſine de la *lune* étoit viſiblement plus brillante que celle qui en étoit plus éloignée, ce qui eſt confirmé par les obſervations des aſtronomes françois, (*Mémoire de l'Académie pour l'année* 1706). On en a conclu qu'il y avoit autour de la *lune* quelque fluide qui tout-à-la-fois réfléchiſſoit & briſoit les rayons du ſoleil; ce fluide devoit être plus denſe près du corps de la *lune*, & plus rare au deſſus; or comme l'air qui environe notre terre eſt un fluide de cette eſpece, on croyoit pouvoir en conclure que la *lune* avoit ſon air; on croyoit que l'air lunaire n'étoit pas toujours également tranſparent, qu'il changeoit quelquefois les figures ſphériques des étoiles en ovales; dans quelques-unes des éclipſes totales dont nous avons parlé, on avoit aperçu immédiatement avant l'immerſion un tremblement dans le limbe de la *lune* avec une aparence de fumée claire & légere qui ſe tenoit ſuſpendue au deſſus durant l'immerſion, & qui s'étoit fait remarquer ſur-tout en Angleterre; or ces mêmes phénomenes s'obſervent

Digitized by Google

dans notre air quand il eſt plein de vapeurs ; il ſembloit donc que lorſqu'on les obſervoit dans la *lune*, ſon atmoſphere devoit être alors pleine de vapeurs & d'exhalaiſons : enfin puiſque dans d'autres temps l'air de la *lune* eſt clair & tranſparent, & qu'il ne produit aucun de ces phénomenes, on en concluoit que les vapeurs étoient alors précipitées ſur la *lune*, & qu'il falloit par conſéquent qu'il fût tombé ſur cet aſtre de la roſée, de la pluie ou de la neige.

Cependant d'autres aſtronomes ont obſervé que quand des étoiles s'approchent de la *lune*, elles ne paroiſſent ſoufrir aucune réfraction ſenſible, ce qui prouve que la *lune* n'a point d'atmoſphere, du moins telle que notre terre. Il y a beaucoup d'apparence que ſur la *lune* il n'y a jamais de nuages, ni de pluies. Car s'il s'y trouvoit des nuages, on les verroit ſe répandre indifféremment ſur toutes les régions du diſque apparent, en ſorte que ces mêmes régions nous ſeroient ſouvent cachées : or c'eſt ce qu'on n'a point obſervé. Il faut donc que le ciel de la *lune* ſoit parfaitement ſerein. On objecte que les nuages pouroient ſe trouver dans la partie de l'atmoſphere qui n'eſt point éclairée du ſoleil, parce que la chaleur eſt plus grande dans la partie éclairée, la ſeule qu'il nous eſt permis d'appercevoir ; cette chaleur excitée par les rayons du ſoleil pourroit raréfier l'atmoſphere de la *lune*, mais la différence ne ſauroit être ſi forte. On objecte encore que M. le Monnier a remarqué en 1736 & 1738, que l'étoile Aldébaran s'avançoit en plein jour un peu ſur le diſque éclairé de la *lune*, où cette même étoile diſparut enſuite, après avoir entamé très-ſenſiblement le diſque, & cela vers le diametre horizontal de la *lune*, mais on peut conclure de là une inflexion ou une irradiation, plutôt qu'une atmoſphere comme la notre. La *lune* ayant de la reſſemblance avec la terre, on a conclu qu'elle renfermoit auſſi des terrains où les plantes prenent racine, croiſſent & produiſent des ſemences pour nourir des animaux ; comme nous ſavons d'ailleurs que la nature eſt uniforme & conſtante dans ſes procédés, que les mêmes choſes ſervent aux mêmes fins : pourquoi ne conclurions-nous donc pas qu'il y a des plantes & des animaux dans la *lune* ? A quoi bon ſans cela cet appareil de choſes qui paroît ſi bien leur être deſtinées ? ces preuves ſe fortifioient en faiſant voir que notre terre eſt elle-même une planete, & que ſi on la voyoit des autres planetes, elle paroîtroit dans l'une ſemblable à la *lune*, dans d'autres à *Vénus*, dans d'autres à *Jupiter*, &c. En effet, cette reſſemblance, ſoit optique, ſoit phyſique, entre les différentes planetes, donneroit lieu de préſumer qu'il s'y trouve les mêmes choſes ; mais s'il n'y a ni eau ni air, l'analogie devient bien foible.

M. de Buffon regarde la *lune* comme un corps refroidi & glacé, qui ne peut plus avoir ni air, ni eau, ni végétation. (*Epoques de la nature.*) Les plus forts téleſcopes, ne nous montrent la *lune* que comme un reſte de volcan ſec & criblé de trous. M. du Séjour a trouvé que les rayons du ſoleil aux approches de la *lune*, éprouvoient une inflexion de 4″ au plus, ce qui ſuppoſe ou peu ou point d'atmoſphere ; ainſi, l'on ne peut rien affirmer ſur la reſſemblance de la *lune* & de la terre.

Influence de la lune. On a attribué autrefois beaucoup de puiſſance à la *lune* ſur les corps terreſtres, & pluſieurs perſones ſont encore dans cette opinion ; cependant ſi l'on examine la choſe avec attention, il ne doit point paroître impoſſible que la *lune* ne puiſſe avoir beaucoup d'influence ſur l'air que nous reſpirons & les différens effets que nous y obſervons. Il eſt certain que le ſoleil & la *lune* ſur-tout, agiſſent ſur l'Océan, & cauſent le *flux* & le *reflux* de la mer. Or ſi l'action de ces aſtres eſt ſi ſenſible ſur la maſſe des eaux, pourquoi ne le ſera-t-elle pas ſur l'atmoſphere qui les couvre ? Pourquoi ne cauſera-t-elle pas dans cette atmoſphere des mouvemens & des altérations ſenſibles ? Il eſt vrai que le vulgaire tombe dans beaucoup d'erreurs à ce ſujet, & nous ne prétendons point adopter tous les préjugés ſur la nouvele *lune*, ſur les effets de la *lune*, tant en croiſſant ou en décours, ſur les remedes qu'il faut faire quand la *lune* eſt dans certains ſignes du zodiaque ; mais nous croyons pouvoir dire que pluſieurs vents, par exemple, & les effets qui en réſultent, peuvent être attribués à l'action de la *lune* ; que par ſon action ſur l'air que nous reſpirons, elle peut changer la diſpoſition de nos corps, & occaſioner des maladies : il eſt vrai que comme les dérangemens qui arivent dans l'atmoſphere ont encore une infinité d'autres cauſes dont la loi ne paroît point réglée, les effets particuliers de la *lune* ſe trouvant mêlés & combinés avec une infinité d'autres, ſont par cette raiſon très-difficiles à connoître & à diſtinguer ; mais cela n'empêche pas qu'ils ne ſoient réels, & dignes de l'obſervation des philoſophes. Le docteur Mead, célebre médecin anglois, a fait un livre qui a pour titre : *de imperio ſolis ac lunæ in corpore humano*, de l'empire du ſoleil & de la *lune* ſur les corps humains. M. Toaldo, dans ſon *Eſſai Météorologique*, en a donné des preuves pour les années pluvieuſes, de même que dans ſon *ſaros météorologique*. Journal de Phyſique, *tome* 21, *page* 176.

Lune, (*Calendrier*), ſe dit du mois lunaire, une *lune*, deux *lunes*, &c. un mois, deux mois, comptés ſur les phaſes de la *lune*. Le peuple dit auſſi la *lune* de mars, la *lune* d'avril, *&c.* ſans trop ſavoir ce qu'il entend par-là. Les ſavans ont quelquefois varié à ce ſujet, & il ſera utile d'en donner ici l'explication. Voyez *le Journal des Savans*, de 1771, *Journal de Paris*, *mars* 1783.

Dans le *Journal Eccléſiaſtique* (*janvier* 1771) M. Rondet a mis une aſſez longue diſſertation

Digitized by Google

pour prouver que la *lune* paſchale doit être appelée *lune de mars* : mais l'uſage eſt contraire ; car, ſuivant l'ancienne regle des computiſtes, *in quo completur menſis lunatio detur* : la *lune* de mars eſt celle qui finit dans le mois de mars. Cet uſage eſt atteſté par Clavius (*Calend. Rom., pag.* 156), par M. Blondel, de l'académie des ſciences, maréchal de camp, mort en 1686, dans ſon *Hiſtoire du calendrier romain*, publiée en 1682 (*pag.* 119), & par l'auteur d'un mémoire intitulé : *Queſtion curieuſe*, où l'on demande de quel mois de l'année ſolaire doit prendre ſon nom chaque mois de l'année lunaire ; (*Journal de Trévoux, mai* 1741). L'uſage que je viens d'obſerver a été même ſuivi dans le grand ouvrage intitulé : *l'Art de vérifier les dates*, édition de 1770, *in-fol. p.* 22, réimprimé en 1783, *p. xxvj*. Sur ce principe, la *lune* paſchale n'eſt jamais la *lune* de mars ; ce que l'on avoit déja obſervé dans le *Mercure de France*, & dans le *Calendrier de la Flandre* pour l'année 1742.

Le vénérable Bede penſoit que le mois lunaire devoit prendre ſon nom du mois ſolaire où la pleine *lune* arrive ; d'autres ont prétendu qu'il falloit donner au mois lunaire le nom du mois où la *lune* commençoit : mais dans une queſtion de mots, ſi l'on veut prendre un parti, je crois qu'on peut s'en tenir à l'uſage le plus général. L'on s'en eſt cependant écarté dans le *Colombat* ou *Calendrier de la Cour* juſqu'à 1770, où je fis ſupprimer la dénomination des *lunes*, en même temps que j'y fis quelques autres corrections.

Mais une ſemblable dénomination des *lunes* ſera toujours équivoque ; elle ne ſera jamais compriſe par le grand nombre de ceux qui s'en ſerviront ; & c'eſt ce qui nous a obligé à n'en point faire uſage.

Il faut convenir cependant que la dénomination des *lunes*, dans les 19 années du cycle lunaire, a dû faire adopter l'uſage que j'ai expliqué ci-deſſus, préférablement à tout autre. En effet, la premiere année du cycle lunaire, par exemple, 1767, a une lunaiſon qui commence le premier janvier, & celle-là peut ſervir à régler toutes les autres. La ſuivante doit être naturellement appelée la *lune de février* : celle-ci finit en février. Il en eſt de même de toutes les ſuivantes, juſqu'au mois d'octobre de la troiſieme année, où il finit deux lunaiſons, après leſquelles on commence à compter les *lunes* de la même maniere. C'eſt donc naturellement la *lune*, qui finit dans un certain mois, qui doit en prendre la dénomination, ſuppoſé qu'on veuille attribuer une *lune* à chaque mois. *Voyez* CALENDRIER. (*D. L.*)

LUNE ROUSSE. Ceux qui ſe ſervent de ce mot-là ne ſavent guere quels ſens on doit y atacher. Voici cependant ce que j'ai entendu dire de plus vrai-ſemblable. Cette *lune* commence en avril & finit en mai : vers la fin d'avril & le commencement de mai, les gelées ſont très-dangereuſes ; la pouſſe des plantes, des herbes, des arbres, eſt fort tendre : une gelée d'une certaine force eſt capable de tout gâter lorſque le ſoleil eſt ardent ; on attribue à la *lune* ces ſortes de gelées, après leſquelles le ſoleil ſurvenant, brûle tout & rend ces tendres pouſſes toutes rouſſes : de là, peut-être, eſt venu le nom de *lune rouſſe*. (*D. L.*)

LUNETE, ſ. f. (*Diopt.*) inſtrument compoſé d'un ou de pluſieurs verres, & qui a la propriété de faire voir diſtinctement ce qu'on n'appercevroit que foiblement ou point du tout à la vue ſimple.

Il y a pluſieurs eſpeces de *lunetes* ; les plus ſimples ſont les *lunetes* à mettre ſur le nez, qu'on appele autrement *beſicles*, & qui ſont compoſées d'un ſeul verre pour chaque œil. L'invention de ces *lunetes* paſſe pour être de la fin du xiij ſiecle ; on l'a même attribuée au moine Roger Bacon, mort en 1292 : mais M. le Prince prouve qu'on les connoiſſoit dès l'an 1266. (*Journal des Savans*, 1782, *page* 181, *in-4°.*) On peut voir auſſi le *traité d'optique* de M. Smith, & l'*hiſtoire des Mathématiques* de M. de Montucla, *tome I, page* 424.

Il y a des *lunetes* à mettre ſur le nez, qu'on appele des *conſerves* ; mais elles ne méritent véritablement ce nom, que lorſqu'elles ſont formées de verres abſolument plans, dont la propriété ſe borneroit à affoiblir un peu la lumiere ſans changer rien d'ailleurs à la diſpoſition des rayons. Dans ce cas, ils pouroient ſervir à une vue qui ne ſeroit ni *myope* ni *presbyte*, mais qui auroit ſeulement le défaut d'être bleſſée par une lumiere trop vive. Ainſi les *lunetes* qu'on appele *conſerves*, ne méritent point ce nom, parce qu'elles ſont preſque toujours formées de verres convexes, qui ſervent à remédier à un défaut réel de la vue ; défaut qui conſiſte à ne pas voir diſtinctement les objets trop proches & trop petits ; ce défaut augmente à meſure qu'on avance en âge.

Les *lunetes* d'approche s'appelent quelquefois en latin *teleſcopia* ; mais en françois on réſerve le nom de téleſcopes aux inſtrumens formés par des miroirs. *Voyez* TÉLESCOPE.

L'invention des lunetes d'approche, devenue ſi utile à l'aſtronomie, fut faite vers l'an 1609, par hazard en Hollande ; mais Molineux, dans ſa dioptrique, obſerve que Roger Bacon en avoit donné quelque idée ; & Kepler, dans une diſſertation imprimée en 1611, remarquoit que J. B. Porta, Napolitain, en avoit parlé avant la fin du ſeizieme ſiecle, d'une maniere aſſez poſitive.

Galilée, dans le *nuntius ſydereus*, publié au mois de mars 1610, raconte qu'environ 10 mois auparavant, le bruit s'étoit répandu qu'un certain Hollandois avoit fait une *lunete*, par le moyen de laquelle les objets éloignés paroiſſoient fort proches. Il en chercha la raiſon, & méditant ſur les moyens de faire un pareil inſtrument, par le moyen des loix de la réfraction, il y parvint bientôt. Il mit aux deux extrémités d'un tube de plomb, deux

Digitized by Google

deux verres, plans d'un côté & ſphériques de l'autre, mais dont l'un avoit un côté convexe, & l'autre un côté concave, alors il vit les objets trois fois plus près qu'à la vue ſimple. Galilée continua à perfectionner cette invention, & les découvertes les plus curieuſes dans le ciel en furent le réſultat.

Les *lunettes* dont ſe ſervent aujourd'hui les aſtronomes ſont formées de deux verres convexes, dont l'un tourné du côté de l'objet s'appele *l'objectif*, & l'autre vers lequel on place l'œil s'appele l'*oculaire*. Voici en abrégé la maniere dont ſe produit l'effet des *lunettes*, on le trouvera plus au long dans les livres d'opique déja cités; je ne raporterai ici que les principes les plus ſimples, pour mettre ſur la voie le lecteur qui ne voudra pas recourir à d'autres livres.

Les rayons *S A*, *S A*, *Fig.* 287 *d'Aſtronomie*, qui vienent d'un point lumineux, par exemple d'une étoile, ſont paralleles entr'eux, à cauſe de la grande diſtance; ils ſe réuniſſent en un foyer *F* & ils y forment l'image du point lumineux. C'eſt dans ce point où l'on place des fils; ces rayons, après s'être réunis au point *F*, s'écartent & vont tomber ſur l'oculaire *G G*, duquel ils ſortent paralleles pour entrer dans l'œil placé en *O*. Un œil bien conſtitué, c'eſt-à-dire, qui n'eſt ni myope ni presbyte, voit diſtinctement un objet, lorſque les rayons qui vont de l'objet à l'œil y arivent paralleſlement entr'eux, & il voit l'objet ſur l'axe optique *C F*, ou ſur la ligne qui paſſe par l'objet, par le centre de l'objectif, & par le point *F* du foyer où tous les rayons étoient raſſemblés avant que d'ariver à l'oculaire.

Si l'on conſidere deux points lumineux, par exemple, les deux extrémités *S* & *L* d'un objet, *Fig.* 288, on aura deux axes, *S A F* & *L A G*; le point *S* envoie une infinité de rayons paralleles entr'eux, qui vont tous ſe réunir en un point *F*, pour ariver enſuite à l'œil paralleles entr'eux; c'eſt ainſi que l'œil aperçoit diſtinctement l'image de cet objet au point *F*; de même le point *L* envoie une infinité de rayons qui, couvrant la ſurface de l'objectif, vont enſuite ſe réunir au foyer *G*, ſur l'axe *L A G*, & font voir diſtinctement le point *L*; l'angle que ces rayons *S A F* & *L A G* font entr'eux après avoir traverſé l'oculaire, lorſqu'ils arivent à l'œil, eſt plus grand que celui des rayons directs; & l'on démontre dans les livres d'optique, que la grandeur apparente d'un objet eſt multipliée autant de fois que le foyer de l'objectif contient celui de l'oculaire; ainſi une lunette de 18 pieds de foyer, avec un oculaire de 2 pouces de foyer, groſſit un objet 108 fois, parce que deux pouces ſont contenus 108 fois dans 18 pieds; avec une ſemblable lunete on voit les objets comme on les verroit s'ils étoient 108 fois plus près de nous qu'ils ne ſont réellement.

La grandeur de l'image *G F*, répond à un angle *G A F*, égal à l'angle *S A L*, qui meſure le diametre de l'objet; ainſi, pour qu'un objet qui a 32' de diametre puiſſe ſe voir dans une *lunette*, il faut que l'ouverture de l'oculaire ſoit aſſez grande pour que le demi-diametre *B F* de cette ouverture ſoutende un angle de 16' au centre *A* de l'objectif; c'eſt cette ouverture de l'oculaire, ou plutôt celle du diaphragme ou du cercle de carton qu'on place au foyer *F* d'une *lunette*, qui décide ſeule du *champ* de la *lunette*, c'eſt-à-dire, de la grandeur de l'objet que l'on peut y apercevoir.

Le diametre qui eſt l'ouvertuue de l'objectif, décide ſeul de la quantité de lumiere; elle eſt comme le carré du diametre; mais comme les ſurfaces des objectifs ne peuvent ſe travailler que dans des baſſins circulaires, & que les ſurfaces ſphériques ne réuniſſent pas tous les rayons réellement en un même point, on ne peut donner à l'objectif qu'une ouverture qui ſoit petite en comparaiſon de la longueur du foyer. Les lunetes ordinaires de 18 pieds, dont les aſtronomes ſe ſervent ſouvent, ne peuvent guere comporter une ouverture de plus de deux pouces & demi; mais, depuis quelques années, ils emploient preſque tous des lunetes acromatiques, c'eſt-à-dire, dont l'objectif eſt compoſé de deux ſortes de verre, pour corriger la différente réfrangibilité des rayons, & l'aberration de la figure ſphérique. *Voyez* ACHROMATIQUE.

LUNETE MÉRIDIENE, ou inſtrument des paſſages. *Voyez* PASSAGES.

LUNETE PARALLACTIQUE, ou machine parallactique. *Voyez* PARALLACTIQUE.

LUNETE DOUBLE, *iconantidyptique* ou *diplanidienne*, dans laquelle on voit deux images du même objet, l'une droite, l'autre renverſée. M. Jeaurat, de l'Académie des Sciences, remarquoit en 1778, que ſi dans une *lunete* méridiene où l'on obſerve le paſſage d'un aſtre, on voyoit deux images du même aſtre, l'une droite, l'autre renverſée, l'une avançant vers la droite & l'autre vers la gauche, le moment du concours des deux images ſeroit plus facile à ſaiſir, & qu'on auroit plus exactement le paſſage au méridien, & qu'on ſeroit diſpenſé d'éclairer les fils, parce que le concours des deux images ſeroit voir le paſſage dans l'axe de la *lunete*. Il propoſa ſon idée à M. Navarre, opticien qui logeoit à l'obſervatoire, & celui-ci en conſtruiſit une dont il y a une notice dans le *Journal de Phyſique*, décembre 1778, *page* 485. On l'appela d'abord iconantidyptique, d'après des mots grecs qui ſignifient images oppoſées doubles, enſuite diplantidiene, qui exprime auſſi des images doubles oppoſées & ſemblables.

Pour conſtruire cette *lunete*, il faut avoir un objectif qui ſoit percé d'un trou dans le milieu; dans ce trou l'on inſere un tuyau qui porte deux autres objectifs; on a ainſi deux *lunetes* l'une dans l'autre, & le même oculaire ſert à toutes les deux; la *lunete* extérieure n'a qu'un objectif, ainſi elle renverſe les objets, la *lunete* intérieure en a deux, placés de maniere que l'objet ſoit redreſſé, ainſi le même oculaire fait voir les deux images en ſens contraire.

Digitized by Google

Mais comme l'objectif extérieur eſt en forme de zône ou d'anneau, il forme une *lunette* très-defectueuſe, parce que le grand diametre qu'il faut lui donner, produit une grande aberration de rayons colorés. La *lunette* intérieure ayant deux objectifs éloignés l'un de l'autre, eſt beaucoup moins bonne que les *lunettes* terreſtres, qui ont un objectif avec trois oculaires pour redreſſer les objets; d'ailleurs ces deux objectifs etant néceſſairement fort convexes, ſont ſujets à une grande aberration de ſphéricité.

Il faudroit que, dans cet inſtrument, on pût rendre le groſſiſſement égal pour les deux *lunettes*, que les images euſſent la même clarté, & que l'aberration fût la même. M. l'abbé Boſcovich a cherché par l'analyſe à remplir ces conditions, mais il a trouvé qu'en faiſant les trois objectifs acromatiques, on auroit un effet beaucoup moindre que celui d'une *lunette* acromatique ordinaire qui ſeroit moitié plus courte.

On trouve des calculs pour cette ſorte de *lunette*, par M. Jeaurat, dans les *Mémoires de l'Académie* pour 1779, dans les *Tranſactions Philoſophiques*, & enſuite dans la *Connoiſſance des temps* de 1786; & M. Kratzenſtein en a donné la conſtruction dans les *mémoires de Petersbourg* pour 1779.

LUNETTE *d'épreuve*, (*Aſtron.*) eſt une *lunette* bien centrée, qui porte deux carrés aux extrémités de ſon tube, & qui ſert à vérifier divers inſtrumens; cette *lunette* d'épreuve, *Pl. d'Aſtron.*, *Fig.* 236, peut s'appeler auſſi *lunette centrée*, *lunette contrepointée*; les taſſeaux carrés *C* & *D* doivent être exactement égaux & rectangles avec leurs faces oppoſées paralleles & bien dreſſées; l'objectif doit être ſi bien centré, que la ligne *A B* paſſant par la croiſée des fils, réponde au même point, lorſqu'on place la *lunette* ſur chacune de ſes deux faces à volonté: ceux qui font les inſtrumens d'aſtronomie, ont beſoin de cette *lunette* d'épreuve, pour rendre la *lunette* d'un quart de cercle parallele au plan. *Voyez* PARALLÉLISME. (*D. L.*)

LUNISOLAIRE, adj. (*Aſtronomie*) marque ce qui a raport à la révolution du ſoleil & à celle de la lune, conſidérées enſemble. Le cycle lunaire de 19 ans eſt la premiere de toutes les périodes luniſolaires; celle de 18 ans ou 223 lunaiſons, ramene les éclipſes dans le même ordre, mais dix jours plutard.

On a quelquefois appelé année *luniſolaire*, une période d'années formée par la multiplication du cycle lunaire, qui eſt de 19 ans, & du cycle ſolaire qui eſt de 28. Le produit de ces deux nombres eſt 532. Cette période eſt auſſi appelée *Dionyſienne*, du nom de Denis le Petit, ſon inventeur. Quand elle eſt révolue, les nouveles & les pleines lunes reviennent à très-peu près aux mêmes jours du mois; & chaque jour du mois ſe trouve préciſément au même jour de la ſemaine.

La période *luniſolaire* de 600 ans, ramene le ſoleil & la lune au même point du ciel & preſqu'au même jour de l'année; du moins ſon erreur n'eſt que la moitié de celle du cycle lunaire.

La période *luniſolaire* de Louis le Grand, propoſée par Domin. Caſſini, eſt de 11600 ans, elle ramene les nouveles lunes preſqu'à la même heure de l'année Grégoriene. (*Regles de l'Aſtronom. indienne.*) (*D. L.*)

LUNULE, ſ. f. (*Géom.*) figure plane en forme de croiſſant, terminée par des portions de circonférence de deux cercles qui ſe coupent à ſes extrémités.

Quoiqu'on ne ſoit point encore venu à bout de trouver la quadrature du cercle en entier, cependant les géometres ont trouvé moyen de carrer pluſieurs parties du cercle: la premiere quadrature partielle qu'on ait trouvée, a été celle de la *lunule*: nous la devons à Hippocrate de Chio. *Voyez* GÉOMÉTRIE.

Soit *AEB*, *Pl. de Géométrie*, *Fig.* 8, un demi-cercle, & *GC=GB*; avec le rayon *BC* décrivez un quart de cercle *AFB*, *AEBFA* ſera la *lunule* d'Hippocrate.

Or, puiſque le carré *BC* eſt double de celui de *GB*, (*Voyez* HYPOTÉNUSE), le quart de cercle *AFBC* ſera égal au demi-cercle *AEB*; ôtant donc de part & d'autre le ſegment commun *AFBGA*, la *lunule AEBFA* ſe trouvera égale au triangle rectiligne *ACB*, ou au carré de *GB*. (*Chambers.*)

Voyez ſur la *lunule* d'Hippocrate & ſur Hippocrate même, les Mémoires de l'Académie des Sciences de Pruſſe, *année* 1748. *Voy.* auſſi l'*article* GÉOMÉTRIE.

Différens géometres ont prouvé que non ſeulement la *lunule* d'Hippocrate étoit carrable, mais encore que l'on pouvoit carrer différentes parties de cette *lunule*; ce détail nous méneroit trop loin. On peut conſulter un petit écrit de M. Clairaut le cadet, qui a pour titre, *diverſes quadratures circulaires, elliptiques & hyperboliques*. (*O*).

LYNX, (*Aſtron.*); conſtellation boréale introduite par Hévelius, pour raſſembler des étoiles informes entre la grande ourſe & le cocher, au deſſus des gémeaux: cette place reſtoit vide dans les anciens globes, ou ſervoit à mettre le titre & les explications. Ces étoiles ne ſont que de la cinquieme ou de la ſixieme grandeur; voilà pourquoi Hévelius leur donna le nom du *lynx*, qui paſſe pour avoir la vue très-perçante; cependant elles ſont viſibles à l'œil ſimple, & Hévelius en détermina dix-neuf; Flamſteed en a mis quarante-quatre dans ſon grand catalogue britannique, mais il les obſervoit avec des lunetes. La principale étoile du *lynx* eſt à l'extrémité de ſa queue, elle eſt de quatrieme grandeur ſuivant Flamſteed; ſa longitude en 1690 étoit de 4ˢ 7ᵈ 31′ 10″; & ſa latitude de 17ᵈ 56′ 0″ boréale. (*D. L.*)

LYON. *Voyez* LION.

LYRE, (*Aſtron.*); conſtellation boréale, appelée auſſi en latin *lyra*, *cythara apollinis*, *orpheï*, *mercurii*, *ationis*, *amphyonis*; *teſtudo ſive chely*

Digitized by Google

marinæ, *fidicula*, *fides*; *falco ſylveſtris*, *vultur cadens*, *deferens pſalterium*, *pupillam & teſtam*; *fidicen*; *aquila marina*, *aquila cadens*. La belle étoile de cette conſtellation s'appele ſouvent auſſi *la lyre*, *wega*, *pupilla*, *teſta*. On repréſente communément un vautour qui porte une *lyre* ou plutôt un décacorde, & par-là on ſatisfait aux différens noms qu'a eus cette conſtellation. M. Dupuis croit que le nom de vautour eſt venu de ce qu'elle tournoit anciénement fort près du pole; on compara ce mouvement à celui des oiſeaux quand ils fondent ſur leur proie; le nom de *teſtudo*, qui ſignifioit *tortue*, vient peut-être auſſi de la lenteur de ſon mouvement; le nom de *lyre* peut venir encore de ce qu'anciénement les cordes de la lyre ſe montoient ſur une écaille de tortue. On l'appele *vultur cadens*, parce que le vautour regarde vers le midi, où il ſemble deſcendre, au lieu que l'aigle qu'on repréſentoit s'élevant vers le haut du ciel, s'appela *vultur volans*. Cette conſtellation ſervit dans la ſuite par ſon lever du ſoir, à fixer le commencement de l'année équinoxiale, & le départ des ſpheres, lorſque le taureau étoit le premier des ſignes (*Aſtron. T. IV.*) C'eſt ce vautour ou *accipiter* qu'on voit ſur les obéliſques égyptiens; & il fut adoré en orient, ſous le nom de *Neſroch* ou *Neſr-Wakı*; c'eſt le nom de cette conſtellation dans Ulug-Beigh. Elle eſt compoſée de 21 étoiles dans le catalogue britannique, la principale, qui eſt de premiere grandeur, avoit en 1750, 9ſ 11° 48′ 37″ de longitude, & 61° 44′ 50″ de latitude boréale.

LYS, (*Aſtron.*). *Voyez* FLEUR DE LYS.

MACERIS, (*Aſtron.*); nom de la conſtellation d'hercule.

MACHINE, ſ. f. (*Hydraul.*); dans un ſens général, ſignifie ce qui ſert à augmenter & à régler les forces mouvantes de quelque inſtrument deſtiné à produire du mouvement, de façon à épargner ou du temps dans l'exécution de cet effet, ou de la force dans la cauſe. *Voyez* MOUVEMENT & FORCE.

Ce mot vient du grec μηχανὴ, *machine*, *invention*, *art*. Ainſi, une *machine* conſiſte encore plutôt dans l'art & dans l'invention que dans la force & dans la ſolidité des matériaux.

Les *machines* ſe diviſent en ſimples & compoſées; il y a ſix *machines* ſimples auxquelles toutes les autres *machines* peuvent ſe réduire, la balance & le levier, dont on ne fait qu'une ſeule eſpece; le treuil, la poulie, le plan incliné, le coin & la vis. *Voyez* BALANCE, LEVIER, *&c.* On pouroit même réduire ces ſix *machines* à trois, le levier, le plan incliné & le coin: car le treuil & la poulie ſe raportent au levier, & la vis au plan incliné & au levier. Quoiqu'il en ſoit, à ces ſix machines ſimples M. Varignon en ajoute une ſeptieme, qu'il appele *machine funiculaire*. *Voyez* FUNICULAIRE.

Machine compoſée, c'eſt celle qui eſt en effet compoſée de pluſieurs *machines* ſimples combinées enſemble.

Le nombre des *machines compoſées* eſt à préſent preſqu'infini, & cependant les anciens ſemblent en quelque maniere avoir ſurpaſſé de beaucoup les modernes à cet égard; car leurs *machines* de guerre, d'architecture, *&c.* telles qu'elles nous ſont décrites, paroiſſent ſupérieures aux nôtres.

Il eſt vrai que, par raport aux *machines* de guerre, elles ont ceſſé d'être néceſſaires depuis l'invention de la poudre, par le moyen de laquelle on a fait en un moment ce que les béliers des anciens & leurs autres *machines* avoient bien de la peine à faire en pluſieurs jours.

Les *machines* dont Archimede ſe ſervit pendant le ſiége de Syracuſe, ont été fameuſes dans l'antiquité; cependant on révoque en doute aujourd'hui la plus grande partie de ce qu'on en raconte. Nous avons de très-grands recueils de *machines* anciennes & modernes, & parmi ces recueils, un des principaux eſt celui des *machines* approuvées par l'Académie des Sciences, imprimé en ſix volumes *in-4°*. On peut auſſi conſulter les recueils de Ramelli, de Lupold, & celui des *machines* de Zabaglia, homme ſans lettres, qui, par ſon ſeul génie, a excellé dans cette partie.

Machine architectonique, eſt un aſſemblage de pieces de bois tellement diſpoſées, qu'au moyen de cordes & de poulies un petit nombre d'hommes peut élever de grands fardeaux & les mettre en place: telles ſont les grues, les crics, *&c. Voyez* GRUE, CRIC, &c.

On a de la peine à concevoir de quelles *machines* les anciens peuvent s'être ſervis pour avoir élevé des pierres auſſi immenſes que celles qu'on trouve dans quelques bâtimens anciens.

Lorſque les Eſpagnols firent la conquête du Pérou, ils furent ſurpris qu'un peuple qu'ils croyoient ſauvage & ignorant, fût parvenu à élever des maſſes énormes, à bâtir des murailles dont les pierres n'étoient pas moindres que de dix pieds en carré, ſans avoir d'autres moyens de charier qu'à force de bras, en traînant leur charge, & ſans avoir ſeulement l'art d'échafauder; pour y parvenir, ils n'avoient point d'autre méthode que de chauſſer la terre contre leur bâtiment à meſure qu'il s'élevoit, pour l'ôter après.

Machine hydraulique ou *machine à eau*, ſignifie ou bien une ſimple *machine* pour ſervir à conduire ou élever l'eau, telle qu'une écluſe, une pompe, *&c.* ou bien un aſſemblage de pluſieurs *machines* ſimples qui concourrent enſemble à produire quelques effets hydrauliques, comme la *machine* de Marly. Dans cette machine, le premier mobile eſt un bras de la riviere de Seine, lequel, par ſon courant, fait tourner pluſieurs grandes roues qui menent des manivelles, & celles-ci des piſtons qui élevent l'eau dans les pompes; d'autres piſtons la forcent à monter dans des canaux le long d'une montagne juſqu'à un réſervoir pratiqué dans une tour de pierre fort élevée au deſſus du niveau de la riviere, & l'eau de ce réſervoir eſt conduite à Verſailles, par le moyen d'un aqueduc. M. Weidler, profeſſeur en aſtronomie à Wirtemberg, a fait un traité de *machines hydrauliques*, dans lequel il calcule les forces qui font mouvoir la *machine* de Marly; il les évalue à 1,000,594 livres, & il ajoute que cette *machine* éleve tous les jours 11,700,000 liv. d'eau à la hauteur de 500 pieds. M. Daniel Bernoulli, dans ſon *hydrodynamique*, *ſection 9*, a publié différentes remarques ſur les *machines hydrauliques*, & ſur le dernier degré de perfection qu'on leur peut donner.

Les pompes de la Samaritaine & du pont de Notre-Dame à Paris, ſont auſſi des *machines hydrauliques*. La premiere a été conſtruite pour fournir de l'eau aux jardins des Tuileries, & la ſeconde en fournit aux différens quartiers de la ville. On trouve dans l'ouvrage de M. Belidor, in-

Digitized by Google

titulé : *architecture hydraulique*, le calcul de la force de pluſieurs *machines* de cette eſpece. *Voyez* la deſcription de pluſieurs de ces *machines* au *mot* HYDRAULIQUE.

Les *machines* militaires des anciens étoient de trois eſpeces : les premieres ſervoient à lancer des fleches, comme le ſcorpion ; des pierres ou des javelines, comme la catapulte ; des traits ou des boulets comme la baliſte ; des dards enflammés, comme la pyrobole : les ſecondes ſervoient à battre des murailles, comme le bélier : les troiſiemes enfin, à couvrir ceux qui approchoient des murailles des ennemis, comme les tours de bois, *&c. Voyez* SCORPION, CATAPULTE, *&c.*

Pour calculer l'effet d'une *machine*, on la conſidere dans l'état d'équilibre, c'eſt-à-dire, dans l'état où la puiſſance qui doit mouvoir le poids ou ſurmonter la réſiſtance, eſt en équilibre avec le poids ou la réſiſtance. On a donné pour cela des méthodes aux *mots* ÉQUILIBRE & FORCES MOUVANTES, & nous ne les répéterons point ici, mais nous ne devons pas oublier de remarquer qu'après le calcul du cas de l'équilibre, on n'a encore qu'une idée très-imparfaite de l'effet de la *machine* : car comme toute *machine* eſt deſtinée à mouvoir, on doit la conſidérer dans l'état de mouvement, & alors il faut avoir égard, 1°. à la maſſe de la *machine*, qui s'ajoute à la réſiſtance qu'on doit vaincre, & qui doit augmenter par conſéquent la puiſſance ; 2°. au frotement qui augmente prodigieuſement la réſiſtance, comme on le peut voir aux *mots* FROTEMENT & CORDE, où l'on trouvera quelques eſſais de calcul à ce ſujet. C'eſt principalement ce frotement & les loix de la réſiſtance des ſolides, ſi différens pour les grands & pour les petits corps (*Voyez* RÉSISTANCE) ; ce ſont, dis-je, ces deux cauſes qui font ſouvent qu'on ne ſauroit conclure de l'effet d'une *machine* en petit à celui d'une autre *machine* ſemblable en grand, parce que les réſiſtances n'y ſont pas proportionelles aux dimenſions des *machines*. Sur les *machines* particulieres, *voyez* les différens *articles* de ce Dictionaire, LEVIER, POULIE, *&c.* (*O*).

MACHINE *qui ſe meut d'elle-même*. (*Méchan.*) Un machiniſte de Gorcum en Hollande donna, il y a quelques années, l'idée d'une *machine* capable de ſe mouvoir d'elle-même, ou plutôt par la force attractive de deux pierres d'aimant. Voici la deſcription de cette invention ſinguliere, dont on voit la Figure dans les *Planches de Méchan. Fig.* 201.

Cette *machine* eſt compoſée d'un châſſis *AB CD*, dans lequel elle ſe meut.

E & F, ſont deux roues de cuivre de même diametre, dont l'axe *G* eſt mobile.

1, 2, 3, *&c.* ſont des aimans artificiels placés dans les dents & tout-autour de la roue, fort près l'un de l'autre, mais qui ne ſe touchent point. Les poles du nord regardent le point *E*, & ceux du ſud le point *F*.

H & I, ſont deux aimans égaux & ſemblables, enchâſſés dans la plaque de cuivre *AC*, le plus près l'un de l'autre qu'il eſt poſſible.

K & L, ſont deux autres aimans enchâſſés dans la plaque *BD*.

Comme le pole nord d'un aimant repouſſe le même pole d'un autre, & attire celui du ſud, & qu'en général celui-ci repouſſe le pole ſud, & attire celui du nord, il s'enſuit que le pole ſud de l'aimant *I* doit attirer tous ceux du nord qui ſont en *E*, & le pole nord de l'aimant *H*, repouſſer tous ceux du nord dans le point *M* : de même *K* attire au point *N*, & repouſſe au point *O*, au moyen de quoi la *machine* tourne ſans ceſſe.

Comme ſa réuſſite dépend en partie de la proximité des poles, je ſuis d'avis qu'on ne les eſpace que d'$\frac{2}{5}$ de pouce. La proportion des autres parties dépend de la volonté de l'artiſte. On poſera les aimans de champ, & non à plat, &, pour les conſerver, on les armera d'un cercle de cuivre.

Le machiniſte de Gorcum, à qui l'on doit la premiere idée de cette *machine*, prétendoit qu'elle conſerveroit ſon mouvement tant que les aimans conſerveroient leur vertu. (*Cet article eſt tiré des journaux anglois, & traduit par V.*)

MACHINISTE, ſ. m. (*Art méchan.*) eſt un homme qui, par le moyen de l'étude de la Méchanique, invente des *machines* pour augmenter les forces mouvantes, pour les décorations de théâtre, l'Horlogerie, l'Hydraulique & autres.

MACHINE *parallactique*. *Voyez* PARALLACTIQUE.

MACHINE *pneumatique*, (*Aſtron.*) *Antlia pneumatica* ; conſtellation méridionale introduite par l'abbé de la Caille, entre l'hydre & le vaiſſeau. La principale étoile eſt de 5e grandeur, ſon aſcenſion droite, pour 1750, eſt eſt 153° 55′ 52″, & ſa déclinaiſon 29° 47′ 4″ auſtrale. Ainſi, elle eſt élevée de 11° à Paris. (*D. L.*)

MADRIERS, ſ. m. (*Hydraul.*) : ce ſont des planches fort épaiſſes de bois de chêne, qui ſervent à ſoutenir les ferres, ou à former des plates-formes pour aſſeoir la maçonerie des puits, des citernes & des baſſins. (*K*)

MAIA ; nom d'une des *pléiades*.

MAIN *de juſtice*, (*Aſtron.*) ; conſtellation placée entre pégaſe, céphée & andromede. *Voyez* SCEPTRE.

MAISON *céleſte*, dans l'ancienne aſtrologie, eſt la douzieme partie du ciel, compriſe entre deux cercles de poſition. Ces cercles paſſent par les deux interſections du méridien & de l'horizon, & coupent l'équateur en douze parties égales.

La premiere *maiſon*, qui ſuit immédiatement le point aſcendant au deſſous de l'horizon à l'orient, eſt appelée *horoſcope* ; on l'appele auſſi la *maiſon de la vie & l'angle oriental*.

La ſeconde *maiſon*, qui ſuit plus bas, eſt appelée la *maiſon des richeſſes* ou *des eſpérances de fortune*.

La troiſieme eſt la *maiſon des freres*.

Digitized by Google

La quatrieme, de le plus bas du ciel, eſt la *maiſon des parens*, *l'angle de la terre*, le *fond du ciel*.

La cinquieme eſt la *maiſon des enfans*.

La ſixieme, la *maiſon de la ſanté*.

La ſeptieme, la *maiſon du mariage* & *l'angle d'occident*.

La huitieme, *maiſon de la mort & porte ſupérieure*.

La neuvieme, *maiſon de la piété* ou *de la religion*.

La dixieme, *maiſon des offices*, *dignités*, *couronnes*.

L'onzieme, *maiſon des amis*, *des bienfaits*.

La douzieme, *la maiſon des ennemis*, *de la priſon*.

Ces douze *maiſons* céleſtes ſont repréſentées en deux façons par les aſtrologues, dans un cercle & dans un carré, comme on le voit dans les figures 231 & 232 des *Planches d'Aſtronomie*.

Quand on conſtruit un théme de nativité, l'on marque, dans chaque caſe, les ſituations des planetes qui occupent chaque maiſon.

Les anciens auteurs d'éphémérides, tels que Maginus, Stadius, Origanus, Argoli, expliquoient fort au long la maniere de trouver le commencement de chaque *maiſon*, *domorum cuſpides*, par le calcul & par des tables qu'on avoit dreſſées pour cet effet. Le point culminant de l'écliptique eſt le commencement de la 10e *maiſon*. La longitude de la premiere *maiſon* eſt le point aſcendant, ou le *nonagéſime* augmenté de trois ſignes. La premiere colonne de ces tables eſt intitulée : *tempus a meridie*, c'eſt l'aſcenſion droite du milieu du ciel pour le moment de la nativité. Mais nous n'expliquerons pas ici le calcul des *maiſons* : il y a maintenant trop peu de perſones qui donnent dans ces vieilles rêveries. (*D. L.*)

MAPPEMONDE, carte géographique où ſont repréſentés les deux hémiſpheres ; ordinairement, par une projection ſtéréographique, l'œil étant ſuppoſé dans l'équateur & à 90° du premier méridien.

MARÉE, (*Phyſ.*) ſ. f. ſe dit de deux mouvemens périodiques des eaux de la mer, par leſquels la mer s'éleve & s'abaiſſe alternativement deux fois par jour. On appele auſſi ce mouvement *flux & reflux de la mer*.

Quand le mouvement de l'eau eſt contraire au vent, on dit que *la marée porte au vent*. Quand on a le cours de l'eau & le vent favorable, on dit *qu'on a vent & marée*. Quand le cours de l'eau eſt rapide, on l'appele *forte marée*. On dit, *attendre les marées* dans un parage ou dans un port, quand on mouille l'ancre, ou qu'on entre dans un port pendant que la *marée* eſt contraire, pour remettre à la voile avec la *marée* ſuivante & favorable. On dit, *refouler la marée*, quand on va contre le cours de la *marée*.

Quand la lune entre dans ſon premier & dans ſon troiſieme quartier, c'eſt-à-dire, quand on a nouvele & pleine lune, les *marées* ſont hautes & fortes, & on les appele *grandes marées*. Et quand la lune eſt dans ſon premier ou dans ſon dernier quartier, les *marées* ſont baſſes & lentes, on les appele *marées* mortes, *mortes-eaux* ou *eaux mortes*.

Nous avons donné, au *mot* FLUX & REFLUX, les principaux phénomenes des *marées*, & nous en avons expliqué la cauſe. *Voyez* auſſi le *dictionaire de Marine*.

MARS, (*Aſtronomie*) eſt une des cinq planetes principales, & la moins éloignée de nous, des trois ſupérieures ; elle eſt placée entre la terre & jupiter, on la diſtingue par ſa couleur rougeâtre.

Son caractere eſt ♂, ſa moyene diſtance du ſoleil eſt à la moyene diſtance du ſoleil, à la terre comme 152,367, eſt à 100,000, & ſon excentricité eſt à la même moyene diſtance du ſoleil à la terre comme 14,211 eſt à 100,000, ce qui donne pour l'équation 10° 40′ 20″. L'inclinaiſon de ſon orbite, c'eſt-à-dire, l'angle formé par le plan de ſon orbite & celui de l'écliptique, eſt d'un degré 51 min. Le temps périodique dans lequel il fait ſa révolution autour du ſoleil, eſt de 686 jours 22 heures 18 minutes 27″, mais il revient en oppoſition au bout de 2 ans, 49 jours, 22h 28′ 26″. Sa révolution autour de ſon axe ſe fait en 24 heures 39′ 21″. Son diametre paroît de 26 à 27 ſecondes, quand il eſt le plus près de nous.

Mars a des phaſes comme la lune, ſelon ſes différentes ſituations, à l'égard de la terre & du ſoleil, car il paroît plein dans ſes oppoſitions & ſes conjonctions ; parce qu'alors tout l'hémiſphere qu'il nous préſente eſt éclairé par le ſoleil. Dans ſes quadratures, nous ne voyons pas tout entier l'hémiſphere qui eſt éclairé du ſoleil, mais il n'eſt jamais en croiſſant comme la lune ou les planetes intérieures.

Quand cette planete eſt en oppoſition avec le ſoleil, elle ſe trouve beaucoup plus près de la terre que quand elle approche de ſa conjonction, phénomene qui auroit ſuffi pour faire tomber abſolument l'hypotheſe de Ptolémée. *Voyez* SYSTÊME.

La diſtance de *mars* à la terre étant alors deux ou trois fois moindre que celle du ſoleil, ſa parallaxe doit être deux ou trois fois plus grande que celle du ſoleil ; ce qui fait que quoique la parallaxe du ſoleil ſoit très-difficile à déterminer à cauſe de ſa petiteſſe, on peut la déterminer plus exactement par le moyen de la parallaxe de *mars*, qui à l'horizon eſt d'environ 25 ſecondes.

Le docteur Hook obſerva, en 1665, pluſieurs taches ſur le diſque de *mars*, & comme elles avoient un mouvement, il en conclut que la planete tournoit autour de ſon centre. En 1666, M. Caſſini obſerva pluſieurs taches ſur les deux faces ou hémiſpheres de *mars*, & il trouva en continuant ſes obſervations avec grand ſoin, que

Digitized by Google

ces taches ſe mouvoient peu à peu d'Orient en Occident, & qu'elles revenoient dans l'eſpace de 24 heures 40 min. à leur premiere ſituation. Mais M. Herſchel l'a déterminé plus exactement.

Mars paroît toujours rougeâtre & d'une lumiere trouble, d'où pluſieurs aſtronomes ont conclu qu'il eſt environé d'une atmoſphere épaiſſe & nébuleuſe.

Outre la couleur rougeâtre de *mars*, on croit avoir encore une autre preuve de ſon atmoſphere: lorſqu'on voit quelques étoiles fixes près de ſon diſque, elles paroiſſent alors obſcures & preſqu'éteintes, mais ces obſervations ſont rares.

La diſtance de cette planete au ſoleil étant à celle du ſoleil à la terre, comme 3 à 2, ſi l'on étoit placé dans *mars* on verroit le ſoleil d'un tiers moins grand qu'il ne nous paroît ici, & par conſéquent le degré de lumiere & de chaleur que *mars* reçoit du ſoleil, eſt moins grand que celui qu'on en reçoit ſur la terre, en raiſon de 4 à 9. Cette proportion peut néanmoins varier ſenſiblement, eu égard à la grande excentricité de cette planete.

La période ou l'année de *mars*, ſuivant qu'on l'a déja obſervé, eſt preſque deux fois auſſi grande que la nôtre; & ſon jour naturel, où le temps que le ſoleil y paroît ſur l'horizon, eſt preſqu'égal au nôtre. L'inclinaiſon de l'axe ſur l'orbite de *mars* eſt de 28° 42', ſuivant les nouveles obſervations de M. Herſchel; ainſi, la diverſité des ſaiſons y eſt plus grande que ſur la terre, où il n'y a que 23° 28' d'obliquité. On avoit cru mal-à-propos juſqu'ici qu'il ne pouvoit y avoir que fort peu de variété de ſaiſons, & preſque point de différence de l'été à l'hiver, quant à la longueur des jours & à la chaleur. D'ailleurs des lieux ſitués en différentes latitudes, c'eſt à-dire, à différentes diſtances de ſon équateur, recevront différens degrés de chaleur, par raport à l'inclinaiſon différente des rayons du ſoleil ſur l'horizon, comme il nous arive à nous-mêmes lorſque le ſoleil eſt dans l'équinoxe ou dans les tropiques.

Grégori eſſayoit de rendre raiſon par-là des bandes qu'on remarque dans *mars*, c'eſt-à-dire, de certaines bâres ou filets qu'on y voit & qui y ſont placés parallélement à ſon équateur: ſur la terre le même climat reçoit, en des ſaiſons différentes, différens degrés de chaleur; dans *mars*, le même parallele devant toujours recevoir un degré de chaleur preſqu'égal, il s'enſuivoit que ces taches pouvoient vrai-ſemblablement ſe former dans *mars* & dans ſon atmoſphere, comme la neige & les nuages ſe forment dans le nôtre, c'eſt-à-dire, par les intenſités du chaud & du froid conſtament différentes en différens paralleles, & que ces bandes pouvoient venir à s'étendre en cercles paralleles à l'équateur ou au cercle de la révolution diurne. Ce même principe donneroit du moins la ſolution du phénomene des bandes de *jupiter*, qui ſont beaucoup plus fortes; cette planete a réellement en effet un équinoxe perpétuel.

On voit ſouvent dans *mars* de grandes taches diſparoître après quelques années ou quelques mois, tandis qu'on y en voit d'autres ſe former & ſubſiſter pluſieurs mois, pluſieurs années. Ainſi, il faut qu'il ſe faſſe dans *mars* d'étranges changemens, puiſqu'ils ſont ſi ſenſibles à une telle diſtance, & que la ſurface de la terre ſoit bien tranquille en comparaiſon de celle de *mars*; car à peine s'eſt-il fait depuis 4000 ans quelques légers changemens ſur la ſurface de notre globe. Nos terres, nos grandes chaînes de montagnes, nos mers n'offrent que des changemens qui ne ſeroient point aperçus de *mars* avec les meilleures lunetes. Il faut néanmoins que la terre ait eu des révolutions conſidérables, puiſque des arbres enfoncés à de fort grandes profondeurs, des coquillages & des ſquelettes de poiſſons enſévelis ſous les terres & dans les montagnes, en ſont la preuve, mais ces révolutions ſont anciennes & très-lentes.

Si l'on imaginoit un ſpectateur placé dans *mars*, il verroit à peine mercure, excepté ſur le diſque du ſoleil ou dans ſa conjonction avec cet aſtre, c'eſt-à-dire, lorſque mercure paſſe ſur le ſoleil & qu'il nous paroît alors à nous mêmes en forme de tache. Un ſpectateur placé dans *mars* verroit vénus à la même diſtance du ſoleil que mercure nous paroît, & la terre à la même diſtance que nous voyons vénus; & quand la terre ſeroit en conjonction avec le ſoleil & fort près de cet aſtre, le même ſpectateur placé dans *mars* verroit alors ce que nous voyons dans vénus, c'eſt-à-dire, que la terre lui paroîtroit en croiſſant.

Dans la planete de *Mars* on obſerve beaucoup moins d'irrégularités par raport à ſon mouvement, que dans jupiter & dans ſaturne: l'excentricité de ſon orbite eſt conſtante, au moins ſenſiblement, & le mouvement de ſon aphélie paroît uniforme; auſſi eſt-ce de toutes les planetes celle dont le mouvement de l'aphélie eſt le mieux connu; & que Newton a choiſi pour en déduire le mouvement des aphélies des planetes inférieures.

Newton ayant pris vrai-ſemblablement un milieu entre les deux réſultats du mouvement de l'aphélie de *mars*, donnés par Kepler & par Boulliaud, le ſuppoſa de 1° 58' ½ en 100 ans, c'eſt-à-dire, de 35" plus grand que la préceſſion des équinoxes, il l'a enſuite établi de 33" 20"; mais il nous ſemble que le mouvement de cet aphélie n'eſt que de 1° 51' 40", ou 27" 55" par raport aux étoiles, en y employant les plus récentes obſervations comparées à celles de Tycho & du dernier ſiecle. Quant au nœud de *mars*, il étoit en 1780, à 1 ſigne 17° 56', & ſon mouvement eſt de 10' 20" par ſiecle. *Mars* n'a point de ſatellite; cependant la terre en a un; jupiter, environ cinq fois auſſi loin du ſoleil que la terre, en a qua-

Digitized by Google

tre; & ſaturne, près de deux fois auſſi loin que jupiter, en a cinq, ſans compter l'anneau qui lui tient lieu de pluſieurs ſatellites pour l'éclairer pendant la nuit. L'eſprit ſyſtématique, la commodité des analogies, & le penchant que nous avons à faire agir la nature ſelon nos vues & nos beſoins, n'ont pas manqué de perſuader à bien des philoſophes que les ſatellites avoient été donnés aux planetes les plus éloignées du ſoleil, comme un ſupplément à la lumiere afoiblie par l'éloignement, & en plus grand nombre, ſuivant qu'elles étoient plus éloignées de cet aſtre. Mais la planete de *mars* vient rompre ici la chaîne de l'analogie, étant beaucoup plus loin du ſoleil que nous, & n'ayant point de ſatellite: du moins n'a-t-on pu lui en découvrir aucun juſqu'ici, quelque ſoin que l'on ſe ſoit donné pour cela. Fontenelle fait cette remarque dans la pluralité des mondes, & il ajoute que ſi *mars* n'a point de ſatellite, il faut qu'il ait quelque choſe d'équivalent pour l'éclairer pendant ſes nuits. Il conjecture que la matiere qui compoſe cette planete, eſt peut-être d'une nature ſemblable à celle de certains phoſphores, & qu'elle conſerve pendant la nuit une partie de la lumiere qu'elle a reçue durant le jour. Voilà de ces queſtions ſur leſquelles il eſt permis, faute de faits, de penſer également le pour & le contre. (*O*).

MARTEAU; eſpece de pinnule mobile ſur une *arbalete*.

MASSE des planetes, ſe trouve par la viteſſe & la diſtance de leurs ſatellites. *Voyez* DENSITÉ & PLANETE.

MATHÉMATICIEN, ENE, (*Mathémat.*) ſe dit d'une perſone verſée dans les Mathématiques.

MATHÉMATIQUE *ou* MATHÉMATIQUES, ſ. f. (*ordre encyclop. entend. raiſon, philoſophie ou ſcience, ſcience de la nature, Mathématiques*); c'eſt la ſcience qui a pour objet les propriétés de la grandeur en tant qu'elle eſt calculable ou meſurable. *Voyez* GRANDEUR, CALCUL, MESURE, *&c.*

Mathématiques au pluriel eſt beaucoup plus uſité aujourd'hui que *Mathématique* au ſingulier. On ne dit guere la *Mathématique*, mais les *Mathématiques*.

La plus commune opinion dérive le mot *Mathématique* d'un mot grec μανθάνω, qui ſignifie *j'apprends*; parce qu'en effet on peut regarder, ſelon eux, les *Mathématiques*, comme étant la ſcience par excellence, puiſqu'elles renferment les ſeules connoiſſances certaines acordées à nos lumieres naturelles; nous diſons à *nos lumieres naturelles*, pour ne point comprendre ici les vérités de foi, & les dogmes théologiques.

D'autres donnent au mot *Mathématique* une autre origine, ſur laquelle nous n'inſiſterons pas, & qu'on peut voir dans l'*hiſtoire des Mathématiques* de M. Montucla, *pag.* 2 & 3. Au fond, il importe peu quelle origine on donne à ce mot, pourvu que l'on ſe faſſe une idée juſte de ce que c'eſt que les *Mathématiques*. Or cette idée eſt compriſe dans la définition que nous en avons donnée; & cette définition va être encore mieux éclaircie.

Les *Mathématiques* ſe diviſent en deux claſſes; la premiere, qu'on appele *Mathématiques pures*, conſidere les propriétés de la grandeur d'une maniere abſtraite: or la grandeur ſous ce point de vue, eſt ou calculable, ou meſurable: dans le premier cas, elle eſt repréſentée par des nombres; dans le ſecond, par l'étendue: dans le premier cas les *Mathématiques pures* s'appelent *Arithmétique*; dans le ſecond, *Géométrie*. *Voyez* les mots ARITHMÉTIQUE & GÉOMÉTRIE.

La ſeconde claſſe s'appele *Mathématiques mixtes*; elle a pour objet les propriétés de la grandeur concrete, en tant qu'elle eſt meſurable ou calculable; nous diſons *de la grandeur concrete*, c'eſt-à-dire, de la grandeur enviſagée dans certains corps ou ſujets particuliers. *Voyez* CONCRET.

Du nombre des *Mathématiques mixtes*, ſont la Méchanique, l'Optique, l'Aſtronomie, la Géographie, la Chronologie, l'Architecture militaire, l'Hydroſtatique, l'Hydraulique, l'Hydrographie ou Navigation, *&c.* *Voyez* ces mots. *Voyez* auſſi le *Diſcours Préliminaire* qui eſt à la tête du premier volume de cet ouvrage; toutes les diviſions des *Mathématiques* y ſont détaillées avec beaucoup de ſoin & de méthode; ainſi, nous nous diſpenſerons de rapeler ici ce qui a été déja dit ſur ce ſujet.

Nous avons pluſieurs cours de *Mathématiques*; celui de M. Wolf, en 5 vol. *in*-4°. eſt eſtimé, mais il n'eſt pas exempt de fautes. Au reſte, ſi on réunit l'introduction à l'analyſe des infinis par M. Euler, 2 vol. *in*-4°.; ſon calcul différentiel, 1 vol. *in*-4°.; ſon calcul intégral, 3 vol. *in*-4°.; ſa méchanique, 2 vol. *in*-4°.; ſa dioptrique, 3 vol. *in* 4o.; ſon livre de la ſcience navale, 2 vol. *in*-4o. on aura le cours le plus complet, le plus étendu, le mieux fait qui exiſte juſqu'à préſent (en 1785); mais le grand nombre de volumes dont ce cours eſt compoſé, fait aſſez voir qu'il ne convient qu'à ceux qui ſe propoſent d'aprofondir toutes les parties des Mathématiques, & d'en reculer les bornes. Ceux à qui des occupations trop multipliées, ou d'autres raiſons ne permettent pas de former un projet ſi vaſte, pouront ſuivre le cours de M. l'Abbé Boſſut, à l'uſage des ingénieurs, excellent dans ſon genre. Ce cours eſt compoſé de l'arithmétique & l'algebre, 1 vol. *in*-8°.; de la géométrie, 1 vol. *in*-8°.; de la méchanique, 1 vol. *in*-8°.; de l'hydrodynamique, 2 vol. *in*-8o. Ceux même qui ſe propoſent de lire le cours de M. Euler ne pouront pas ſe diſpenſer de voir celui-ci, au moins en partie, parce qu'il contient les premiers élémens de la ſcience que M. Euler ſuppoſe le plus ſouvent. *Voyez* COURS & ÉLÉMENS DES SCIENCES. À l'égard de l'hiſtoire de cette ſcience, nous avons à préſent, avant 1760, tout ce que nous pouvons déſirer ſur

ce

Digitized by Google

ce ſujet, depuis l'ouvrage que M. de Montucla a publié en 2 vol. *in*-4°., ſous le titre d'*hiſtoire des Mathématiques*, & qui comprend juſqu'à la fin du XVIIe. ſiecle. *Voy.* auſſi le diſcours préliminaire, qui commence le premier volume de ce Dictionnaire.

Quant à l'utilité des *Mathématiques*, *voyez* les différens articles déja cités; & ſur-tout les *articles* GÉOMETRIE & GÉOMETRE.

Nous dirons ſeulement ici, que, ſi pluſieurs écrivains ont voulu conteſter aux *Mathématiques* leur utilité réelle, ſi bien prouvée par la préface de l'hiſtoire de l'Académie des Sciences, il y en a eu d'autres qui ont cherché dans ces ſciences des objets d'utilités frivoles ou ridicules. On peut en voir un léger détail dans l'*hiſtoire des Mathématiques* de M. Montucla, *tome I*, *pag.* 37 & 38. Cela me rapele le trait d'un chirurgien, qui voulant prouver la néceſſité que les chirurgiens ont d'être lettrés, prétend qu'un chirurgien qui n'a pas fait ſa rhétorique, n'eſt pas en état de perſuader à un malade de ſe faire ſaigner lorſqu'il en a beſoin.

Nous ne nous étendrons pas ici davantage ſur ces différens ſujets, non plus que ſur les différentes branches des *Mathématiques*, pour ne point répéter ce que nous avons déja dit, ou ce que nous dirons ailleurs. *Voyez* auſſi l'*article* PHYSICO-MATHÉMATIQUES.

Différentes branches des *Mathématiques* ſe diviſent encore en ſpéculatives & pratiques. *Voyez* ASTRONOMIE, GÉOMÉTRIE, *&c.* (*O*).

MATHÉMATIQUE, adj. ſe dit de ce qui a raport aux opérations, ou aux ſpéculations *mathématiques*; ainſi, on dit un calcul *mathématique*, une démonſtration *mathématique*, &c. *Voyez* DÉMONSTRATION, *&c.*

MATIN, ſ. m. (*Aſtron.*) eſt le commencement du jour, ou le temps du lever du ſoleil; mais on comprend auſſi ſous ce nom tout l'eſpace qui eſt depuis minuit juſqu'à midi.

L'étoile du *matin* eſt la planete de Vénus, quand elle eſt occidentale par raport au ſoleil, c'eſt-à-dire, lorſqu'elle ſe leve un peu avant lui. Dans cette ſituation, les Grecs l'appeloient *phoſphore*, & les Latins *lucifer*.

MAXIMUM, ſ. m. ou *plus grand en Mathématiques*, (*anal.*), marque l'état le plus grand où une quantité variable peut parvenir, eu égard aux loix qui en déterminent la variation.

* Par exemple, ſoit y une fonction quelconque de la variable x & de conſtantes, ſi, par la ſuppoſition de $x = a$, cette fonction devient plus grande ou plus petite que par toute autre ſuppoſition, alors (y) eſt appelée *maximum* ou *minimum* abſolu de y [(y) étant y, dans laquelle on a changé x en a]. J'ai dit *abſolu*, pour diſtinguer cet état de la fonction, du *M* ou *m* relatif. Effectivement il pouroit arriver que la ſuppoſition de $x = a$ rendît la fonction *M* ou *m*, pour toute valeur de x qui ne ſeroit pas au deſſous de $a - k$ & au deſſus de $a + k$, mais non pour toutes les valeurs poſſibles de x: alors la ſuppoſition de $x = a$ donne un *M* ou *m* relatif, & le plus grand ou le plus petit des *M* ou *m* relatifs eſt appelé *M* ou *m* abſolu.

* Nous allons donner une méthode apartenante à Maclaurin (*Voyez* ſon *Traité des Fluxions*), pour trouver tous les *M* ou *m* relatifs, & par comparaiſon le *M* ou *m* abſolu; mais, pour cela, il faut établir le lemme ſuivant.

Lemme. Soit ^1y ce que devient y, ſi on change dans cette derniere fonction, x en $x + z$, on poura développer ^1y ſuivant les puiſſances de z, & écrire,

$$^1y = {}^0A + {}^1Az + {}^2Az^2 + {}^3Az^3 + {}^4Az^4 + \&c.,$$

équation dans laquelle les coefficiens A ne contienent pas z. Cette équation doit ſe vérifier pour une valeur quelconque de z; elle doit donc ſe vérifier quand $z = 0$; donc ${}^0A = y$.

différenciant relativement à z, on a $\frac{dy}{dx} = {}^1A + 2\,{}^2Az + 3\,{}^3Az^2 + 4\,{}^4Az^3 + \&c.$; faiſant $z = 0$, on aura $a = {}^1A$ à ce que devient $\frac{dy}{dz}$ dans la même ſuppoſition; mais ^1y eſt compoſé de $x + z$, comme y l'eſt de x; donc $\frac{dy}{dz}$ ou $\frac{d^1y}{d(x+z)}$ ſera auſſi compoſé de $x + z$, comme $\frac{dy}{dx}$ l'eſt de x; donc $\frac{dy}{dz} = \frac{dy}{dx}$ dans le cas de $z = 0$; donc ${}^1A = \frac{dy}{dx}$.

Différenciant l'équation une ſeconde fois, on a $\frac{ddy}{dz^2} = 2\,{}^2Az + 2 \cdot 3\,{}^3Az + 3 \cdot 4\,{}^4Az^2 + \&c.$

Faiſant $z = 0$, on a $2\,{}^2A = \frac{d\,dy}{dx^2}$; on trouvera de même $2 \cdot 3\,{}^3A = \frac{d^3y}{dx^3}$; $2 \cdot 3 \cdot 4\,{}^4A = \frac{d^4y}{dx^4}$, & ainſi des autres; donc

$$^1y = y + z\frac{dy}{dx} + \frac{z^2\,dd\,y}{1.2\,dx^2} + \frac{z^3\,d^3y}{1.2.3\,dx^3} + \frac{z^4\,d^4y}{1.2.3.4.\,dx^4} + \&c.$$

&, ſi on changeoit z en $-z$, on auroit

$$^1y = y - z\frac{dy}{dx} + \frac{z^2\,ddy}{1.2\,dx^2} - \frac{z^3\,d^3y}{1.2.3\,dx^3} + \frac{z^4\,d^4y}{1.2.3.4\,dx^4} - \&c.$$

Uſage de ce lemme. Mettant dans ces dernieres équations pour x la valeur a qui rend y *M* ou *m*, on aura

$$(^1y) = (y) + z\left(\frac{dy}{dx}\right) + \frac{z^2}{1.2}\left(\frac{ddy}{dx^2}\right) +$$

$$\frac{z^3}{1.2.3}\left(\frac{dy}{dx^3}\right) + \frac{z^4}{1.2.3.4}\left(\frac{d^4y}{dx^4}\right) + \&c.\ \&$$

$$(^1y) = (y) - z\left(\frac{dy}{dx}\right) + \frac{z^2}{1.2}\left(\frac{ddy}{dx^2}\right) -$$

Digitized by Google

$1.2.3.\left(\frac{d^3y}{dx^3}\right)+\frac{z^4}{1.2.3.4.}\left(\frac{d^4y}{dx^4}\right)-\mathcal{C}c.$

Supposons que les quantités $\left(\frac{dy}{dx}\right)$, $\left(\frac{ddy}{dx^2}\right)$, $\left(\frac{d^3y}{dx^3}\right)$, $\mathcal{C}c.$ ne soit point infinies ; alors on pourra faire z si petit, que la somme de tous les termes qui suivent $z\left(\frac{dy}{dx}\right)$, ajoutée à ce terme ou retranchée, ne puisse en changer le signe, quand même ils seroient en nombre infini ; donc, si $\left(\frac{dy}{dx}\right)$ est positif, la premiere valeur de $(\,'y)$ sera plus grande que (y), la seconde plus petite ; & au contraire, si $\left(\frac{dy}{dx}\right)$ est négatif, (y) ne sera donc ni M, ni m, ce qui est contre l'hypothese : donc il faut que $\left(\frac{dy}{dx}\right)$ soit o, & par conséquent x doit être racine de l'équation $\frac{dy}{dx}=o$. Ainsi, on aura $('y)=(y)+\frac{1.2}{z^2}\left(\frac{ddy}{dx^2}\right)+\frac{z^3}{1.2.3}\left(\frac{d^3y}{dx^3}\right)+\frac{z^4}{1.2.3.4}\left(\frac{d^4y}{dx^4}\right)+\mathcal{C}c.$, & $('y=(y)+\frac{z^2}{1.2}\left(\frac{ddy}{dx_1}\right)=\frac{z^3}{1.2.3}\left(\frac{d^3y}{dx^3}\right)+\frac{z^4}{1.2.3.4}\left(\frac{d^4y}{dx_1}\right)-\mathcal{C}c.$

On pourra faire z si petit, que la somme des termes qui suivent $\frac{z^2}{1.2}\left(\frac{ddy}{dx_1}\right)$, ajoutée à ce terme ou retranchée, ne puisse en changer le signe ; donc, si $\left(\frac{ady}{dx^2}\right)$ est positif ou négatif, les deux valeurs de $(\,'y)$ seront plus grandes ou plus petites que (y) ; ainsi, (y) sera m ou M ; mais, si $\left(\frac{ddy}{dx^2}\right)=o$, on aura,

$('y)=(y)+\frac{z^3}{1.2.3}\left(\frac{d^3y}{dx_1}\right)+\frac{z^4}{1.2.3.4}\left(\frac{d^4y}{dx_1}\right)+\mathcal{C}c.$ &

$('y)=(y)-\frac{z^3}{1.2.3}\left(\frac{d^3y}{dx^3}\right)+\frac{z^4}{1.2.3.4}\left(\frac{d^4y}{dx^4}\right)-\mathcal{C}c.$;

on prouvera, come ci-dessus, que, si $\left(\frac{d^3y}{dx^3}\right)$ n'est pas o, l'une des valeurs de $(\,'y)$ sera plus grande que (y), & l'autre plus petite, & par conséquent (y) ne sera ni M ni m. Si $\left(\frac{d^3y}{dx^3}\right)=o$, on raisonera sur $\left(\frac{d^4y}{dx^4}\right)$, comme on a fait sur $\left(\frac{ddy}{dx^2}\right)$, & ainsi de suite.

Regle. Avec une racine de l'équation $\frac{dy}{dx}=o$, formez les valeurs $\left(\frac{ddy}{dx^2}\right)$, $\left(\frac{d^3y}{dx^3}\right)$, $\left(\frac{d^4y}{dx_4}\right)$, $\mathcal{C}c.$ jusqu'à celle qui ne devient pas o. Si cette valeur est une différence impaire, la racine vérifiée ne donnera ni M ni m. Si cette valeur est une différence paire, (y) sera M ou m, selon que cette différence sera négative ou positive.

Je ne parlerai pas de la seconde hypothese, où quelques-unes des quantités $\left(\frac{dy}{dx}\right)$, $\left(\frac{ddy}{dx^2}\right)$, $\mathcal{C}c.$ deviendroient infinies, soit parce que ce cas se présente peu souvent, soit parce que le développement en est trop compliqué pour trouver place dans ce Dictionaire. Je ne dirai rien, par les mêmes raisons, du cas où y ne seroit donné en x qu'implicitement ; c'est-à-dire, par une équation insoluble. Ceux qui désireront de plus grands détails, pourront consulter le *dixieme & le onzieme chapitre du Calcul différentiel* de M. Euler, *seconde partie*.

MAXIMUM. (*Géom. Analyse.*) On ne s'occupera, dans cet article, que des conditions de *maximum* pour les fonctions dont la valeur est indéterminée.

Les géometres du siecle dernier ont résolu plusieurs problêmes particuliers de ce genre, tels que celui du solide de la moindre résistance, de la brachystochrone, des isopérimetres. M. Euler a le premier donné une méthode générale pour le cas où il n'y a que deux variables, où une de leurs différences est supposée constante, & où la fonction contient un nombre indéfini de signes d'intégration, ou bien est donnée par une équation du premier ordre.

Cette méthode est fondée sur la considération des lignes courbes. M. de la Grange en a donnée une autre qui est purement analytique, n'a pas besoin qu'on suppose une des différences constantes, s'étend aux équations d'un ordre quelconque & à un nombre quelconque de variables. Depuis ce temps, M. le chevalier Borda a donné, dans les *Mémoires de l'Acad. des Sciences*, pour l'année 1767, une méthode qui lui est propre, & qui partage, avec celle de M. Euler, l'avantage de donner les formules pour les équations aux différences finies. M. Euler a résolu les mêmes problêmes que M. de la Grange, par une nouvele méthode analyti-

Digitized by Google

que. Enfin MM. Fontaine & de la Place ont donné des formules pour le même problème ; mais leurs méthodes n'ont en elles-mêmes rien de particulier. J'ai fait de mon côté, plusieurs remarques sur cette matiere, dans mes différens essais sur le calcul intégral.

Je vais donner ici l'esprit de la méthode de M. de la Grange, le détail seroit déplacé dans un ouvrage, comme celui-ci.

1°. Soit $\int Z$ une fonction qui doit être un *maximum* ou un minimum, Z étant fonction de x, y, z, dx, dy, dz, &c., & aucune différentielle n'étant supposée constante. On aura, à cause de la propriété du *maximum*, $\frac{d\int Z}{dx} = 0$, $\frac{d\int Z}{ddx} = 0$, $\frac{d\int Z}{d\,d^3x} = 0$, *&c.*, & de même pour chaque variable. Il ne faut donc plus que trouver ces valeurs, soit $B = \int Z$, $dB = d\int Z = \int dZ$, ou $d\,dB = dZ$. Si, cela posé, on cherche les valeurs de $\frac{dB}{dx}$, $\frac{dB}{ddx}$, &c. ; on les trouvera au moyen des équations suivantes:

$$\frac{dB}{dx} + \frac{d.\,dB}{d\,dx} = \frac{dZ}{d\,dx}$$
$$\frac{dB}{ddx} + \frac{d.\,dB}{d\,d^2x} = \frac{dZ}{d\,d^2x},$$

& ainsi de suite ; il en sera de même pour chaque variable ; on aura donc les valeurs cherchées : mais, en déterminant ainsi ces valeurs, on trouve un terme $fV\,dx + V'\,dy$, &c. qui reste tous le signe après la comparaison de dB avec $\int dZ$, & ce terme doit par conséquent être nul en général, quelles que soient les variables ; donc on aura entr'elles les équations $V = 0$, $V' = 0$, *&c.* ; or,

$$V = \frac{dZ}{dx} - \frac{d\,dB}{dx}$$
$$V' = \frac{d\,dZ}{dy} - \frac{d\,dB}{dy}, \text{ \&c.}$$

donc on aura, en égalant à zéro ces formules qui sont données, les équations générales du *maximum*, & les équations aussi données $\frac{dZ}{dx} = 0$, *&c.* $\frac{dB}{dy}$, *&c.* en donneront les conditions particulieres.

2°. Si Z contenoit $\int Z'$, on auroit dans la différence de Z, un terme de la forme $L\,d\int Z'$: or, par l'article précédent, on aura $d\int Z$ en différences de Z', & un terme de la forme $\int P\,dx$, pour chaque variable. Il y aura donc dans la formule qui reste sous le signe un terme $\int L\int P\,dx = SH - \int L\int P\,dx$.

3°. Si Z est donné par une équation différentielle $V = 0$, on fera $d\int A\,d\,V = B$, $\int A\,B = E$, jusqu'à ce qu'on ait la valeur de $d\,Z$ qui doit être égalée à zéro ; or, à chaque intégration on aura une équation pour déterminer A, A', &c. & la formule qui devient égale à zéro, en même temps que dZ, rentre dans l'article précédent.

4°. Les équations entre les variables étant en même nombre qu'elles, si aucune différentielle n'est supposée constante, on trouvera que si la proposée est telle que Z étant du premier degré d'infiniment petits, il ne contiene que des différences de $\frac{dy}{dx}$, $\frac{dz}{dx}$, &c. multipliées par dx, le nombre des équations se réduira toujours à une de moins, & qu'ainsi on aura définitivement une équation possible entre deux variables quelconques. Dans les autres cas, il y aura définitivement une équation différentielle à une seule variable ; alors ce problème a été mal proposé, & il y aura dans la solution une nouvele variable dont la différence est constante, & multiplie quelquefois Z pour que $\int Z$ soit fini ; & il faudra déterminer cette variable par les conditions du problème, sans quoi il resteroit indéterminé. Voyez là-dessus, les recherches de M. de la Grange & de M. de la Place.

Le problème peut encore rester indéterminé, lorsque, dans des cas particuliers, le nombre des équations se trouve diminué, ou qu'en intégrant celles qui restent entre deux variables, on en introduit une troisieme.

5°. Si l'on a une équation entre les dx, dy, dz, &c. en suivant les regles ordinaires pour la recherche du *maximum*, on éliminera une de ces différences dans la valeur de $d\int Z$, & on égalera à zéro les coëfficiens des autres.

6°. Si c'est entre x, y, z, dz, dx, dx, &c. qu'on a une équation, on cherchera par l'article premier une équation entre dz, dy, dx, & on la substituera pour éliminer une de ces différences de la formule $\sqrt{A\,dz + B\,dy + C\,dx \ldots} = 0$.

7°. Si au lieu de supposer dz, dy, dx, indépendans les uns des autres, ou donnés par une équation connue, on se contentoit de supposer qu'ils eussent entr'eux la relation qui doit naître des équations du problème, on trouvera que faisant $A'\,dz + B'\,dy + C'\,dx = 0$, on aura $\frac{A'}{A} - B = 0$, $A\frac{C}{A} - C = 0$, & à cause de $A'\,dz + B'\,dy + C'\,dz = 0$, $dz + \frac{B}{A}\,dy + \frac{C}{A}\,dx = 0$.

8°. Si Z contenoit Φ, Φ étant une fonction inconnue de x, y, z, on auroit pour Φ une équation aux différences partielles.

9°. La partie des coëfficiens de dx qui n'est pas sous le signe $\int$, & les coëfficiens de $d\,dx$

Digitized by Google

&c. ne font nuls que pour les points extrêmes de l'intégrale $\int Z$. Ainſi, lorſque pour ce point on a des équations entre les dx, $d.dx$, &c. dy, $d.dy$, &c. il faut, comme dans l'article cinq, éliminer autant de ces différences qu'on a de conditions. Le problème ſeroit toujours poſſible indépendamment de ces conditions, parce que les coëfficiens ſont toujours en moindre nombre que les arbitraires de l'intégrale définitive. Il y a quelque difference dans la maniere dont M. de la Grange & M. le chevalier Borda traitent les équations de ces points extrêmes; mais cette différence eſt moins dans le fonds de la méthode que dans la maniere de conſidérer les queſtions propoſées: auſſi lorſque ces deux géometres appliquent chacun leur méthode à la brachyſtochrone dont les points extrêmes appartienent à deux ſurfaces données, les réſultats ne ſont différens que parce que l'un ſuppoſe nulle au commencement de la brachyſtochrone, la viteſſe que l'autre y ſuppoſe finie.

10°. Pour expliquer la méthode de l'article précédent aux fonctions qui contienent des différences finies, ſoit Σ un *maximum*, on aura $\frac{d\Sigma Z}{dx} = o$, $\frac{d\Sigma Z}{d\Delta x} = o$, & ainſi de ſuite; & pour chaque variable, on fera enſuite $\Sigma Z = B$, $\Delta B = Z$, $d\Delta B = dZ$, & on trouvera $\frac{dZ}{d\Delta x} = \Delta\frac{dB}{d\Delta x} + Q$, Q étant la différence de ΔB priſe en ne regardant comme variable que les Δx introduits par la différenciation, &. ſaiſant $\Delta B = B + \Delta B - B$, il eſt clair que $Q = d.\frac{B+\Delta B}{dx}$, d'où $\frac{dZ}{d\Delta x} = \Delta\frac{dB}{d\Delta x} + d.\frac{B+\Delta B}{dx}$, & ainſi de ſuite. Par ce moyen, on trouvera les valeurs cherchées de $\frac{dB}{dx}$, $\frac{dB}{dy}$ *&c.*; & on égalera à zéro la quantité qui, dans la comparaiſon de ΔB avec $\Sigma\Delta Z$, ſera reſtée ſous le ſigne, & qui eſt $\frac{dZ}{dx} - \Delta\frac{d(B+\Delta B)}{dx}$ pour la variable x, & de même pour chacune des autres; le reſte comme pour les différences infiniment petites. Voyez le *deuxieme Appendice* de M. de la Grange, & les *Mémoires de l'Académie*, pour l'année 1770.

Il y a d'autres hypotheſes telles que celles des différences particles de toutes les eſpeces pour leſquelles on peut propoſer les mêmes queſtions; mais je me contenterai de renvoyer au premier appendice de M. de la Grange, au mémoire de M. de Borda, à un mémoire de M. Monge, & à celui que j'ai imprimé dans le vol. de 1770. Le principe fondamental eſt le même qu'ici, article premier; par exemple, ſi on veut que $\int S Z$ ſoit un *maximum*, f, S déſignant des intégrales priſes par raport à x ou à y ſeulement, & Z ne contenant que x, y, z, $\frac{dz}{dx}$, $\frac{dz}{dy}$, $\frac{ddz}{dx^2}$, *&c.* on fera égal à zéro la partie du coëfficient de dZ, qui reſtera ſans les deux ſignes $\int S$, en comparant dB & $\int S\,dZ$. (*M. D. C.*)

MÉCHANICIEN, ſ. m. (*Math.*) c'eſt celui qui s'occupe de l'érude de la méchanique, & qui en recule les limites. *Voyez* MÉCHANIQUE, *Dict. raiſ. des Sciences*. On appele encore *méchanicien*, un artiſte appliqué à la conſtruction des machines en général. Un machiniſte eſt un *méchanicien*; un horloger eſt un *méchanicien*; un faiſeur d'automates eſt un *méchanicien*: c'eſt dans cette derniere ſignification, qu'on appela *méchanicien* Architas, & que nous appelons *méchaniciens* M. Vaucanſon & le célebre M. Jaquer Droz de la Chaux-de-Fond, près de Neufchâtel. (*D. F.*)

MÉCHANIQUE, ſ. f. (*Ordre encycl. ent. raiſon. phil.* ou *ſcience de la nat. Mathém. Mathém. mixt. Méchanique*) partie des mathématiques mixtes, qui conſidere le mouvement & les forces motrices, leur nature, leurs loix & leurs effets dans les machines. *Voyez* MOUVEMENT & FORCE. Ce mot vient du grec μηχανὴ, *machine*, parce qu'un des objets de la *méchanique* eſt de conſidérer les forces des machines, & que l'on appele même plus particuliérement *méchanique* la ſcience qui en traite.

La partie des *méchaniques* qui conſidere le mouvement des corps, en tant qu'il vient de leur peſanteur, s'appele quelquefois *ſtatique* (*Voyez* GRAVITÉ, *&c.*) par oppoſition à la partie qui conſidere les forces mouvantes & leur application, laquelle eſt nommée par ces mêmes auteurs *Méchanique*. Mais on appele plus proprement *ſtatique*, la partie de la *Méchanique* qui conſidere les corps & les puiſſances dans un état d'équilibre, & *Méchanique* la partie qui les conſidere en mouvement. *Voyez* STATIQUE: *Voyez* auſſi FORCES MOUVANTES, MACHINE, EQUILIBRE, *&c.*

M. Newton, dans la *préface de ſes principes*, remarque qu'on doit diſtinguer deux ſortes de *méchaniques*, l'une pratique, l'autre rationele ou ſpéculative, qui procede dans ſes opérations par des démonſtrations exactes; la *méchanique* pratique renferme tous les arts manuels qui lui ont donné leur nom. Mais comme les artiſtes & les ouvriers ont coutume d'opérer avec peu d'exactitude, on a diſtingué la *Méchanique* de la Géométrie, en raportant tout ce qui eſt exact à la Géométrie, & ce qui l'eſt moins à la *Méchanique*. Ainſi, cet illuſtre auteur remarque que les deſcriptions des lignes & les figures dans la Géométrie, appartienent à la *Méchanique*, & que l'objet véritable de la Géométrie eſt ſeulement d'en démontrer les propriétés, après en avoir ſuppoſé la deſcription.

Digitized by Google

Par conſéquent, ajoute-t-il, la *Géométrie* eſt fondée ſur des pratiques *méchaniques*, & elle n'eſt autre choſe que cette pratique de la *Méchanique* univerſele, qui explique & qui démontre l'art de meſurer exactement. Mais comme la plupart des arts manuels ont pour objet le mouvement des corps, on a appliqué le nom de *Géométrie* à la partie qui a l'étendue pour objet, & le nom de *Méchanique* à celle qui conſidere le mouvement. La *méchanique* rationele, priſe en ce dernier ſens, eſt la ſcience des mouvemens qui réſultent de quelque force que ce puiſſe être, & des forces néceſſaires pour produire quelque mouvement que ce ſoit. M. Newton ajoute que les anciens n'ont guere conſidéré cette ſcience que dans les puiſſances qui ont raport aux arts manuels, ſavoir le levier, la poulie, *&c.*; & qu'ils n'ont preſque conſidéré la peſanteur que comme une puiſſance appliquée au poids que l'on veut mouvoir par le moyen d'une machine. L'ouvrage de ce célebre philoſophe, intitulé: *Principes mathématiques de la Philoſophie naturele*, eſt le premier où on ait traité la *Méchanique* ſous une autre face & avec quelque étendue, en conſidérant les loix de la peſanteur, du mouvement, des forces centrales & centrifuges, de la réſiſtance des fluides, *&c.* Au reſte, comme la *méchanique* rationele tire beaucoup de ſecours de la Géométrie, la Géométrie en tire auſſi quelquefois de la *Méchanique*, & l'on peut, par ſon moyen, abréger ſouvent la ſolution de certains problêmes. Par exemple, M. Bernoulli a fait voir que la courbe que forme une chaîne, fixée ſur un plan vertical par ſes deux extrémités, eſt celle qui forme la plus grande ſurface courbe, en tournant autour de ſon axe; parce que c'eſt celle dont le centre de gravité eſt le plus bas. *Voyez* dans les *Mém. de l'Acad. des Scien. de 1714*, le mémoire de M. Varignon, intitulé: *Réflexions ſur l'uſage que la* méchanique *peut avoir en Géométrie. Voyez* auſſi CHAÎNETE.

MÉCHANIQUE, adj. ſignifie ce qui a raport à la *Méchanique*, ou qui ſe regle par la nature & les loix du mouvement. *Voyez* MOUVEMENT.

Nous diſons dans ce ſens, *puiſſances méchaniques*, *propriétés* ou *affections méchaniques*, *principes méchaniques*.

Les *affections méchaniques* ſont les propriétés de la matiere qui réſultent de ſa figure, de ſon volume & de ſon mouvement actuel. *Voyez* MATIERE & CORPS.

Les *cauſes méchaniques*, ſont celles qui ont de telles affections pour fondement. *Voyez* CAUSE.

Solutions méchaniques, ce ſont celles qui n'employent que les mêmes principes. *Voyez* SOLUTION.

Philoſophie méchanique, c'eſt la même qu'on appeloit autrefois *corpuſculaire*, c'eſt-à-dire, celle qui explique les phénomenes de la nature, & les actions des ſubſtances corporeles par les principes *méchaniques*, ſavoir le mouvement, la peſanteur, la figure, l'arangement, la diſpoſition, la grandeur ou la petiteſſe des parties qui compoſent les corps naturels. *Voyez* CORPUSCULE & CORPUSCULAIRE, ATTRACTION, GRAVITÉ, *&c.*

On donnoit autrefois le nom de *corpuſculaire* à la philoſophie d'Épicure, à cauſe des atomes dont ce philoſophe prétendoit que tout étoit formé. Aujourd'hui les Newtoniens le donnent par une eſpece de dériſion à la philoſophie carteſienne, qui prétend expliquer tout par la matiere ſubtile, & par des fluides inconnus, à l'action deſquels elle attribue tous les phénomenes de la nature.

Puiſſances méchaniques, appelées plus proprement forces mouvantes, ſont les ſix machines ſimples auxquelles toutes les autres, quelque compoſées qu'elles ſoient, peuvent ſe réduire, ou de l'aſſemblage deſquelles toutes les autres ſont compoſées. *Voyez* PUISSANCE & MACHINE.

Les *puiſſances méchaniques* ſont le levier, le treuil, la poulie, le plan incliné, le coin, & la vis. *Voyez* les articles qui leur ſont propres, BALANCE, LEVIER, *&c.* On peut cependant les réduire à une ſeule, ſavoir le levier, ſi on excepte le plan incliné qui ne s'y réduit pas ſi ſenſiblement. M. Varignon a ajouté à ces ſix machines ſimples, la *machine funiculaire*, ou les poids ſuſpendus par des cordes, & tirés par pluſieurs puiſſances.

Le principe dont ces machines dépendent eſt le même pour toutes, & peut s'expliquer de la maniere ſuivante.

La quantité de mouvement d'un corps, eſt le produit de ſa viteſſe, c'eſt-à-dire, de l'eſpace qu'il parcourt dans un temps donné, par ſa maſſe; il s'enſuit de là que deux corps inégaux auront des quantités de mouvement égales, ſi les lignes qu'ils parcourent en même temps ſont réciproquement proportioneles à leurs maſſes, c'eſt-à-dire, ſi l'eſpace que parcourt le plus grand, dans une ſeconde par exemple, eſt à l'eſpace que parcourt le plus petit dans la même ſeconde, comme le plus petit corps eſt au plus grand. Ainſi, ſuppoſons deux corps attachés aux extrémités d'une balance ou d'un levier, ſi ces corps ou leurs maſſes, ſont en raiſon réciproque de leurs diſtances à l'apui, ils ſeront auſſi en raiſon réciproque des lignes ou arcs de cercle qu'ils parcourroient en même temps, ſi l'on faiſoit tourner le levier ſur ſon apui; & par conſéquent ils auroient alors des quantités de mouvement égales, ou, comme s'expriment la plupart des auteurs, des momens égaux.

Par exemple, ſi le corps *A*, *Pl. méch. Fig.* 4, eſt triple du corps *B*, & que dans cette ſuppoſition on atache les deux corps aux deux extrémités d'un levier *AB*, dont l'apui ſoit placé en *C*, de façon que la diſtance *BC* ſoit triple de la diſtance *AC*, il s'enſuivra de là qu'on ne pourra faire tourner le levier ſans que l'eſpace *BE*, parcouru par le corps ſitué en *B* ſe trouve triple de l'eſpace *AD*, parcouru en même temps par le corps élevé en *A*, c'eſt-à-dire, ſans que la viteſſe de *B*

Digitized by Google

ne devienne triple de celle de A, ou enfin ſans que les viteſſes des deux corps dans ce mouvement ſoient réciproques à leurs maſſes. Ainſi, les quantités de mouvement de deux corps ſeront égales; & comme ils tendent à produire des mouvemens contraires dans le levier, le mouvement du levier deviendra par cette raiſon abſolument impoſſible dans le cas dont nous parlons; c'eſt-à-dire, qu'il y aura équilibre entre les deux *corps*. *Voyez* ÉQUILIBRE, *&* MOUVEMENT.

De là ce fameux problême d'Archimede, *datis viribus, datum pondus movere*. En effet, puiſque la diſtance CB peut être accrue à l'infini, la puiſſance ou le moment de A, peut donc auſſi être ſuppoſé auſſi grand qu'on voudra par raport à celui de B, ſans empêcher la poſſibilité de l'équilibre. Or quand une fois on aura trouvé le point où doit être placé le corps B pour faire équilibre au corps A, on n'aura qu'à reculer un peu le corps B, & alors ce corps B, quelque petit qu'il ſoit, obligera le corps A de ſe mouvoir. *Voyez* MOMENT. Ainſi, toute la *méchanique* peut ſe réduire au problême ſuivant.

Un corps A avec ſa viteſſe C, & un autre corps B étant donné, trouver la viteſſe qu'il faut donner à B, *pour que les deux corps aient des momens égaux*. Pour réſoudre ce problême, on remarquera que puiſque le moment d'un corps eſt égal au produit de ſa viteſſe, par la quantité de matiere qu'il contient, il n'y a donc qu'à faire cette proportion, $B : A :: C :$ à un quatrieme terme, & ce ſera la viteſſe cherchée qu'il faudra donner au corps B, pour que ſon moment ſoit égal à celui de A. Auſſi dans quelques machines que ce ſoit, ſi l'on fait en ſorte que la puiſſance ou la force, ne puiſſe agir ſur la réſiſtance ou le poids, ou les vaincre actuélement ſans que dans cette action les viteſſes de la puiſſance & du poids ſoient réciproques à leur maſſe, alors le mouvement deviendra abſolument impoſſible. La force de la puiſſance ne poura vaincre la réſiſtance du poids, & ne devra pas non plus lui céder; & par conſéquent la puiſſance & le poids reſteront en équilibre ſur cette machine, & ſi on augmente tant ſoit peu la puiſſance, elle enlévera alors le poids; mais ſi on augmentoit au contraire le poids, il entraîneroit la puiſſance.

Suppoſons, par exemple, que AB ſoit un levier, dont l'apui ſoit placé en C, & qu'en tournant autour de cet apui, il ſoit parvenu à la ſituation a, C, b, *Fig.* 1. *Méchan.*, la viteſſe de chaque point du levier aura été évidemment dans ce mouvement proportionele à la diſtance de ce point à l'apui ou centre de la circulation. Car les viteſſes de chaque point ſont comme les arcs que ces points ont décrits en même temps, leſquels ſont d'un même nombre de degrés. Ces viteſſes ſont donc auſſi entr'elles comme les rayons des arcs de cercles décrits par chaque point du levier, c'eſt-à-dire, comme les diſtances de chaque point à l'apui.

Si l'on ſuppoſe maintenant deux puiſſances appliquées aux deux extrémités du levier, & qui faſſent tout-à-la-fois éfort pour faire tourner ſes bras dans un ſens contraire l'un à l'autre, & que ces puiſſances ſoient réciproquement proportioneles à leur diſtance de l'apui, il eſt évident que le moment ou éfort de l'une pour faire tourner le levier en un ſens, ſera préciſément égal au moment de l'autre pour le faire tourner en ſens contraire. Il n'y aura donc pas plus de raiſons, pour que le levier tourne dans un ſens que dans le ſens oppoſé. Il reſtera donc néceſſairement en repos, & il y aura équilibre entre les deux puiſſances: c'eſt ce qu'on voit tous les jours, lorſqu'on peſe un poids avec une romaine. Il eſt aiſé de concevoir par ce que nous venons de dire, comment un poids d'une livre peut ſur cette machine faire équilibre avec un poids de mille liv. & davantage.

C'eſt par cette raiſon qu'Archimede ne demandoit qu'un point fixe hors de la terre, pour l'enlever. Car, en faiſant de ce point fixe l'apui d'un levier, & mettant la terre à l'extrémité d'un des bras de ce levier, il eſt clair qu'en alongeant l'autre bras, on parviendroit à mouvoir le globe terreſtre avec une force auſſi petite qu'on voudroit. Mais on ſent bien que cette propoſition d'Archimede n'eſt vraie que dans la ſpéculation; puiſqu'on ne trouvera jamais ni le point fixe qu'il demandoit, ni un levier de la longueur néceſſaire pour mouvoir le globe terreſtre.

Il eſt clair encore par-là que la force de la puiſſance n'eſt point du tout augmentée par la machine, mais que l'application de l'inſtrument diminue la viteſſe du poids dans ſon élévation ou dans ſa traction, par raport à celle de la puiſſance dans ſon action; de ſorte qu'on vient à bout de rendre le moment d'une petite puiſſance égal, & même ſupérieur à celui d'un grôs poids, & que par-là on parvient à faire enlever ou traîner le grôs poids par la petite puiſſance. Si, par exemple, une puiſſance eſt capable d'enlever un poids d'une livre, en lui donnant dans ſon élévation un certain degré de viteſſe, on ne fera jamais, par le ſecours de quelque machine que ce puiſſe être, que cette même force puiſſe enlever un poids de deux livres, en lui donnant dans ſon élévation la même viteſſe dont nous venons de parler. Mais on viendra facilement à bout de faire enlever à la puiſſance le poids de deux livres, avec une viteſſe deux fois moindre, ou, ſi l'on veut, un poids de dix mille livres, avec une viteſſe dix mille fois moindre.

Pluſieurs auteurs ont tenté d'appliquer les principes de la *Méchanique* au corps humain; il eſt cependant bon d'obſerver que l'application des principes de la *Méchanique* à cet objet ne ſe doit faire qu'avec une extrême précaution. Cette machine eſt ſi compliquée, que l'on riſque ſouvent de tomber dans bien des erreurs, en voulant déterminer les forces qui la font agir; parce que

Digitized by Google

nous ne connoissons que très-imparfaitement la structure & la nature des différentes parties que ces forces doivent mouvoir. Plusieurs médecins & physiciens, sur-tout parmi les Anglois, sont tombés dans l'inconvénient dont je parle ici. Ils ont prétendu donner, par exemple, les loix du mouvement du sang, & de son action sur les vaisseaux; & ils n'ont pas pris garde, que pour réussir dans une telle recherche, il seroit nécessaire de connoître auparavant une infinité de choses qui nous sont cachées, comme la figure des vaisseaux, leur élasticité, le nombre, la force & la disposition de leurs valvules, le degré de chaleur & de ténacité du sang, les forces motrices qui le poussent, *&c.* Encore, quand chacune de ces choses seroit parfaitement connue, la grande quantité d'élémens qui entreroient dans une pareille théorie, nous conduiroit vrai-semblablement à des calculs impraticables.

MÉCHANIQUE, (*Géométrie*), est encore d'usage en Mathématiques, pour marquer une construction ou solution de quelque problême qui n'est point géométrique, c'est-à-dire, dont on ne peut venir à bout par des descriptions de courbes géométriques. Telles sont les constructions qui dépendent de la quadrature du cercle. *Voyez* CONSTRUCTION, QUADRATURE, *&c. Voyez* aussi GÉOMÉTRIQUE.

Arts Méchaniques. Voyez ART.

Courbe Méchanique, terme que Descartes a mis en usage pour marquer une courbe qui ne peut pas être exprimée par une équation algébrique. Ces courbes sont par-là opposées aux courbes algébriques ou géométriques. *Voyez* COURBES.

M. Leibnitz & quelques autres les appelent *transcendantes* au lieu de *mechaniques*, & ils ne conviennent pas avec Descartes qu'il faille les exclure de la Géométrie.

Le cercle, les sections coniques, *&c.* sont des courbes géométriques, parce que la relation de leurs abscisses à leurs ordonnées est exprimée en termes finis. Mais la cycloïde, la spirale, & une infinité d'autres sont des courbes *méchaniques*, parce qu'on ne peut avoir la relation de leurs abscisses à leurs ordonnées que par des équations différentielles, c'est-à-dire, qui contiennent des quantités infiniment petites. *Voyez* DIFFÉRENTIELLES, FLUXION, TANGENTE, EXPONENTIELE, *&c.* (*O*).

Les vérités fondamentales de la *Méchanique*, en tant qu'elle traite des loix du mouvement, & de l'équilibre des corps, méritent d'être aprofondies avec soin. Il semble qu'on n'a pas été jusqu'à présent fort attentif ni à réduire les principes de cette science au plus petit nombre, ni à leur donner toute la clarté qu'on pouvoit désirer; aussi la plupart de ces principes, ou obscurs par eux-mêmes, ou énoncés & démontrés d'une maniere obscure, ont-ils donné lieu à plusieurs questions épineuses. En général, on a été plus occupé jusqu'à présent à augmenter l'édifice, qu'à en éclairer l'entrée, & on a pensé principalement à élever, sans donner à ses fondemens toute la solidité convenable.

Il nous paroît qu'en aplanissant l'abord de cette science, on en reculeroit en même temps les limites, c'est-à-dire, qu'on peut faire voir tout-à-la-fois & l'inutilité de plusieurs principes employés jusqu'à présent par les Méchaniciens, & l'avantage qu'on peut tirer de la combinaison des autres, pour le progrès de cette science; en un mot qu'en réduisant les principes, on les étendra. En effet, plus ils seront en petit nombre, plus ils doivent avoir d'étendue, puisque l'objet d'une science étant nécessairement déterminé, les principes en doivent être d'autant plus féconds, qu'ils sont moins nombreux. Pour faire connoître au lecteur les moyens par lesquels on peut espérer de remplir les vues que nous proposons, il ne sera peut-être pas inutile d'entrer ici dans un examen raisonné de la science dont il s'agit.

Le mouvement & ses propriétés générales sont le premier & le principal objet de la *méchanique*; cette science suppose l'existence du mouvement, & nous la supposons aussi comme avouée & reconnue de tous les Physiciens. A l'égard de la nature du mouvement, les Philosophes sont au contraire fort partagés là-dessus. Rien n'est plus naturel, je l'avoue, que de concevoir le mouvement comme l'application successive du mobile aux différentes parties de l'espace indéfini que nous imaginons comme le lieu des corps; mais cette idée suppose un espace dont les parties soient pénétrables & immobiles; or personne n'ignore que les Cartésiens (secte à la vérité presque nulle aujourd'hui) ne reconnoissent point d'espace distingué des corps, & qu'ils regardent l'étendue & la matiere comme une même chose. Il faut convenir qu'en partant d'un pareil principe, le mouvement seroit la chose la plus difficile à concevoir, & qu'un cartésien auroit peut-être beaucoup plutôt fait d'en nier l'existence, que de chercher à en définir la nature. Au reste, quelque absurde que nous paroisse l'opinion de ces philosophes, & quelque peu de clarté & de précision qu'il y ait dans les principes métaphysiques sur lesquels ils s'efforcent de l'apuier, nous n'entreprendrons point de la réfuter ici: nous nous contenterons de remarquer que pour avoir une idée claire du mouvement, on ne peut se dispenser de distinguer au moins par l'esprit deux sortes d'étendue; l'une qui soit regardée comme impénétrable, & qui constitue ce qu'on appele proprement *les corps*; l'autre, qui étant considérée simplement comme étendue, sans examiner si elle est pénétrable ou non, soit la mesure de la distance d'un corps à un autre, & dont les parties envisagées comme fixes & immobiles, puissent servir à juger du repos ou du mouvement des corps. Il nous sera donc toujours permis de concevoir un espace indéfini comme le lieu des corps, soit réel, soit supposé, & de regarder le mouvement comme le transport du mobile d'un lieu dans un autre.

Digitized by Google

La conſidération du mouvement entre quelquefois dans les recherches de la Géométrie pure ; c'eſt ainſi qu'on imagine ſouvent les lignes droites ou courbes engendrées par le mouvement continu d'un point, les ſurfaces par le mouvement d'une ligne, les ſolides enfin par celui d'une ſurface. Mais il y a entre la *Méchanique* & la Géométrie cette différence, non ſeulement que dans celle-ci la génération des figures par le mouvement eſt, pour ainſi dire, arbitraire & de pure élégance, mais encore que la Géométrie ne conſidere dans le mouvement que l'eſpace parcouru, au lieu que dans la *Méchanique*, on a égard de plus au temps que le mobile emploie à parcourir cet eſpace.

On ne peut comparer enſemble deux choſes d'une nature différente, telles que l'eſpace & le temps : mais on peut comparer le raport des parties du temps, avec celui des parties de l'eſpace parcouru. Le temps par ſa nature coule uniformément, & la *Méchanique* ſuppoſe cette uniformité. Du reſte, ſans connoître le temps en lui-même, & ſans avoir de meſure préciſe, nous ne pouvons repréſenter plus clairement le raport de ſes parties, que par celui des portions d'une ligne droite indéfinie. Or l'analogie qu'il y a entre le raport des parties d'une telle ligne, & celui des parties de l'eſpace parcouru par un corps qui ſe meut d'une maniere quelconque, peut toujours être exprimée par une équation. On peut donc imaginer une courbe, dont les abſciſſes repréſentent les portions du temps écoulé depuis le commencement du mouvement, les ordonées correſpondantes déſignant les eſpaces parcourus durant ces portions de temps : l'équation de cette courbe exprimera non le raport des temps aux eſpaces, mais, ſi on peut parler ainſi, le raport du raport que les parties de temps ont à leur unité, à celui que les parties de l'eſpace parcouru ont à la leur. Car l'équation d'une courbe peut être conſidérée ou comme exprimant le raport des ordonées aux abſciſſes, ou comme l'équation entre le raport que les ordonées ont à leur unité, & le raport que les abſciſſes correſpondantes ont à la leur.

Il eſt donc évident que, par l'application ſeule de la Géométrie & du calcul, on peut, ſans le ſecours d'aucun autre principe, trouver les propriétés générales du mouvement, varié ſuivant une loi quelconque. Mais, comment arive-t-il que le mouvement d'un corps ſuive telle ou telle loi particuliere ? c'eſt ſur quoi la géométrie ſeule ne peut rien nous apprendre ; & c'eſt auſſi ce qu'on peut regarder comme le premier problême qui apartienne immédiatement à la *Méchanique*.

On voit d'abord fort clairement qu'un corps ne peut ſe donner le mouvement à lui-même. Il ne peut donc être tiré du repos que par l'action de quelque cauſe étrangere. Mais continue-t-il à ſe mouvoir de lui-même, ou a-t-il beſoin pour ſe mouvoir de l'action *répétée* de la cauſe ? quelque parti qu'on pût prendre là-deſſus, il ſera toujours inconteſtable que l'exiſtence du mouvement étant une fois ſuppoſée ſans aucune autre hypotheſe particuliere, la loi la plus ſimple qu'un mobile puiſſe obſerver dans ſon mouvement, eſt la loi d'uniformité, & c'eſt par conſéquent celle qu'il doit ſuivre.

Le mouvement eſt donc uniforme par ſa nature ; j'avoue que les preuves qu'on a données juſqu'à préſent de ce principe ne ſont peut-être pas fort convaincantes. On verra à l'*article* Force d'Inertie, les difficultés qu'on peut y oppoſer, & le chemin que j'ai pris pour éviter de m'engager à les réſoudre. Il me ſemble que cette loi d'uniformité eſſentiele au mouvement conſidéré en lui-même, fournit une des meilleures raiſons ſur leſquelles la meſure du temps par le mouvement uniforme, puiſſe être apuiée. *Voyez* Uniforme.

La force d'inertie, c'eſt-à-dire, la propriété qu'ont les corps de perſévérer dans leur état de repos ou de mouvement, étant une fois établie, il eſt clair que le mouvement qui a beſoin d'une cauſe pour commencer au moins à exiſter, ne ſauroit non plus être accéléré ou retardé que par une cauſe étrangere. Or quelles ſont les cauſes capables de produire ou de changer le mouvement dans les corps ? nous n'en connoiſſons juſqu'à préſent que de deux ſortes ; les unes ſe manifeſtent à nous en même temps que l'effet qu'elles produiſent, ou plutôt dont elles ſont l'occaſion : ce ſont celles qui ont leur ſource dans l'action ſenſible, & mutuele des corps, réſultante de leur impénétrabilité ; elles ſe réduiſent à l'impulſion & à quelques autres actions dérivées de celles-là : toutes les autres ne ſe font connoître que par leur effet & nous en ignorons entiérement la nature : telle eſt la cauſe qui fait tomber les corps peſans vers le centre de la terre, celle qui retient les planetes dans leurs orbites, &c.

Nous verrons bientôt comment on peut déterminer les effets de l'impulſion & des cauſes qui peuvent s'y raporter : pour nous en tenir ici à celles de la ſeconde eſpece, il eſt clair que lorſqu'il eſt queſtion des effets produits par de telles cauſes, ces effets doivent toujours être donnés indépendamment de la connoiſſance de la cauſe, puiſqu'ils ne peuvent en être déduits ; ſur quoi *voyez* Accélératrice.

Nous n'avons fait mention juſqu'à préſent, que du changement produit dans la viteſſe du mobile par les cauſes capables d'altérer ſon mouvement : & nous n'avons point encore cherché ce qui doit arriver, ſi la cauſe motrice tend à mouvoir le corps dans une direction différente de celle qu'il a déja. Tout ce que nous apprend dans ce cas le principe de la force d'inertie, c'eſt que le mobile ne peut tendre qu'à décrire une ligne droite, & à la décrire uniformément : mais cela ne fait connoître

Digitized by Google

connoître ni ſa viteſſe, ni ſa direction. On eſt donc obligé d'avoir recours à un ſecond principe, c'eſt celui qu'on appele *la compoſition des mouvemens*, & par lequel on détermine le mouvement unique d'un corps qui tend à ſe mouvoir ſuivant différentes directions à la fois, avec des viteſſes données. *Voy.* COMPOSITION DU MOUVEMENT.

Comme le mouvement d'un corps qui change de direction, peut être regardé comme compoſé du mouvement qu'il avoit d'abord, & d'un nouveau mouvement qu'il a reçu, de même le mouvement que le corps avoit d'abord peut être regardé comme compoſé du nouveau mouvement qu'il a pris, & d'un autre qu'il a perdu. De là il s'enſuit, que les loix du mouvement changé par quelques obſtacles que ce puiſſe être, dépendent uniquement des loix du mouvement, détruit par ces mêmes obſtacles. Car il eſt évident qu'il ſuffit de décompoſer le mouvement, qu'avoit le corps avant la rencontre de l'obſtacle, en deux autres mouvemens, tels que l'obſtacle ne nuiſe point à l'un, & qu'il anéantiſſe l'autre. Par-là, on peut non ſeulement démontrer les loix du mouvement changé par des obſtacles inſurmontables, les ſeules qu'on ait trouvées juſqu'à préſent par cette méthode; on peut encore déterminer dans quel cas le mouvement eſt détruit par ces mêmes obſtacles. A l'égard des loix du mouvement changé par des obſtacles qui ne ſont pas inſurmontables en eux-mêmes, il eſt clair, par la même raiſon, qu'en général il ne faut déterminer ces loix, qu'après avoir bien conſtaté celles de l'équilibre. *Voyez* ÉQUILIBRE.

Le principe de l'équilibre, joint à ceux de la force d'inertie & du mouvement compoſé, nous conduit donc à la ſolution de tous les problêmes où l'on conſidere le mouvement d'un corps, en tant qu'il peut être altéré par un obſtacle impénétrable & mobile, c'eſt-à-dire, en général, par un autre corps à qui il doit néceſſairement communiquer du mouvement pour conſerver au moins une partie du ſien. De ces principes combinés, on peut donc aiſément déduire les loix du mouvement des corps qui ſe choquent d'une maniere quelconque, ou qui ſe tirent par le moyen de quelques corps interpoſés entr'eux, & auquel ils ſont attachés: loix auſſi certaines & de vérité auſſi néceſſaire, que celles du mouvement des corps altérés par des obſtacles inſurmontables, puiſque les unes & les autres ſe déterminent par les mêmes méthodes.

Si les principes de la force d'inertie, du mouvement compoſé, & de l'équilibre, ſont eſſentiellement différens l'un de l'autre, comme on ne peut s'empêcher d'en convenir; & ſi, d'un autre côté, ces trois principes ſuffiſent à la *Méchanique*, c'eſt avoir réduit cette ſcience au plus petit nombre de principes poſſibles, que d'avoir établi ſur ces trois principes toutes les loix du mouvement des corps dans des circonſtances quelconques, comme j'ai tâché de le faire dans mon traité de Dynamique.

A l'égard des démonſtrations de ces principes en eux-mêmes, le plan que l'on doit ſuivre pour leur donner toute la clarté & la ſimplicité dont elles ſont ſuſceptibles, eſt de les déduire toujours de la conſidération ſeule du mouvement, enviſagé de la maniere la plus ſimple & la plus claire. Tout ce que nous voyons bien diſtinctement dans le mouvement d'un corps, c'eſt qu'il parcourt un certain eſpace, & qu'il emploie un certain temps à le parcourir. C'eſt donc de cette ſeule idée qu'on doit tirer tous les principes de la *Méchanique*, quand on veut les démontrer d'une maniere nette & préciſe; en conſéquence de cette réflexion, le philoſophe doit, pour ainſi dire, détourner la vue de deſſus les cauſes motrices, pour n'enviſager uniquement que le mouvement qu'elles produiſent; il doit entiérement proſcrire les forces inhérentes au corps en mouvement, êtres obſcurs & métaphyſiques, qui ne ſont capables que de répandre les ténebres ſur une ſcience claire par elle-même. *Voyez* FORCE.

Les anciens, comme nous l'avons déja inſinué plus haut d'après M. Newton, n'ont cultivé la *Méchanique* que par raport à la ſtatique; &, parmi eux, Archimede s'eſt diſtingué ſur ce ſujet par ſes deux traités de *æquiponderantibus*, &c. *inſidentibus humido*. Il étoit réſervé aux modernes, non ſeulement d'ajouter aux découvertes des anciens touchant la ſtatique, *voyez* STATIQUE; mais encore de créer une ſcience nouvele ſous le titre de *Méchanique* proprement dite, ou de la ſcience des corps & mouvemens. On doit à Stevin, mathématicien du prince d'Orange, le principe de la compoſition des forces que M. Varignon a depuis heureuſement appliqué à l'équilibre des machines; à Galilée, la théorie de l'accélération, *Voyez* ACCÉLÉRATION & DESCENTE; à MM. Huyghens, Wren & Wallis, les loix de la percuſſion, *Voyez* PERCUSSION & COMMUNICATION DU MOUVEMENT; à M. Huyghens les loix des forces centrales dans le cercle; à M. Newton, l'extenſion de ces loix aux autres courbes & au ſyſtême du monde, *voyez* CENTRALE & FORCE; enfin aux géometres de ce ſiecle la théorie de la dynamique. *Voyez* DYNAMIQUE & HYDRODYNAMIQUE. (*O*).

Ceux qui déſireront s'inſtruire à fond de la *méchanique*, doivent lire avec attention, d'abord le traité élémentaire de *Méchanique* par M. l'Abbé Boſſut, 1 vol. *in*-8°; quoique cet ouvrage, qui eſt très-bien fait, contiene les premiers principes de la ſcience, comme le titre l'indique, il conduira cependant fort loin le lecteur qui l'étudiera avec ſoin; enſuite on pourra lire la *Méchanique* de M. Euler, la *Dynamique* de M. d'Alembert, &c.

MÉDIATION, ſ. f. (*Géom.*) ſelon certains auteurs anciens d'arithmétique, eſt la diviſion par 2, ou lorſqu'on prend la moitié de quelque

Digitized by Google

nombre ou quantité. Ce mot n'eſt plus en uſage: on ſe ſert plus communément du celui de *bipartition*, qui n'eſt pas lui-même trop uſité; & lorſqu'il s'agit de lignes, on dit *biſſection*. *Voyez* BISSECTION.

MÉDIATION. *Voyez paſſage au Méridien.*

MÉGAMETRE, (*Aſtronom.*); inſtrument propre à meſurer les diſtances de pluſieurs degrés entre les aſtres. Son nom tiré du grec annonce qu'il ſert pour des diſtances plus grandes que les micrometres qui vont rarement à un degré; cet inſtrument fut décrit, en 1766, par M. de Charnieres, dans un ouvrage, intitulé: *Mémoires ſur les obſervations des longitudes*, publiés par ordre du roi, à l'imprimerie royale. Ce jeune officier, le premier de la marine qui ait montré la connoiſſance & l'habitude des longitudes par le moyen de la lune, a donné enſuite, en 1772, la théorie & la pratique des longitudes en mer, où l'on trouve plus en détail la deſcription du *mégametre*; cet inſtrument ne differe pas ſenſiblement de *l'héliometre* imaginé, en 1748, par M. Bouguer; & M. de la Lande a un héliometre conſtruit vers 1750, pour l'abbé de la Caille, fort approchant du *mégametre* de M. de Charnieres. Cet inſtrument ſert principalement à l'obſervation des longitudes en mer par le moyen des diſtances de la lune aux étoiles qui en ſont voiſines, c'eſt-à-dire, au deſſous de 8 ou 10 degrés, tandis que le *quartier de réflexion*, ne peut guere ſervir que pour les diſtances qui ſont au delà de 10°, la lumiere de la lune ſuffiſant pour éfacer celle des étoiles, dans cet inſtrument où l'on ne peut pas mettre des lunetes auſſi fortes que dans le *mégametre*.

La figure 234 des planches d'aſtronomie, repréſente le *mégametre* monté ſur ſon pied, & diſpoſé pour faire des obſervations; la boîte *XY*, qui renferme tout le méchaniſme eſt d'un bois très-mince, ou même pouroit être faite en tôle; à l'extrémité *Y*, eſt adaptée une boîte de cuivre *EG*, deſtinée à porter les objectifs & le méchaniſme propre à les faire mouvoir; *M* eſt le porte-oculaire. La propriété de cet inſtrument eſt de raſſembler deux lunetes dans le même tuyau avec un ſeul oculaire, c'eſt-à-dire, deux objectifs de même foyer, placés de maniere qu'ils puiſſent s'éloigner de pluſieurs degrés, & qu'ils correſpondent tous deux au même oculaire; ils fourniſſent chacun une image du même objet au foyer commun; on les raproche à volonté ſuivant la diſtance de ces objets, qui eſt proportionele à la diſtance reſpective des centres des objectifs.

Pour que les images ſoient diſtinctes & bien terminées, il faut néceſſairement que les objectifs aient exactement le même foyer; &, pour en être sûr, on a imaginé de couper un objectif par un de ſes diametres; par-là on obtient deux images également diſtinctes au foyer commun, moins brillantes à la vérité que ſi elles étoient produits par deux objectifs entiers; mais cette méthode rend la conſtruction du *mégametre* plus commode.

Si l'on fixe ces moitiés d'objectifs, ſur deux plaques de cuivre à couliſſes *a b*, qui puiſſent ſe mouvoir de maniere à faire coincider les objectifs, pour ne rendre qu'une ſeule image à l'oculaire, & qu'enſuite on puiſſe les ſéparer, de façon à préſenter deux images différentes, on poura raprocher, & réunir ſur le même oculaire des objets éloignés; le chemin que l'on aura fait parcourir aux centres de ces deux objectifs, combiné avec la longueur connue de leur foyer, donnera exactement la meſure de l'arc qui ſépare dans le ciel les deux aſtres qu'on obſerve.

Voilà l'idée générale de l'héliometre, & du *mégametre*. Nous allons en développer les détails relativement à la conſtruction de ce dernier, & à la connoiſſance des arcs qu'il peut meſurer.

Les deux platines *a*, *b* qui portent les objectifs, ſont mobiles dans des rainures faites aux parois du châſſis immobile *EG*, & ont chacune une ouverture ou échancrure en demi-cercle, égale à l'ouverture des demi-objectifs, que l'on fait ordinairement de 15 lignes; la courbure de ces deux couliſſes ou platines, eſt celle d'un arc de cercle de 40 pouces de rayon, qui eſt la longueur du foyer des objectifs, & qui termine la longueur du tuyau *XY*, de l'inſtrument; les verres ſont encâdrés dans ces échancrures, de maniere que leur ſection ſoit toujours ſur une même ligne, en ſorte qu'étant réunies par le mouvement des couliſſes, ils ne faſſent plus qu'un ſeul verre, & produiſent une ſeule image du même objet. Mais comme il arive rarement que l'artiſte place ces deux objectifs parfaitement dans un plan, il a été néceſſaire de n'en fixer qu'un d'une maniere invariable ſur ſa couliſſe, & de monter l'autre de maniere à lui donner un petit mouvement, pour pouvoir facilement & par obſervation, réunir les images ou les centres des objectifs.

Pour le mouvement des deux couliſſes qui portent les objectifs, on met ſur chacune un écrou ſolidement fixé. Dans l'intérieur de la boîte eſt une vis mobile ſur les parois du châſſis de cuivre; on voit l'extrémité de la vis en *N*; cette vis engrene de chaque côté dans l'écrou de chaque couliſſe, & comme une moitié de cette vis eſt taraudée & droite, & l'autre moitié à gauche, avec des pas égaux, ſon mouvement de rotation produira dans les couliſſes des mouvemens égaux, mais contraires; ainſi les demi-objectifs qui ſont unis aux couliſſes, s'écarteront également du milieu *D* de la boîte ou de l'axe de l'inſtrument. Mais comme les couliſſes *a b* ſont des arcs de cercle; les perpendiculaires élevées de la grande vis, qui les fait mouvoir ſur les couliſſes, ſont plus ou moins grandes à meſure qu'elles s'approchent, ou s'écartent de l'axe de l'inſtrument; il faut donc compoſer ces écrous de deux parties rentrantes l'une dans l'autre, & qui puiſſent ſe racourcir ou s'alonger, comme les différentes perpendiculaires

Digitized by Google

élevées de la vis ſur le plan des couliſſes. Ce qui ſe fait par le moyen d'une queue cylindrique, qui entre à frotement doux dans un trou d'égale groſſeur, pratiqué à la partie de l'écrou fixée ſur les couliſſes.

A l'extrémité *Y* de la boîte, dans la plus grande largeur du tuyau, on fixe la boîte de cuivre qui porte tout ce méchaniſme; elle eſt arrêtée par quatre vis, ou un plus grand nombre ſur chaque parois. A l'autre bout *X* le porte-oculaire, eſt fixé de la même façon. A côté de l'oculaire on voit une vis de rapel qui ſe prolonge le long d'un des côtés de la boîte, & va par le moyen d'un pignon, engrener dans une petite roue de champ, qui eſt fixée ſur l'extrémité *N* de la grande vis qui fait mouvoir les objectifs, & par ce moyen l'obſervateur peut les faire mouvoir avec facilité, en regardant toujours dans l'inſtrument.

Les deux couliſſes ſervent de *vernier*, par le moyen des diviſions que l'on y trace, & l'on peut encore ſubdiviſer les parties par un petit cadran placé ſur la vis de rapel, ſoit en *N*, ou près de l'oculaire, comme le faiſoit M. de Charnieres dans les derniers *mégametres* qu'il a fait conſtruire.

La combinaiſon d'oculaires que M. de Charnieres indique comme la plus avantageuſe, conſiſte à placer très-près l'un de l'autre deux oculaires, dont le plus grand ait 20 lignes de foyer, & 12 d'ouverture; & le plus petit 18 lignes de foyer, avec 10 $\frac{1}{2}$ lignes d'ouverture. On ſait que lorſque deux oculaires ſont joints enſemble, la ſomme de leurs foyers eſt à un des foyers, comme l'autre foyer eſt au foyer commun; ainſi, les deux oculaires qui ſont ici convexes équivalent à un ſeul, qui auroit 9 $\frac{1}{2}$ lignes de foyer à très-peu près. De même on ſait, par la dioptrique, qu'en diviſant la longueur focale de l'objectif, qui eſt ici de 40 pouces par 9 $\frac{1}{2}$ lignes, l'on aura environ 52 pour la quantité de fois dont les objets ſont augmentés. Le champ viſible de la lunete, ou l'eſpace qui eſt vu en même temps par chaque objectif eſt d'environ un degré & un tiers.

Pour déterminer la valeur des parties du *mégametre*, on meſure ſur le terrain une baſe de 8 degrés environ, qui eſt la grandeur des arcs que peut meſurer l'inſtrument; & comme la poſition du demi objectif indique que la diſtance reſpective des mires doit faire le petit côté d'un triangle iſoſcele, dont le foyer de l'oculaire doit occuper le ſommet, chaque moitié de cette diſtance reſpective des mires doit être la tangente de chaque moitié de l'angle au ſommet, meſuré ſur le terrain. Comme la vis qui fait mouvoir les objectifs parcourt des tangentes, il faut dreſſer une table où l'on exprime la quantité de ſecondes dont les tangentes ſurpaſſent les arcs correſpondans, & corriger enſuite la premiere table des parties égales, faites ſur chaque couliſſe, afin d'avoir exactement la valeur des parties du *mégametre*. Il y a pluſieurs méthodes de faire la même opération, ſoit par les diſtances des aſtres, ſoit par leurs diametres.

Il nous reſte à dire un mot du pied ſur lequel on poſe cet inſtrument, pour pouvoir lui imprimer tous les mouvemens dont on a beſoin, ſurtout à la mer. La partie *A* eſt une forte piece de bois où ſe réuniſſent trois pieds que l'on peut fixer & démonter à volonté. Cette piece de bois *A* eſt percée, ſelon ſa longueur, d'un trou rond, dans lequel paſſe une piece cylindrique *F*, qui peut ſe hauſſer ou baiſſer à volonté, & ſe fixer à la hauteur convenable, au moyen d'une vis de preſſion. Au bout de la piece cylindrique *F* eſt un cylindre de cuivre, fait pour recevoir l'extrémité de la piece *HH*. Le cercle *IHH* eſt mobile ſur deux pivots *OO*, il eſt fait pour recevoir le corps du *mégametre*. Sur chaque partie du *mégametre*, où doit ſe trouver le cercle, on a fixé de petites rouletes ou des eſpeces de poulies, qui font que l'inſtrument tourne à frotement dans le cercle. Je ne doute point que ſi les artiſtes éclairés s'en étoient occupés, ils n'euſſent trouvé pluſieurs moyens de perfectioner cet inſtrument, ſoit pour la commodité du pied, ſoit pour l'exactitude des diviſions & des ajuſtemens que l'on n'a encore vu juſqu'ici exécutés qu'imparfaitement; ces choſes réunies auroient peut-être déterminé d'autres officiers que M. de Charnieres à en faire uſage à la mer, & à porter un jugement plus certain ſur ſon application, & ſur les difficultés qui s'y rencontrent dans l'uſage.

Les navigateurs éclairés ont objecté contre l'uſage du *mégametre*. 1°. Le peu de circonſtances où l'on peut avoir une étoile remarquable aſſez près de la lune pour faire l'obſervation. 2°. La difficulté même de l'obſervation. 3°. Enfin la longueur exceſſive du calcul, qui juſqu'à ce qu'on ait des tables pour l'abréger, ne peut guere ſe propoſer aux marins; ils ajoutent qu'une erreur de calcul trop aiſée à faire, mettroit ſouvent dans le cas de ne pouvoir tirer de réſultat de leurs obſervations qu'un ou deux jours après l'avoir faites. Je crois que, de part & d'autre, l'on a exagéré. Le *mégametre*, par ſa conſtruction même eſt ſuſceptible d'une grande exactitude dans les obſervations; perſone ne peut nier, qu'il n'y ait des cas, des obſervations, où l'on peut en tirer un parti avantageux; ce ſeroit à des officiers éclairés, & qui auroient le loiſir de s'occuper d'aſtronomie, à l'examiner à la mer. Pour la longueur du calcul elle ſera toujours conſidérable dès qu'on voudra trouver le réſultat des obſervations rigoureuſement, mais il ſera abrégé par des tables du nonagéſime de *M. Lévêque*, imprimées à Avignon en 1776, pour calculer les effets des parallaxes. Pour la difficulté d'obſervations, je la crois facile à ſurmonter avec du zele, de la patience & de l'habitude. M. de Charnieres a donné des exemples de l'exactitude que ces obſervations apportoient dans la Navigation, & a prouvé, par expérience, que tout le

Digitized by Google

monde pouvoit, avec un peu d'exercice, faire les obſervations, & en tirer un parti avantageux. On peut voir ſa *Théorie des longitudes en mer*, publiée à Paris en 1772, à l'imprimerie royale, 260 pages *in*-8°. (*M. Dagelet.*)

MÉLICERTE; nom de la conſtellation d'*Hercule*.

MEMBRE *d'une équation*, (*Alg.*); ce ſont les deux parties ſéparées par le ſigne =; ainſi, dans $a+b=c$, $a+b$ eſt un *membre* & c l'autre. Dans $x^3+axx-c^3=0$, $x^3+axx-c^3$ eſt le premier *membre*, & o l'autre: les termes d'une équation ſont les différentes parties de chaque *membre*; par exemple, ici x^3, $+axx$, $-c^3$, *&c.* ſont trois termes. *Voyez* Équation *&* Terme. (*O*).

MÉNALE. *Voyez* Mont-ménale.

MÉNALIPPE; nom de la conſtellation de *Pégaſe*.

MENDÈS; divinité Égyptienne qui a donné lieu à la conſtellation du capricorne, ſuivant M. Schmidt.

MÉNISQUE, ſ. f. (*Optique*); verre ou lentille concave d'un côté, & convexe de l'autre, qu'on appele auſſi quelquefois *lunula*. *Voyez* Lentille *&* Verre.

Nous avons donné à l'*article* Lentille une formule générale, par le moyen de laquelle on peut trouver le foyer ou le point de réunion des rayons. Cette formule eſt $z=\frac{2aby}{ay+by-2ab}$, dans laquelle z marque la diſtance du foyer au verre, y la diſtance de l'objet au verre, a le rayon de la convexité tournée vers l'objet, b le rayon de l'autre convexité. Pour appliquer cette formule aux *ménisques*, il faudra faire a négatif ou b négatif, ſelon que la partie concave ſera tournée vers l'objet ou vers l'œil: ainſi, on aura dans le premier cas,

$$z=\frac{-2aby}{-ay+by+2ab};$$

& dans le ſecond, $z=\frac{-2aby}{ay-by+2ab}$:

de là on tire les regles ſuivantes.

Si le diametre de la convexité d'un *ménisque* eſt égal à celui de la concavité, les rayons qui tomberont parallélement à l'axe, redeviendront parralleles après les deux réfractions ſoufertes aux deux ſurfaces du verre.

Car ſoit $a=b$ & y infinie; c'eſt-à-dire, ſuppoſons les rayons des deux convexités égaux, & l'objet à une diſtance infinie, afin que les rayons tombent paralleles ſur le verre; on aura dans le premier cas & dans le ſecond $z=\frac{-2a^2y}{ay-ay}$: ce qui donne z infinie, & par conſéquent les rayons ſeront paralleles en ſortant, puiſqu'ils ne ſe réuniront qu'à une diſtance infinie du verre.

Un tel *ménisque* ne ſeroit donc propre ni à raſſembler en un point les rayons de lumiere, ni à les diſperſer, & ainſi il ne peut être d'aucun uſage en Dioptrique. *Voyez* Réfraction.

Voici la regle pour trouver le foyer d'un *ménisque*, c'eſt-à-dire, le point de concours des rayons qui tombent paralleles. Comme la différence des rayons de la convexité & de la concavité eſt au rayon de la convexité, ainſi le diametre de la concavité eſt à la diſtance du foyer au *ménisque*.

En effet ſuppoſant y infinie, la premiere formule donne $z=\frac{2ab}{b-a}$, & la ſeconde donne $\frac{-2ab}{a-b}$, qui donne dans le premier cas $b-a:b::-2a:z$, & dans le ſecond $a-b:a::-2b:z$.

Par exemple, ſi le rayon de la concavité étoit triple du rayon de la convexité, la diſtance du foyer au *ménisque* ſeroit alors, en conſéquence de cette regle, égale au rayon de la concavité; & par conſéquent le *ménisque* ſeroit en ce cas équivalent à une lentille également convexe des deux côtés. *Voyez* Lentille.

De même ſi le rayon de la concavité étoit double de celui de la convexité, on trouveroit que la diſtance du foyer ſeroit égale au diametre de la concavité; ce qui rendroit le *ménisque* équivalent à un verre plan convexe. *Voyez* Verre.

De plus, les formules qui donnent la valeur de z font voir que le foyer eſt de l'autre côté du verre, par raport à l'objet. Si b eſt plus petit que a dans le premier cas, & ſi b eſt plus grand que a dans le ſecond; & au contraire ſi b eſt plus grand que a dans le premier cas, & plus petit que a dans le ſecond, le foyer ſera du même côté du verre que l'objet, & ſera par conſéquent virtuel, c'eſt-à-dire, que les rayons ſortiront divergens. *Voyez* Foyer.

Il s'enſuit encore de cette même formule que le rayon de la convexité étant donné, on peut aiſément trouver celui qu'il faudroit donner à la concavité pour reculer le foyer à une diſtance donnée.

Quelques géometres ont donné le nom de *ménisque* à des figures planes ou ſolides, compoſées d'une partie concave & d'une partie convexe, à l'inſtar des *ménisques* optiques. (*O*).

MENSURABILITÉ, ſ. f. (*Géom.*); c'eſt l'aptitude ou la propriété qu'a un corps, de pouvoir être appliqué à une certaine meſure, c'eſt-à-dire, de pouvoir être meſuré par quelque grandeur déterminée. *Voyez* Meſure *&* Meſurer.

MERCURE, (*Aſtronomie*); eſt la plus petite des planetes inférieures, & la plus proche du ſoleil. On l'exprime par ce caractere ☿.

La moyene diſtance de *mercure* au ſoleil eſt à celle de notre terre au ſoleil, comme 38710 eſt à 100000.

L'inclinaiſon de ſon orbite, c'eſt-à-dire, l'angle formé par le plan de ſon orbite avec le plan de l'écliptique, eſt de 7 degrés o'. Son diametre eſt

Digitized by Google

environ deux cinquiemes de celui de la terre, il nous paroît de 12 secondes lorſqu'il eſt le plus près de nous.

Selon Newton, la chaleur & la lumiere du ſoleil ſur la ſurface de *mercure*, ſont ſept fois auſſi grandes qu'elles le ſont au fort de l'été ſur la ſurface de la terre; ce qui, ſuivant les expériences qu'il avoit faites avec le thermometre, ſuffiroit pour faire bouillir l'eau. Un tel degré de chaleur doit donc rendre *mercure* inhabitable pour des êtres de notre conſtitution; & ſi les corps qui ſont à ſa ſurface ne ſont pas tout en feu, il faut qu'ils ſoient d'un degré de denſité plus grand à proportion que les corps terreſtres.

La révolution de *mercure* autour du ſoleil ſe fait en 87 jours 23 heures 14′ 26″; c'eſt-à-dire, que ſon année eſt environ quatre fois moindre que la nôtre. Sa révolution diurne, ou la longueur de ſon jour n'eſt pas connue; il n'eſt pas même certain s'il a un mouvement autour de ſon axe.

Nous ne ſavons pas non plus à quelle variété de temps ou de ſaiſons il peut être ſujet, parce que nous ne connoiſſons point l'inclinaiſon de ſon axe ſur le plan de ſon orbite. Sa denſité, & par conſéquent la gravitation des corps vers ſon centre, ne ſauroit ſe déterminer exactement; mais le grand chaud qu'il fait ſur cette planete, fait préſumer qu'elle eſt plus denſe que la terre.

Mercure change de phaſe comme la lune & Vénus, ſelon ſes différentes poſitions avec le ſoleil & la terre. Il paroît plein dans ſes conjonctions ſupérieures avec le ſoleil, parce qu'alors nous voyons tout l'hémiſphere illuminé; mais, dans les conjonctions inférieures, on ne voit que l'hémiſphere obſcur; ſa lumiere va en croiſſant, comme celle de la lune, à meſure qu'il paroît ſe raprocher du lieu où eſt le ſoleil, en allant vers la conjonction ſupérieure, mais ces phaſes ſont très-difficiles à diſtinguer à cauſe de la petiteſſe de ſon diametre. L'orbite que mercure décrit autour du ſoleil en trois mois, eſt très-excentrique; il eſt beaucoup plus près du ſoleil dans quelques-uns de ſes points que dans d'autres. Son excentricité eſt de 7960 parties, dont la diſtance du ſoleil à la terre eſt 100000, en ſorte que l'équation de ſon orbite eſt de 23ᵈ 40′ 49″.

Le ſyſtême de Ptolémée eſt réfuté par les apparences de mercure, comme par celles de vénus; car on apercoit quelquefois *mercure* entre la terre & le ſoleil, & quelquefois au delà du ſoleil; mais jamais on ne voit la terre entre *mercure* & le ſoleil; ce qui devoit ariver, ſi les orbites de toutes les planetes renfermoient la terre dans leur centre, comme le ſuppoſe Ptolémée. *Voyez* SYSTÊME.

Le diametre du ſoleil vu de *mercure*, doit paroître preſque trois fois plus grand que vu de la terre, *mercure* en étant trois fois plus proche que nous ne le ſommes; le diſque du ſoleil nous paroîtroit, ſi nous étions dans *mercure*, environ ſept fois plus grand qu'il ne nous paroît ici.

Sa plus grande élongation du ſoleil par raport à nous, c'eſt-à-dire, l'arc de l'écliptique compris entre le lieu du ſoleil & celui de *mercure*, ne paſſe jamais 28 degrés; ce qui fait qu'il eſt rarement viſible, ſe perdant d'ordinaire dans la lumiere du ſoleil, ou dans le crépuſcule. Mais quelquefois on voit *mercure* ſur le diſque du ſoleil dans ſa conjonction inférieure, comme une petite tache qui éclipſe une petite partie du diſque ſolaire, & qu'on ne ſauroit obſerver qu'au téleſcope. La premiere obſervation de cette eſpece fut faite par Gaſſendi en 1631, à Paris, le 7 Novembre, & l'on en a vu treize autres depuis ce temps-là. *Voyez* PASSAGE.

Comme les cinq autres planetes ſont ſupérieures à *mercure*, leurs phénomenes paroîtroient aux habitans de *mercure* à peu près les mêmes que nous paroiſſent ceux de mars, de jupiter & de ſaturne.

Il y a cependant cette différence que les planetes de mars, de jupiter & de ſaturne paroîtroient encore moins lumineuſes aux habitans de *mercure*, qu'elles ne nous le paroiſſent, à cauſe que cette planete en eſt plus éloignée que nous. Vénus leur paroîtroit à peu près auſſi éclatante qu'elle nous le paroît de la terre.

Les obſervations de *mercure* étant rares & difficiles, on a été long-temps à pouvoir conſtruire de bonnes tables de ſes mouvemens. En 1723, Halley publia ſes élémens des tables; mais il y avoit encore des erreurs ſenſibles. Celles que j'ai données dans mon Aſtronomie, ne s'écartent preſque jamais d'une minute de l'obſervation.

Selon Newton, le mouvement de l'aphélie de *mercure* ſeroit d'environ 52″ par an. Mais, ſuivant moi, il eſt de 1′ 11″. Le mouvement du nœud, déterminé par Halley, eſt en cent ans de 1° 26′ 34″ ſelon la ſuite des ſignes; mais ſuivant mes tables il n'eſt que de 1° 15′ 0″ ou 8′ 45″ moindre que la préceſſion des équinoxes. Au reſte, on trouvera au mot PLANETE, les élémens de l'orbite de *mercure*, comme ceux de toutes les autres planetes. (*D. L.*)

MÉRIDIEN, (*Aſtronomie*); grand cercle de la ſphere, qui paſſe par le zénit & le nadir, & par les poles du monde, & qui diviſe la ſphere en deux hémiſpheres placés l'un à l'orient, & l'autre à l'occident. *Voyez* LA SPHERE, *Planches d'Aſtronomie*, *Fig.* 1.

On l'appele *méridien*, du mot latin *meridies*, midi; parce que lorſque le ſoleil ſe trouve dans ce cercle, il eſt ou midi ou minuit pour tous les endroits ſitués ſous ce même cercle.

Les Aſtronomes obſervent ſans ceſſe le paſſage au méridien. *Voyez* PASSAGE. On appele auſſi un *Méridien* une eſpece de cadran ſolaire compoſé d'un gnomon & d'une ligne verticale ſur laquelle l'image du ſoleil tombe au moment de midi; tel eſt celui que M. Caſſini a fait en 1737, vis-à-vis de l'horloge du Palais, dans le temps que M. Turgot fit élargir le quai; tels ſont ceux que j'ai

Digitized by Google

faits au Palais-Royal, à la place de la Croix-Rouge, au Luxembourg, &c.

Premier *méridien* (*Géogr.*). *Voyez* LONGITUDE.

Différence des méridiens, ou différence de longitude. *Voyez* LONGITUDE.

Méridien universel dans le calcul des éclipses, eſt celui où l'on ſuppoſe le ſoleil fixe, les différens pays de la terre y arrivant ſucceſſivement.

MÉRIDIEN MAGNÉTIQUE; c'eſt un grand cercle qui paſſe par les poles de l'aimant, & dans le plan duquel l'aiguille aimantée ou l'aiguille du compas de mer ſe trouve. *Voyez* AIMANT, *dans le Dictionaire de Phyſique*.

MÉRIDIENNE ou LIGNE MÉRIDIENNE; c'eſt une ligne qui marque le midi; c'eſt une partie de la commune ſection du plan du méridien & de l'horizon d'un lieu. On l'appele quelquefois *ligne nord & ſud*.

On appele auſſi en général *méridienne*, la commune ſection du méridien & d'un plan quelconque, horizontal, vertical, ou incliné. *Voyez* CADRAN.

La *ligne méridienne* eſt d'un grand uſage en Aſtronomie, en Géographie, en Gnomonique; ainſi, nous allons indiquer diverſes méthodes pour la tracer.

Décrivez ſur un plan horizontal & du même centre pluſieurs arcs de cercle. Sur le même centre élevez un ſtyle ou gnomon perpendiculaire à l'horizon, & d'un pied ou d'un demi-pied de long; entre 9 & 10 heures du matin, obſervez le point où l'ombre du ſtyle ſe terminera en différens inſtans, ſur chacun des cercles. Obſervez enſuite l'après-midi les momens où l'ombre viendra couper de nouveau les mêmes cercles, & marquez les points où elle les coupera. Partagez enſuite les arcs de cercles ou les intervalles du matin au ſoir ſur chaque cercle, en deux également, la même droite paſſera par le centre commun à tous les cercles & par le milieu de chacun des arcs, & ce ſera la *méridienne* cherchée.

Tous ces cercles ainſi tracés, ſervent à donner plus exactement la poſition de la *méridienne*, parce que les opérations réitérées, pour la déterminer ſur pluſieurs cercles concentriques, peuvent ſervir à ſe corriger mutuellement.

Pour éviter de placer un ſtyle & de décrire des cercles, on peut ſe ſervir d'un inſtrument, *Fig.* 37, des planches d'aſtronomie. Sur une baſe *LDR* eſt implanté un montant *AB*, qui porte une platine *TPA*, percée d'un trou *T*, pour introduire un rayon ſolaire; car le point lumineux ſe diſtingue mieux que le ſommet de l'ombre. Le trou répond perpendiculairement au centre *C* de pluſieurs cercles concentriques, tels que *LDR*. On place la baſe de maniere qu'elle ſoit bien horizontale; on tourne l'inſtrument de maniere que le rayon ſolaire paſſant par *T* viene en un point *R* du cercle *LDR* le matin; l'on marque le ſoir le point *L*, où le même rayon vient couper le même cercle, & prenant le milieu *D* de l'arc *LR*, on a la méridiene *CD*.

Cette méthode eſt fondée ſur ce que la hauteur du ſoleil eſt la même à égales diſtances du *méridien*, comme à 9 heures du matin & à 3 heures du ſoir; car le ſoleil décrivant un parallele à l'équateur toujours perpendiculaire au *méridien*, & le *méridien* étant perpendiculaire à l'horizon, tout eſt égal à droite & à gauche, à l'orient & à l'occident; le ſoleil parcourt la partie orientale de ſon parallele dans le même temps, avec la même viteſſe, & par les mêmes degrés que la partie occidentale; ainſi le *méridien* eſt au milieu de deux points pris à hauteurs égales à l'orient & à l'occident.

Quand le ſoleil eſt à la même hauteur, les ombres ſont de la même longueur; or la méthode précédente nous marque deux ombres égales, donc elle nous marque deux directions également éloignées du *méridien*, donc le milieu des deux ombres donne la *méridiene*. Au lieu de deux ombres égales l'inſtrument que nous avons décrit, donne deux diſtances égales du rayon ſolaire à la ligne verticale *TC*, ce qui revient au même pour la méthode.

Ce procédé n'eſt rigoureuſement exact qu'au temps des ſolſtices, c'eſt-à-dire, vers le 21 Juin, & le 21 Décembre; car, dans toutes les autres ſaiſons, la *méridienne* tracée déclinera de quelques ſecondes, ſoit à l'orient, ſoit à l'occident, à cauſe du changement du ſoleil en déclinaiſon, qui devient aſſez ſenſible, pour que cet aſtre, quoique à même hauteur, ſe trouve plus ou moins éloigné du *méridien*, le ſoir que le matin; on corrige cette erreur par des tables qui ont été conſtruites à cet effet, mais la différence eſt inſenſible dans l'opération que nous venons d'expliquer.

On peut tracer auſſi une *méridienne* ſuffiſante pour l'uſage ordinaire par le moyen de l'étoile polaire. Mais comme il eſt néceſſaire de prendre pour cela le temps où cette étoile eſt dans le *méridien*, l'on ſe ſert de l'étoile ε, *Fig.* 2, à la racine de la queue de la grande ourſe; cette étoile a la même aſcenſion droite que l'étoile polaire, à douze heures près, elles paſſent enſemble au *méridien*, l'une en haut & l'autre en bas; ſi donc on les voit dans le même aplomb, dans le même vertical, on eſt sûr que l'étoile polaire eſt alors au *méridien*, & ſi l'on marque ſa direction par deux fils aplomb, on a la direction de la *méridienne*.

Pour parler avec plus de préciſion, je dois obſerver que ces étoiles étoient exactement enſemble dans le *méridien*, au mois de Juillet 1751; mais l'étoile ε de la grande ourſe devance l'autre de $1\ 13''\frac{1}{2}$ tous les dix ans, & au mois de Juin 1781, elle paſſoit $4'\ 54''$ plutôt que l'étoile polaire. Si donc on aſpiroit dans cette opération à une extrême exactitude, il faudroit d'abord s'aſſurer, par le moyen de deux fils à plomb, du moment où les deux étoiles ont paſſé dans le même vertical;

Digitized by Google

atendre enſuite cinq minutes, & diriger alors les deux fils à plomb à l'étoile polaire ſeule, ſans égard à l'étoile *s*, qui aura déja paſſé au delà du *méridien* & du vertical; mais cette petite différence eſt inſenſible dans la pratique. Car, dans un quart d'heure, l'étoile polaire ne change de vertical que de 11′ 36″ de degrés, ce qui ne feroit ſur un cadran horizontal que 1′ 2″ de temps.

Mais la ſeule méthode exacte & rigoureuſe qu'il y ait pour tracer une *méridiene*, eſt la méthode des *hauteurs correſpondantes*. On détermine ces hauteurs le moment du midi vrai ſur une bonne pendule, on marque la place de l'ombre ou de l'image du ſoleil au moment où la pendule marque l'heure, la minute & la ſeconde trouvées; on tire par cette place, & par le pied du ſtyle, une ligne qui eſt la véritable *méridiene*. On ne ſait pas au moment du midi quel eſt l'inſtant où il faut marquer l'ombre, mais on marque pluſieurs points à différentes minutes, & le ſoir, après les hauteurs correſpondantes, on ſait quel eſt le point où tomboit le véritable midi.

Je ſuppoſe qu'on peut avoir le pied du ſtyle, ou le point qui répond perpendiculairement au deſſous du centre du trou par lequel on introduit le rayon ſolaire; au lieu du ſtyle on fait ordinairement une ouverture circulaire dans une plaque de cuivre, de ſorte que les rayons du ſoleil paſſant par cette ouverture, vienent repréſenter l'image du ſoleil ſur le pavé; on atache cette plaque parallélement à l'horizon, dans un lieu élevé & commode pour l'obſervation. On fait tomber une ficele & un plomb pour meſurer la hauteur qu'il y a du trou au pavé; il faut avoir ſoin que le pavé ſoit parfaitement de niveau & horizontal; quelquefois on le fait blanchir, afin de repréſenter plus diſtinctement l'image du ſoleil; on tire la ligne méridiene par le pied du *gnomon*, c'eſt-à-dire, par le point que marque le plomb.

Au lieu d'une plaque horizontale, dans laquelle on fait un trou, on ſe contente quelquefois de faire un trou vertical à une croiſée, dont on ſupprime d'ailleurs entiérement le jour. L'image de ce trou eſt celle du ſoleil; & le milieu ou le centre de l'image, eſt ſenſiblement celle du centre du ſoleil; car cette image eſt la baſe d'un triangle dont l'angle au ſommet eſt d'environ 32′, diametre apparent du ſoleil, & dont les côtés ſont fort grands par raport à la baſe.

Souvent le fil à plomb qu'on abaiſſe depuis le centre du trou tombe dans un endroit qui n'eſt pas libre ou commode; alors on y ſupplée en tendant un fil depuis le centre du trou juſqu'au point où l'on a obſervé le midi; ce fil étant dans le plan du méridien, il ne s'agit plus que d'abaiſſer l'aplomb de quelque endroit de ce fil, pour avoir ſur le pavé un des points de la *méridiene*; on tire alors la ligne de ce point à celui du midi qu'on a marqué, & c'eſt la *méridiene*.

Chez les anciens ce qu'on appeloit des *gnomons*, conſiſtoit ordinairement en de grands obéliſques élevés en plein air, & dans quelque grande place, au ſommet deſquels étoit un globe, ou une figure quelconque, qui faiſoit l'office de cette ouverture, & dont l'ombre tenoit lieu de l'image ſolaire; ils étoient en cela inférieurs à nos *méridiennes*, puiſque cette ombre ainſi environée de la lumiere du ſoleil ne pouvoit qu'être fort mal terminée, & d'autant plus mal, que le gnomon étoit plus grand, & le ſoleil plus bas, comme il arive au temps du ſolſtice d'hiver.

Nous avons parlé au mot GNOMON des *méridiennes* des anciens; nous allons parler de celles qui ont été faites de nos jours, & qui ſont de grands inſtrumens d'aſtronomie.

Le P. Ximenès, profeſſeur de mathématiques dans l'univerſité de Florence, a découvert dans la cathédrale de la même ville, un *gnomon*, dont la hauteur eſt de 277 pieds 4 pouces 9 lignes, 68 par raport au marbre ſolſtitial; il lui paroît avoir été conſtruit par Paul Toſcanella, qui mourut en 1482; les marques qui y ſubſiſtoient depuis 2510, ont fait voir au P. Ximenès que l'obliquité de l'écliptique devoit être alors de 23° 29′ 51″; il l'a déterminée lui-même en 1755, de 23° 28′ 35″, quantité qui paroît un peu trop grande, mais qui prouve au moins une diminution de 31″ par ſiecle. Les changemens arivés dans les murs de l'Égliſe ont pu produire une partie de cette différence; mais le P. Ximenès, qui a rétabli & perfectioné ce monument, prouve que ces changemens ne ſauroient produire à beaucoup près une ſi grande incertitude. Cette grande *méridiene* fait la matiere d'un ouvrage conſidérable: *Del Vecchio e nuovo gnomone Fiorentino, in Firenze* 1757, *in*-4°.

On voit dans l'Égliſe de S. Pétrone à Bologne, la fameuſe méridiene de Dominique Caſſini, dont le *gnomon* a 83 pieds 5 pouces de hauteur: comme c'eſt une des méridienes les plus célebres relativement à l'aſtronomie, & celle qui a été la plus utile à l'aſtronomie, nous croyons devoir en donner ici une notice plus détaillée.

Les mathématiciens de Bologne avoient été conſultés par les Papes avant la réformation du calendrier, pour ſavoir quel jour devoit ariver l'équinoxe, ſur lequel ſe reglent les fêtes mobiles, & quelle différence il y avoit d'une année à l'autre; cela donna lieu au P. Ignace Dante, dominicain, profeſſeur de mathématiques à Bologne, de faire en 1575, dans l'Égliſe de S. Pétrone, une méridiene qui n'étoit pas fort éloignée de l'endroit où on la voit actuellement: il en fit même deux à Florence, à *Santa Maria novella*, & dans l'Égliſe cathédrale. M. Caſſini vérifioit, en 1653, la méridiene de Bologne, lorſque la prolongation de l'Égliſe, vers le midi, dérangea ſon travail, & il fut obligé de la refaire en entier en 1655, à peu près dans l'état où elle eſt actuellement.

La lumiere du ſoleil y entre par une ouverture, qui a un pouce de diametre: la longueur de la ligne eſt de 206 pieds 8 pouces de Paris, ce qui

Digitized by Google

fait 2" & 10 tierces, ou la 600 millieme partie de la circonférence de la terre, comme on le voit marqué ſur un pilaſtre de l'Égliſe.

Dans la ſuite, la plaque fixée dans la voûte s'étant abaiſſée, & le niveau de l'Égliſe ayant varié inégalement, Caſſini rétablit cette méridienne en 1695. Il y marqua les degrés de la diſtance au zénit & leurs tangentes, les ſignes du zodiaque, les heures que dure la nuit, les ſecondes & les tierces de la circonférence de la terre, & la largeur de l'image du ſoleil en été avec une inſcription vers l'extrémité méridionale de la ligne.

La méridiene de Florence a l'avantage de la hauteur, qui eſt de 277 pieds; mais la méridiene de Bologne ſera toujours la plus célebre par les recherches curieuſes & importantes qu'y fit Caſſini, ſur-tout dans la théorie du ſoleil, qui eſt le fondement de toute l'aſtronomie. On peut dire que cette méridiene a fait époque dans l'hiſtoire du renouvellement des ſciences: à ce titre, elle méritoit bien d'être conſacrée par la médaille qui eſt gravée dans la deſcription de la méridiene imprimée en 1665, & dans l'ouvrage de M. Long: *Aſtronomy in five books*, *by Roger Long*. 1742. On voit d'un côté le portrait de Caſſini, avec cette inſcription: *Jo. Dom. Caſſinus, archigym. Bonon. primar. aſtron. & R. Acad.* De l'autre, on voit la coupe de l'Égliſe de S. Pétrone, & le rayon ſolaire qui tombe ſur la méridiene: au deſſus eſt écrit: *Facta copia cœli*; & au deſſous, *Bonon. M. D C. V C.* Quand cette *méridiene* fut finie, Caſſini apprit aux mathématiciens de l'Europe, par un écrit public, qu'il s'étoit établi dans un temple un nouvel oracle d'Apollon ou du ſoleil, que l'on pouvoit conſulter avec confiance ſur toutes les difficultés d'Aſtronomie. On peut en voir l'hiſtoire plus en détail dans l'éloge de cet aſtronome, par Fontenelle, *Hiſt. Acad.* 1712.

La *méridiene* de Bologne a été encore vérifiée & réparée par Manfredi, qui a publié à ce ſujet un volume *in-4°.*, rempli des obſervations qu'on y avoit faites depuis 1655, juſqu'en 1735. *De gnomone meridiano Bononienſi*, 1736, *in-4°.* Enfin M. Zanotti a publié en 1779, un ouvrage intitulé: *La meridiana del tempio di S. Petronio rinovata, l'anno 1776.*

La méridiene des Chartreux de Rome eſt une des plus grandes & des plus belles qu'on ait faites, & elle eſt certainement la plus ornée, la plus riche de toutes. Ce fut, en 1701, que François Bianchini, prélat de Rome, entreprit de faire cette méridiene. Le Pape Clément XI. ſongeoit alors à faire une réforme dans le cycle paſchal du calendrier grégorien; Bianchini & Jacques-Philippe Maraldi, l'un des aſtronomes de l'académie des ſciences de Paris, neveu de Caſſini, & qui ſe trouvoit alors à Rome au ſujet de cette queſtion du cycle paſchal, furent chargés par le Pape de conſtruire un *gnomon* aſtronomique, pour y obſerver les mouvemens du ſoleil & de la lune. Ce *gnomon* eſt décrit dans une diſſertation de Bianchini; *De nummo & gnomone Clementino*; on voit à la ſuite du livre la médaille que fit fraper Clément XI, à l'occaſion de cet ouvrage. D'un côté, eſt le portrait du S. Pere; de l'autre, on voit une partie de l'Égliſe, avec la méridiene & le rayon ſolaire qui y pénetre. Bianchini fit choix du vaſte édifice des thermes de Dioclétien, dont la ſolidité avoit été éprouvée par une antiquité de plus de quatorze ſiecles. Cette grande ſolidité parut ſur-tout lors du violent tremblement de terre de 1703, qui ébranla & fit des léſardes dans pluſieurs grands édifices de Rome, ſans produire le moindre effet ſur les murs de l'Égliſe des Chartreux, ni ſur la méridiene.

L'ouvrage fut fait ſur les principes que Caſſini avoit indiqués dans ſa deſcription de la méridiene de Bologne; & Bianchini décrit avec ſoin dans ſa diſſertation, toutes les précautions qu'il prit pour en aſſurer l'exactitude. La ligne fut tracée ſur une lame de cuivre, bordée de dalles de marbre antique grec, de deux palmes de large, & nivelée par le moyen d'un canal plein d'eau. Elle eſt ornée de figures qui repréſentent le zodiaque, incruſtées en marbre; on a marqué par des étoiles de bronze, les endroits de la ligne qui répondent aux hauteurs des principales étoiles; les diſtances au zénit y ſont auſſi en centiemes du rayon ou de la hauteur du *gnomon*, & chaque centieme eſt diviſée en mille parties, ſur une plaque encaſtrée dans le mur. On voit auſſi le long de la méridiene des nombres qui marquent les arcs de la circonférence de la terre en ſecondes & tierces, à raiſon de ſeize toiſes pour une ſeconde de cette circonférence terreſtre.

La même méridiene répond à deux *gnomons*, l'un au midi, & l'autre au nord. Le *gnomon* auſtral a 62 pieds & demi de hauteur perpendiculaire; l'ouverture du *gnomon* a de diametre la millieme partie de cette hauteur. Ce *gnomon* méridional ſervoit non ſeulement pour obſerver le ſoleil & la lune, mais encore pour les étoiles & les planetes; c'eſt avec ce *gnemon* que Bianchini trouva la latitude de Rome 40° 54' 27" dans ce point-là, & l'obliquité de l'écliptique de 23° 28' 35", pour 1703; il s'en ſervit auſſi pour faire un grand nombre d'obſervations, qui ſont raportées dans le recueil donné par Euſtache Manfredi: *Franc. Bianchini Veronenſis, aſtronomiæ ac geographiæ obſervationes ſelectæ. Veronæ*, 1737, *in-folio*.

Le *gnomon* polaire ou ſeptentrional a 75 pieds de hauteur; il reçoit le rayon de l'étoile polaire, & il ſervit à trouver auſſi la hauteur du pole, par le moyen de cette étoile. Bianchini décrivit ſur le pavé, les traces des paralleles de l'étoile polaire, pour l'eſpace de 800 ans. On y voit pluſieurs ellipſes concentriques dont la plus petite aura lieu dans 400 ans, l'étoile polaire n'étant plus alors qu'à un demi-degré du pole. Pour obſerver la hauteur de l'étoile polaire, par le moyen du *gnomon* ſeptentrional, on dirigeoit une bonne lunete, de maniere que le centre du réticule ou

des

Digitized by Google

des fils de la lunete, paſſât par le centre de la croix fixée à la fenêtre boréale de l'Égliſe ; il y avoit ſur la lunete des pinnules extérieures exactement paralleles à l'axe optique de la lunete, avec leſquelles on s'alignoit en même temps vers l'ellipſe décrite ſur le pavé, au point où le rayon de l'étoile devoit aboutir. Par ce moyen on pouvoit en tout temps obſerver les deux hauteurs méridiennes de l'étoile polaire ; l'on n'étoit point obligé d'attendre qu'on pût l'appercevoir préciſément dans les deux points du méridien, ce qui ne peut ſe faire que dans l'hiver ; car, l'ayant obſervée en trois points de ſon parallele dans une même nuit, on décrivoit l'ellipſe de ce parallele, & l'on en concluoit à chaque fois la hauteur du pole. Le P. Boſcovich qui fut chargé il y a quelques années par le cardinal Valenti, de vérifier & de corriger cette méridiene, y remarqua quelques légeres imperfections ; il trouva 15″ d'erreur au ſolſtice d'hiver ; il remarqua que la ligne n'eſt pas exactement droite, que les diviſions n'en ſont pas égales, que l'échele qui devroit être diviſée en 1000 parties, n'eſt diviſée qu'en 900. Il examina auſſi le niveau de la ligne, mais il trouva que ce niveau n'avoit pas changé ſenſiblement.

M. le Monnier nous a donné, dans les *Mém. de l'académie des Sciences de* 1743, la deſcription de la grande & belle *méridiene* qu'il a tracée dans l'Égliſe de Saint Sulpice ; il y en avoit une tracée vers 1728, par Henri Sully, fameux horloger anglois. L'ouverture placée aux vitraux du bras méridional de la croiſée, avoit 75 pieds de hauteur. Le mur oppoſé du bras ſeptentrional n'en étoit intérieurement qu'à 180 pieds ; d'où il ſuit que l'image du ſoleil, qui paſſoit par cette ouverture, ne pouvoit porter ſur la ligne *méridiene*, tracée horizontalement ſur le pavé de l'Égliſe que juſqu'au commencement de novembre. Car on ſait que le point du ſolſtice d'hiver ſur une ligne horizontale à la latitude de Paris, s'éloigne du pied du ſtyle ou du gnomon de plus du triple de ſa hauteur ; ce qui donne plus de 230 pieds. Le ſoleil ſe peignoit donc alors ſur le mur oppoſé ; & la *méridiene* continuée devenoit une ligne verticale.

M. le Monnier fit élever de cinq pieds & reculer de deux la grande plaque de métal ou ce ſoleil doré qui en portoit l'ouverture, ou plutôt il en ſubſtitua une autre, qui eſt ſcellée dans l'épaiſſeur du mur, & qui ne déborde que pour préſenter aux rayons du ſoleil l'ouverture d'un pouce de diametre, & l'on ſupprima le jour de la fenêtre. Cette ouverture eſt donc préſentement à 80 pieds de hauteur au deſſus du pavé de l'Égliſe. À la partie inférieure du mur ſeptentrional où répond la portion verticale de la nouvele *méridiene*, qui ſe trouve à 18 pouces vers l'occident de l'ancienne : on a encaſtré en ſaillie un obéliſque de marbre blanc d'environ 30 pieds de hauteur, ſur une baſe ou piédeſtal de 4 à 5 pieds de largeur ; & à la face antérieure & exactement verticale de cet obéliſque, ſur la *méridiene* qui la coupe par le milieu, ſont gravées les tranſverſales de 3 minutes, & leurs ſubdiviſions de 5 en 5 ſecondes, qui répondent aux bords ſupérieurs & inférieurs du ſoleil au ſolſtice d'hiver.

L'image du ſoleil qui ſe peint ſur un plan horizontal vers le temps du ſolſtice d'hiver, étant très-alongée ſur le grand axe de la projection, ſe trouve par-là mal terminée, donne une grande pénombre, & ne peut par conſéquent qu'indiquer aſſez imparfaitement la hauteur apparente du ſoleil. Ici au contraire l'image du ſoleil eſt preſque ronde à ce ſolſtice, & ſa projection qui eſt d'environ 20 pouces de diametre en hauteur, approche beaucoup d'être directe ; elle eſt auſſi d'autant moins affoiblie par les bords.

Cette image au ſolſtice d'hiver parcourt deux lignes par ſeconde ſur l'obéliſque où elle monte à environ 25 pieds au deſſus du pavé de l'Égliſe, & un peu plus de 3 lignes, lorſque le ſoleil étant au parallele de Sirius, elle eſt deſcendue plus bas. Ainſi, l'on y peut ordinairement déterminer le moment du midi, en prenant le milieu entre le paſſage des deux bords, avec la préciſion d'une demi-ſeconde, ou même d'un quart de ſeconde.

Dans la partie horizontale de la *méridiene* qui eſt la plus étendue, ſe trouve marqué le ſolſtice d'été avec les diviſions qui en indiquent l'approche. Toute cette partie de la ligne, ainſi que la verticale ſur l'obéliſque, eſt formée par une lame de cuivre de deux lignes d'épaiſſeur, miſe & enfoncée de champ dans le marbre.

Dans toutes les *méridiennes* la diſtance du point ſolſtitial d'été au pied du ſtyle, étant petite en comparaiſon de l'éloignement du point ſolſtitial d'hiver, les diviſions y ſont plus reſſerrées, & il eſt d'autant plus difficile d'y déterminer le temps & le point précis où le ſoleil arive au ſolſtice d'été. D'ailleurs l'entablement de la corniche inférieure empêchoit l'image du ſoleil d'y ariver, & en interceptoit les rayons pendant pluſieurs jours avant & après. M. le Monnier a remédié à ces inconvéniens par une ſeconde ouverture, qu'il ménagea 5 pieds plus bas que la premiere, vers le dedans de l'Égliſe, dans le même plan du *méridien*, & il y a ſcellé un verre objectif de 80 pieds de foyer, au moyen duquel l'image ſolaire projetée ſur la partie correſpondante de la *méridiene*, eſt exactement terminée & ſans pénombre ſenſible. Cette partie eſt diſtinguée des autres par une grande table carrée de marbre blanc de près de 3 pieds de côté. L'image du ſoleil n'y parcourt qu'environ $1\frac{1}{2}$ ligne en 2 ſecondes de temps ; mais on détermine le temps du midi à une demi-ſeconde près, de même que ſi l'image mal terminée y parcouroit 3 ou 4 lignes en une ſeconde, ou ſi le point du ſolſtice d'été étoit à la même diſtance que celui du ſolſtice d'hiver ; cette *méridiene* devient équivalente à un très-grand quart de cercle ; avantage qu'aucune *méridiene* n'a eu juſqu'ici. L'objectif qui conſtitue cette nouvele ou-

Digitized by Google

verture, & qui eſt d'environ 4 pouces de diametre, eſt renfermé dans une boîte ou eſpece de tambour qui ferme à clef, & que l'on n'ouvre que quand il s'agit de faire l'obſervation du ſolſtice d'été.

Comme il eſt ſouvent difficile de trouver de grands objectifs d'une meſure préciſe, & telle qu'on la demande, on s'eſt ſervi de celui de 80 pieds qu'on avoit, & qui étoit excellent, faute d'un de 82 à 83 pieds qu'il auroit fallu employer pour un gnomon de 75 pieds de hauteur: car c'eſt-là la diſtance de l'objectif au point ſolſtitial d'été: mais le foyer de ces grands objectifs n'eſt pas compris dans des limites ſi étroites qu'ils ne raſſemblent encore fort bien les rayons de la lumiere à quelques pieds de diſtance, plus ou moins, & l'eſſai qu'on a fait de celui-ci a très-bien réuſſi.

Ce que nous ne devons pas omettre, & ce qui eſt ici de la derniere importance, c'eſt la ſolidité de tout l'ouvrage, & ſur-tout de cette partie de la *méridienne* qui répond au ſolſtice d'été, & à l'ouverture de 75 pieds de hauteur. Rien n'eſt ſi ordinaire que de voir le pavé des grands vaiſſeaux tels que les Égliſes, s'affaiſſer par ſucceſſion de temps. Cet accident a obligé pluſieurs fois de retoucher à la *méridienne* de Bologne, & ce ne peut être jamais qu'avec bien de la peine, & avec beaucoup de riſques pour l'acord & la juſteſſe du tout enſemble. Mais on n'a rien de pareil à craindre pour la *méridienne* de Saint Sulpice. Tout ce pavé fait partie d'une voûte qui eſt ſoutenue ſur de gros piliers; & l'un de ces piliers qui ſe trouve placé ſous le point du ſolſtice d'été, ſoutient la table de marbre blanc ſur laquelle ſont tracées les diviſions qui répondent à ce ſolſtice. On en fixa la place en cet endroit, & pour cet uſage, dès le temps qu'on conſtruiſit le portail méridional de Saint Sulpice, & le mur où devoit être attachée la plaque; & comme les marbres, & ſur-tout les marbres blancs, viennent enfin à s'uſer ſous les pieds des paſſans, on a couvert celui-ci d'une grande plaque de cuivre, qu'on ne leve qu'au temps de l'obſervation. Toutes ces précautions, jointes à tant de nouveles ſources d'exactitudes, font de la *méridienne* de Saint Sulpice un inſtrument des plus utiles qui aient été procurés à l'Aſtronomie, & d'autant plus durable que l'Égliſe eſt neuve, & que Paris n'eſt point ſujet aux tremblemens de terre. L'obéliſque eſt chargé d'une inſcription qui conſervera la mémoire d'un ſi bel ouvrage, & du célebre aſtronome au ſoin duquel on en eſt redevable; on y voit les avantages de cette *méridienne* pour le calendrier eccléſiaſtique: M. le Monnier y a longtemps obſervé le ſolſtice, & je l'ai fait moi-même pluſieurs fois. Une différence de 20″ dans la hauteur du ſoleil fait une ligne ſur le marbre, en ſorte que l'effet de la nutation qui eſt de 18″, y devient très-ſenſible; c'étoit le principal objet que M. le Monnier ſe propoſa. En ſuivant ainſi les variations de l'obliquité de l'écliptique, il a cru reconoître qu'elle n'avoit point diminué depuis 1745 juſqu'à 1763. *Mém. de l'académie* 1762, *pag.* 266; dans le même volume, *pag.* 268, je fis voir que ſi le mur de l'Égliſe avoit taſſé ſeulement d'une ligne en dix-huit ans, la diminution de l'obliquité de l'écliptique diſparoîtroit totalement, & qu'on ne pouvoit pas tirer de ces obſervations une concluſion pareille quant à préſent. Mais depuis ce temps-là M. le Monnier a reconu, ſur ſa *méridienne*, la petite diminution d'obliquité que la théorie & les obſervations ont rendue inconteſtable. *Mém. de l'acad.* 1774 & 1780.

En 1732, M. Caſſini fit faire, dans la grande ſalle de l'obſervatoire royal de Paris, une méridiene graduée, tracée en marbre, & dont le *gnomon* a 30 pieds & demi de hauteur; on en peut voir la deſcription & les procédés dans les *Mémoires* de l'Académie pour 1732. M. Caſſini jugea que le diametre du trou devoit être en général la millieme partie de la hauteur du *gnomon*; mais je crois qu'il eſt ſouvent utile de le rendre plus grand, pour avoir plus de lumiere; l'inconvénient qui en réſulte par l'augmentation de l'image, n'eſt pas conſidérable; en augmentant le trou du *gnomon* d'une méridiene, de 3 lignes, on n'ajoute que 3 lignes au diametre de l'image, quelque grande qu'elle ſoit, & à quelle diſtance qu'elle ſoit du trou, & cependant on peut augmenter beaucoup la lumiere. Le temps du paſſage n'augmente donc que de ce qui répond à cette quantité de 3 lignes. Alors il faut calculer combien un eſpace de 3 lignes met de temps à paſſer le meridien, & quel angle il ſoutend à la diſtance de l'image au trou, pour en tenir compte dans le calcul du diametre.

L'image eſt toujours ovale, ſoit que la plaque ſoit horizontale ou non, à moins que le plan ne ſoit perpendiculaire au rayon ſolaire, parce que la ſection d'un cône ou d'un cylindre eſt toujours une ellipſe, quand les deux côtés ſont coupés par un plan qui eſt oblique à l'axe du cône ou du cylindre. Elle eſt auſſi toujours environée d'une pénombre conſidérable: M. Bianchini la ſuppoſoit à chaque bord de l'image du ſoleil $\frac{1}{2}\frac{1}{2}\frac{1}{2}$ de la hauteur du *gnomon*, & c'eſt ce qu'il retranchoit du diametre: c'eſt pour diminuer cette pénombre que l'on a mis ſur le trou de la méridiene de Saint Sulpice, un verre de 80 pieds de foyer, qui ſert du moins pour le ſolſtice d'été. En calculant la hauteur des deux bords de l'image du ſoleil, & déduiſant la largeur du trou, l'on trouve la valeur du diametre ſolaire, c'étoit le meilleur moyen de le déterminer avant l'invention des micrometres. On avoit cru qu'il y auroit de l'avantage à rendre le trou extrêmement petit, mais il en réſultoit une diffraction dans les rayons, qui augmentoit conſidérablement le diametre du ſoleil. Scheiner, & quelques autres aſtronomes, y furent trompés, comme on le voit fort au long dans Riccioli, *Aſtronomia reform.* pag. 39.

Digitized by Google

Pour calculer la hauteur du ſoleil par le moyen d'une méridiene dont le trou horizontal ſeroit *EGF*, *Fig.* 30 *d'Aſtron.*, marquez les extrémités *K* & *I* de l'image du ſoleil ſur la ligne méridiene, & retranchez de chacune une ligne droite égale au demi-diametre de l'ouverture; ſavoir, d'un côté *KH* & de l'autre côté *LI*; le reſte *HL* ſera l'image du diametre du ſoleil, qui, étant coupé par le milieu en *B*, donne le point ſur lequel tombent les rayons du centre du ſoleil. Ayant donc la ligne droite *AB* & la hauteur *AG* du *gnomon* avec l'angle *A*, qui eſt un angle droit, l'angle *ABG*, ou la hauteur apparente du centre du ſoleil, n'eſt pas difficile à trouver: car, en prenant pour le rayon un des côtés donnés *AB*, *AG* ſera la tangente de l'angle oppoſé *B*; dites donc: le côté *AB* eſt à l'autre côté *AG* comme le ſinus total eſt à la tangente de l'angle *B*, ou de la hauteur du ſoleil.

Le rayon qui vient du centre du ſoleil ne tombe pas exactement & rigoureuſement au point *B*, milieu de la ligne *HBL*. Il faudroit pour cela que les lignes *GH*, *GL*, fuſſent égales; ce qui n'eſt pas & ne ſauroit être: mais, comme le trou *G* eſt fort petit, par l'hypotheſe, qu'il eſt placé à une grande hauteur, & que par conſéquent les lignes *GH*, *GL*, ſont fort grandes & la ligne *HL* extrêmement petite, puiſqu'elle n'eſt que l'image du ſoleil, il s'enſuit que l'on peut regarder comme ſenſiblement égales les lignes *BH*, *BL*; *B* étant ſuppoſé l'image du centre du ſoleil.

MÉRIDIENE *du temps moyen*, eſt celle qui marque le midi moyen, ſur une courbe tracée ſuivant l'*équation du temps*; on en trouve la deſcription dans la Gnomonique de M. Deparcieux, imprimée en 1741, & dans celle de Dom Bedos, imprimée en 1760 & en 1774, par les ſoins de Dom Monniotte.

La *méridiene du temps moyen*, ſur un plan horizontal, eſt une ligne courbe, *Fig.* 284, faite à peu près comme un huit de chiffre fort alongé, ſerpentant autour de la *méridiene* du temps vrai. Cette ligne eſt telle, que ſi l'on a une pendule à ſecondes, réglée ſelon le moyen mouvement du ſoleil, & qu'on lui faſſe marquer midi lorſque la lumiere du trou de la plaque paſſe par cette courbe, à l'endroit convenable déſigné par le jour du mois, la pendule marquera toute l'année midi lorſque le ſoleil ſera dans cette courbe; pour cela, il faut auparavant tracer les arcs des ſignes ſur la *méridiene* droite, non ſeulement pour le commencement de chaque ſigne, mais encore de 5 en 5 degrés des ſignes, c'eſt-à-dire, les arcs que le ſoleil parcourt au commencement de chaque ſigne, au cinquieme degré de chaque ſigne, au dixieme degré de chaque ſigne, *&c.* il n'eſt pas néceſſaire de continuer ces arcs au delà d'un quart d'heure avant midi ou environ, & autant après midi: l'eſpace de chacun de ces arcs compris entre midi & midi un quart, ou entre midi & onze heures trois quarts, ſera diviſé en 900 parties égales, pour les 900 ſecondes qu'il y a dans un quart d'heure, & l'on prendra ſur chacun de ces arcs autant de parties, ſoit avant midi, ſoit après midi, qu'il y a de ſecondes dans l'équation du temps ce jour-là ou pour cet arc de ſigne, ſelon qu'elle doit être en avance ou en retard; cela eſt aiſé à faire avec la ligne des parties égales d'un compas de proportion. Ayant ainſi marqué deux points ſur chaque arc de ſigne, l'un avant & l'autre après midi, chacun ſelon l'équation convenable; l'on fera paſſer une courbe par tous les points, ce qui ſera la *méridiene du temps moyen*, autour de laquelle on écrira les noms des mois, convenablement aux ſignes dont les équations ont donné le point de la courbe, ainſi qu'on le voit dans la *Fig.* 284, où les routes du ſoleil ſont marquées de 5 en 5 degrés de chaque ſigne, & l'équation convenable à chaque côté réduite en ſecondes.

Quand on dit qu'il faut diviſer en 900 parties égales l'eſpace de chaque arc, compris entre midi & midi un quart, cela ſuppoſe qu'en temps égaux le ſoleil parcourt des parties égales de ces arcs, ce qui eſt ſenſiblement vrai aux environs de midi, ſur les plans horizontaux & ſur les verticaux, qui ne déclinent pas beaucoup: mais lorſqu'on voudra tracer cette *méridiene* ſur un plan déclinant, il faudra tout au moins tracer les lignes de midi cinq minutes, de midi dix minutes, de midi quinze minutes, & autant avant midi, & agir enſuite dans les eſpaces de chacune de ces ſubdiviſions, ſelon que l'équation ſera moindre que 300 ſecondes, que 600 ſecondes ou que 900 ſecondes, diviſant chaque eſpace de cinq minutes en 300 parties égales, pour les 900 ſecondes qu'il y a dans cinq minutes. Lorſque la *méridiene* ſera fort étendue, au lieu que de ne tracer les arcs des ſignes que de cinq en cinq degrés, on pourra les tracer de trois en trois degrés, ou de deux en deux, *&c.* & opérer par les équations convenables que l'on prendra dans les tables aſtronomiques, ou dans les *éphémérides*, pour une année moyenne entre deux biſſextiles. Nous en avons donné la table pour chaque jour du mois au mot ÉQUATION DU TEMPS.

M. Grand-Jean de Fouchy, de l'académie des Sciences, eſt le premier qui ait parlé de cette *méridiene du temps moyen*. Il en traça une chez le Comte de Clermont; M. Deparcieux en fit deux en 1740, & depuis ce temps-là on en a fait un grand nombre.

La République de Geneve en a fait tracer une en 1780, par M. Mallet, d'après laquelle on donne tous les jours un ſignal à l'Égliſe de Saint Pierre, pour que tous les Horlogers de la ville puiſſent régler les pendules ſur le temps moyen, qui eſt le ſeul uniforme. On les regle de même en Angleterre, & les Anglois ſont même ſurpris qu'on ſe ſerve encore en France du temps vrai, ou du temps du ſoleil, mal-gré ſes irrégularités. Les *méridiennes du temps moyen* devroient être en effet beaucoup plus communes qu'elles ne le ſont. (*D. L.*)

Digitized by Google

MÉRIDIENNE d'un CADRAN ; c'eſt une droite qui ſe détermine par l'interſection du *méridien* du lieu avec le plan du cadran. C'eſt la ligne de midi d'où commence la diviſion des lignes des heures. *Voyez* CADRAN.

MÉRIDIONAL, adj. (*Géog. & Aſtr.*): diſtance méridionale en *navigation*, ſuivant les Auteurs anglois, eſt la différence des méridiens ou la différence de longitude entre le méridien ſous lequel le vaiſſeau ſe trouve, & celui d'où il eſt parti. *Voyez* LONGITUDE.

Parties méridionales, *minutes méridionales* dans la navigation angloiſe, en françois les latitudes croiſſantes, ſont les parties dont les méridiens croiſſent dans les cartes marines, à proportion que les paralleles de latitude décroiſſent. *Voyez* CARTE DE MERCATOR.

On trouve dans les livres de navigation les tables des parties méridionales, faites par l'addition continuele des ſécantes ; il y en a, par exemple, dans les tables de Jonas Moore, dans le traité de navigation de Bouguer, *&c.* elles ſont pour chaque degré & minute de latitude ; & ces parties ſervent à graduer une carte marine, & à ſe conduire dans la navigation.

MEROPE, (*Aſtron.*); nom que les aſtronomes donnent à l'une des ſept étoiles principales des pléiades.

Septima mortali Merope tibi, Syſiphe, nupſit :
Pœnitet, & factî ſola pudore latet.
Ovid. *Faſt. lib. IV, v.* 175.

C'eſt ainſi qu'Ovide explique pourquoi on avoit coutume de dire qu'il y a ſept pléiades, quoiqu'on n'en diſtingue que ſix à la vue ſimple. Au reſte, avec des lunettes on en diſtingue un bien plus grand nombre. *Voyez* PLÉIADES.

MÉSOLABE, ſ. m. (*Géom.*); inſtrument de mathématique, inventé par les anciens pour trouver méchaniquement deux moyenes proportioneles ; il eſt compoſé de trois paralléloграmmes qui ſe meuvent dans une rainure, & ſe coupent en certains points. Eutocius en donne la figure dans ſon commentaire ſur Archimede. *Voyez les articles* DUPLICATION & MOYENE PROPORTIONELE.

MÉSOLOGARITHME, ſ. m. (*Arithm.*) Kepler s'eſt ſervi de ce terme, pour exprimer les logarithmes des co-ſinus & des co-tangentes ; mais Neper appele *antilogarithmes* les logarithmes des ſinus, & *logarithmes* différentiels, *differentiales*, les logarithmes des co-tangentes ; ces expreſſions ne ſont plus uſitées.

MESSIER, (*Aſtron.*); conſtellation boréale qui ſe voit ſur les nouveaux globes céleſtes ; elle fut introduite à l'occaſion de la comete de 1774, découverte dans une partie du ciel où il y a beaucoup de petites étoiles, qui n'avoient aucun nom ſur les cartes céleſtes. *Journal des Savans, Juin* 1775. Les modernes ont été obligés de remplir ainſi les vides que laiſſoient les 48 conſtellations anciennes, & l'on en compte 100 actuelement. *Voyez* CONSTELLATION.

On appele *meſſier*, en françois, celui qui eſt préposé à la garde des moiſſons ou des tréſors de la terre ; ce nom ſemble naturélement ſe lier avec celui de M. Meſſier, notre plus infatigable obſervateur qui, depuis plus de vingt ans, eſt comme préposé à la garde du ciel & à la découverte des cometes. J'ai cru pouvoir raſſembler ſous le nom de *meſſier* les étoiles ſparſiles ou informes, ſituées entre caſſiopée, céphée & la girafe, c'eſt-à-dire, entre les princes d'un peuple agriculteur & un animal deſtructeur des moiſſons : cette nouvele conſtellation rapélera en même temps au ſouvenir & à la reconoiſſance des aſtronomes à venir, le courage & le zele de celui dont elle porte le nom.

M. l'abbé Boſcovich, auſſi familier avec la poéſie latine qu'avec les ſciences mathématiques, fit, à l'occaſion de cette nouvele conſtellation, le diſtique ſuivant :

Sydera, non meſſes, Meſſerius iſte tuetur ;
Certe erat ille ſuo dignus ineſſe polo.

Les étoiles qui compoſent cette nouvele conſtellation ſeront bientôt déterminées avec ſoin par M. Meſſier lui-même, qui a obſervé les aſcenſions droites & les déclinaiſons de pluſieurs : elles ſont près des étoiles que M. le Monnier a raſſemblées ſous le nom de *Réenne*, dans l'édition *in-4°.* de l'atlas céleſte de Flamſteed, publiée à Paris chez Fortin. Cette nouvele conſtellation ſe trouve ſur le globe céleſte que j'ai publié en 1775, à Paris chez Lattré, & ſur celui de M. Meſſier, qui ſe trouve chez Fortin. *Voyez* l'explication de mon globe. (*D. L.*)

MESURAGE, ſ. m. (*Géom.*) on appele ainſi l'action de meſurer l'aire des ſurfaces ou la ſolidité des corps. *Voyez* MESURER & MESURE.

MESURE, ſ. f. *en Géométrie*, marque une certaine quantité qu'on prend pour unité, & dont on exprime les raports avec d'autres quantités homogenes. *Voyez* MESURER & NOMBRE.

Cette définition eſt plus générale que celle d'Euclide, qui définit la *meſure* une quantité qui, étant répétée un certain nombre de fois, devient égale à une autre ; ce qui répond ſeulement à l'idée d'une partie aliquote. *Voyez* ALIQUOTE.

La *meſure* d'un angle eſt un arc décrit du ſommet *a*, *Pl. géomét. Fig.* 10, & d'un intervalle quelconque entre les côtés de l'angle, comme *df*. Les angles ſont donc différens les uns des autres, ſuivant les raports que les arcs décrits de leurs ſommets, & compris entre leurs côtés, ont aux circonférences, dont ces arcs ſont reſpectivement partie ; & par conſéquent ce ſont ces arcs qui diſtinguent les angles, & les raports des arcs à leur circonférence diſtinguent les arcs : ainſi, l'angle *l a c* eſt dit du même nombre de degrés que l'arc *f d*. *Voyez au mot* DEGRÉ la raiſon pour-

Digitized by Google

quoi ces arcs ſont la *meſure* des angles. *Voyez auſſi* ANGLE.

La *meſure* d'une ſurface plane eſt un carré qui a pour côté un pouce, un pied, une toiſe, ou toute autre longueur déterminée. Les Géometres ſe ſervent ordinairement de la verge carrée, diviſée en cent pieds carrés & les pieds carrés ſont diviſés en pouces carrés. *Voyez* CARRÉ.

On ſe ſert de *meſures* carrées pour évaluer les ſurfaces ou déterminer les aires des terrains, 1°. parce qu'il n'y a que des ſurfaces qui puiſſent meſurer des ſurfaces, 2°. parce que les *meſures* carrées ont toute la ſimplicité dont une *meſure* ſoit ſuſceptible, lorſqu'il s'agit de trouver l'aire d'une ſurface.

La *meſure* d'une ligne eſt une droite priſe à volonté, & qu'on conſidere comme unité. *Voyez* LIGNE.

Les Géometres modernes ſe ſervent pour cela de la toiſe, du pied, de la perche, *&c.*

Meſure de la maſſe, ou quantité de matiere en méchanique, ce n'eſt autre choſe que ſon poids; car il eſt clair que toute la matiere qui fait partie du corps, & qui ſe meut avec lui, gravite auſſi avec lui; & comme on a trouvé par expérience que les gravités des corps homogenes étoient proportionelles à leurs volumes, il s'enſuit de là, que tant que la maſſe continuera à être la même, le poids ſera auſſi le même, quelque figure que le poids puiſſe recevoir, ce qui n'empêche pas qu'il ne deſcende plus difficilement dans un fluide ſous une figure qui préſentera au fluide une ſurface plus étendue; parce que la réſiſtance & la cohéſion qu'il faudra déplacer, lui ſera alors un plus grand obſtacle. *Voyez* POIDS, GRAVITÉ, MATIERE, RÉSISTANCE, *&c.*

Meſure d'un nombre, en arithmétique, eſt un autre nombre qui meſure le premier, ſans reſte, ou ſans laiſſer de fractions; ainſi 9 eſt *meſure* de 27. *Voyez* NOMBRE & DIVISEUR.

Meſure d'un ſolide; c'eſt un cube dont le côté eſt un pouce, un pied, une perche, ou une autre longueur déterminée.

Meſure de la viteſſe. *Voyez* VITESSE, & la fin du mot ÉQUATION. *Chambers*. (*E.*)

MESURES (*harmonie des*), (*Géom.*) la *meſure* en ce ſens (*modulus*) eſt une quantité invariable dans chaque ſyſtême, qui a la même proportion à l'accroiſſement de la *meſure* d'une raiſon propoſée, que le terme croiſſant de la raiſon à ſon propre accroiſſement.

La *meſure* d'une raiſon donnée eſt comme la meſure (*modulus*) du ſyſtême dont elle eſt priſe; & la *meſure* dans chaque ſyſtême eſt toujours égale à la *meſure* d'une certaine raiſon déterminée & immuable, que M. Cotes appele, à cauſe de cela, raiſon de meſure, *ratio modularis*.

Il prouve, dans ſon livre intitulé, *Harmonia menſurarum*, que cette raiſon eſt exprimée par les nombres ſuivans: 2,7182818, *&c.* à 1, ou par 1 à 0,36787944, *&c.* De cette maniere, dans le canon de Briggs, le logarithme de cette raiſon eſt la meſure (*modulus*) de ce ſyſtême, dans la ligne logiſtique, la ſous-tangente donnée eſt la *meſure* du ſyſtême; dans l'hyperbole, le parallélogramme, contenu par une ordonée à l'aſymptote & par l'abſciſſe du centre, ce parallélogramme, dis-je, donné, eſt la *meſure* de ce ſyſtême; & dans les autres, la *meſure* eſt toujours une quantité remarquable.

Dans la ſeconde propoſition, il donne une méthode particuliere & conciſe de calculer le canon des logarithmes de Briggs, avec des regles pour trouver des logarithmes, & des nombres intermédiaires, même au delà de ce canon.

Dans la troiſieme propoſition, il bâtit tel ſyſtême de *meſures* que ce ſoit, par un canon de logarithmes, non ſeulement lorſque la *meſure* de quelque raiſon eſt donnée, mais auſſi ſans cela; en cherchant la *meſure* du ſyſtême par la regle ſuſmentionée.

Dans les quatrieme, cinquieme & ſixieme propoſitions, il carre l'hyperbole, décrit la ligne logiſtique & équiangulaire ſpirale, par un canon de logarithmes; & il explique divers uſages curieux de ces propoſitions dans les ſcholies. Prenons un exemple aiſé de la méthode logométrique, dans le problême commun de déterminer la denſité de l'atmoſphere. Suppoſée la gravité uniforme, tout le monde ſait que ſi les hauteurs ſont priſes dans quelque proportion arithmétique la denſité de l'air ſera à ces hauteurs à peu près en progreſſion géométrique, c'eſt-à-dire, que les hauteurs ſont les *meſures* des raiſons des denſités à ces hauteurs & au deſſous, & que la différence des deux hauteurs quelconques, eſt la *meſure* de la raiſon des denſités à ces hauteurs.

Pour déterminer donc la grandeur abſolue & réelle de ces *meſures*, M. Cotes prouve *a priori*, que la meſure (*modulus*) du ſyſtême eſt la hauteur de l'atmoſphere, réduite par-tout à la même denſité qu'au deſſous. La meſure (*modulus*) eſt donc donnée, comme ayant la même proportion à la hauteur du mercure dans le Barometre, que la gravité ſpécifique de l'air; & par conſéquent tout le ſyſtême eſt donné: car, puiſque dans tous les ſyſtêmes, les *meſures* des mêmes raiſons ſont analogues entr'elles, le logarithme de la raiſon de la denſité de l'air dans deux hauteurs quelconques, ſera à la meſure (*modulus*) du canon, comme la différence de ces hauteurs l'eſt à la ſuſdite hauteur donnée de l'atmoſphere égale partout.

M. Cotes définit les *meſures* des angles de la même maniere que celle des raiſons: ce ſont des quantités quelconques, dont les grandeurs ſont analogues à la grandeur des angles. Tels peuvent être les arcs ou ſecteurs d'un cercle quelconque, ou toute autre quantité de temps, de viteſſe, ou de réſiſtance analogue aux grandeurs des angles. Chaque ſyſtême de ces *meſures* a auſſi ſa meſure (*modulus*) conforme aux *meſures* du ſyſtême, &

Digitized by Google

qui peut être calculée par le canon trigonométrique des ſinus & des tangentes, de la même maniere que les *meſures* des raiſons par le canon des logarithmes ; car la meſure (*modulus*) donnée dans chaque ſyſtême, a la même proportion à la *meſure* d'un angle donné quelconque, que le rayon d'un cercle a à un arc ſous-tendu à cet angle ; ou celle que ce nombre conſtant de degrés, 57,2957795130, a au nombre de degrés de l'angle ſuſdit.

À l'égard de l'avantage qui ſe trouve à calculer, ſelon la méthode de M. Cotes, c'eſt que les *meſures* des raiſons ou des angles quelconques, ſe calculent toujours d'une maniere uniforme, en prenant des tables le logarithme de la raiſon, ou le nombre des degrés d'un angle, & en trouvant enſuite une quatrieme quantité proportionele aux trois quantités données : cette quatrieme quantité eſt la *meſure* qu'on cherche. (*D. J.*)

Meſure ; regle originairement arbitraire, & enſuite devenue fixe dans les différentes ſociétés, pour marquer ſoit la durée du temps, ſoit la longueur des chemins, ſoit la quantité des denrées ou marchandiſes dans le commerce. De là on peut diſtinguer trois ſortes de *meſures* ; celle du temps, celle des lieux, celle du commerce.

La *meſure* du temps chez tous les peuples a été aſſez communément déterminée par la durée de la révolution que la terre fait autour de ſon axe, & de là les jours ; par celle que la lune emploie à tourner autour de la terre, d'où l'on a compté par lunes ou par mois lunaires ; par celle où le ſoleil paroît dans un des ſignes du zodiaque, & ce ſont les mois ſolaires ; & enfin par le temps qu'emploie la terre à tourner autour du ſoleil, ce qui fait l'année. Et pour fixer ou reconoître le nombre des années, on a imaginé d'eſpace en eſpace des points fixes dans la durée des temps marqués par de grands événemens, & c'eſt ce qu'on nomme *époque*.

La *meſure* des diſtances d'un lieu à un autre eſt l'eſpace qu'on parcourt d'un point donné à un autre point donné, & ainſi de ſuite, pour marquer la longueur des chemins. Les principales *meſures* des anciens, & les plus connues, étoient chez les Grecs, la *ſtade* ; chez les Perſes, la *parafangue* ; en Égypte, *ſchène* ; le *mille* parmi les Romains, & la *lieue* chez les anciens Gaulois. *Voyez* tous ces mots ſous leur titre pour connoître la proportion de ces *meſures* avec celles d'aujourd'hui.

Les Romains avoient encore d'autres *meſures* pour fixer la quantité de terres ou d'héritages appartenans à chaque particulier. Les plus connues ſont la *perche*, le *climat*, le *petit acte*, l'*acte carré* ou *grand acte*, le *jugere*, le *verſe* & l'*érédie*.

À l'égard des *meſures* des denrées, ſoit ſeches, ſoit liquides, elles varioient ſelon les pays. Celles des Égyptiens étoient l'*artaba*, l'*aporrhima*, le *ſaytès*, l'*ophis*, l'*ionium* ; celles des Hébreux étoient le *core*, le *bin*, l'*épha*, le *ſat*, ou *ſatum*, l'*homer* & le *cab*. Les Perſes avoient l'*achane*, l'*artaba*, la *capithe*. Chez les Grecs, on meſuroit par *medimnes*, *chenices*, *ſetiers*, *oxibaphes*, *cotyles*, *cyathes*, *cuillerées*, *&c.* À Rome, on connoiſſoit le *culeus*, l'*amphore*, le *conge*, le *ſetier*, l'*émine*, le *quartiarius*, l'*acetabule* & le *cyathe*, ſous leſquels étoient encore d'autres petites *meſures* en très-grand nombre. *Voyez* au nom de chacune ce qu'elle contenoit.

§. Meſure. (*Glom. prat. Arpent.*) La variété continuele des *meſures* entre les différens pays, & même entre les différens villages d'une ſeule province, ont fait déſirer de tout temps l'introduction d'une *meſure* univerſele. La longueur du pendule ſimple, quantité invariable & facile à retrouver dans tous les temps, ſemble donnée par la nature pour ſervir de *meſure* dans tous les pays. Mouton, aſtronome de Lyon, propoſoit pour *meſure* univerſele un pied géométrique, *virgula geometrica*, dont un degré de la terre contenoit 600000 ; & pour en conſerver la longueur à perpétuité, il remarquoit qu'un pendule de cette longueur faiſoit 3959 $\frac{1}{2}$ vibrations en une demi-heure. *Obſerv. diametrorum*, 1670, *pag.* 433. Picard, en 1671, propoſa une idée ſemblable. M. Huygens, qui avoit imaginé en 1656 l'application du pendule aux horloges, en parla de même, *Horolog. oſcillatorium*, 1673, *part. I, pag.* 7. *Part. IV, pag.* 151, & la ſociété royale de Londres ſe propoſoit de l'adopter. Amontons, *Mém. acad.* 1703, *pag.* 51, Bouguer, *pag.* 300, inſiſterent là-deſſus. M. du Fay avoit fait agréer au miniſtre un projet de réglement, que la mort de M. Orry & de M. du Fay a ſuſpendu. M. de la Condamine, *Mém. acad.* 1747, *pag.* 189, a écrit ſur la même matiere & formé le même vœu. M. de la Condamine fait voir que le pendule équinoxial ou équatorial, qui eſt de 36 pouces 7 lignes $\frac{2}{5}\frac{1}{5}\frac{1}{6}$ *meſure* de Paris, en employant la toiſe qui a ſervi au Pérou, devoit être adopté par préférence, comme étant une *meſure* plus naturele & plus indépendante des prétentions diverſes de chaque pays. Par ce moyen la toiſe de Paris deviendroit plus longue de 14 lignes $\frac{5}{10}\frac{1}{0}\frac{4}{0}$ le degré de la terre ſous la latitude de Paris, contiendroit 56132 toiſes aſtronomiques, au lieu de 57069 toiſes de Paris, que contient le degré du méridien entre Paris & Amiens.

M. d'Anville, de l'académie royale des inſcriptions & belles lettres, a publié en 1769 un *Traité des meſures itinéraires*, qui contient de ſavantes diſcuſſions ſur les *meſures* itinéraires de tous les temps & de tous les pays.

Les autres eſpeces de *meſures* ſont contenues dans la *Métrologie* de M. Paucton, publiée à Paris en 1780 *in*-4°. Nous raporterons les principales au mot Toise, pour la partie qui intéreſſe les mathématiciens : on trouvera dans le Dictionaire de Commerce celles qui ont raport aux denrées ; cependant nous raporterons auſſi, dans notre Dictionaire de Mathématiques, diverſes *meſures* dont

Digitized by Google

il eſt fait mention dans les auteurs. *Voy.* ARPENT, BOISSEAU; mais la *Métrologie*, que nous avons citée, eſt le recueil le plus complet qu'on ait ſur toutes les meſures de l'univers; nous en avions nous-même donné l'idée & fourni les principaux matériaux à l'auteur. (*D. L.*)

MESURE *commune*, ſ. f. (*alg.*). On appele ainſi, la quantité qui ſert d'unité de comparaiſon à pluſieurs grandeurs de la même eſpece.

Exemples. Si vous dites avoir cent vingt ſous dans la poche, vous prenez alors le ſou pour meſure commune ou unité; ſi vous aviez dit, j'ai ſix livres, vous auriez pris la livre pour meſure commune.

Si vous dites, j'ai un jardin contenant 3600 pieds carrés, vous prenez le pied carré pour meſure commune; ſi vous aviez dit, mon jardin contient 100 toiſes carrées, vous auriez pris la toiſe pour meſure commune.

MESURE, *Aſtron.* On dit meſure du degré ou meſure de la terre. *Voy.* DEGRÉ.

MESURER, v. act. (*Géom.*) Suivant la définition mathématique de ce *mot*, c'eſt prendre une certaine quantité, & exprimer les raports que toutes les autres quantités de même genre ont avec celle-là.

Mais en prenant ce *mot* dans le ſens populaire, c'eſt ſe ſervir d'une certaine meſure connue, & déterminer par-là l'étendue préciſe, la quantité, ou capacité de quelque choſe que ce ſoit. *Voyez* MESURE.

L'action de *meſurer* ou le meſurage en général fait l'objet de la partie pratique de la Géométrie. *Voyez* GÉOMÉTRIE. Les différentes portions d'étendue qu'on ſe propoſe de *meſurer*, ou auxquelles on applique la Géométrie pratique, ſont donner à cette ſcience différens noms; ainſi, l'art de *meſurer* les lignes ou les quantités géométriques d'une ſeule dimenſion, s'appele *Longimétrie*. *Voyez* LONGIMÉTRIE.

Et quand ces lignes ne ſont point paralleles à l'horizon, ce même art prend alors le nom d'*Altimétrie*. *Voyez* ALTIMÉTRIE. Et il s'appele *Nivellement*, lorſqu'on ne ſe propoſe que de connoître la différence de hauteur verticale des deux extrémités de la ligne. *Voyez* NIVELLEMENT.

L'art de *meſurer* les ſurfaces reçoit auſſi différens noms, ſelon les différentes ſurfaces qu'on ſe propoſe de *meſurer*. Lorſque ce ne ſont que des champs, on l'appele *Géodéſie* ou *Arpentage*. Lorſque ce ſont d'autres ſuperficies, il retient alors le nom générique d'*art de meſurer*. *Voyez* GÉODÉSIE & ARPENTAGE.

Les inſtrumens dont on ſe ſert dans cet art, ſont la perche, la chaîne, le compas, le graphomètre, la planchete, *&c. Voyez* AIRE, CHAÎNE, COMPAS, *&c.*

L'art de *meſurer* les ſolides ou les quantités géométriques de trois dimenſions, s'appele *Stéréométrie*. *Voyez* STÉRÉOMÉTRIE. Et il prend le nom de *Jaugeage*, lorſqu'il a pour objet de *meſurer* les capacités des vaiſſeaux, ou les liqueurs que les vaiſſeaux contiennent. *Voyez* JAUGE.

Par la définition du mot *meſurer*, ſuivant laquelle la meſure doit être homogene à la choſe à *meſurer*, c'eſt-à-dire, de même genre qu'elle; il eſt donc évident que dans le premier cas, ou lorſqu'il s'agit de *meſurer* des quantités d'une dimenſion, la meſure doit être une *ligne*, dans le ſecond une *ſurface*, & dans le troiſieme un *ſolide*. En effet une ligne, par exemple, ne ſauroit *meſurer* une ſurface, puiſque *meſurer* n'eſt autre choſe qu'appliquer la quantité connue à l'inconnue, juſqu'à ce qu'à force de *répétition*, s'il en eſt beſoin, l'une ſoit devenue égale à l'autre. Or les ſurfaces ont de la largeur & la ligne n'en a point, non plus: on a donc beau appliquer une ligne à une ſurface, elle ne pourra jamais lui devenir égale ou la *meſurer*; & l'on prouvera évidemment de la même maniere, que les ſurfaces qui n'ont point de profondeur ne ſauroient *meſurer* les ſolides qui en ont.

L'art de *meſurer* les triangles ou de parvenir à connoître les angles, & les côtés inconnus d'un triangle, lorſqu'on y connoît déja ou les trois côtés, ou bien deux côtés & un angle, ou bien enfin un côté & deux angles, s'appele *Trigonométrie*. *Voyez* TRIGONOMÉTRIE.

L'art de *meſurer* l'air, ſa preſſion, ſon reſſort, *&c.* s'appele *Aérométrie* ou *Pneumatique*. *Voyez le Dictionnaire de Phyſique*. (*E*)

MÉTEMPTOSE, (*Aſtr.*) terme de calendrier; il ſignifie l'équation ſolaire des nouveles lunes qui arivent un jour plutôt, quand on a ôté un jour d'une année ſéculaire. *Voyez* PROSMPTOSE.

MÉTÉOROSCOPE; nom que portoit autrefois *l'aſtrolabe planiſphere*.

MÉTHODE: on appele ainſi *en Mathématique*, la route que l'on ſuit pour réſoudre un problême; mais cette expreſſion s'applique plus particuliérement à la route trouvée & expliquée par un géometre pour réſoudre pluſieurs queſtions du même genre, & qui ſont renfermées comme dans une même claſſe; plus cette claſſe eſt étendue, plus la méthode a de mérite. Les *méthodes* générales pour réſoudre à la fois, par un même moyen un grand nombre de queſtions, ſont infiniment préférables aux *méthodes* bornées & particulieres pour réſoudre des queſtions iſolées. Cependant il eſt facile quelquefois de généraliſer une *méthode* particuliere, & alors le principal, ou même le ſeul mérite de l'invention, eſt dans cette derniere *méthode*. *Voyez* FORMULE & DÉCOUVERTE. (*O*).

MÉTHODE, (*Mathématiques*). On diſtingue ordinairement dans les ſciences exactes deux ſortes de *méthodes*, l'analyſe & la ſynthèſe. Mais dans les mathématiques ces mots ont deux ſens, l'un qui eſt le même que celui qu'ils ont par-tout ailleurs; l'autre ne s'eſt introduit que depuis la révolution opérée par Deſcartes.

Par l'analyſe, on cherche une vérité inconnue:

Digitized by Google

par la synthese, on prouve une vérité énoncée. L'objet est différent ; mais la *méthode* est la même. Toutes les opérations des mathématiques tendent à connoître deux expressions différentes d'une même quantité. Si une des deux expressions est donnée, & qu'on cherche l'autre, en supposant qu'on en connoit la forme, & les quantités dont elle doit être fonction, on a un problème à résoudre. Si on connoit les deux expressions, il faut prouver qu'elles conviennent à une même chose, & on a un théorême à démontrer.

Par exemple, cette proposition dans la parabole, la sous-tangente est le double de l'abscisse, se réduit à ceci, lorsque $y^2 = a\,x$, la quantité $y\,\frac{dx}{dy}$ est la même que la quantité $2\,x$. Et ce problème trouver la soutangente de la parabole, se réduit à trouver qu'elle est lorsque $y^2 = a\,x$ l'expression en x de $y\,\frac{dx}{dy}$. Si on examine ensuite la méthode employée à résoudre le problème, on trouvera qu'elle consiste à donner à l'expression connue la forme à laquelle on veut la rapeler par le moyen d'opérations convenables ; & que la méthode pour démontrer le théorême, consiste à donner à une des deux expressions d'une même quantité, la même forme qu'avoit l'autre expression, qu'à l'autre. On voit donc que la méthode doit être la même ; qu'il n'y a de différence, qu'en ce qu'il y a deux problèmes qui répondent à chaque théorême, puisqu'on peut prendre à volonté chacune des deux expressions pour la rapeler à la forme de l'autre.

Ainsi, dans l'exemple que j'ai choisi, on peut démontrer que lorsque $y^2 = a\,x$, $y\,\frac{dx}{dy}$ & $2\,x$ expriment une même quantité ; soit en mettant $y\,\frac{dx}{dy}$ sous la forme d'une fonction de x ; soit en cherchant la valeur de $\frac{x}{y}$ en $\frac{dx}{dy}$. Ainsi, lorsque l'on énonce un théorême, on ne fait qu'annoncer d'avance la solution déja trouvée d'un des deux problèmes qui y répondent ; & on préfere cette maniere, lorsque l'énoncé paroît plus précis sous cette forme, & présente une idée plus nette. Ainsi, dans les élemens de géométrie, on dit toujours le carré de l'hypotenuse est égal à la somme des carrés des deux autres côtés, parce que cela est plus simple, que de dire trouver l'expression du carré de l'hypoténuse par une fonction des deux autres côtés.

Puisque chaque théorême peut être démontré également par la solution de deux problèmes, il est aisé de voir que, selon qu'on prend l'un ou l'autre, la démonstration peut paroître avoir été ou n'avoir pas été la méthode qui a servi à trouver le théorême. En effet, de deux problèmes auxquels un théorême répond, il y en a souvent un qu'il a été beaucoup plus naturel de se proposer ; & c'est de la solution de celui-là qu'on doit tirer la démonstration. Soit par exemple ce théorême, que dans le cercle les produits de deux lignes qui se coupent, sont toujours égaux, il peut être la solution d'un de ces deux problèmes, ou trouver dans le cercle le raport qu'ont entr'eux les produits de ces lignes, ou bien trouver la courbe où ces produits sont égaux. Ainsi, l'on voit que, dans un traité sur le cercle, ce seroit la premiere démonstration qu'il faudroit choisir.

On donne encore le nom de *synthese*, à la géométrie des anciens, & celui d'*analyse* à l'algebre littérale, employée par les modernes. Quelquefois ces deux méthodes ne different, qu'en ce qu'on désigne dans l'une par deux lettres la même ligne que dans l'autre on désigne par une seule. Mais il y a en général entre ces méthodes des différences essentielles qui rendent celle des modernes fort préférable. Les opérations qu'on emploie dans la méthode des anciens, se font toutes sur des quantités déterminées, & par conséquent elle conduit toujours à des solutions en nombre limité. Ainsi, elles ne peuvent pas renfermer les quantités arbitraires qui, dans bien des problèmes, doivent rester dans les solutions. Par exemple, la solution synthétique que Newton a donnée des oscillations d'un fluide élastique, étoit légitime ; mais elle n'étoit pas générale : elle supposoit déterminée des fonctions qui auroient dû rester arbitraires : & ce n'est que dans la solution que M. d'Alembert a donnée du problème des cordes vibrantes, qu'on a vu quelle étendue elle devoit avoir. *Voyez le tome I des Mémoires de l'académie de Turin, où M. de la Grange a examiné ces endroit des principes mathématiques.* L'analyse a encore un autre avantage, que toutes les solutions pratiques & approchées se font bien plus commodément par des tables arithmétiques que par des constructions : les erreurs inévitables y sont d'ailleurs plus aisées à apprécier, & en général on a préféré l'analyse dans les travaux immenses qu'on a faits sur le système du monde. Enfin, les opérations de la synthese sont plus compliquées, sa marche plus difficile à suivre, ses résultats moins généraux. Elle demanderoit pour bien des problèmes un travail impraticable : aussi a-t-elle été abandonée de presque tous les géometres, & elle n'a plus pour elle que le nom de Newton, qui s'en servit, dit-on, pour cacher la route qu'il avoit suivie, & qui, sûr de l'admiration des grands géometres, avoit la foiblesse de vouloir encore étonner les esprits médiocres. Mais je ne saurois être de cet avis, soit parce que cette petite charlatanerie me paroît trop indigne de ce grand-homme, soit parce qu'il est aisé de voir que les plus compliqués des problèmes qu'il a résolus, se réduisent à des doubles quadratures, dépendantes d'arcs

d'arcs de cercles, & de sinus; & que ces doubles quadratures se pouvoient trouver par la géométrie des lignes, telle que Pascal & Huygens avoient su l'employer.

L'astronomie conserve des descriptions géographiques & des constructions géométriques : mais un mathématicien habile a formé le projet de l'en débarasser & de la rendre absolument analytique. Après avoir prouvé que ces solutions données par les constructions étoient inexactes, incertaines, fautives même, il leur a substitué des méthodes analytiques bien sûres ; & son ouvrage amènera, sans doute, dans l'astronomie pratique la révolution qui s'est déja faite dans l'astronomie physique. (*M. D. C.*)

MICROMETRE, s. m. (*Astronomie.*); instrument qui sert à mesurer dans les cieux, avec une très-grande précision, de petites distances ou de petits arcs, comme les diametres du soleil, des planetes; aussi ce mot vient du grec μικρὸς, *petit*, & μέτρον, *mesure*.

Les Anglois attribuent l'invention du *micrometre* à Gascoigne, astronome qui fut tué dans les guerres civiles d'Angleterre, en combatant pour l'infortuné Charles I. Les François attribuent l'invention à Auzout; mais la Hire, dans son mémoire de 1717 sur la date de plusieurs inventions astronomiques, observe que c'est à Huygens que nous devons la premiere idée du *micrometre*. Cet auteur, dans ses observations sur l'anneau de Saturne, publiées en 1659, donne la maniere d'observer les diametres des planetes en se servant de la lunete d'approche, & en mettant, comme il dit, au foyer du verre oculaire convexe, qui est aussi le foyer de l'objectif, un objet qu'il appele *virgula*, d'une grandeur propre à comprendre l'objet qu'il vouloit mesurer. Car il avertit qu'en cet endroit de la lunete à deux verres convexes on voit très-distinctement les plus petits objets. Ce fut par ce moyen qu'il mesura les diametres des planetes tels qu'il les donne dans cet ouvrage. Vers 1666, Auzout & Picard imaginerent le châssis mobile qui s'employe encore aujourd'hui. D'un autre côté, Townley, sur ce qu'Auzout avoit écrit dans les *Transf. phil. n°.* 21, sur cette invention, la revendiqua en faveur de Gascoigne par un écrit insére dans ces mêmes *Transf. n°.* 25, ajoutant qu'on le regarderoit comme coupable envers sa nation, s'il ne faisoit valoir les droits de cet astronome sur cette découverte. Il remarque donc qu'il paroît par plusieurs lettres & papiers volans de son compatriote, qui lui ont été remis, qu'avant les guerres civiles, & vers 1641, il avoit non seulement imaginé un instrument qui faisoit autant d'effet que celui d'Auzout, mais encore qu'il s'en étoit servi pendant quelques années pour prendre les diametres des planetes; que même, d'après sa précision, il avoit entrepris de faire d'autres observations délicates, telles que celles de déterminer la distance de la lune par deux observations faites, l'une à l'horizon, & l'autre, à son passage par le méridien; enfin, qu'il avoit entre les mains le premier instrument que Gascoigne avoit fait, & deux autres qu'il avoit perfectionés. Quoi qu'il en soit, on n'en doit pas moins regarder Huygens & Auzout comme l'ayant inventé, puisque Gascoigne n'avoit rien publié. Quant à la construction du *micrometre* donné par le marquis Malvasia, trois ans après Huygens, on ne peut la regarder comme une découverte; il paroît presque certain qu'il en dut l'idée au *micrometre* de cet illustre géometre. Mais s'il fut imitateur, il fut imité aussi à son tour; car il y a tout lieu de penser que le *micrometre* de Malvasia donna à Auzout l'idée du sien, qui étoit si bien imaginé, qu'on s'en sert encore aujourd'hui. En effet, celui que nous décrirons plus bas n'est que celui d'Auzout perfectioné.

On voit ici la marche lente de nos idées, & la petitesse des espaces que franchit chaque inventeur; Huygens invente sa virgule : celle-ci donne à Malvasia l'idée de son châssis. Enfin Auzout imagine d'en détacher quelques fils qui pouvant se mouvoir parallelement en s'éloignant ou s'approchant des premiers, qui restent immobiles, donnent la facilité de prendre avec beaucoup de précision le diametre d'un astre ou une très-petite distance.

Description du micrometre. Au milieu d'une plaque de cuivre *AB*, *Pl. d'astron. Fig.* 202, de forme oblongue, est coupé un grand trou oblong *bgebb*, qui doit être placé au foyer de la lunete; ce trou est traversé au milieu dans sa longueur par un fil très-délié *be*, qui est perpendiculaire à deux très-petites lames ou pinnules de cuivre *gh*, *ik*, placées en travers du trou. L'une de ces lames *gh* est attachée sur la plaque *AB* par des vis en *g* & en *h*, mais l'autre *ik* est mobile parallélement à *gh*; on lui communique le mouvement en faisant tourner la poignée *C* fixe sur le bout d'une longue vis d'acier *DE*, qui roule par son extrémité *D* formée en pointe sur la vis *Y*, & qui tourne par l'autre dans un trou en *E* au centre du cadran *EF*, situé à angles droits sur la platine. La piece *tsWX*, qui pose sur la grande plaque & qui porte le fil ou la petite lame mobile *ik*, a deux especes de talons *WX* qui sont percés & taraudés pour recevoir la grande vis *DE*, de façon qu'en la tournant d'un tens ou de l'autre, on fait avancer ou reculer toute la piece *tsX*. Afin que l'extrémité *p* de cette piece ne se leve pas, elle est appliquée sur la grande plaque par une petite piece *qr* qui y tient avec des vis, & sous laquelle glisse le châssis *ss*. Pour que la lame mobile *ik* soit placée bien parallélement au fil *gb*, elle est percée de deux trous *t* & *s*, qui sont oblongs & plus grands que les tiges des vis qui doivent les presser contre la piece *tsWX* : on ne serre ces vis que lorsqu'ayant approché cette lame *ik* de l'autre lame *gb*, on voit qu'elle touche cette derniere égale-

Digitized by Google

ment par-tout. En effet, ſi l'on ſuppoſe que les talons *W* & *X*, au travers deſquels paſſe la grande vis *DE*, ſoient ſuffiſamment éloignés l'un de l'autre, qu'elle s'y meuve ſans jeu, enfin que cette vis ſoit bien droite, on ſera aſſuré alors que la petite lame *ik* avancera toujours parallélement à l'autre *gh*. Suppoſant donc que la vis ſoit bien droite, voici les précautions que l'on prend pour que, ſe mouvant avec liberté dans les talons *WX*, ce ſoit toujours d'un mouvement doux & ſans jeu.

La piece *WX* porte à ſon milieu un reſſort ϖ *x*, *n°.* 3, avec une portion d'écrou, qui occupe à peu près le tiers de la circonférence de la vis; & ce petit reſſort étant viſſé vers ϖ & *x*, ſon action eſt telle, qu'il tend toujours à élever la portion d'écrou *v*, & par conſéquent à preſſer la vis *DE*, & lui ôter le jeu inſenſible qu'elle pouroit avoir. Pour empêcher de même qu'elle ne ſe meuve ſelon la longueur, le petit trou où eſt reçu ſon extrémité conique eſt fait dans une vis *Y*, de façon qu'en la tournant on peut ôter à la vis *DE* toute eſpece de jeu ſur ſa longueur.

On voit ſur le cadran une aiguille & un index; l'aiguille *F* marque les parties de révolutions de la vis, & l'index *I* marque ſur le petit cadran (qui paroît à travers l'entaille circulaire) le nombre des révolutions. Pour cet effet, il y a dans l'intérieur deux roues & un pignon qui menent ce petit cadran, de façon qu'à chaque tour de l'aiguille il avance d'une diviſion. On voit par-là que ſachant une fois à quel eſpace équivaut l'intervalle d'un pas de la vis *DE*, on ſaura par l'aiguille & par l'index à quelle diſtance les deux lames ou les deux fils (car on peut y en ſubſtituer) *gh* & *ik* ſont l'un de l'autre.

Ce *micrometre*, tel que nous venons de le décrire, étant placé dans une lunete ou dans un téleſcope, a cet inconvénient, qu'il faut tourner cet inſtrument graduellement juſqu'à ce que l'aſtre que vous obſervez paroiſſe ſe mouvoir parallélement au fil *gh*, ce qui ſouvent eſt aſſez difficile. Pour y remédier, on voit qu'il faut trouver le moyen de monter le *micrometre* de maniere qu'il puiſſe avoir un mouvement circulaire autour de l'axe du téleſcope indépendant de la piece qui le fait tenir avec cet inſtrument. C'eſt à quoi Bradley a réuſſi par la conſtruction ſuivante.

Sur le derriere de la grande plaque qui eſt tournée en deſſus, & repréſentée ici par le parallélogramme *GHIK*, *Fig.* 201, il y a une autre plaque *LMNO* de la même largeur & de la même épaiſſeur, mais plus courte, qui eſt percée au milieu d'un trou oblong & un peu plus grand que celui qui eſt dans la grande plaque; ce trou, ou plutôt cette ouverture, eſt terminée par deux lignes droites π ζ, ϖ ϑ, & à ſes deux bouts par deux arcs concaves ϑ ιπ, ζ κϖ, dont le centre commun eſt vers *Y*, interſection commune des fils *ghe* & *gb*. La partie concave ιπ ϑ gliſſe en tournant autour de ce centre *Y* le long d'un arc convexe λ μ ν, décrit du même centre, un peu plus long que l'arc concave, de même épaiſſeur que la plaque *LMNO*, & fortement viſſé ſur la grande. L'arc concave ζ κϖ gliſſe auſſi le long d'un autre arc convexe οω plus court, décrit auſſi du centre *Y*, & formé d'une piece de la même épaiſſeur que la plaque ſupérieure, & fortement viſſée à celle de deſſous. On conçoit par-là que tout ceci étant bien exécuté, la plaque *LMNO* doit tourner autour des deux portions de cercle οω & λ μ ν, comme ſi elle tournoit autour du centre *Y* les deux arcs οω & λ μ ν ſont recouverts de deux plaques viſſées deſſus, & qui les débordant preſſent toujours par ce moyen la plaque *LMNO* contre la grande. Pour la faire mouvoir graduélement autour du point *Y*, il y a à l'extrémité de la plaque *LMNO* une petite portion de roue *R* que l'on fait tourner par le moyen de la vis-ſans-fin *ST*. La plaque *LMNO* étant fixement arrêtée ſur le téleſcope, en faiſant mouvoir la vis-ſans-fin, on donnera à la grande plaque *GHIK* qui porte les fils, la poſition requiſe, c'eſt-à-dire, qu'on donnera aux fils la poſition qu'ils doivent avoir pour que l'aſtre ſe meuve parallélement à ces fils.

Pour que tout ceci puiſſe ſe placer commodément dans le téleſcope, il y a ſur les bords de la plaque *LMNO* deux petites plaques *AB*, *AB*, recourbées à chaque extrémité en équerre, mais de façon qu'un bout ſoit en ſens contraire de l'autre: par-là, d'un côté, ce rebord ſert à les viſſer ſur la plaque; de l'autre, il ſert à entrer dans une rainure pratiquée dans un tuyau *AA*, *Fig.* 204, *n°.* 5, où il y a des couliſſes *BG*; on y fait entrer les plaques recourbées du *micrometre*, & on le retire quand on veut. L'oculaire *OE* eſt porté ſur une traverſe *DD*; celle-ci a deux bras qui gliſſent dans des couliſſes *CD*, pour avancer l'oculaire & le mettre exactement à la portée des fils du *micrometre*.

Les détails de ce *micrometre* ſont repréſentés au deſſous de la *Figure* 202.

N°. 1. Cadran du *micrometre*, avec le développement de la quadrature qu'il couvre. *A*, le cadran mobile qui marque le nombre des tours de la vis. *B*, roue de renvoi fixée par trois vis à la partie inférieure du cadran mobile. *C*, pignon enarbré ſur la vis du *micrometre*. Au deſſous eſt la roue de renvoi, dont le pignon engrene dans la roue *B* que porte le cadran mobile. Les diviſions de ce cadran paroiſſent à travers la fenêtre *a γ* du cadran *F*, dont les diviſions ſont connoître, au moyen de l'index *E*, les portions de tours de la vis, dont le cadran mobile *A* fait connoître le nombre de révolutions.

N°. 2. Le curſeur du *micrometre*, dont on a ſéparé les différentes pieces qui le compoſent.

N°. 3. Le même curſeur garni de toutes ſes pieces.

N°. 4. La vis du *micrometre*. *C*, la poignée dont la moulure eſt garnie d'un grénetis; à côté eſt le reſſort de compreſſion κ ϖ, *n°.* 5.

Digitized by Google

Le dévelopement des platines du *micrometre* eſt dans la *Figure* 204.

N°. 1. La platine fixe vue du côté oppoſé à la platine mobile. $\lambda\mu\nu$ fente concentrique au point δ qui répond à l'axe de la lunete, & dans laquelle paſſent les vis qui réuniſſent les deux platines.

N°. 2. La même platine fixe vue du côté oppoſé, c'eſt-à-dire, du côté qui s'applique à la platine mobile; *acdeb*, eſt une rainure circulaire concentrique au point δ, laquelle reçoit la languete circulaire de la platine mobile.

N°. 3. La platine mobile du *micrometre* vue du côté qui s'applique à la platine fixe. *abcde* eſt une languete circulaire qui eſt reçue dans la rainure du *n°.* 2. Auprès de la letre *d* on voit les trous taraudés qui reçoivent les vis de réunion qui gliſſent dans la fente $\lambda\mu\nu$ du *n°.* 1.

N°. 4. La platine mobile vue du côté oppoſé: le curſeur a été ſupprimé. On voit ſeulement la couliſſe qui lui ſert de guide, *ef*.

Voici les principales meſures de ce *micrometre* anglois, en pouces & dixiemes de pouces anglois, d'après l'optique de Smith.

	pouces
La longueur de la plaque *AB*, *Fig.* 202.	8, 0
Sa largeur *AH*,	3, 6
Son épaiſſeur,	0, $\frac{1}{2}$
Longueur de l'ouverture *be*,	3, 5
Sa largeur *gb* occupée par les fils,	2, 2
Longueur de la vis *DE*,	5, 5
Son diametre,	0, 3
L'intervalle *ux*, *n°.* 2,	3, 0
Longueur des ſupports,	4, 5
Leur largeur,	0, 8
Largeur des rebords,	0, 2
Diametre du cadran,	3, 1
Son épaiſſeur (étant double avec deux roues en dedans),	0, 3

Un pouce contient 40 pas de la vis *DE*.

Enfin le pouce eſt diviſé par le cadran en 40 fois 40 ou 1600 parties égales. On peut, comme nous l'avons dit, au lieu de petites lames ou barreletes de cuivre *gb*, *ik*, leur ſubſtituer des fils paralleles.

Lorſque les pinnules ou les fils ſe touchent, il faut que l'aiguille & l'index ſoient au commencement des diviſions: alors à meſure que les fils s'éloignent, il eſt évident, comme nous l'avons dit, que le nombre des révolutions ſera comme les diſtances entre ces fils; & conſéquemment comme les angles dont ces ouvertures ſont la baſe, & qui ont leur ſommet au centre de l'objectif; ces diſtances ne different pas des arcs qui meſurent ces petits angles. C'eſt pourquoi, lorſqu'on a une fois déterminé par l'expérience un angle correſpondant à un nombre de révolutions donné, on peut facilement trouver par une regle de trois l'angle correſpondant à un autre nombre de révolutions: on pourra en conſéquence former des tables qui montreront tout-d'un-coup le nombre de minutes & de ſecondes d'un angle répondant à un certain nombre & à une certaine partie de révolutions.

Lorſqu'on ne veut pas employer la meſure du temps comme trop incertaine, on ſe ſert d'une baſe meſurée avec ſoin. Par exemple, en 1754, je meſurai la longueur de la rue de Tournon, en face de l'obſervatoire que j'occupois; j'employois les grandes perches qui avoient ſervi à la baſe de Villejuif; ayant abaiſſé un aplomb du haut de mon obſervatoire, & nivelé la rue avec ſoin, je trouvai 915 pieds $\frac{1}{2}$ de diſtance; je plaçai à l'extrémité de la rue, ſur le mur de la maiſon qui fait face au palais du Luxembourg, une regle *AB*, *Fig.* 237, de 9 pieds, miſe exactement d'aplomb avec deux mires *A* & *B*, c'eſt-à-dire, deux cartons ſur leſquels il y avoit un cercle noir avec un cercle blanc dans le milieu. Leur diſtance ayant été trouvée exactement de 8 pieds $\frac{1}{2}$, & l'abaiſſement *HLA* au deſſous de l'horizon de 2° 36', je trouvai, par le calcul du triangle *ALB*, que la diſtance *AB* des mires devoit paroître ſous un angle de 31', en ſuppoſant 915 pieds $\frac{1}{2}$ de *L* en *H*, entre les objectifs de la lunete & le plan des mires: je meſurai exactement leur diſtance en parties du *micrometre*, & je trouvai 49 tours de vis, & 30 centiemes: telle étoit la valeur de l'angle de 31'. C'eſt par ce moyen que je déterminai les diametres du ſoleil avec une plus grande exactitude qu'on ne l'avoit fait juſqu'alors.

Le *micrometre* qu'on applique au quart de cercle eſt repréſenté dans les *Fig.* 205 *& ſuiv.* Le bout du tuyau *I* reçoit le porte-oculaire *M*, & le bout *G* entre dans le tuyau de la lunete. La boîte du *micrometre*, dont le plan ou la coupe tranſverſale eſt exprimée par *BC*, dans la *Fig.* 208, renferme deux châſſis, dont l'un fixe, *Fig.* 207, & l'autre mobile, *Fig.* 210. Celui-ci ſe meut par le moyen d'une tête de cuivre en grénetis *A*, *Fig.* 209. Le châſſis eſt pouſſé vers le haut par quatre reſſorts à l'écreviſſe, repréſentés ſéparément dans la *Fig.* 211.

La tête de la vis qui conduit le fil mobile eſt ſur un cadran *BC*, *Fig.* 205 *&* 206, qui par le moyen de l'index fixé ſur la vis, fait connoître les centiemes parties de chacune de ſes révolutions. *DE*, *Fig.* 205, eſt une échele qui fait connoître le nombre des révolutions. *F* eſt le curſeur ou index mobile qui gliſſe le long du précédent; dans la figure la fleur de lis répond à zéro, ce qui fait connoître que le fil mobile coïncide avec le fil horizontal du réticule fixe. La portion du tube *IL* contient le tube particulier de l'oculaire *M*, celui-ci terminé par un ceilleton bordé d'un grénetis; *K* marque l'emplacement de l'oculaire que l'on peut éloigner ou approcher des fils du *micrometre*, au moyen du tube *M*, auquel il eſt fixé, afin de voir les fils diſtinctement.

On voit, dans la *Fig.* 207, la coupe verticale

Digitized by Google

& transversale du *micrometre*, du côté de l'objectif; c'eſt de ce côté qu'eſt placé le réticule. La boîte *BCDE*, *Fig.* 208, du *micrometre* eſt diviſée en deux parties par des languettes *XX*; elle contient dans la moitié *BE* un châſſis *FGHI*, *Fig.* 207, qui porte le réticule; ce châſſis peut recevoir un petit mouvement dans le ſens de la hauteur, au moyen de la vis *a b* qui traverſe l'écrou *b* de la piece *C* fixée au châſſis. L'embâſe de la tête de la vis eſt arrêtée ſous le cadran, ſon carré *a* en traverſe l'épaiſſeur, comme on le voit, *Fig.* 210, & au moyen d'une cléf ſemblable à celle d'une montre, on fait tourner cette vis autant qu'il eſt néceſſaire pour que le fil horizontal 3, 4, du réticule réponde au premier point de la diviſion du quart de cercle. Le châſſis *FGHI* eſt repouſſé par deux reſſorts *lm*, dont le ſupérieur eſt viſſé à la piece *k* du châſſis, & l'autre par une vis *n* au couvercle ou fond *DE* du *micrometre*. Le réticule 1, 2, 3, 4 compoſé de deux fils qui ſe croiſent à angles droits, eſt monté ſur un anneau circulaire *deb*; cet anneau qui eſt reçu à feuillure dans une ouverture circulaire de la platine *FGHI*, où il eſt retenu par les mentonets de deux cocs *de*, porte une queue *f*, taraudée en écrou pour recevoir la vis *gb*, au moyen de laquelle on fait que le fil vertical 1, 2 du réticule ſoit parallele au plan de l'inſtrument. Cette vis, qui eſt reçue en *b* par un piton, a en *g* un carré propre à recevoir une cléf carrée avec laquelle on tourne cette vis. On voit ſur l'anneau circulaire trois pieces à reſſort avec des vis, qui ſervent à tendre les fils, & à en arrêter les extrémités.

La *Fig.* 210 eſt la coupe verticale & transverſale de la ſeconde partie du *micrometre*, vue du côté de l'oculaire. C'eſt dans cette partie qu'eſt contenu le fil mobile ou curſeur, avec les différens châſſis qui le portent: *BCDE* eſt la boîte du *micrometre* coupée dans le milieu de la partie *CD* de la *Fig.* 208, *LMNO* le châſſis mobile qui s'applique aux languettes *LN*, *MO*, qui ſont notées *XX* dans la *Fig.* 208; la traverſe ſupérieure *LM* de ce châſſis porte un écrou *K* qui reçoit la vis *a I*. Cette vis, dont l'embâſe eſt retenue en haut par le cadran, reçoit, après l'avoir traverſé, l'index *mn*, *Fig.* 209, qui eſt retenu à frotement dur & fixé ſur le collet cylindrique, par la vis de preſſion *n*. Au deſſus de l'index on fait entrer carrément la tête goudronée *A*, qui eſt arrêtée ſur le carré de la grande vis *I a*, par la petite vis *o* qui eſt au deſſus de la tête *A*. Le châſſis mobile *LMNO* eſt continuellement repouſſé en haut par les quatre reſſorts 12, 14, qu'on appele reſſorts à Pécreviſſe. Ces quatre reſſorts ſont montés ſur une plaque de laiton 13, & portent d'un bout ſur le fond *FD* de la boîte, & de l'autre, contre la traverſe inférieure *NO* du châſſis mobile. Celui-ci porte un autre châſſis *q P* 8, qui peut s'incliner à droite ou à gauche. La vis *P* étant le centre de ſon mouvement, il eſt maintenu & appliqué contre la platine du grand châſſis mobile par les deux pitons ou cocs 8, 9, ſous leſquels il peut ſe mouvoir, les parties du châſſis étant arondies par raport au centre *P*. Le fil mobile 1, 2 eſt arrêté par les pieces 3 & 5 qui tiennent les extrémités du fil horizontal; le reſſort 4 tend le fil horizontal. Un reſſort 6, 7 fixé en 6 au châſſis mobile, apuie conſtamment contre la cheville 7 du petit châſſis mobile, pour le renverſer du côté de la vis 10, 11. Un piton 10 eſt traverſé par la vis d'inclinaiſon dont l'embâſe porte contre le côté du châſſis mobile; on fait tourner cette vis autant qu'il eſt néceſſaire au moyen d'une cléf, pour que le fil 1, 2 ſoit rendu parallele au fil 3, 4 de la *Fig.* 207, ou perpendiculaire au plan du quart de cercle.

La *Fig.* 208 eſt la coupe horizontale du *micrometre*, les languettes *XX* ſéparent le châſſis fixe ou châſſis du réticule, de celui du curſeur. *BE* eſt l'emplacement ou châſſis du réticule, & *OD* l'emplacement du châſſis du curſeur. Lorſque les deux châſſis ſont en place, ils ſont extrêmement près l'un de l'autre, le fil mobile de l'un doit preſque toucher les fils du réticule, afin qu'ils ſoient tous ſenſiblement dans le même plan, ſans cependant ſe griper dans le mouvement du curſeur.

Les *obſervations* faites de jour ont cet avantage que les fils du *micrometre* qui ſont placés au foyer de l'objectif & de l'oculaire, s'apperçoivent ſans aucun ſecours; au lieu que dans celles qu'on fait la nuit, il faut les éclairer. Pour y parvenir on ſe ſert d'une lumiere dont on fait tomber obliquement les rayons ſur l'objectif, afin que la fumée n'intercepte pas ceux de l'aſtre qu'on obſerve; mais, lorſqu'on en a la commodité, on fait une ouverture à la lunete auprès du foyer de l'objectif, & c'eſt alors vis-à-vis de cette ouverture qu'on place la lumiere afin d'éclairer les fils.

La Hire propoſoit de couvrir le bout du tube vers l'objectif d'une piece de gaſe ou de crêpe fin de ſoie blanche; avec cette précaution, on peut placer le flambeau aſſez loin du tube, & rendre viſibles les fils du *micrometre*. (*D. L.*)

MICROMETRE OBJECTIF. *Voyez* HÉLIOMETRE.

MICROSCOPE, ſ. m. (*Diopt.*); inſtrument qui ſert à groſſir de petits objets. Ce mot vient des mots grecs, *μικρὸς*, *petit*, & *σκόπεω*, *je conſidere*. Il y a deux eſpeces de *microſcopes*, le ſimple & le compoſé.

Le *microſcope* ſimple eſt formé d'une ſeule & unique lentille, ou loupe très-convexe. *Voyez* LENTILLE & LOUPE.

On place cette lentille *ED* tout proche de l'œil, *Fig.* 21 *Opt.*, & l'objet *AB* qu'on ſuppoſe très-petit, eſt placé un peu en deçà du foyer de la lentille; de ſorte que les rayons qui viennent des extrémités *A*, *B*, ſortent de la lentille preſque paralleles, & comme s'ils partoient de deux points *K*, *I*, beaucoup plus éloignés; de ſorte que l'ob-

Digitized by Google

jet qui paroît en *K I*, eſt beaucoup plus grand, & l'image *K I* eſt à *A B*, comme *F H* eſt à *F C*, c'eſt-à-dire, à peu près comme la diſtance à laquelle on verroit l'objet diſtinctement, eſt à la longueur du foyer. *Voyez* DIOPTRIQUE & VISION.

Les *microſcopes* ſimples devroient être probablement auſſi anciens que le temps où l'on a commencé à s'appercevoir des effets des verres lenticulaires; ce qui remonteroit à plus de 400 ans, *Voyez* LUNETE; cependant les obſervations faites au *microſcope*, même ſimples, ſont beaucoup moins anciennes que cette date, & ne remontent guere à plus de 130 ans. On voit dans la *Fig.* 22 la figure d'un *microſcope* ſimple; *A* eſt l'endroit au centre duquel on place la lentille; & *H* eſt une vis où cette lentille eſt enchâſſée; au moyen de quoi on peut placer en *A* des lentilles ou loupes de différens foyers. *E G* eſt une pointe au bout de laquelle on fixe l'objet qu'on veut voir, & qu'on approche pour cet effet de la lentille. Les *microſcopes* ſimples ſont quelquefois formés d'une ſeule loupe ſphérique de verre. La *Fig.* 21, *nº.* 2, fait voir comment ces loupes augmentent l'image de l'objet. Car l'œil étant placé, par exemple, en *G*, il voit le point *A* par le rayon rompu *G D L A*, & dans la direction de *G D*; de ſorte que l'objet *A B* lui paroîtra plus grand que s'il étoit vu ſans loupe. *Voyez* APPARENT.

Les *microſcopes* compoſés ſont formés d'un verre objectif *E L*, *Fig.* 24, d'un foyer très-court, & d'un oculaire *G H* d'un foyer plus long. Ainſi, le *microſcope* eſt l'inverſe du téleſcope. *Voyez* TÉLESCOPE. On place l'objet *A B* à peu près au foyer du verre *E L*, mais un peu au delà; les rayons ſortent du verre *E L* preſque paralleles (*Voy.* LENTILLE) avec très-peu de convergence; de là ils tombent ſur le verre *G H*, & ſe réuniſſent preſqu'à ſon foyer *I*. Ainſi, le verre *E L* agrandit d'abord l'objet *A B*, à peu près comme feroit un *microſcope* ſimple, & l'image de l'objet déja agrandie, l'eſt encore par le verre *G H*. Il eſt encore facile de voir que dans ce *microſcope* l'objet paroîtra renverſé.

Au lieu d'un oculaire on en met quelquefois pluſieurs, & ce ſont même les *microſcopes* les plus en uſage aujourd'hui. On peut voir, dans la *Fig.* 25, un *microſcope* compoſé, & tout monté ſur ſon pied, pour voir les objets; on les place en *I* ſur la plaque *L I*, & ces objets ſont éclairés par la lumiere que réfléchit le miroir *O N*.

À l'égard de la *Fig.* 23, elle repréſente un *microſcope* ſimple d'autre eſpece que celui de la *Fig.* 22. On place l'objet au haut de la vis *B*, qu'on éloigne ou qu'on approche du miroir à volonté; & le *microſcope* eſt évidé & à jour dans une de ſes faces, afin que l'objet puiſſe recevoir la lumiere extérieure. Dans d'autres *microſcopes*, le tuyau extérieur n'eſt point évidé, mais la vis l'eſt en dedans, & au deſſus de la vis on place un verre plan, qui tombe à peu près au foyer de la lentille, l'objet reçoit alors la lumiere par-deſſous; la vis ſert à éloigner ou raprocher l'objet du foyer, ſelon les différentes vues.

On ne ſait pas exactement l'inventeur du *microſcope* compoſé. On attribue ordinairement cette invention à Drebbel, mais M. Montucla, dans ſon *Hiſtoire des Mathématiques*, *tome II*, *p.* 174, apporte des raiſons pour en douter. Fontana ſe les attribue, ainſi que les téleſcopes à oculaire convexe; il eſt difficile de prononcer là-deſſus.

MICROSCOPE SOLAIRE, n'eſt autre choſe, à proprement parler, qu'une lanterne magique, éclairée par ſa lumiere du ſoleil, & dans laquelle le porte-objet, au lieu d'être peint, n'eſt qu'un petit morceau de verre blanc, ſur lequel on met les objets qu'on veut examiner. Il y a encore cette différence, qu'au lieu des deux verres lenticulaires placés au delà du porte-objet dans la lanterne magique, il n'y en a qu'un dans le *microſcope ſolaire*. *Voyez* LANTERNE MAGIQUE.

Cet inſtrument qui nous eſt venu de Londres en 1743, a été inventé par feu M. Lieberkuhn, de l'Académie Royale des Sciences de Pruſſe. On trouvera ſur cet inſtrument un plus grand détail à *l'un des articles ſuivans*, *ſous la même dénomination de microſc. ſol.* On place le tuyau du *microſcope ſolaire* dans le trou d'un volet d'une chambre obſcure, bien fermée, & on fait tomber la lumiere du ſoleil ſur les verres du *microſcope*, par le moyen d'un miroir placé au dehors de la fenêtre. Alors les objets placés ſur le porte-objet paroiſſent prodigieuſement groſſis ſur la muraille de la chambre obſcure. (*O*).

MICROSCOPE *des objets opaques*, (*Optig.*); ce *microſcope*, dont on doit l'invention au Dr. Lieberkuhn, eſt auſſi curieux qu'avantageux. Il remédie à l'inconvénient d'avoir le côté obſcur d'un objet tourné du côté de l'œil; ce qui a été juſqu'ici un obſtacle inſurmontable, qui a empêché de faire ſur les objets opaques des obſervations exactes; car, dans toutes les autres inventions qui nous ſont connues, la proximité de l'inſtrument à l'objet (lorſqu'on emploie les lentilles les plus fortes) produit inévitablement une ombre ſi grande, qu'on ne le voit que dans l'obſcurité & ſans preſque rien diſtinguer; & quoiqu'on ait eſſayé différens moyens de diriger ſur l'objet la lumiere du ſoleil ou d'une chandele, par un verre convexe placé à côté, les rayons qui tombent ainſi ſur l'objet, forment avec ſa ſurface un angle ſi aigu, qu'ils ne ſervent qu'à en donner une idée confuſe, & qu'ils ſont incapables de le faire voir clairement.

Mais dans ce nouveau *microſcope*, par le moyen d'un miroir concave d'argent extrêmement poli en plaçant à ſon centre la lentille, on réfléchit ſur l'objet une lumiere ſi directe & ſi forte, qu'on peut l'examiner avec toute la facilité & tout le plaiſir imaginable.

On emploie quatre miroirs concaves de cette eſpece & de différentes profondeurs, deſtinés à quatre lentilles de différentes forces, pour s'en ſervir à obſerver les différens objets: on connoît les

Digitized by Google

plus fortes lentilles, en ce qu'elles ont de moindres ouvertures. (*D. J.*)

MICROSCOPE *à réflexion, qui peut servir aussi comme télescope Grégorien.* (*Optique.*) Quoiqu'en général le *microscope* simple soit préférable à tout *microscope* composé quelconque, parce qu'on voit plus clairement & plus distinctement un objet à travers un *microscope* simple, qu'on ne voit son image, comme il arive dans les *microscopes* composés; cependant le *microscope à réflexion*, inventé par M. Barker, mérite d'être mis au nombre des inventions utiles & ingénieuses, sur-tout à cause de son double usage.

„ Quoique les *microscopes*, dit l'auteur dans un „ *Mémoire à la société royale de Londres*, qui ne „ sont composés que de verres, aient été portés „ à un très-haut degré de perfection, quant à „ leur propriété de grossir les objets, ils n'ont pas „ laissé d'être toujours sujets à de si grands incon„ véniens, que leur usage, par raport à plusieurs „ arts, auxquels il seroit à souhaiter qu'on en fît „ l'application, n'est pas, à beaucoup près, aussi „ étendu qu'on pourroit se l'imaginer „.

Entre ces différens inconvéniens, voici ceux qui sont les plus considérables.

I. Comme pour grossir beaucoup, il faut que le verre objectif soit un segment d'une sphere extrêmement petite, & que son foyer, par cela même, se trouve extrêmement proche, il faut nécessairement aussi que l'objet qui doit être placé dans ce foyer, se trouve si près du *microscope*, que le *microscope* l'obscurcira; l'objet dès-lors n'est plus visible que par la lumiere à laquelle il donne passage, s'il est diaphane; & il n'est plus visible du tout, s'il est opaque.

II. Lorsqu'un objet n'est vu qu'à la faveur de la lumiere à laquelle il donne passage, on peut dire que c'est moins un objet véritablement vu, qu'un objet qui éclipse la lumiere, dont la réflexion peut seule le faire véritablement voir. Il n'y a presqu'alors que le contour de l'objet qui soit exactement representé à l'œil: les élévations ou dépressions des parties, dans l'enceinte du contour, ne paroissent plus que comme autant d'ombres ou de lumieres, selon leurs divers degrés d'opacité ou de transparence: c'est l'opposé, en un mot, de la vision ordinaire, où les lumieres & les ombres résultent des différentes expositions des parties de la surface à la lumiere incidente.

III. Si l'on veut observer une petite partie d'un grand objet, on ne peut guere la présenter au *microscope* qu'après l'avoir détachée de son tout; ce qui réduit l'usage de cet instrument à rien dans la dissection des corps vivans, parce que la partie détachée meurt aussi-tôt, & perd le mouvement que l'anatomiste voudroit y observer.

IV. Le foyer d'un *microscope* dioptrique étant très-peu éloigné, & par cela même extrêmement délicat, de sorte que la moindre déviation met l'observateur hors d'état de voir nétement l'objet, il n'y a jamais, dans un objet irrégulier, qu'une très-petite partie qui puisse être vue bien nétement: „ c'est pour remédier à ces défauts que M. „ Barker a inventé un *microscope* sur le modele „ du télescope, inventé par le chevalier Newton „.

Nous venons de voir que ces divers inconvéniens résultoient de la petitesse du verre objectif, & que la nécessité de l'avoir si petit étoit uniquement fondée sur la dioptricité de ce même verre; il étoit donc naturel que l'on pensât aux moyens d'employer pour objectif un miroir concave, capable de réfléchir une image vive & nette de l'objet vers l'oculaire, & de faire ainsi un *microscope à réflexion*. L'idée d'un pareil *microscope* n'avoit pas tout-à-fait échapé à la pénétration de Newton; au moins paroît-il, par les *mémoires* dont il parle dans la préface de la premiere édition de son *Optique*, qu'il avoit quelquefois songé à faire un *microscope* qui, au lieu d'un verre objectif, eût un miroir concave de métal; car les *microscopes*, disoit-il, semblent être aussi propres que les télescopes à recevoir un nouveau degré de perfection: peut-être même y sont-ils encore plus propres, puisqu'il n'y faudroit, ajoutoit-il, qu'un seul miroir concave de métal, comme on peut voir par la *Figure* 81, *Planche d'Optique*, où *A B* représente le miroir objectif; *C D* un verre oculaire; *F* leur foyer commun; & *O* l'autre foyer du miroir où on placera l'objet (*Voyez* Lowtorp dans ses *Philosophical transactions abridged*, *tom. I*, *pag.* 210 & 388); mais pour peu qu'on y fasse attention, on s'aperceura bientôt qu'un instrument conforme à cette idée, seroit encore fort éloigné de suppléer à tous les défauts des *microscopes* ordinaires.

1°. L'image de l'objet réfléchie du miroir *A B*, au foyer *F*, ne pourroit l'y représenter vivement & nétement qu'à proportion que l'objet lui-même seroit bien éclairé: or il ne pourroit l'être ici que de biais, par la lumiere qui passeroit dans l'espace laissé entre lui & le miroir; & par conséquent on auroit toujours à se plaindre que l'instrument empêche l'objet d'être bien exposé à la lumiere.

2°. Quoique l'on put, à l'aide d'un pareil *microscope*, observer des objets plus diaphanes, & des objets plus opaques que ceux qui sont observés par les *microscopes* ordinaires, il resteroit toujours un nombre considérable d'objets visibles, à l'observation desquels ce *microscope* seroit inutile: je veux dire tous ceux qui, par leur fluidité, ne sauroient être fixés au foyer *O*, soit sur la pointe d'une aiguille, soit sur le revers d'une petite plaque, enduite de quelque matiere gluante, soit par une petite pincete, qu'il faut supposer ici au bout d'une espece de branche, qui partant des bords du miroir viendroit aboutir en forme d'aiguille ou de plaque, ou de pincete au foyer, marqué pour y affujétir l'objet.

3°. Enfin le grand inconvénient de détacher les parties de leur tout, lorsque le tout est un peu gros, subsisteroit ici dans son entier.

Newton étoit en beau chemin, mais il s'y est arrêté; séduit peut-être par cette idée qui paroît

Digitized by Google

lui avoir plu, qu'un *microscope à réflexion* ne devoit avoir besoin que d'un seul miroir, au lieu que réellement il en falloit deux, comme le prouve la découverte de M. Barker.

Soit *A*, *Fig.* 82, l'objet qu'on veut voir grossir; soit *B B* un miroir concave de métal; & *D* un autre miroir plus petit, dont la concavité soit opposée à celle du grand miroir *B B*; soit *E* une ouverture, pratiquée au milieu de ce même miroir; & *F*, une lentille plan-convexe, placée au dessus de l'ouverture; soit enfin la lentille *H*, le verre oculaire.

Les rayons de lumiere qui partiront de l'objet *A*, seront réfléchis par le grand miroir *B B* au foyer *C C*, où ils donneront une image renversée de l'objet; & là, les rayons se croisant, ils iront en divergeant tomber sur le petit miroir, *D*, d'où ils seront réfléchis presque paralleles, par l'ouverture *E* du miroir, jusqu'à la surface plane de la lentille *F*, par laquelle lentille ils passeront en se rompant, & de laquelle ils viendront, en convergeant de nouveau, former en *G* une seconde image, qui étant l'image renversée de *C C*, sera par conséquent l'image redressée de l'objet *A*; & cette derniere image sera grossie par la lentille *H*, tout comme un *microscope* ordinaire grossiroit l'objet même, en supposant l'objet aussi près de l'œil que l'est ici l'image: de sorte que l'image tiendra lieu de l'objet, & l'objet sera observé dans son image, non seulement à une distance considérable de lui-même, mais encore à une distance considérable de l'instrument ou du tuyau qui contiendra les differens verres & miroirs, dont l'instrument doit être composé: cette distance pourra être, suivant le jugement de l'inventeur de neuf pouces & au dessus, jusqu'à la concurrence de vingt-quatre: or tout cela posé, il est évident,

En premier lieu, que l'objet pourra être exposé à tel degré de la lumiere qu'il plaira à l'observateur.

En second lieu, que rien n'empêchera qu'on ne fasse des observations sur toutes sortes d'objets visibles: sur les plus diaphanes, parce qu'étant vus par la lumiere réfléchie de leurs surfaces, ils seront vus distinctement: sur les opaques, parce qu'ils recevront & renverront librement la lumiere: sur les plus fluides, parce que demeurant hors du *microscope*, & le *microscope* étant mobile, on pourra les placer de la maniere qui leur conviendra le mieux, ou les prendre dans la place où ils se seront arrêtés d'eux-mêmes.

En troisieme lieu, que par la même raison, la nécessité ne subsistant plus de détacher les parties de leur tout, lorsque le tout est d'une certaine grandeur, on pourra observer la liaison même des parties, les considérer dans leur union, & voir distinctement dans les animaux, qu'on ouvrira vivans, le mouvement du sang, *&c.*

Ce *microscope* peut servir aussi comme telescope Grégorien; & la forme du grand miroir, telle qu'il a fallu qu'elle fût pour le grand *microscope*, contribue en même temps à en faire un telescope qui l'emporte considérablement, en lumiere & en netteté, sur la plupart des telescopes catoptriques.

I. Quand on veut qu'il serve en qualité de *microscope*, il faut d'abord faire glisser le petit miroir *A*, *Fig.* 83, dans sa coulisse, vers l'embouchure *B* du grand tube, dans lequel il est situé à l'opposite du grand miroir, fixé au fond du même tube; & la vis *C*, qui sert à faire avancer ou reculer le petit miroir, doit se tourner jusqu'à ce que l'alidade *D* coupe un des nombres à *M*; il faut ensuite éloigner de l'objet l'embouchure du grand tube, & l'éloigner à la distance d'autant de pouces qu'en indiquera le nombre coupé par l'alidade; puis détacher le petit tube *F*, qui contient le verre plan-convexe & la lentille oculaire, moyénant quoi l'on pourra diriger le grand tube vers l'objet, en cherchant celui-ci de l'œil à travers l'ouverture pratiquée dans le grand miroir; & fixer la juste position du tube, à l'aide des deux vis-sans-fin *E E*, en sorte que l'image de l'objet soit visible au milieu du petit miroir. Cela fait, il faut remettre à sa place le petit tube *F*, & fermer son ouverture avec la petite plaque de laiton *L*, qui tourne sur un pivot excentrique: au milieu de cette plaque est le petit trou par lequel on regarde pour faire les observations.

Notez, au reste, que comme la distance du petit miroir, fixée au point moyen indiqué par *M*, ne convient pas indifféremment à tous les yeux, chacun doit chercher celle qui lui convient, en tournant un peu la vis *C*, soit en dedans ou en dehors, jusqu'à ce que l'image de l'objet, dans le petit miroir, paroisse bien distinctement; & se régler après cela sur le nombre coupé par l'alidade, pour la distance qu'il y aura à laisser entre l'objet & l'instrument, comme on l'a déja dit.

II. Pour convertir le *microscope* en telescope, il faut ôter d'abord le petit miroir *A*, lui en substituer un autre qui est moins petit, faire glisser le nouveau miroir vers l'embouchure *B* du tube, & tourner la vis *C*, jusqu'à ce que la marque *G*, qui est sur l'alidade, rencontre la marque *T*, ce qui donne la position du petit miroir, pour observer tout objet placé à une grande distance. Il faut aussi tourner en dehors la plaque de laiton, où est le petit trou par lequel on regarde quand l'instrument sert de *microscope*, & regarder après cela par l'ouverture naturele du petit tube *F*.

L'instrument se dirige vers l'objet, au moyen des pinnules *H H*.

Quand on veut observer le soleil, on applique le verre noirci *K*, sur l'ouverture par laquelle on regarde.

N N sont deux vis, qui servent (selon qu'on les tourne), ou à tenir les parties des deux vis-sans-fin *E E* en état d'engrenure, ou à les dégager quand on le veut. *L'usage du microscope rendu facile* (*A A.*)

Digitized by Google

Microscope *solaire*, (*Optiq.*): ce *microscope* dépend des rayons du soleil, & comme on ne peut en faire uſage que dans une chambre obſcure, on le nomme quelquefois *microſcope de la chambre obſcure*. Il eſt compoſé d'un tuyau, d'un miroir, d'une lentille convexe & du *microſcope* ſimple. Le méchaniſme de ce *microſcope* eſt ſi ſimple, qu'il n'exige point de figures; c'eſt aſſez de dire ici que les rayons du ſoleil étant dirigés par le miroir à travers le tuyau ſur l'objet renfermé dans le *microſcope*, cet objet vient ſe peindre diſtinctement & magnifiquement ſur un écran couvert de papier blanc ou de linge bien blanc. Cette image eſt tout autrement grande que ne peuvent l'imaginer ceux qui n'ont pas vu ce *microſcope*; car, plus on recule l'écran, plus l'objet s'agrandit, en ſorte que l'image d'un pouce eſt quelquefois de cinq à ſix pieds; mais il faut avouer qu'elle eſt plus diſtincte, lorſqu'on ne lui donne qu'une partie de cette longueur.

Quand on veut ſe ſervir du *microſcope ſolaire*, on doit rendre la chambre auſſi obſcure qu'il eſt poſſible, car c'eſt de l'obſcurité de la chambre & de la vivacité des rayons du ſoleil que dépendent la clarté & la perfection de l'image. Les lentilles les plus utiles à ce *microſcope* ſont en général la quatrieme, la cinquieme ou la ſixieme.

L'écran propre à recevoir l'image des objets eſt ordinairement d'une feuille d'un très-grand papier étendue ſur un châſſis qui gliſſe en haut ou en bas, ou qui tourne, comme on veut, à droite ou à gauche ſur un pied de bois arondi, à peu près comme certains écrans qu'on met devant le feu: on fait auſſi quelquefois des écrans plus grands avec pluſieurs feuilles du même papier collées enſemble que l'on roule & déroule comme une grande carte.

Ce *microſcope* eſt le plus amuſant de tous ceux qu'on a imaginés, & peut-être le plus capable de conduire à des découvertes dans les objets qui ne ſont pas trop opaques, parce qu'ils les repréſentent beaucoup plus grands qu'on ne peut les repréſenter par aucune autre voie. Il a auſſi pluſieurs autres avantages qu'aucun *microſcope* ne ſauroit avoir; les yeux les plus foibles peuvent s'en ſervir ſans la moindre fatigue; pluſieurs perſones peuvent obſerver en même temps le même objet, en examiner toutes les parties, & s'entretenir de ce qu'elles ont ſous les yeux, ce qui les met en état de ſe bien entendre & de trouver la vérité; au lieu que, dans les autres *microſcopes*, on eſt obligé de regarder par un trou l'un après l'autre, & ſouvent de voir un objet qui n'eſt pas dans le même jour, ni dans la même poſition. Ceux qui ne ſavent pas deſſiner, peuvent par cette invention, prendre la figure exacte d'un objet qu'ils veulent avoir; car ils n'ont qu'à attacher un papier ſur l'écran, & tracer ſur ce papier la figure qui y eſt repréſentée, en ſe ſervant d'une plume ou d'un pinceau.

Il eſt bon de faire remarquer à ceux qui veulent prendre beaucoup de figures par ce moyen, qu'ils doivent avoir un châſſis où l'on puiſſe attacher une feuille de papier, & l'en retirer aiſément; car ſi le papier eſt ſimple, on verra l'image de l'objet preſqu'auſſi clairement derriere que devant; & en la copiant derriere l'écran, l'ombre de la main n'interceptera pas la lumiere, comme il arive en partie lorſqu'on la copie pardevant.

Le *microſcope ſolaire* eſt encore une invention qui eſt due au génie du docteur Lieberkuhn pruſſien, membre de la ſociété royale, à laquelle il a communiqué en 1748 ou environ, les deux beaux *microſcopes* qu'il avoit inventés & travaillés lui-même, je veux dire le *microſcope ſolaire* & le *microſcope* pour les objets opaques; enſuite M.r Cuff & Adam, anglois, ont perfectioné ces ouvrages. Le *microſcope ſolaire* du D. Lieberkuhn n'avoit point de miroir, & par conſéquent ne pouvoit ſervir que pendant quelques heures du jour lorſqu'on pouvoit placer le tube directement contre le ſoleil; mais l'application du miroir fournit le moyen de faire réfléchir les rayons du ſoleil dans le tube, quelque ſoit ſa hauteur ou ſa ſituation, pourvu qu'il donne ſur la fenêtre. *Phil. tranſ.* n.°. 458, *ſect.* 9 de Eaker, *microſcop. object.* (*D. J.*)

§. Microscope solaire. (*Optique.*) On a vu dans le *Dict. raiſ. des Sciences*, &c. que le *microſcope ſolaire* eſt compoſé du miroir *A*, *Fig.* 79, *Pl. d'Optiq.* qui reçoit les rayons du ſoleil, & qui les envoie parallélement à l'horizon ſur une grande lentille *B* qui les raſſemble ſur un objet tranſparent enfermé dans le tube *C*, pour le pénétrer d'une plus vive lumiere; & que ces rayons, après avoir pénétré cet objet, tombent ſur une ſeconde lentille qui les raſſemble en un foyer, d'où ils vont en divergeant peindre en grand ſur un plan blanc, tel qu'un écran, l'image de l'objet qu'ils ont pénétrée. *Voyez Fig.* 80. Les rayons, au ſortir de la lentille *G H*, vont éclairer & pénétrer l'objet *a b*; &, après l'avoir pénétré, ils tombent ſur la petite lentille *m r* qui les réunit au foyer *q*, d'où ils s'échapent, en divergeant du tube *L M*, pour aller peindre l'objet en grand *O P* ſur un plan quelconque, propre à en recevoir l'image. Cette image eſt encore plus belle, lorſqu'on la reçoit ſur une ſurface concave.

Mais ce *microſcope* a cela d'incommode, que l'image de l'objet ne ſe peint point très-diſtinctement; & par conſéquent on ne peut point faire des obſervations fort exactes à l'aide de ce *microſcope*. Le célebre Euler a entrepris de remédier à ce défaut. Pour cela il a ſubſtitué un miroir de métal plan au miroir de verre dont on faiſoit uſage auparavant; parce qu'un miroir de verre, réfléchiſſant les rayons par ſes deux ſurfaces, fait que les bords du ſpectre ne ſont jamais bien terminés; au lieu que le miroir de métal, n'ayant qu'une ſurface réfléchiſſante, termine plus exactement les bords des images.

Digitized by Google

À l'aide de ce *microſcope*, les objets paroiſſent extrêmement augmentés ſur le plan blanc qui en reçoit l'image; car la grandeur de cette image eſt à celle de ſon objet, comme la diſtance du plan à la lentille eſt à la diſtance de l'objet à la lentille.

Suppoſons donc que le foyer de la lentille ſoit d'un pouce, & que la lumiere qui pénetre l'objet éloigné d'un pouce de la lentille ſoit compoſée de rayons paralleles; le foyer où ſes rayons ſe raſſembleront ſera à un pouce de diſtance au delà de la lentille; ſi le plan qui reçoit l'image eſt à 12 pouces de la lentille, la grandeur linéaire de l'image ſera à celle de l'objet, comme 12 : 1; & les grandeurs de leurs ſurfaces ſeront entr'elles dans le raport de 144 : à 1.

Si le foyer de la lentille étoit d'une ligne, & que le plan fût éloigné de 12 pouces, la grandeur linéaire de l'image ſeroit à celle de l'objet, comme 144 × 144 : 1, ou :: 20736 : 1. Si ce même plan étoit à 6 pieds de diſtance de la lentille, ce raport deviendroit = 144 × 144 × 36 : 1, ou 746496 : 1; ces nombres deviendront très-grands, ſi on conſidere les ſolidités des objets. *Cours de Phyſique expérimentale*, &c. par Muſſchenbroëck; *The complete Dictionary of Arts and Sciences*, *tom. II.* (*A. A.*)

MICROSCOPIQUE. OBJET, (*Opriq.*) Les *objets microſcopiques* ſont ceux qui ſont propres à être examinés par les microſcopes; tels ſont tous les corps, tous les pores, ou tous les mouvemens extrêmement petits.

Les corps extrêmement petits ſont, ou les parties des plus grands corps, ou des corps entiers fort déliés; comme les petites ſemences, les inſectes, les fâbles, les ſels, *&c.*

Les pores extrêmement petits ſont les interſtices entre les parties ſolides des corps; comme dans les os, dans les minéraux, dans les écailles, *&c.* ou comme les ouvertures des petits vaiſſeaux; tels que les vaiſſeaux qui reçoivent l'air dans les végétaux, les pores de la peau, des os, *&c.* des animaux.

Les mouvemens extrêmement petits ſont ceux des différentes parties ou membres des petits animaux, ou ceux des fluides renfermés dans les corps des animaux ou des végétaux.

Sous l'un ou l'autre de ces trois chefs, tout ce qui nous environe peut nous fournir un ſujet d'examen, d'amuſement & d'inſtruction; cependant pluſieurs perſones ſavent ſi peu combien l'uſage des microſcopes eſt étendu, & ſont tellement embaraſſés à trouver des objets à examiner, qu'après en avoir conſidéré quelques-uns des plus communs, ſoit ſeuls, ſoit avec des amis, ils abandonent leurs microſcopes, comme n'étant pas d'un grand uſage. Nous tâcherons de les détromper par quantité de faits que nous mettrons, dans l'occaſion, ſous les ieux du lecteur; & peut-être que par ce moyen nous engagerons des curieux à employer agréablement & utilement leurs heures de loiſir dans la contemplation des merveilles de la nature, au lieu de les paſſer dans une oiſiveté pleine d'ennui, ou dans la pourſuite de quelque paſſion ruineuſe; mais, avant que de diſcuter l'examen des *objets microſcopiques*, il faut parler de l'inſtrument qui les groſſit à nos ieux.

On fait que les microſcopes ſont de deux ſortes, les uns ſimples, les autres doubles: le microſcope ſimple n'a qu'une lentille; le double en a au moins deux combinées enſemble. Chacune de ces eſpeces a ſon utilité particuliere; car un verre ſimple fait voir l'objet de plus près & plus diſtinct; & la combinaiſon des verres préſente un plus grand champ, ou, pour le dire en d'autres termes, elle découvre tout-à-coup une plus grande partie de l'objet qu'elle groſſit également. Il eſt difficile de décider lequel des deux microſcopes on doit préférer, parce qu'ils donnent chacun une différente ſorte de plaiſir. On peut alléguer de grandes autorités en faveur de l'un & de l'autre? Leuwenhoeck ne s'eſt jamais ſervi que du microſcope ſimple, & M. de Hook a fait toutes ſes obſervations avec le microſcope double. Les fameux microſcopes du premier conſiſtoient dans une ſimple lentille placée entre deux plaques d'argent, qui étoient percées d'un petit trou, & il y avoit au devant une épingle mobile pour y mettre l'objet, & l'appliquer à l'œil du ſpectateur. C'eſt avec ces microſcopes ſimples qu'il a fait ces découvertes merveilleuſes qui ont ſurpris l'univers.

Aujourd'hui le microſcope de poche de M. Wilſon, paſſe pour le meilleur; & le microſcope double de réflexion de plus eſtimé, eſt un diminutif perfectioné du grand microſcope double de MM. Culpéper, Scarlet & Marshal. Nous avons donné la deſcription relative à nos figures, de ces machines. Mais il importe beaucoup, avant que de paſſer à la méthode d'examen des *objets microſcopiques*, de connoître la force des lentilles d'un microſcope, & de découvrir la grandeur réelle des objets qu'on y préſente.

De la ſurface des verres d'un microſcope ſimple. La vue eſt incapable de diſtinguer un objet qu'on approche trop des ieux; mais ſi on le conſidere au travers d'une lentille convexe, quelque près que ſoit le foyer de cette lentille, on y verra l'objet très-diſtinctement, & le foyer de la lentille ſera d'autant plus proche qu'elle ſera plus petite; de ſorte que la force de cette lentille, pour groſſir un objet, en ſera plus grande dans la même proportion.

On voit, par ces principes, pourquoi la premiere & plus forte lentille eſt ſi petite, & l'on peut aiſément calculer la force de chaque lentille convexe du microſcope ſimple; car la force de la lentille, pour groſſir, eſt en même proportion que l'eſt ſon foyer par raport à la vue ſimple. Si le foyer d'une lentille convexe eſt, par exemple, d'un pouce, & que la vue ſimple ſoit claire à huit pouces, comme le ſont les vues ordinaires, on poura voir par cette lentille un objet qui ſe-

Digitized by Google

ra à un pouce de distance de l'œil, & le diametre de cet objet paroîtra huit fois plus grand qu'à la vue simple. Mais comme l'objet est grossi également, tant en longueur qu'en largeur, il nous faut carrer ce diametre pour savoir combien il est agrandi, & nous trouverons que ce verre grossit la surface de l'objet soixante-quatre fois.

De plus, supposons une lentille convexe dont le foyer est éloigné du centre de la lentille de la dixieme partie d'un pouce: il y a dans huit pouces quatre-vingts dixiemes d'un pouce; par conséquent l'objet paroîtra à travers cette lentille, quatre-vingts fois plus près qu'à la vue simple; on le verra par conséquent quatre-vingts fois plus long, & quatre-vingts fois plus large qu'il ne paroît aux vues ordinaires; & comme quatre-vingts multiplié par quatre-vingts, produit six mille & quatre cents, l'objet paroîtra réellement aussi grand.

Faisons encore un pas. Si une lentille convexe est si petite que son foyer n'en soit éloigné que de la vingtieme partie d'un pouce, nous trouverons que huit pouces, distance commune de la vue simple, contient cent soixante de ces vingtiemes, & que par conséquent la longueur & la largeur d'un objet que l'on voit à travers cette lentille, seront l'une & l'autre grossies cent soixante fois; ce qui étant multiplié par cent soixante, donne le carré qui monte à vingt-cinq mille six cents. Il résulte que cette lentille fera paroître l'objet vingt-cinq mille six cents fois aussi grand en surface, qu'il paroît à la vue simple à la distance de huit pouces.

Pour savoir donc quelle est la force d'une lentille dans le microscope simple, il ne faut que l'approcher de son vrai foyer; ce qui se connoît aisément, parce que la lentille est à cette distance lorsque l'objet paroît parfaitement distinct & bien terminé. Alors avec un petit compas on aura soin de mesurer exactement la distance entre le centre du verre & l'objet qu'on examine; & appliquant le compas sur une échele où le pouce est divisé en dixiemes & centiemes par des transversales, on trouvera aisément combien cette distance contient de parties d'un pouce: ce point étant connu, vous chercherez combien de fois ces parties sont contenues dans huit pouces, qui sont la distance ordinaire de la vue simple, & vous saurez combien de fois le diametre est grossi: carrez ce diametre, & vous aurez la surface; & si vous voulez connoître l'épaisseur ou la solidité de votre objet, vous multiplierez la surface par le diametre, pour en avoir le cube ou la masse. La table suivante vous donnera le calcul tout fait.

Table de la force des verres convexes, dont on fait usage dans les microscopes *simples, selon la distance de leurs foyers, calculée sur une échele d'un pouce divisé en cent parties, où l'on voit combien de fois le diametre, la surface & le cube sont grossis au travers de ces verres, par raport aux lieux dont la vue simple est de huit pouces, ou de huit cents centiemes d'un pouce.*

Le foyer d'un verre étant		grossit le diametre.	grossit la surface.	grossit le cube d'un objet.
$\frac{1}{5}$ ou	50	16	250	4,096
$\frac{1}{4}$ ou	40	20	400	8,000
$\frac{1}{3}$ ou	30	26	676	17,576
$\frac{1}{2}$ ou	20	40	1,600	64,000
	15	53	2,809	148,877
	14	57	2,249	1,850,193
	13	61	3,721	226,981
	12	66	4,356	287,496
	11	72	5,184	373,248
$\frac{1}{10}$ ou	10	80	6,400	512,000
	9	88	7,744	681,472
	8	100	10,000	1,000,000
	7	114	12,996	1,481,544
	6	133	270,689	2,352,637
$\frac{1}{20}$ ou	5	160	25,600	4,096,000
	4	200	40,000	8,000,000
	3	266	70,756	18,821,096
$\frac{1}{10}$ ou	2	400	160,000	64,000,000
	1	800	640,000	512,000,000

Centiemes d'un pouce

fois.

La plus forte lentille du cabinet des microscopes de M. Leuwenhoeck, présentée à la société royale, a son foyer à la distance de la vingtieme partie d'un pouce; par conséquent elle grossit le diametre d'un objet cent soixante fois, & la surface vingt-cinq mille six cents fois. Mais la plus forte lentille du microscope simple de M. Wilson, tel qu'on le fait aujourd'hui, a ordinairement son foyer à la distance seulement d'environ la cinquantieme partie d'un pouce; par conséquent elle grossit le diametre d'un objet quatre cents fois, & la surface cent soixante mille fois.

Comme cette table a été calculée en nombres ronds, elle est si facile, que quiconque sait diviser & multiplier un petit nombre de figures, pourra la comprendre aisément.

Cette même table peut servir à calculer la force des verres du microscope double, d'autant qu'ils ne grossissent guere plus que ceux du microscope simple de M. Wilson; le principal avantage que l'on tire de la combinaison des verres, est de voir un plus grand champ, ou une plus grande partie de l'objet grossi au même degré.

De la grandeur réelle des objets vus par les mi-

Digitized by Google

roſcopes. Ce n'eſt pas aſſez de connoître la force des lentilles des microſcopes, il faut encore trouver quelle eſt la grandeur réelle des objets que l'on examine lorſqu'ils ſont exceſſivement petits; car quoique nous fachions qu'ils ſont groſſis tant de mille fois, nous ne pouvons parvenir par cette connoiſſance qu'à un calcul imparfait de leur véritable grandeur; pour en conclure quelque choſe de certain, nous avons beſoin de quelque objet plus grand, dont les dimenſions nous ſoient réellement connues: en effet, la grandeur n'étant elle-même qu'une comparaiſon, l'unique voie que nous ayons, pour juger de la grandeur d'une choſe, eſt de la comparer avec une autre, & de trouver combien de fois le moindre corps eſt contenu dans le plus grand. Pour faire cette comparaiſon dans les *objets microſcopiques*, les ſavans d'Angleterre ont imaginé pluſieurs méthodes ingénieuſes. Il eſt bon d'en mettre quelques-unes de faciles & de praticables ſous les yeux du lecteur.

La méthode de M. Leuwenhoeck de calculer la grandeur des ſels dans les fluides, des petits animaux *in ſemine maſculino*, dans l'eau de poivre, *&c.* étoit de les comparer avec la groſſeur d'un grain de ſable, & il faiſoit ces calculs de la maniere ſuivante.

Il obſervoit avec ſon microſcope un grain de ſable de mer, tel que cent de ces grains placés bout à bout, forment la longueur d'un pouce; enſuite, obſervant un petit animal qui en étoit proche, & le meſurant attentivement des yeux, il concluoit que le diametre de ce petit animal étoit, par exemple, moindre que la douzieme partie du diametre du grain de ſable; que par conſéquent, ſelon les regles communes, la ſurface du grain de ſable étoit 144 fois, & toute la ſolidité 1728 fois plus grande que celle de ce petit animal. Il faiſoit le même calcul proportionel, ſuivant la petiteſſe des animaux qu'il expoſoit au microſcope.

Voici la méthode dont ſe ſervoit M. Hook pour connoître combien un objet eſt groſſi par le microſcope. „ Ayant, dit-il, rectifié le microſcope pour voir très diſtinctement l'objet requis, „ dans le même moment que je regarde cet objet „ à travers le verre d'un œil, je regarde avec „ l'autre œil nu d'autres objets à la même diſtance; par-là je ſuis en état, au moyen d'une „ regle diviſée en pouces & en petites parties, & „ placée au pied du microſcope, de voir combien „ l'apparence de l'objet contient de parties de „ cette regle, & de meſurer exactement le diametre de cette apparence, lequel étant comparé avec le diametre qu'il paroît avoir à la „ vue ſimple, me donne aiſément la quantité de „ ſon agrandiſſement „.

L'ingénieux docteur Jurin nous donne une autre méthode fort curieuſe pour parvenir au même but, dans ſes *diſſertations phyſico-mathématiques*: la voici. Faites pluſieurs tours avec un fil d'argent très-ſubtil ſur une aiguille, ou ſur quelque autre corps ſemblable, en ſorte que les révolutions du fil ſe touchent exactement, & ne laiſſent aucun vide; pour en être certain, vous l'examinerez avec un microſcope très-attentivement. Meſurez enſuite avec un compas très-exactement l'intervalle entre les deux révolutions extrêmes du fil d'argent, pour ſavoir quelle eſt la longueur de l'aiguille qui eſt couverte par ce fil; & appliquant cette ouverture de compas à une échele de pouces diviſée en 10es & en 100es par des tranſverſales, vous ſaurez combien elle contient de parties d'un pouce: vous compterez enſuite le nombre des tours du fil d'argent compris dans cette longueur, & vous connoîtrez aiſément par la diviſion, l'épaiſſeur réelle du fil en pluſieurs petis morceaux; ſi l'objet que vous voulez examiner eſt opaque, vous jéterez au deſſus de l'objet quelques-uns de ces petits brins, & s'il eſt tranſparent, vous les placerez au deſſous, enſuite vous comparerez à l'œil les parties de l'objet avec l'épaiſſeur connue de ces brins de fil.

Par cette méthode le docteur Jurin obſerva que quatre globules du ſang humain couvroient ordinairement la largeur d'un brin, qu'il avoit trouvé $\frac{1}{115}$ d'un pouce, & que par conſéquent le diametre de chaque globule étoit $\frac{1}{575}$ partie d'un pouce. Ce qui a été auſſi confirmé par les obſervations de Leuwenhoeck ſur le ſang humain, qu'il fit avec un morceau du même fil que lui envoya le docteur Jurin. *Voyez les Tranſ. philoſoph. n°.377.*

Je paſſe ſous ſilence d'autres méthodes plus compoſées, mais je ne dois pas oublier de remarquer que l'aire viſible, le champ de la vue, ou la portion d'un objet vu par le microſcope, eſt en proportion du diametre, & de l'aire de la lentille dont on fait uſage, & de ſa force; car ſi la lentille eſt extrêmement petite, elle groſſit conſidérablement, & par conſéquent on ne peut diſtinguer par ſon moyen qu'une très-petite portion de l'objet; ainſi, l'on doit uſer de la plus forte lentille pour les plus petits objets, & toujours proportionélement. Sans donner ici des regles embaraſſantes ſur le champ des objets vus par chaque lentille, c'eſt aſſez de dire que cette aire differe peu de la grandeur de la lentille dont on ſe ſert, & que ſi le total d'un objet eſt beaucoup au deſſus de ce volume, on ne peut pas le bien voir à travers cette lentille.

Après avoir combiné la force des microſcopes, & donné les méthodes de connoître la grandeur réelle des *objets microſcopiques*, il nous reſte à décrire la maniere de les examiner, de les préparer, & de les appliquer au microſcope.

De l'examen des objets microſcopiques. Quelque objet qu'on ait à examiner, il en faut conſidérer attentivement la grandeur, le riſſu & la nature, pour pouvoir y appliquer les verres convenables, & d'une maniere à les connoître parfaitement. Le premier pas à faire doit être conſtamment d'examiner cet objet à travers d'une lentille qui le repréſente tout entier; car en obſervant de

Digitized by Google

quelle maniere les parties ſont placées les unes à l'égard des autres, on verra qu'il ſera plus aiſé d'examiner enſuite chacune en particulier, & d'en juger ſéparément ſi l'on en a occaſion. Lorſqu'on ſe ſera formé une idée claire du tout, on pourra le diviſer autant que l'on voudra; & plus les parties de cette diviſion ſeront petites, plus la lentille doit être forte pour les bien voir.

On doit avoir beaucoup d'égard à la tranſparence ou à l'opacité d'un objet, & de là dépend le choix des verres dont on doit ſe ſervir; car un objet tranſparent peut ſupporter une lentille beaucoup plus forte qu'un objet opaque, puiſque la proximité du verre qui groſſit beaucoup, doit néceſſairement obſcurcir un objet opaque & empêcher qu'on ne le voie, à moins qu'on ne ſe ſerve du microſcope pour les objets opaques. Pluſieurs objets cependant deviennent tranſparens, lorſqu'on les diviſe en parties extrêmement minces ou petites.

Il faut auſſi faire attention à la nature de l'objet, s'il eſt vivant ou non, ſolide ou fluide; ſi c'eſt un animal, ou végétal, une ſubſtance minérale, & prendre garde à toutes les circonſtances qui en dépendent, pour l'appliquer de la maniere qui convient le mieux. Si c'eſt un animal vivant, il faut prendre garde de ne le ſerrer, heurter, ou décompoſer que le moins qu'il ſera poſſible, afin de mieux découvrir ſa véritable figure, ſituation & caractere. Si c'eſt un fluide & qu'il ſoit trop épais, il faut le détremper avec l'eau; s'il eſt trop coulant, il faut en faire évaporer quelques parties aqueuſes. Il y a des ſubſtances qui ſont plus propres aux obſervations lorſqu'elles ſont ſeches, & d'autres au contraire lorſqu'elles ſont mouillées; quelques-unes lorſqu'elles ſont fraîches, & d'autres lorſqu'on les a gardées quelque temps.

Il faut enſuite avoir grand ſoin de ſe procurer la lumiere néceſſaire, car de là dépend la vérité de tous nos examens; un peu d'expérience fera voir combien les objets paroiſſent différens dans une poſition & dans un genre de lumiere, de ce qu'ils ſont dans une autre poſition, de ſorte qu'il eſt à propos de les tourner de tous les côtés, & de les faire paſſer par tous les degrés de lumiere, juſqu'à ce que l'on ſoit aſſuré de leur vraie figure; car, comme dit M. Hook, il eſt très-difficile, dans un grand nombre d'objets, de diſtinguer une élévation d'un enfoncement, une ombre d'une tache noire, & la couleur blanche d'avec la ſimple réflexion. L'œil d'une mouche, par exemple, dans une eſpece de lumiere, paroît comme un treillis percé d'un grand nombre de trous, avec les rayons du ſoleil, il paroît comme une ſurface couverte de clous dorés; dans une certaine poſition, il paroît comme une ſurface couverte de pyramides; dans une autre, il eſt couvert de cônes, & dans d'autres ſituations, il paroît couvert de figures toutes différentes.

Le degré de lumiere doit être proportioné à l'objet; s'il eſt noir, on le verra mieux dans une lumiere forte; mais, s'il eſt tranſparent, la lumiere doit être à proportion plus foible: c'eſt pour cela qu'il y a une machine dans le *microſcope* ſimple & dans le microſcope double, pour écarter la trop grande quantité de rayons, lorſqu'on examine ces ſortes d'objets tranſparens avec les plus fortes lentilles.

La lumiere d'une chandele, pour la plupart des objets, & ſur-tout pour ceux qui ſont extrêmement petits & tranſparens, eſt préférable à celle du jour, & pour les autres, celle du jour vaut mieux; j'entends la lumiere d'un jour ſerein. Pour ce qui eſt des rayons du ſoleil, ils ſont réfléchis par l'objet avec tant d'éclat, & ils donnent des couleurs ſi extraordinaires, qu'on ne peut rien déterminer avec certitude par leur moyen; par conſéquent cette lumiere doit être regardée comme la plus mauvaiſe.

Ce que je dis des rayons du ſoleil, ne doit pas s'étendre néanmoins au *microſcope* ſolaire; au contraire, on ne peut s'en ſervir avec avantage ſans la lumiere du ſoleil la plus brillante; en effet, par ce microſcope, on ne voit pas l'objet en lui-même dans l'endroit où il eſt frapé des rayons du ſoleil: on voit ſeulement ſon image ou ſon ombre repréſentée ſur un écran, & par conſéquent il ne peut réſulter aucune confuſion de la réflexion brillante des rayons du ſoleil, qui ne viennent pas de l'objet à l'œil comme dans les autres *microſcopes*. Mais auſſi, dans le microſcope ſolaire, nous devons nous borner à connoître la vraie figure & grandeur d'un objet, ſans nous atendre à en découvrir les couleurs, parce qu'il n'eſt pas poſſible qu'une ombre porte les couleurs du corps qu'elle repréſente.

De la préparation & application des objets microſcopiques. Il y a pluſieurs objets qui demandent beaucoup de précautions pour les bien placer devant les lentilles. S'ils ſont plats & tranſparens, en ſorte qu'en les preſſant, on ne puiſſe pas les endomager, la meilleure méthode eſt de les renfermer dans les gliſſoirs entre deux pieces de talc. Par ce moyen, les ailes des papillons, les écailles des poiſſons, la pouſſiere des fleurs, *&c.* les différentes parties, & même les corps entiers des petits inſectes & mille autres choſes ſemblables peuvent ſe conſerver. Il faut donc avoir un certain nombre de ces gliſſoirs toujours prêts pour cet uſage.

Lorſqu'on fait une collection d'*objets microſcopiques*, on ne doit pas remplir au hazard les gliſſoirs, mais on doit avoir ſoin d'aſſortir les objets, ſelon leur grandeur & leur tranſparence; de maniere qu'on ne doit mettre dans le même gliſſoir, que ceux qu'on peut obſerver avec la même lentille, & alors on marquera ſur le gliſſoir le nombre qui déſigne la lentille convenable aux objets qu'il renferme. Les nombres marqués ſur les gliſſoirs, prévienent l'embaras où l'on peut être pour ſavoir quelle eſt la lentille qu'on doit leur appliquer.

Digitized by Google

En plaçant vos objets dans les gliſſoirs, il eſt bon d'avoir un verre convexe d'environ un pouce de foyer, & de le tenir à la main pour les ajuſter proprement entre les talcs, avant que de les enfermer avec les anneaux de cuivre.

Les petits objets vivans, comme les poux, puces, couſins, petites punaiſes, petites araignées, mites, *&c.* pouront être placées entre les talcs, ſans qu'on les tue ou qu'on les bleſſe, ſi l'on prend ſoin de ne pas preſſer les anneaux de cuivre qui arrêtent les talcs, &, par ce moyen, ils reſteront vivans des ſemaines entieres; mais, s'ils ſont trop grôs pour être placés de cette maniere, il faudra les placer dans un gliſſoir avec des verres concaves deſtinés à cet uſage, ou bien on les percera d'une pointe pour les obſerver, ou bien encore on les tiendra avec des pincetes.

Si vous avez des fluides à examiner pour y découvrir les petits animaux qu'ils peuvent contenir; prenez avec une plume ou avec un pinceau une petite goute du fluide, & faites-la couler ſur un morceau de talc ou ſur un des petits verres concaves, & appliquez-la de cette façon à la lentille. Mais, au cas qu'en faiſant votre obſervation, vous trouviez, comme il arive ſouvent, que ces petits animaux nageant enſemble, ſoient en nombre ſi prodigieux, que roulant continuellement les uns ſur les autres, on ne puiſſe pas bien connoître leur figure & leur eſpece, il faut enlever du verre une partie de la goute, & y ſubſtituer un peu d'eau claire, qui les ſera paroître ſéparés & bien diſtincts. C'eſt tout le contraire, lorſqu'on veut examiner un fluide pour y découvrir les ſels qu'il contient, car il faut alors le faire évaporer, afin que ces ſels qui reſtent ſur le verre puiſſent être obſervés avec plus de facilité.

Pour diſſéquer les petits inſectes, comme les puces, poux, couſins, mites, *&c.* il faut avoir beaucoup de patience & de dextérité; cependant on peut le faire par le moyen d'une fine lancete & d'une aiguille, ſi l'on met ces animaux dans une goute d'eau; car alors on poura ſéparer aiſément leurs parties & les placer devant le microſcope, pour obſerver leur eſtomac & leurs entrailles.

Les corps opaques, tels que les ſemences, les fâbles, les bois, *&c.* demandent d'autres précautions: voici le meilleur moyen de les conſidérer. Coupez des cartes en petits morceaux d'environ un demi-pouce de longueur, & de la dixieme partie d'un pouce de largeur; mouillez-les dans la moitié de leur longueur avec de l'eau gommée bien forte, mais bien tranſparente, & avec cette eau vous y atacherez votre objet. Comme les figures des cartes ſont rouges & noires, ſi vous coupez vos morceaux de cartes ſur ces figures, vous aurez, pour vos objets, un contraſte de preſque toutes les couleurs; & fixant les objets noirs ſur le blanc, les blancs ſur le noir, les bleus ou verts ſur le rouge ou le blanc, & les autres objets colorés ſur les morceaux qui leur ſont le plus oppoſés en couleurs, vous les obſerverez avec plus d'avantage. Ces morceaux ſont principalement deſtinés au *microſcope* nouvellement inventé pour les objets opaques, & on doit les appliquer entre les pincetes; mais ils ſont auſſi utiles aux autres *microſcopes* qui peuvent découvrir les objets opaques.

Il faut avoir une petite boîte carrée deſtinée à conſerver ces morceaux de cartes, avec un nombre de petits trous fort peu profonds, & l'on collera un papier ſur le côté de chaque carte pour ſervir de fond.

Précautions dans l'examen des objets microſcopiques. En examinant les objets dans tous les degrés de lumiere, il ne faut rien aſſurer qu'après des expériences réitérées & des obſervations exactes. Ne formez donc aucun jugement ſur les objets qui ſont étendus avec trop de force, ou reſſerrés par la ſéchereſſe, ou qui ſont hors de leur état naturel en quelque maniere que ce ſoit, ſans y avoir les égards convenables.

Il eſt fort douteux ſi l'on peut juger des vraies couleurs des objets que l'on voit par la plus forte lentille; car, comme les pores ou interſtices d'un objet ſont agrandis à proportion de la force du verre dont on ſe ſert, & que les particules qui en compoſent la matiere doivent, par le même principe, paroître ſéparées pluſieurs mille fois plus qu'à la vue ſimple, la réflexion des rayons de lumiere qui vienent à nos ieux, doit être fort différente & produire différentes couleurs; & ceſſant la variété des couleurs de certains objets qu'on y conſerve, juſtifie cette remarque.

On ne doit pas non plus déterminer, ſans beaucoup de réflexion, tous les mouvemens des créatures vivantes ou des fluides qui les renferment, lorſqu'on les voit par le *microſcope*; car, comme le corps qui ſe meut, & l'eſpace où il ſe meut eſt agrandi, le mouvement le doit être auſſi, & par conſéquent on doit juger ſur ces principes, de la rapidité avec laquelle le ſang paroît couler dans les vaiſſeaux des petits animaux. Suppoſons, par exemple, qu'un cheval & un rat faſſent mouvoir leurs membres exactement dans le même moment de temps; ſi le cheval fait un mille, pendant que le rat parcourt cinquante perches (quoique le nombre des pas ſoit le même de part & d'autre), on conviendra aiſément, ce me ſemble, que le mouvement du cheval eſt plus rapide. Le mouvement d'une mire vu par le *microſcope*, ou aperçu à la vue ſimple, n'eſt pas peut-être moins différent. (*Le Chevalier de Jaucourt.*

MICROSCOPE, (*Aſtron.*); conſtellation méridionale, placée par l'abbé de la Caille, au deſſous du capricorne. La principale étoile eſt de 5e grandeur, elle avoit en 1750, 308° 34′ 25″ d'aſcenſion droite, 34° 41′ 4″ de déclinaiſon. (*D. L.*)

MIDI, ſ. m. (*Aſtr.*); c'eſt le moment où le ſoleil eſt au méridien.

Le moment de *midi* diviſe à peu près le jour

Digitized by Google

en deux parties égales; nous disons à peu près, parce que cela n'eſt vrai exactement que dans le temps où le ſoleil eſt aux ſolſtices, & où le moment du midi eſt le même que celui du ſolſtice. *Voyez* HAUTEURS CORRESPONDANTES.

On appele *midi vrai* le temps où le ſoleil eſt réellement au méridien, & *midi moyen*, le temps où il ſeroit *midi* eu égard ſeulement au mouvement moyen du ſoleil combiné avec le mouvement diurne de la terre: ou, pour parler plus clairement, le temps où il ſeroit *midi* ſi le ſoleil avoit un mouvement uniforme. *Voyez* EQUATION DU TEMPS. Il y a toujours la même diſtance du *midi moyen* d'un jour quelconque au *midi moyen* du jour ſuivant; mais la diſtance du *midi vrai* d'un jour au *midi vrai* du ſuivant, varie continuelement. C'eſt par le moyen des hauteurs correſpondantes que les aſtronomes déterminent le moment du *midi* pour régler les pendules, & trouver le temps vrai de toutes les autres obſervations.

Midi ſe dit auſſi de la région du ciel vers laquelle ſe trouve le ſoleil au milieu du jour dans nos régions ſeptentrionales; il eſt oppoſé au nord ou au ſeptentrion. On trouve le côté du *midi* par les méthodes qui ſervent à tracer une méridiene, ou par la bouſſole, quand on connoît ſa déclinaiſon dans le lieu de l'obſervation. (*D. L.*)

MILIEU *à prendre entre les obſervations*. (*Arith.*) Ce ſujet me paroît être devenu un de ceux qui ſont le plus d'un reſſort d'un ouvrage tel que celui-ci. Le *Dictionnaire raiſoné des Sciences*, &c. ſemble promettre au *mot* ARITHMÉTIQUE de le traiter au *mot* MOYEN, mais on n'y trouve pas ſon atente remplie; je tâcherai de ſuppléer du moins en partie à cette omiſſion.

Quand on a fait pluſieurs obſervations d'un même phénomene, & que les réſultats ne ſont pas tout-à-fait d'acord entr'eux, on eſt ſûr que ces obſervations ſont toutes, ou au moins en partie peu exactes, de quelque ſource que l'erreur puiſſe provenir; on a coutume alors de prendre le *milieu* entre tous les réſultats, parce que de cette maniere les différentes erreurs ſe répartiſſant également dans toutes les obſervations, l'erreur qui peut ſe trouver dans le réſultat moyen devient auſſi moyene entre toutes les erreurs. Il n'eſt pas douteux que cette pratique ne ſoit très-utile pour diminuer l'incertitude qui naît de l'imperfection des inſtrumens & des erreurs inévitables des obſervations; mais il eſt aiſé de s'apercevoir qu'elle ne la diminue pas autant qu'on ſe déſireroit, & qu'elle eſt ſuſceptible à plus d'un égard d'être perfectionée, parce qu'en prenant ſimplement le *milieu* arithmétique, on ne tient pas compte du plus ou moins de probabilité de l'exactitude des obſervations, des différens degrés d'habileté des obſervateurs, *&c.* Différens grands géometres ont entrepris cette utile recherche, ils l'ont conſidérée ſous différens points de vue, & l'ont traitée plus ou moins en détail; il eſt fort à ſouhaiter que les aſtronomes, les phyſiciens & généralement tous les obſervateurs, profitent des réſultats de ces recherches dans la diſcuſſion de leurs obſervations.

Le pere Boſcovich a été conduit à méditer ſur cette matiere, lorſqu'il a cherché à tirer l'ellipticité moyene de la terre de tous les degrés connus, en ſe propoſant la ſolution du problême ſuivant: *Etant donné un certain nombre de degrés, trouver la correction qu'il faut faire à chacun d'eux, en obſervant ces trois conditions; la premiere, que leurs différences ſoient proportionelles aux différences des ſinus verſes d'une latitude double; la ſeconde, que la ſomme de corrections, poſitives ſoit égale à la ſomme des négatives; la troiſieme, que la ſomme de toutes les corrections tant poſitives que négatives, ſoit la moindre poſſible pour le cas où les deux premieres conditions ſoient remplies*. Il a expoſé le réſultat de cette ſolution dans le *Tome IV* des *Mémoires de l'Inſtitut de Bologne*; il l'a dévelopée dans ſes *Supplémens de la Philoſophie*, en vers latins, compoſée par M. Benoît Stay, *tome II*, *p.* 420; & le traducteur de ſon *Voyage aſtronomique & géographique*, en a fait le ſujet d'une note très-intéreſſante qui ſe trouve à la fin de ſa traduction, & dans laquelle on voit cette ſolution appliquée à une table de degrés meſurés, plus étendue que celle dont le pere Boſcovich avoit fait uſage dans les ſupplémens cités. Je crois pouvoir renvoyer à ces différentes ſources les lecteurs qui voudront prendre une idée de cette méthode.

Je ne m'arrêterai pas non plus à la théorie que M. Lambert a donnée *ſur le degré de certitude des obſervations & des expériences*, dans le premier volume de ſes *Mémoires de mathématique* allemands, & qu'il a éclaircie par pluſieurs exemples: cet ouvrage eſt connu. On trouvera un extrait du mémoire dont je parle, dans le *Journal littéraire* qui paroît à Berlin; & ſans doute qu'un géometre habile qui s'eſt chargé de donner dans ces ſupplémens la ſubſtance de différens écrits intéreſſans de M. Lambert, ne laiſſera pas échaper celui-ci.

Je me borneral ici au précis de deux mémoires qui ne ſont pas imprimés; & ſi on y joint la lecture de ce qu'on doit au P. Boſcovich & à M. Lambert ſur la même matiere, on pourra ſe ſatisfaire ſur toutes les queſtions principales auxquelles elle peut donner lieu: j'ignore ſi d'autres auteurs l'ont traitée.

Le premier mémoire dont je me propoſe de donner l'extrait, eſt un petit écrit latin de M. Daniel Bernoulli, qu'il me communiqua, en 1769, & qu'il gardoit depuis long-temps parmi ſes manuſcrits dans le deſſein ſans doute de l'étendre davantage. Il a pour titre: *Dijudicatio maximæ probabilis plurium obſervationum diſcrepantium, atque veriſimillima inductio inde formanda*.

M. Bernoulli ſuppoſe qu'on repréſente par des portions Aa, Ab, Ac, &c. d'une ligne droite

Digitized by Google

AB, *Fig.* 2, *Pl. I de Géométrie*, les résultats d'un certain nombre n d'observations, & il remarque que, dans cette supposition, la pratique ordinaire donneroit pour le *milieu*, entre ces observations, une ligne droite $AC = \frac{Aa + Ab + Ad + Oc.}{n}$; mais, dit-il, on ne tient pas compte de cette façon des différens degrés de probabilité des observations, & cependant il n'y a aucun doute que les petites erreurs n'aient lieu moins souvent que les grandes. En conséquence de cette remarque, il suppose que le nombre des observations qui tombent sur les points a, b, d, e, &c. soit proportionel aux perpendiculaires am, bn, do, ep, &c. & cette hypothese donne $AC = \frac{Aa.am + Ab.bn + Ad.do + Ae.ep}{am + bn + do + ep, \&c.}$, expression qui fait voir que le point C ne tombe plus au centre de gravité des points a, b, d, e, &c. mais dans celui des lignes am, bn, do, ep, &c.

On peut, par plusieurs considérations, adopter une demi-ellipse ou un demi-cercle pour la courbe $Mmno N$, qui passe par les points m, n, p, &c. & le rayon indiquera la plus grande erreur, ou un peu au delà, qu'un observateur puisse jamais commettre en faisant des observations telles que celles dont il sera question. Il est donc nécessaire que chaque observateur se juge soi-même impartialement & avec sagacité.

M. Bernoulli observe ensuite que la détermination analytique du centre du demi-cercle modérateur seroit d'une application très-difficile, parce qu'on parvient à une équation presqu'intraitable; c'est pourquoi il préfere la méthode d'approximation qu'on va voir.

Soit AB, *Fig.* 3, la ligne à laquelle on rapporte les observations; qu'on adopte sur cette ligne un point fixe A, & qu'on suppose que les observations tombent sur les points a, b, d, e, &c. de façon que $AO = \frac{Aa + Ab + Ad + Ae + Af}{n}$; en cherchant d'abord par la regle ordinaire le point O moyen entre les points observés a, b, d, e, &c. & en entendant par n le nombre des observations, qu'on décrive ensuite du centre O, & avec le rayon r, le demi-cercle $Mmnpq N$, & qu'on le prene pour le premier demi-cercle modérateur, en sorte que am, bn, do, ep, &c. perpendiculaires sur MN, expriment les différens degrés de probabilité des observations analogues. Qu'après cela on cherche le centre de gravité de toutes les lignes am, bn, do, ep, &c., il tombera assez près du point C, en faisant $AC = \frac{Aa.am + Ab.bn + Ad.do + Ae.ep + Of.}{am + bn + do + ep + Of.}$; mais si, de ce point C, & avec le rayon r, on décrit un second demi-cercle modérateur $M' m' n' p' N'$, & qu'on répete la même opération, on trouvera un autre point C peu distant du premier C, mais plus correct, & on pourra continuer de la même maniere jusqu'à ce que la différence soit à peine sensible.

Après cet exposé de sa méthode, M. Bernoulli observe que la ligne Aa étant arbitraire & restant invariable dans toute l'opération, on peut faire $Aa = o$, & supposer le commencement précisément à l'extrémité a, en sorte que $aC = \frac{ab.bn + ad.do + ae.ep + Oc.}{am + bn + do + ep + Oc.}$.

Passant ensuite à un exemple, il suppose qu'on ait fait trois observations qui tombent dans les points b, d, e, & il prend de 1000 parties le rayon auquel il veut comparer les distances.

En admettant de plus, dit-il, que la plus grande erreur soit de 160″, & qu'on ait trouvé bd, par exemple, de 120″ ou de 200″, il faudra faire $bd = 750$ ou $= 1250$ parties. Ainsi, la distance d'un point au centre du demi-cercle modérateur étant donnée, on trouvera, sans autre calcul, son appliquée, en cherchant dans les tables le sinus qui répond à cette distance regardée comme un co-sinus.

Soit donc $bd = 900$ parties & $be = 1200$ parties, on aura $bO = 700$ parties, & ce sera, suivant la regle ordinaire, la distance entre le point observé b & la vraie position. On aura de plus $Od = 200$ parties, & $Oe = 500$ parties; donc $bn = 866$ parties, & par conséquent $bC = \frac{900.980 + 1200.866}{714 - 980 + 866} = 750$ parties. Puis donc que bC surpasse bO, il s'ensuit que le point C doit être pris de l'autre côté, ou qu'il faut le placer entre O & d, d'où résulte $OC = -50$ parties pour la premiere correction dans l'hypothese adoptée. En passant maintenant à la seconde, c'est-à-dire, en cherchant le point C', nous prendrons pour centre le point C qu'on vient de trouver, & nous aurons à présent $bC = 750$ parties, & $bn = 661$; $Cd = 150$ & $dO = 989$; $Ce = 450$ & $ep = 893$; enfin $bC = \frac{900.989 + 1200.893}{661 + 989 + 893}$. Cette seconde correction différant encore assez sensiblement de la premiere, on en cherchera une troisieme en prenant C' pour le centre du demi-cercle, & le même procédé donne $bC = 780$, distance qui differe encore moins de 771 que 771 ne différoit de 750; la quatrieme correction donne 784; la cinquieme, 787, & on trouvera enfin la véritable exprimée par 792: au reste, en faisant ces opérations, on s'apercevra de plusieurs ressources au moyen desquelles on pourra les abréger.

Si on prenoit le demi-cercle modérateur trop grand, continue M. Bernoulli, on lui ôteroit une grande partie de son utilité: car, supposons son rayon de 1500 parties au lieu de 1000, toutes choses égales d'ailleurs, il faudra changer les 1500,

Digitized by Google

900 & 1200 parties qu'on avoit précédemment en 1000, 600 & 800 parties plus grandes de moitié. La seconde correction bC deviendra de près de 471 parties, & il faudra s'y tenir, parce qu'on n'en trouvera jamais une plus grande : or ces 481 parties ne valent que 721 parties, dans la supposition précédente. Ainsi, la comparaison de ces deux exemples fait voir combien il importe que chaque observateur sache apprécier sa dextérité.

Je viens d'indiquer la substance du mémoire de M. Daniel Bernoulli, je passe au second mémoire dont j'ai dit que je donnerois un extrait; il est de M. de la Grange, & a pour titre: *Mémoire sur l'utilité de la méthode de prendre le milieu entre le résultat de plusieurs observations, dans lequel on examine les avantages de cette méthode par le calcul des probabilités, & où l'on résout différens problèmes relatifs à cette matiere.* On verra que les dix problèmes qui en font l'objet comprennent tout ce qu'on peut atendre de l'analyse la plus délicate & la plus variée dans cette matiere.

Voici d'abord le premier problème que M. de la Grange se propose: on suppose que, dans chaque observation, on peut se tromper d'une unité, tant en plus qu'en moins; mais que le nombre des cas qui peuvent donner un résultat exact, est au nombre des cas qui peuvent donner une erreur d'une unité comme $a : 2b$; on demande quelle est la probabilité d'avoir un résultat exact, en prenant le milieu entre les résultats particuliers d'un nombre n d'observations.

La solution de ce problème donne $\frac{A}{(a+2b)^n}$ pour la probabilité cherchée, & M. de la Grange fait voir qu'on peut déterminer en plus d'une maniere le coëfficient A, qu'il trouve $= a^n + n(n-1)a^{n-2}b^2 + \frac{n(n-1)(n-3)}{2.2}a^{n-4}b^4 + \frac{n(n-1)(n-2)\ldots(n-5)}{2.3.2.3.}a^{n-6}b^6 + \&c.$ Il tire ensuite de sa solution différens corollaires, & il détermine, dans une premiere remarque, la loi que suivent les termes de la série $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{1.3}$, $\frac{4}{1.2.5}$, $\frac{8}{1.2.3.7}$, $\&c.$, lesquels représentent les probabilités qui répondent à $1, 2, 3, \&c.$ observations; cette loi se découvre par les expressions qui suivent, & dans lesquelles A^I, A^{II}, A^{III}, $\&c.$ désignent les valeurs de A^i qui répondent à $n = 1, 2, 3, \&c.$; on a

$A^I = a$

$A^{II} = \frac{3aA + 4b^2 - a^2}{2}$

$A^{III} = \frac{5aA + 2(4b^2 - a^2)A}{4}$

$A^{IV} = \frac{7^2 A + 3(4b^2 - a^2)A}{4}$, &c.

Quelques autres remarques pareillement importantes suivent la premiere, & conduisent M. de la Grange à chercher dans le problème suivant la probabilité qu'en prenant le *milieu* entre les résultats de n observations, l'erreur ne surpassera pas la fraction $\frac{m}{n}$, m étant $< n$.

M. de la Grange considere ici qu'en prenant le *milieu* entre le résultat de n observations, l'erreur peut être ou o, ou $\frac{+1}{n}$, ou $\frac{2}{n}$, ou $\frac{+3}{n}$, ou, $\&c.$ jusqu'à $\frac{+n}{n}$, savoir, 1; qu'ainsi, la probabilité que l'erreur ne soit pas plus grande que $\frac{+m}{n}$, sera la somme des probabilités que l'erreur sera nulle, ou $\frac{+1}{n}$, ou $\frac{+2}{n}$, $\&c.$ jusqu'à $\frac{+m}{n}$, & en conséquence il cherche d'abord quelle est la probabilité que l'erreur sera $\frac{+\mu}{m}$.

Il la trouve $= \frac{2M}{(a+2b)^n}$, où M est exprimé par $\frac{n(n-1)\ldots(n-\mu+1)}{1.2\ldots\mu}a^{n-\mu}b^{\mu} + \frac{\mu-2}{1}\frac{n.(n-1)..n-\mu-1}{1.2\ldots\mu+2}a^{n-\mu-2}b^{\mu+2} + \frac{(\mu+4)(\mu+3)n(n-1)..(n-\mu-3)}{1.2}\frac{}{1.2\mu+4}a^{n-\mu-4}b^{\mu+4} + \&c.$

Il exprime ensuite la même probabilité par une série, & tire de ces résultats un grand nombre d'inductions curieuses; il prouve, par exemple, qu'il est plus avantageux de ne prendre le *milieu* qu'entre un nombre pair d'observations.

M. de la Grange indique aussi, dans une scholie, les changemens que demanderoient les deux solutions précédentes: si, au lieu de supposer un nombre égal de cas pour avoir une erreur positive & une erreur négative, on admétoit l'hypothese qu'il considere après cela plus généralement dans le problème III, dont voici l'énoncé.

Supposant que chaque observation soit sujete à une erreur d'une unité en moins, & à une erreur de r unités en plus, & que le nombre des cas qui peuvent donner o, -1, $+r$ d'erreur, soit respectivement a, b, c, on demande quelle est la probabilité que l'erreur moyenne de plusieurs observations

Digitized by Google

observations sera renfermée dans des limites données.

Solution. Soit n le nombre des observations dont on veut prendre le *milieu*, on aura, pour la probabilité, que l'erreur moyenne soit $\frac{\mu}{n}$ la quantité

$\frac{\mu^{\mu}}{(a+b+c)^{\mu}}$; & la probabilité que l'erreur moyenne sera renfermée entre ces limites $\frac{-p}{n}$, $+\frac{q}{n}$ sera exprimée par la série

$$\frac{(-p+1)+\mathcal{C}c.+(-1)+(0)(1)+\mathcal{C}c.+(q-1)}{(a+b+c)^{n}}.$$

Problème IV. Supposant tout comme dans le problème précédent, on demande quelle eſt l'erreur moyene pour laquelle la probabilité eſt la plus grande.

Solution. Cette probabilité s'exprime par $\frac{rc-b}{a+b+c}$, & on peut regarder cette quantité comme l'erreur du réſultat moyen, & par conſéquent la prendre pour la correction de ce réſultat.

Problème V. On ſuppoſe que chaque obſervation ſoit ſujete à des erreurs quelconques données, & qu'on connoiſſe en même temps le nombre des cas où chaque erreur peut avoir lieu: on demande la correction qu'il faudra faire au réſultat moyen de pluſieurs obſervations.

Solution. Soient p, q, r, s, &c. les erreurs auxquelles chaque obſervation eſt ſujete, & a, b, c, d, &c. les cas qui peuvent donner ces erreurs; ſavoir, a le nombre des cas qui donneroient l'erreur p, b le nombre des cas qui donneroient l'erreur q, & ainſi des autres: la correction qu'on cherche ſera $= \frac{ap+bq+cr+\mathcal{C}c.}{a+b+c+\mathcal{C}c.}$.

M. de la Grange ne manque pas, non plus que les autres géometres qui ont traité cette matiere, de ramener auſſi la ſolution de ce problême à la détermination du centre de gravité d'un certain nombre de poids. Voici deux corollaires qu'il en tire.

Corollaire premier. Si on regarde, dit-il, les quantités a, b, c, &c. comme des poids appliqués à une droite indéfinie à des diſtances égales à p, q, r, &c. d'un point fixe pris dans cette droite, & qu'on cherche le centre de gravité de ces poids, la diſtance de ce centre au point fixe ſera la correction qu'il faudra faire au réſultat moyen de pluſieurs obſervations; cela ſuit évidemment de la formule que nous avons trouvée plus haut pour la valeur de cette correction.

Corollaire ſecond. Donc, ſi on ſuppoſe que chaque obſervation ſoit ſujete à toutes les erreurs poſſibles qui peuvent être compriſes entre des limites données, & qu'on connoiſſe la courbe de la facilité des erreurs dans laquelle les abſciſſes étant ſuppoſées repréſenter les erreurs, les ordonées repréſentent les facilités de ces erreurs, il n'y aura qu'à chercher le centre de gravité de l'aire totale de cette courbe, & l'abſciſſe répondante à ce centre, exprimera la correction du réſultat moyen. De là on voit que, ſi la courbe dont il s'agit eſt égale & ſemblable de côté & d'autre de l'ordonée qui paſſe par l'origine des abſciſſes, en ſorte que cette ordonée ſoit un diametre de la courbe dont il s'agit, alors la correction ſera nulle, le centre de gravité tombant néceſſairement dans le diametre. Ce cas a lieu toutes les fois que les erreurs peuvent être également poſitives & négatives.

Problème VI. M. de la Grange ſuppoſe actuélement qu'on ait vérifié un inſtrument quelconque, & qu'ayant réitéré pluſieurs fois la même vérification, on ait trouvé différentes erreurs dont chacune ſe trouve répétée un certain nombre de fois, & il cherche l'erreur qu'il faudra prendre pour la correction de l'inſtrument. Il nomme p, q, r, &c. les erreurs trouvées; & α, β, γ, &c. les nombres qui marquent combien de fois chaque erreur s'eſt trouvée répétée en faiſant n vérifications, & ſa ſolution, qui eſt fondée ſur la méthode de *maximis* & *minimis*, lui donne pour la correction cherchée la quantité $\frac{\alpha p+\beta q+\gamma r}{n}+\mathcal{C}c.$ ou l'erreur moyene entre toutes les erreurs particulieres que les n vérifications ont données.

M. de la Grange fait remarquer enſuite comment on peut connoître *a poſteriori* la loi de la facilité de chacune des erreurs auxquelles un inſtrument peut être ſujet; car, ſi on vouloit, dit-il, tenir compte auſſi, au moins d'une maniere approchée, des erreurs intermédiaires auxquelles l'inſtrument pouroit être ſujet, il n'y auroit qu'à prendre, dans une ligne droite VX, *Fig.* 4, des abſciſſes AP, AQ, AR, &c. proportionelles aux erreurs trouvées p, q, r, &c. & y ayant appliqué des ordonées $P\pi$, $Q\varkappa$, $R\varrho$, &c. proportioneles aux quantités α, β, γ, &c. &c. on feroit paſſer par les extrémités $\pi, \varkappa, \varrho$, &c. une ligne parabolique $uq\pi pr\varkappa$, on chercheroit enſuite le centre de gravité de l'aire de toute la courbe & la perpendiculaire abaiſſée de ce centre ſur l'axe, y couperoit une abſciſſe qui ſeroit la correction de l'inſtrument.

Je ne m'arrêterai pas à quelques longues remarques que M. de la Grange fait à la ſuite de ce corollaire, & je paſſe à une propoſition qui donne lieu au développement de certains artifices de calculs profonds & particuliers.

Problème VII. On a pluſieurs obſervations, dans chacune deſquelles on ſuppoſe qu'on ait pu

Digitized by Google

ſe tromper également d'une quelconque de ces quantités $-n \ldots -2, -1, 0, 1, 2 \ldots \beta$, on demande quelle eſt la probabilité que l'erreur du réſultat moyen de n obſervation ſera $\frac{\mu}{n}$, ou qu'elle ſera renfermée entre ces limites $\frac{-p}{n}$ & $\frac{+q}{n}$.

M. de la Grange cherche d'abord la réponſe à la premiere de ces deux queſtions, elle eſt renfermée dans l'expreſſion générale qui ſuit :

$$\frac{1}{1.2.3\ldots(n-2)4^n}\left((\pi+1)(\pi+2)\ldots(\pi+n-1)-n(\pi+1-3)(\pi+2-3)\ldots(\pi+n-1-3)+\frac{n(n-1)}{2}(\pi+1-2.3)(\pi+2-2.3)\ldots(\pi+n-1-2.3)-\mathcal{O}c.\right)$$

On continue cette ſérie juſqu'à ce que quelqu'un des facteurs $\pi+1$, $\pi+1-3$, $\mathcal{O}c.$ deviene négatif ; & il faut remarquer que $\pi=n\alpha+\mu$ & $3=\alpha+\beta+1$. La ſolution de la ſeconde queſtion exige ſeulement à préſent une certaine intégration finie de la ſérie précédente, c'eſt-à-dire, qu'on faſſe varier π depuis $-p$ juſqu'à q, ſuivant une méthode expoſée préliminairement ; & on trouve enfin, en ſuppoſant, pour abréger $n\alpha-q=\delta$, & $n\alpha+q=\gamma$, que la probabilité que l'erreur moyene tombe entre $\frac{-p}{n}$ & $\frac{q}{n}$, s'exprime par

$$\frac{1}{1.2.3\ldots n3^n}\left(\gamma(\gamma+1)\ldots(\gamma+n-1)-(\delta+1)(\delta+3)\ldots(\delta+n)-n\left((\gamma-3)(\gamma-3+1)\ldots(\gamma-3+n-1)-(\delta-3+1)(\delta-3+2)\ldots(\delta-3+n)\right)+\frac{n(n-1)}{2}\left((\gamma-2.3)(\gamma-2.3+1)\ldots(\gamma-2.3+n-1)-(\delta-2.3+1)(\delta-2.3+2)\ldots(\delta-2.3+n)-\mathcal{O}c.\right)\right)$$

Cette ſérie doit être continuée juſqu'à ce que quelqu'un des facteurs $\gamma-3$, $\gamma-2.3$, $\mathcal{O}c.$ deviene négatif ; & quant aux autres facteurs $\delta-3+1$, $\delta-2.3+1$, $\mathcal{O}c.$ Si quelqu'un d'entr'eux ſe trouve négatif, alors il faudra augmenter le nombre δ d'autant d'unités qu'il ſera néceſſaire pour le rendre poſitif. Au reſte, ces problêmes, plus ils deviennent généraux & compliqués, plus ils admettent de corollaires ; mais ne pouvant m'arrêter à tous, je laiſſe aux obſervateurs à ſimplifier, ſuivant le cas qu'ils auront à développer, les réſultats fondamentaux que j'indique.

Problême VIII. Suppoſant que les erreurs qu'on peut commettre dans chaque obſervation ſoient $-\omega \ldots -2, -1, 0, 1, 2 \ldots \omega$, & que le nombre des cas qui répondent à chacune de ces erreurs ſoit reſpectivement proportionel à $1, 2, 3 \ldots \pi+1 \ldots 3, 2, 1$: on demande la probabilité que l'erreur du réſultat moyen de m obſervation ſoit compriſe entre les limites $\frac{-p}{m}$ & $\frac{q}{m}$.

Solution. Elle ſe trouve exprimée par

$$\frac{1}{1.2.3\ldots 2m\,5^m}\left(\gamma(\gamma+1)\ldots(\gamma+2m-1)-(\delta+1)(\delta+1)(\delta+2)\ldots(\delta+2m)\right)-2m\left((\gamma-5)(\gamma+1-5)\ldots(\gamma+2m-1-5)-(\delta+1-5)(\delta+2-5)\ldots(\delta+2m5)\right)+\frac{2m(2m-1)}{2}\left((\gamma-2.5)(\gamma+1-2.5)\ldots(\gamma+2m-1-2.5)-(\delta+1-2.5)(\delta+2-2.5)\ldots(\delta+2m-2.5)\right)-\mathcal{O}c.\Big)$$

γ étant $=m\omega+q$ & $\delta=m\omega-p$; & à l'égard de la continuation de la ſérie, il faudra ſuivre la même regle que pour la précédente.

Voici encore deux autres problêmes que M. de la Grange réſout dans ce mémoire ; mais ils demandent de ſi grandes préparations de calcul, que je ne pourois me flater de les rendre applicables au moyen de peu de lignes ; je me diſpenſe d'autant plus aiſément de le tenter, que les huit premiers problêmes me paroiſſent faire face à tous les cas : je donnerai cependant, d'après M. de la Grange, l'eſprit de la ſolution du problême IX, duquel le dernier n'eſt enſuite qu'un cas particulier.

Problême IX. On ſuppoſe que chaque obſervation ſoit ſujete à toutes les erreurs poſſibles compriſes entre ces deux limites p & $-q$, & que la facilité de chaque erreur x, c'eſt-à-dire, le nombre des cas où elle peut avoir lieu, diviſé par le nombre total des cas, ſoit repréſentée par une fonction quelconque de x déſignée par y : on demande la probabilité que l'erreur moyene de n obſervations ſera compriſe entre les limites r & $-s$.

Procédé de la ſolution. On commencera d'abord par chercher la probabilité que l'erreur moyenne ſera z, & cette probabilité étant repréſentée par une fonction de z, il n'y aura qu'à en prendre l'intégrale depuis $Z=1-r$ juſqu'à $Z=-s$, ce ſera la probabilité cherchée. Or, pour avoir

Digitized by Google

ſa probabilité que l'erreur moyene de n obſervations ſera Z, il faudra conſidérer le polynome, qui eſt repréſenté par l'intégrale de $y^{a \cdot a} dx$, en ſuppoſant cette intégrale priſe de maniere qu'elle s'étende depuis $x = p$ juſqu'à $x = -q$, l'on élévera ce polynome à la puiſſance n, & l'on cherchera le coëfficient de la puiſſance Z de a, ce coëfficient, qui ſera une fonction de Z, exprimera la probabilité que l'erreur moyene ſera Z; toute la difficulté conſiſte à trouver ce coëfficient d'une maniere directe & générale; c'eſt à quoi M. de la Grange parvient par une méthode nouvele, fondée ſur des conſidérations aſſez délicates & ſur une analyſe tout-à-fait particuliere.

Problême X. Suppoſant que chaque obſervation ſoit ſujete à toutes les erreurs poſſibles compriſes entre les limites p & $-q$ (p étant l'arc de quatre-vingt-dix degrés), & que la facilité de chaque erreur x ſoit proportionele à $co\text{-}ſ. x$, on demande la probabilité que l'erreur moyene de n obſervations ſera renfermée entre les limites r & $-s$. (*J. B.*)

MILIEU, ſ. m. (*Méchan.*), dans la Philoſophie méchanique, ſignifie un eſpace matériel à travers lequel paſſe un corps dans ſon mouvement, ou en général, un eſpace matériel dans lequel un corps eſt placé, ſoit qu'il ſe meuve ou non.

Ainſi, on a imaginé l'éther comme un *milieu* dans lequel les corps céleſtes ſe meuvent. *Voyez* ÉTHER.

L'air eſt un *milieu* dans lequel les corps ſe meuvent près de la ſurface de la terre. *Voyez* AIR & ATMOSPHERE.

L'eau eſt le *milieu* dans lequel les poiſſons vivent & ſe meuvent.

Le verre enfin eſt un *milieu*, eu égard à la lumiere, parce qu'il lui permet un paſſage à travers ſes pores. *Voyez* VERRE, LUMIERE, RAYON.

La denſité des parties du *milieu*, laquelle retarde le mouvement des corps, eſt ce qu'on appele réſiſtance du *milieu*. *Voyez* RÉSISTANCE.

MILIEU *du ciel*, (*Aſtron.*) eſt le point de l'équateur qui ſe trouve dans le méridien; ainſi, quand le ſoleil eſt dans le ſolſtice d'été, le point équinoxial, à ſix heures du matin, eſt le *milieu du ciel*; & à midi l'aſcenſion droite du *milieu du ciel* eſt de 90 degrés. En général, pour trouver l'aſcenſion droite du *milieu du ciel* à une heure quelconque, il ſuffit d'ajouter l'aſcenſion droite du ſoleil avec le temps vrai réduit en degrés, ou d'ôter du temps vrai la diſtance de l'équinoxe au ſoleil qui ſe trouve dans les *éphémérides* pour tous les jours. C'eſt cette aſcenſion droite du *milieu du ciel* ſur laquelle on diſpoſe les tables du nonagéſime. L'aſcenſion droite du *milieu du ciel* eſt auſſi celle des étoiles qui ſont dans le méridien; ainſi, pour connoître les étoiles par le moyen de leur paſſage, on peut calculer l'aſcenſion droite du *milieu du ciel*, pour le moment où l'on veut obſerver; &, cherchant cette aſcenſion droite dans les catalogues d'étoiles, on y verra les conſtellations qui ſont dans le méridien. (*D. L.*)

MILLE, ſ. m. (*Gramm. Arithm.*); nom de nombre égal à dix centiemes; il s'écrit par l'unité ſuivie de trois zéros.

§. MILLE. (*Arpent.*) Le *mille* d'Angleterre qui eſt de 5280 pieds anglois, eſt, ſuivant le rapport que j'ai déterminé exactement, $820\frac{1}{2}$ toiſes de France. Pour les autres pays, *voyez* la *Métrologie* de M. Pauſton.

Depuis 1763, l'on a placé en France ſur toutes les grandes routes qui partent de Paris, des colonnes militaires qui marquent les diſtances au centre de cette capitale, à l'imitation des pierres milliaires de l'ancienne Rome, & de celles qui partent de Londres pour les routes d'Angleterre. (*D. L.*)

MILLIAR, ſ. m. (*Gramm. Arithmét.*) c'eſt le nombre qui ſuit les centaines de millions dans la numération des chifres.

MILLIEME, adj. (*Gramm. Arithmét.*); c'eſt, dans un ordre de choſes qui ſe comptent, celle qui occupe le rang qui ſuit les centaines.

MILLIER; ſ. m. (*Gramm. Arithm. & Comm.*); c'eſt le nombre ou le poids d'un mille ou de dix fois cent. Il ſe dit dans le commerce des clous, des épingles, du fer, du foin, de la paille, des fagots, des fruits, des poids, &c. Cette cloche peſe douze *milliers*.

MILLION, ſ. m. (*Arithmét.*); nombre qui vaut dix fois cent mille ou mille fois mille. *Voyez* ARITHMÉTIQUE & CHIFRE.

MINIMUM, ſ. m. *dans la Géométrie tranſcendante*, marque le plus petit état, ou les plus petits états d'une quantité variable, ſur quoi *voyez MAXIMUM*.

MINOTAURE; nom de la conſtellation du *Sagittaire*, ou de celle du *Centaure*.

MINUTE, (*Aſtronom.*) c'eſt la ſoixantieme partie d'un degré. Ce mot vient du latin *minutus*, petit.

On dit auſſi *minute premiere*; mais le mot de *minute* tout court eſt plus uſité.

Les diviſions des degrés ſont des fractions dont les dénominateurs croiſſent en raiſon ſexagécuple, c'eſt-à-dire, qu'une *minute* eſt $\frac{1}{60}$ de degré, une ſeconde $\frac{1}{3600}$, &c.

Dans les tables aſtronomiques, &c. les *Minutes* ſont marquées par un accent aigu en cette ſorte', les ſecondes par deux'', les tierces par trois'''.

Minute dans le calcul du temps marque la ſoixantieme partie d'une heure. Comme le mot de *minute* eſt employé par les Aſtronomes dans deux ſens, ſavoir comme partie de degré & comme partie de temps, on appele quelquefois les premieres *minutes de degré*, & les autres *minutes de temps*. Le mouvement diurne eſt de 15 *minutes* de degré en une *minute* de temps, 15 ſecondes de degré en une ſeconde de temps.

Minutes proportioneles, dans l'ancienne Aſtro-

Digitized by Google

nomie, étoient les foixantiemes de l'excentricité.

Minutes d'incidence; mouvement de la lune depuis le commencement d'une éclipſe juſqu'au milieu.

Minutes d'expurgation ou d'*émerſion*, eſt le mouvement de la lune depuis le milieu de l'éclipſe juſqu'à la fin. (*D. L.*)

MINUTE, ſ. f. (*Géom. prat.*): on appele ainſi dans l'art de lever des plans, le deſſein que l'on a tracé, géométriquement ou à vue, ſur le terrain même dont il eſt la repréſentation.

La *minute* d'un plan ou d'une carte eſt toujours le travail préféré par les Connoiſſeurs, parce que, mal-gré tous les ſoins poſſibles, on n'en tire point de copies, ſans que la vérité s'y trouve un peu altérée. (*J. I. G. M.*)

MIROIR, ſ. m. (*Catoptr.*); corps dont la ſurface repréſente par réflexion les images des objets qu'on met au devant. *Voyez* RÉFLEXION.

L'uſage des *miroirs* eſt très-ancien, car il eſt parlé de certains *miroirs* d'airain, au *chap. xxxviij de l'Exode, verſ.* 8, où il eſt dit que Moyſe fit un baſſin d'airain des *miroirs* des femmes qui ſe tenoient aſſiduement à la porte du tabernacle. Il eſt vrai que quelques commentateurs modernes prétendent que ces *miroirs* n'étoient pas d'airain; mais, quoi qu'il en ſoit, le paſſage précédent ſuffit pour conſtater l'ancieneté de l'uſage des *miroirs*: d'ailleurs les plus ſavans rabbins conviennent que, dans ce temps-là, chez les Hébreux, les femmes ſe ſervoient de *miroirs* d'airain pour ſe coëfer. Les Grecs ont eu auſſi autrefois des *miroirs* d'airain, comme il ſeroit aiſé de le prouver par beaucoup de paſſages d'anciens poëtes. *Voyez* ARDENT.

Miroir, dans un ſens moins étendu, ſignifie une *glace de verre* fort unie & étamée par-derriere, qui repréſente les objets qui y ſont préſentés.

Miroir, en *Catoptrique*, ſignifie un *corps poli* qui ne donne point paſſage aux rayons de lumiere, & qui par conſéquent les réfléchit. *Voyez* RAYON & LUMIERE. Ainſi, l'eau d'un puits profond ou d'une riviere, & les métaux dont la ſurface eſt polie, ſont autant d'eſpeces de *miroirs*. La théorie des propriétés des *miroirs* fait l'objet de la *Catoptrique*. *Voyez* CATOPTRIQUE.

La ſcience des *miroirs* eſt fondée ſur les principes généraux ſuivans. 1°. La lumiere ſe réfléchit ſur un *miroir*, de façon que l'angle d'incidence eſt égal à l'angle de réflexion. *Voyez l'article* RÉFLEXION.

D'où il s'enſuit qu'un rayon de lumiere comme *HB*, *Pl. d'Optique*. *Figure* 26, tombant perpendiculairement ſur la ſurface d'un *miroir DE*, retournera en arriere dans la même ligne par laquelle il eſt venu, & le rayon oblique *AB* ſe réfléchira par une ligne *BC*, telle que l'angle *CBG* ſoit égal à *ABF*, ce que l'expérience vérifie en effet.

Car, ſi on place l'œil en *C* à la même diſtance du *miroir* que l'objet *A*, & qu'on couvre d'un corps opaque, comme d'un petit morceau de drap, le point *B* qui eſt le milieu de *FG*; on ne verra plus alors l'objet *A* dans le *miroir*: ce qui prouve que le rayon par lequel on le voit eſt *ABC*, puiſqu'il n'y a que ce rayon qui ſoit intercepté & arrêté par l'interpoſition du corps opaque en *B*. Or les côtés *FB*, *BG* ſont égaux, ainſi que les côtés *AF*, *CG* ſont égaux; d'où il s'enſuit que l'angle *ABF* eſt égal à l'angle *CBG*; par conſéquent le rayon *ABC* qui vient de l'objet *A* à l'œil en *C*, ſe réfléchit en *B*, de maniere que les angles d'incidence & de réflexion ſont égaux.

Ainſi, il n'eſt pas poſſible que pluſieurs rayons différens, tombant ſur un même point du *miroir*, ſe réfléchiſſent vers un même point hors de ſa ſurface; puiſqu'en ce cas, pluſieurs angles d'incidence ſeroient égaux au même angle de réflexion *ABD*, & qu'ils le ſeroient par conſéquent les uns aux autres, ce qui eſt abſurde. 2°. Il tombe ſur un même point du *miroir* de rayons qui partent de chaque point de l'objet radieux & qui ſe réfléchiſſent; & par conſéquent, puiſque les rayons qui partent de différens points d'un même objet, & qui tombent ſur un même point du *miroir*, ne peuvent ſe réfléchir arriere vers un même point, il s'enſuit de là que les rayons envoyés par différens points de l'objet, ſe ſéparéront de nouveau après la réflexion, de façon que la ſituation de chacun des points où il parviendra, pourra indiquer ceux dont ils ſont partis.

De là vient que les rayons réfléchis par les *miroirs* repréſentent les objets à la vue. Il s'enſuit auſſi delà que les corps dont la ſurface eſt raboteuſe & inégale, doivent réfléchir la lumiere, de façon que les rayons, qui partent de différens points, ſe mêlent confuſément les uns les autres.

Les *miroirs* ſe peuvent diviſer en plans, concaves, convexes, cylindriques, coniques, paraboliques, elliptiques, *&c.*

Les *miroirs plans* ſont ceux dont la ſurface eſt plane. *Voyez* PLAN. Ce ſont ceux qu'on appele ordinairement *miroirs*, ſans épithete.

Loix & effets des miroirs *plans*. 1°. Dans un *miroir plan*, chaque point *A*, de l'objet, *Pl. d'Optique*, *Fig.* 26, eſt vu dans l'interſection *B* de la cathete d'incidence *AB* avec le rayon réfléchi *CB*.

Or, 1°. tous les rayons réfléchis rencontrent la cathete d'incidence en *B* c'eſt-à-dire, dans un point *B* autant éloigné de la ſurface du *miroir* en deſſous que *A* l'eſt en deſſus. Car l'angle *ADG*, qui eſt l'angle d'incidence, eſt égal à l'angle de réflexion *CDH*, & celui-ci eſt égal à l'angle *GDB*; d'où il s'enſuit que les angles *ADG*, *GDB* ſont égaux, & qu'ainſi *AG* eſt égal à *GB*. Donc on verra toujours l'objet dans le même lieu, quelque ſoit le rayon réfléchi qui le faſſe aperce-

Digitized by Google

voir. Et par conſéquent pluſieurs perſones qui voient le même objet dans le même *miroir*, le verront tous au même endroit derriere le *miroir*; de là vient que chaque objet n'a qu'une image pour les deux ieux, & c'eſt pour cette raiſon qu'il ne paroît point double.

Il s'enſuit auſſi de là que la diſtance de l'image *B* à l'œil *C* eſt compoſée du rayon d'incidence *A D* & du réfléchi *C D*, & que l'objet *A* envoie des rayons par réflexion de la même maniere qu'il le feroit directement, s'il étoit ſitué derriere le *miroir* dans le lieu de l'image.

2°. L'image d'un point *B* paroît préciſément auſſi loin du *miroir* par-derriere que le point en eſt éloigné en devant. Ainſi, le *miroir C*, *Fig.* 28, étant placé horizontalement, le point *A* paroîtra autant abaiſſé au deſſous de l'horizon qu'il eſt réellement élevé au deſſus, les objets droits y paroîtront donc renverſés. Un homme, par exemple, qui eſt ſur ſes pieds, y paroîtra la tête en bas. Ou, ſi le *miroir* eſt ataché à un plafond parallele à l'horizon, les objets qui ſeront ſur le carreau, paroîtront autant au deſſus du plafond qu'ils ſont réellement au deſſous.

3°. Dans les *miroirs* plans, les images ſont parfaitement ſemblables & égales aux objets.

4°. Les parties des objets qui ſont placées à droite, y paroiſſent à gauche, & réciproquement.

En effet, quand on ſe regarde dans un *miroir*, par exemple, les parties qui ſont à droite & à gauche nous paroiſſent dans des lignes menées de ces parties perpendiculairement au *miroir* : c'eſt donc la même choſe que ſi nous regardions une perſone qui ſeroit directement tournée vers nous. Or, en ce cas, la gauche de cette perſone répondroit à notre droite, & ſa droite à notre gauche; par conſéquent nous jugeons que les parties d'un objet, placées à droite, ſont à gauche dans le *miroir*, & réciproquement. C'eſt pour cette raiſon que nous nous croyons gauchers, quand nous nous regardons écrire ou faire autre choſe, dans un *miroir*.

L'égalité des angles d'incidence & de réflexion dans les *miroirs plans* fournit une méthode pour meſurer des hauteurs inacceſſibles au moyen d'un *miroir plan*. Placez pour cela votre *miroir* horizontalement comme en *C*, *Fig.* 28, & éloignez-vous en juſqu'à ce que vous y puiſſiez apercevoir, par exemple, la cyme d'un arbre, dont le pied répond bien verticalement au ſommet; meſurez l'élévation *D E* de votre œil au deſſus de l'horizon ou du *miroir*, ainſi que la diſtance *E C* de la ſtation au point de réflexion, & la diſtance du pied de l'arbre à ce même point. Enfin cherchez une quatrieme proportionele *A B* aux lignes *E C*, *C B*, *E D*, & ce ſera la hauteur cherchée. *Voyez* HAUTEUR.

En effet, l'égalité des angles d'incidence & de réflexion *A C B*, *D C E* rend ſemblables les triangles *A C B*, *D C E* qui ſont rectangles en *B* & en *E*, d'où il s'enſuit que ces triangles ont leurs côtés proportionels, & qu'ainſi *C E* eſt à *D E* dans le même raport que *C B* à *B A*.

5°. Si un *miroir plan* eſt incliné de 45 degrés à l'horizon, les objets verticaux y paroîtront horizontaux, & réciproquement. D'où il ſuit qu'un globe qui deſcendroit ſur un plan incliné, peut, dans un *miroir*, paroître monter dans une ligne verticale, phénomene aſſez ſurprenant pour ceux qui ne ſont point initiés dans la Catoptrique.

Car, pour cela, il n'y a qu'à diſpoſer un *miroir* à un angle de 45 degrés avec l'horizon, & faire deſcendre un corps ſur un plan un peu incliné, ce plan paroîtra dans le *miroir* preſque vertical. Ou, ſi on veut que le plan paroiſſe exactement vertical, il faut que le *miroir* ſoit incliné à l'horizon de 45 degrés + la moitié de l'angle que fait le plan avec l'horizon. Il faudra prendre le ſigne + quand l'angle du plan, avec le *miroir*, ſera égale à la ſomme faite des angles du plan & du *miroir* avec l'horizon, & le ſigne moins, quand le premier angle ſera égal à la différence des ſeconds. Par exemple, ſi le plan, ſur lequel le corps deſcend, fait avec l'horizon un angle de 3 degrés, il faudra que le miroir ſoit incliné de 45 degrés plus ou moins la moitié de 3 degrés; ſi le plan fait un angle de 5 degrés, il faudra que le *miroir* faſſe un angle de 45 degrés plus ou moins la moitié de 5 degrés, & ainſi du reſte.

6°. Si l'objet *A B*, *Fig.* 29, eſt ſitué parallélement au *miroir C D*, & qu'il en ſoit à la même diſtance que l'œil, la ligne de réflexion *C D*, c'eſt-à-dire, la partie du *miroir* ſur laquelle tombent les rayons de l'objet *A B* qui ſe réfléchiſſent vers l'œil, ſera la moitié de la longueur de l'objet *A B*.

Ainſi, pour pouvoir apercevoir un objet entier dans un *miroir plan*, il faut que la longueur & la largeur du *miroir* ſoient moitié de la longueur de la largeur de l'objet; d'où il s'enſuit qu'étant données la longueur & la largeur d'un objet qui doit être vu dans un *miroir*, on aura auſſi la longueur & la largeur que doit avoir le *miroir*, pour que l'objet placé à la même diſtance de ce *miroir* que l'œil, puiſſe y être vu en entier.

Il s'enſuit encore de là que, puiſque la longueur & la largeur de la partie réfléchiſſante du *miroir* ſont ſous-doubles de la longueur & de la largeur de l'objet, la partie réfléchiſſante de la ſurface du *miroir* eſt à la ſurface de l'objet en raiſon de 1 à 4. Et par conſéquent, ſi en une certaine poſition, nous voyons dans un *miroir* un objet entier, nous le verrons de même dans tout autre lieu, ſoit que nous nous en approchions, ſoit que nous nous en éloignions, pourvu que l'objet s'approche ou s'éloigne en même temps, & demeure toujours à la même diſtance du *miroir* que l'œil.

Mais ſi nous nous éloignons du miroir, l'objet reſtant toujours à la même place, alors la partie

Digitized by Google

de la ſurface du *miroir*, qui doit réfléchir l'image de l'objet, doit être plus que le quart de la ſurface de l'objet; & par conſéquent, ſi le *miroir* n'a de ſurface que le quart de celle de l'objet, on ne pourra plus voir l'objet entier. Au contraire, ſi nous nous approchons du *miroir*, l'objet reſtant toujours à la même place, la partie réfléchiſſante du *miroir* ſera moindre que le quart de la ſurface de l'objet. Ainſi, on verra, pour ainſi dire, plus que l'objet tout entier; & on pourroit même diminuer encore le *miroir* juſqu'à un certain point, ſans que cela empêchât de voir l'objet dans toute ſon étendue.

7°. Si pluſieurs *miroirs* ou pluſieurs morceaux de *miroirs* ſont diſpoſés de ſuite dans un même plan, ils ne nous feront voir l'objet qu'une ſois.

Voilà les principaux phénomenes des objets vus par un ſeul *miroir plan*. En général, pour les expliquer tous avec la plus grande facilité, on n'a beſoin que de ce ſeul principe, que l'image d'un objet vu dans un ſeul *miroir plan*, eſt toujours dans la perpendiculaire menée de l'objet à ce *miroir*, & que cette image eſt autant au delà du *miroir* que l'objet eſt en deçà. Avec le ſecours de ce principe & des premiers élémens de la Géométrie, on trouvera facilement l'explication de toutes les queſtions qu'on peut propoſer ſur cette matiere. Paſſons préſentement aux phénomenes qui réſultent de la combinaiſon des *miroirs plans* entr'eux.

8°. Si deux *miroirs plans* ſe rencontrent en faiſant un angle plan quelconque, l'œil placé en dedans de cet angle plan, verra l'image d'un objet placé en dedans du même angle, auſſi ſouvent répétée qu'on pourra tirer des cathetes propres à marquer les lieux des images, & terminés hors de l'angle.

Pour expliquer cette propoſition, imaginons que *X Y* & *X Z*, *Fig.* 30, *Opt.* ſoient deux *miroirs plans* diſpoſés entr'eux de maniere qu'ils forment l'angle *Z X Y*, & que *A* ſoit l'objet & *O* l'œil. On ménera d'abord de l'objet *A* la perpendiculaire ou cathete *A T* ſur le *miroir X Z* qu'on prolongera juſqu'à ce que *A T = T C*. On ménera enſuite du point *C* la cathete *C E*, de maniere que *D E* ſoit égal à *C D*. Après cela on ménera du point *E* la cathete *E G* ſur le premier *miroir*, de maniere que *E F* ſoit égal à *F G*; enſuite la cathete *G I* ſur le ſecond, de maniere que *G H* ſoit égal à *H I*. Enfin, la cathete *I L* ſur le premier, & cette cathete *I L* ſera la derniere; parce qu'en faiſant *K L* égal *I K*, l'extrémité *L* tombe au dedans de l'angle *Z X Y*. Or, comme il y a quatre cathetes *A C*, *C E*, *E G*, *G I*, dont les extrémités *C*, *E*, *G*, *I*, tombent hors de l'angle formé par les *miroirs*, l'œil *O* verra l'objet *A* quatre fois. De plus, ſi du même objet *A* on mene ſur le *miroir X Y* une premiere cathete, qu'on prolongera juſqu'à une égale diſtance; qu'enſuite on tire de l'extrémité de cette cathete une cathete nouvele ſur le *miroir X Z*, & ainſi de ſuite, juſqu'à ce qu'on arive à une cathete qui ſoit terminée au dedans de l'angle des *miroirs*, on trouvera le nombre d'images que l'œil *O* peut avoir, en ſuppoſant la premiere cathete tirée ſur le *miroir X Y*, & ainſi, on aura le nombre total d'images que les deux *miroirs* repréſenteront.

Pour en faire ſentir la raiſon en deux mots, on remarquera, 1°. que l'objet *A*, eſt vu en *C* par le rayon réfléchi *A T O*. 2°. Que ce même objet *A* eſt vu en *E* par le rayon *A V R O*, qui ſe réfléchit deux fois. 3°. Qu'il eſt vu en *G* par un rayon qui ſe réfléchit trois fois, & qui vient à l'œil dans la direction *G O*, le dernier point de réflexion étant *M*, & ainſi de ſuite. De plus, ſi la perpendiculaire *I L* eſt telle que la ligne menée du point *L* à l'œil *O* coupe le *miroir* ou plan *X Z* en quelques points entre *X* & *Z*, on pourra voir encore l'image *L*; autrement on ne la verra point: la raiſon de cela eſt que l'image *L* doit être vue par un rayon mené du point *L* à l'œil *O*; & ce rayon doit être réfléchi, de maniere qu'étant prolongé il paſſe par le point *I*, d'où il s'enſuit qu'il doit être réfléchi par le *miroir X Z* auquel *I L* eſt perpendiculaire. Or, ſi le rayon mené de *O* en *L* ne coupe point le *miroir X Y* entre *X* & *Y*, il eſt impoſſible qu'il en ſoit réfléchi: par conſéquent on ne pourra voir l'image *L*.

Par ce principe général on déterminera très-facilement le nombre des images de l'objet *A* que l'œil *O* doit voir.

Ainſi, comme on peut tirer d'autant plus de cathetes terminées hors de l'angle, que l'angle eſt plus aigu; plus l'angle ſera aigu, plus on verra d'images. Ainſi, l'on trouvera qu'un angle de 120 degrés repréſente l'objet deux fois; que celui d'un de 90 le repréſente trois fois; celui de 72 cinq fois; celui de 30 onze fois. De plus, ſi l'on place ces *miroirs* dans une ſituation verticale, qu'enſuite on reſſerre l'angle qu'il forme, ou bien qu'on s'en éloigne, ou qu'on s'en approche, juſqu'à ce que les images ſe confondent en une ſeule, elles n'en paroîtront alors que plus difformes & monſtrueuſes.

On peut même, ſans tirer les cathetes, déterminer aiſément par le calcul combien il doit y en avoir qui ſoient terminées hors de l'angle, & par-là on trouvera le nombre des images plus facilement & plus ſimplement qu'on ne ſeroit par une conſtruction géométrique.

Nous avons dit, ci-deſſus, que l'image *L* devoit paroître ou non, ſelon que le rayon mené de *L* en *O* coupoit le *miroir X Y* au deſſous de *X*, ou non; d'où il s'enſuit, que ſelon la ſituation de l'œil, on verra une image de plus ou de moins. Par exemple, ſi deux *miroirs* plans ſont diſpoſés de maniere qu'ils faſſent entr'eux un angle droit, chacun de ces *miroirs* ſera d'abord voir

Digitized by Google

une image de l'objet ; de plus, on verra une troiſieme image, ſi on n'eſt pas dans la ligne qui joint l'objet avec l'angle des *miroirs* ; mais ſi on eſt dans cette ligne, on ne verra point cette troiſieme image.

Les *miroirs* de verre ainſi multipliés, réfléchiſſent deux ou trois fois l'image d'un objet lumineux ; il s'enſuit que ſi l'on met une bougie allumée, *&c.* dans l'angle des deux *miroirs*, elle y paroîtra multipliée.

C'eſt ſur ces principes que ſont fondées différentes machines catoptriques, dont quelques-unes repréſentent les objets très-multipliés & difformes, d'autres infiniment groſſis & placés à de grandes diſtances. *Voyez* CATOPTRIQUE.

Si deux *miroirs* *BC*, *DS*, *Fig.* 29, *n°.* 2, ſont diſpoſés parallélement l'un à l'autre, on verra une infinité de fois l'image de l'objet *A* placé entre ces deux *miroirs* ; car ſoit fait *AD* égale à *DF*, il eſt d'abord évident que l'œil *O* verra l'image de l'objet *A* en *F* par une ſeule réflexion, ſavoir par le rayon *OMA*. Soit enſuite *FB* égale à *BI*, & *ID* égale à *DH*, l'œil *O* verra l'objet *A* en *H* par trois réflexions & par le rayon *OSRQA*, & ainſi de ſuite ; de même ſi on mene la perpendiculaire *AB*, & qu'on faſſe *BI* égale à *FB*, *DG* égale à *ID*, l'œil *O* verra l'objet *A* en *I* par une ſeule réflexion, & en *G* par le rayon *OPNA* qui a ſoufert deux réflexions. On trouvera de même les lieux des images de l'objet vues par quatre réflexions, par cinq, par ſix, par ſept, *&c.* & ainſi à l'infini ; d'où il s'enſuit que l'œil *O* verra une infinité d'images de l'objet *A* par le moyen des *miroirs* plans paralleles *BC*, *DE* ; au reſte, il eſt bon de remarquer que, dans ce cas & dans celui des *miroirs*, joints enſemble ſous un angle quelconque, les images ſeront plus foibles, à meſure qu'elles ſeront vues par un plus grand nombre de réflexions ; car la réflexion affoiblit la vivacité des rayons lumineux.

Il ne ſera peut-être pas inutile d'expliquer ici une obſervation curieuſe ſur les *miroirs* plans : quand on place un objet aſſez petit, comme une épingle, perpendiculairement à la ſurface d'un *miroir*, & qu'on regarde l'image de cet objet en mettant l'œil très-près du *miroir*, on voit deux images au lieu d'une, l'une plus foible, l'autre plus vive. La premiere paroît immédiatement contiguë à l'objet ; de ſorte que la pointe de l'image, ſi l'objet eſt une épingle, paroît toucher la pointe de l'épingle véritable ; mais la pointe de la ſeconde image paroît un peu éloignée de la pointe de l'objet, & d'autant plus que la glace eſt plus épaiſſe. On voit outre cela très-ſouvent pluſieurs autres images qui vont toutes en s'affoibliſſant, qui ſont plus ou moins nombreuſes, ſelon la poſition de la glace & de l'œil, & ſelon que l'objet eſt plus ou moins lumineux. Pour expliquer ces phénomenes, nous remarquerons, 1°. que de tous les rayons que l'objet envoie ſur la ſurface du *miroir*, il n'y en a qu'une partie qui eſt renvoyée ou réfléchie par cette ſurface, & cette partie même eſt aſſez peu conſidérable ; car l'image qui paroît la plus proche de l'objet, & dont l'extrémité eſt contiguë à l'extrémité de l'objet, eſt celle qui eſt formée par les rayons que réfléchit la ſurface du *miroir*. Or cette image, comme nous l'avons dit, eſt ſouvent aſſez foible. 2°. La plus grande partie des rayons qui vienent de l'objet pénetrent la glace & rencontrent la ſeconde ſurface dont le derriere eſt étamé, & par conſéquent les empêche de ſortir ; ces rayons ſe réfléchiſſent donc au dedans de la glace, & repaſſant par la premiere ſurface, ils arivent à l'œil du ſpectateur. Or ces rayons ſont en beaucoup plus grand nombre que les premiers qui ſont immédiatement réfléchis par la premiere ſurface. En effet, le verre ainſi que tous les autres corps à beaucoup plus de pores que de matiere ſolide ; car l'or qui eſt le plus peſant de tous eſt lui-même fort poreux, comme on le voit par les feuilles d'or minces qui ſont tranſparentes, & qui donnent paſſage à l'eau, & l'or eſt beaucoup plus peſant que le verre, d'où il s'enſuit que le verre a beaucoup plus de pores que de parties propres. De plus, le verre ayant, ſelon toutes les apparences, une grande quantité de pores en lignes droites, ſur-tout lorſqu'il eſt peu épais ; il s'enſuit qu'il doit laiſſer paſſer beaucoup plus de rayons que la premiere ſurface n'en réfléchit ; mais ces rayons étant arivés à la ſeconde ſurface ſont preſque tous renvoyés, parce qu'elle eſt étamée, & lorſqu'ils arivent de nouveau à la premiere ſurface, la plus grande partie de ces rayons ſort du verre, par la même raiſon que la plus grande partie des rayons de l'objet eſt entrée au dedans du verre. Ainſi, l'image formée par ces rayons doit être plus vive que la premiere : enfin, les rayons qui revienent à la premiere ſurface, après avoir ſoufert une réflexion au dedans du verre, ne ſortent pas tous, mais une partie eſt réfléchie au dedans de la glace par cette premiere ſurface, & de là ſont renvoyés de nouveau par la ſeconde, & reſortant en partie par la premiere ſurface, ils produiſent une nouvele image beaucoup plus foible, & ainſi, il ſe forme pluſieurs images de ſuite, par les réflexions réitérées des rayons au dedans de la glace, & ces images doivent aller toujours en s'affoibliſſant.

Les *miroirs convexes*, ſont ceux dont la ſurface eſt convexe ; cette ſurface eſt pour l'ordinaire ſphérique.

Les loix des phénomenes des *miroirs*, ſoit convexes, ſoit concaves, ſont beaucoup plus compliquées que celles des phénomenes des *miroirs* plans, & les auteurs de Catoptrique ſont même aſſez peu d'accord entr'eux là-deſſus.

Une des principales difficultés qu'il y ait à réſoudre dans cette matiere, c'eſt de déterminer le lieu de l'image d'un objet vu par un *miroir*, convexe ou concave ; or les Opticiens ſont parta-

Digitized by Google

gés là-deſſus en deux opinions. La premiere & la plus ancienne, place l'image de l'objet dans le lieu où le rayon réfléchi qui va à l'œil, coupe la cathete d'incidence, c'eſt-à-dire, la perpendiculaire menée de l'objet à la ſurface réfléchiſſante; laquelle perpendiculaire, dans les *miroirs* ſphériques, n'eſt autre choſe que la ligne menée de l'objet au centre du *miroir*. Ce qui a donné naiſſance à cette opinion, c'eſt qu'on a remarqué que, dans les *miroirs* plans, le lieu de l'image étoit toujours dans l'endroit où la perpendiculaire menée de l'objet ſur le *miroir*, étoit rencontrée par le rayon réfléchi; on a donc cru qu'il devoit en être de même dans les *miroirs* ſphériques, & on s'eſt même imaginé que l'expérience étoit aſſez conforme à ce ſentiment. Cependant le P. Tacquet, un de ceux qui ont le plus ſoutenu que le lieu de l'image étoit dans le concours de la cathete & du rayon réfléchi, convient lui-même qu'il y a des cas où l'expérience eſt contraire à ce prince; mal-gré cela, il ne laiſſe pas de l'adopter, & de prétendre qu'il eſt confirmé par l'expérience dans un grand nombre d'autres cas. Si les auteurs d'optique qui ont ſuivi cette opinion ſur le lieu de l'image, avoient aprofondi davantage les raiſons pour leſquelles les *miroirs* plans font toujours voir l'image dans le concours de la cathete & du rayon réfléchi, ils auroient vu que, dans ces ſortes de *miroirs*, le point de concours de la cathete & du rayon réfléchi, eſt auſſi le point de concours commun de tous les rayons réfléchis, que par conſéquent des rayons réfléchis qui entrent dans l'œil, y entrent comme s'ils venoient directement de ce point de concours, & que c'eſt pour cette raiſon que ce point de concours eſt le lieu où l'on aperçoit l'image. Or dans les *miroirs* ſoit convexes, ſoit concaves, le point de concours des rayons réfléchis n'eſt pas le même que le point de concours de ces rayons avec la perpendiculaire. Ces raiſons ont engagé pluſieurs Opticiens à abandoner l'opinion commune ſur le lieu de l'image: MM. Barrow, Newton, Muſſchenbroëck, *&c.* prétendent qu'elle doit être dans le lieu où concourent les rayons réfléchis qui entrent dans l'œil, c'eſt-à-dire, à peu près dans l'endroit où coacourent deux rayons réfléchis infiniment proches, venans de l'objet & paſſans par la prunelle de l'œil. Cependant il faut avouer, & Barrow lui-même en convient à la fin de ſon optique, que ce principe, quoique fondé ſur des raiſons plus plauſibles que le premier, n'eſt pas encore abſolument général, & qu'il y a des cas où l'expérience y eſt contraire. Il eſt vrai que, dans ces cas, l'image de l'objet paroît preſque toujours confuſe; ce ſont ceux où les rayons réfléchis entrent dans l'œil convergens, c'eſt-à-dire, en ſe raprochant l'un de l'autre, de ſorte que, dans ces cas, on devroit voir l'image derriere ſoi, ſuivant le principe, parce que le point de concours des rayons eſt derriere. Barrow, en raportant ces expériences, dit qu'elles ne l'empêchent pas de regarder comme vraie ſon opinion ſur le lieu de l'image, & que les difficultés auxquelles elle peut être ſujete viennent de ce que l'on ne connoît point encore parfaitement les loix de la viſion directe. En effet, la difficulté ſe réduit ici à ſavoir, quel devroit être le lieu apparent d'un objet qui nous enverroit des rayons, non pas divergens, mais convergens; or comme ces rayons devroient preſque toujours ſe réunir, avant d'ariver au fond de l'œil, il s'enſuit que la viſion devroit en être fort confuſe; & comme une longue expérience nous a accoutumés à juger, que les objets que nous voyons, ſoit confuſément, ſoit diſtinctement, ſont au devant de nous; cette image, quoique confuſe, paroîtroit au devant de nous, quoique nous duſſions naturélement la juger derriere; peut-être expliqueroit-on par-là le phénomene dont il s'agit: quoi qu'il en ſoit, on ne ſauroit nier que le principe de Barrow ne ſoit apuié ſur des raiſons bien plus plauſibles que celui des anciens.

M. Wolf, dans ſon optique, embraſſe un ſentiment moyen. Il prétend que quand les deux ieux ſont dans le même plan de réflexion, l'objet eſt vu dans le concours des rayons réfléchis, ſuivant l'opinion de Barrow, mais que quand les ieux ſont dans différens plans, ce qui arive preſque toujours, l'objet eſt vu dans le concours du rayon réflechi avec la cathete. Voici comme il démontre cette derniere propoſition: ſoient, dit-il, *Fig.* 38 *de l'Opt.*, *G*, *H*, les deux ieux, *A*, l'objet, *A F* la cathete d'incidence, & *A D G* un rayon réfléchi qui concourt, avec la cathete en *C*; le rayon réfléchi *A E H* qui paſſe par l'œil *H*, concourra auſſi au même point *C*, & par conſequent l'objet ſera vu en *C*; mais, 1°. cette démonſtration ſuppoſe que les rayons réfléchis *E H*, *G D*, ſont dans le même plan, ce qui eſt fort rare; 2°. la propoſition eſt fauſſe lors même qu'ils y ſont: car alors on ne devroit voir qu'une ſeule image de l'objet *A*, cependant il y a des cas où l'on en voit deux. *Voyez* Barrow, *lec.* 15. 3°. pourquoi l'auteur veut-il que l'on voie l'objet dans l'endroit où les rayons *D G*, *H E* concourent? Cela ſeroit vrai, ſi tous les rayons qui vont à l'œil *G* & à l'œil *H* partoient du point *C* comme il arive dans la viſion directe, & l'objet ſeroit alors vu en *C*, non parce que les axes optiques *G D*, *H E* concourroient en *C*, mais parce que tous les rayons qui entreroient dans chacun des ieux partiroient du point *C*: or, dans le cas preſent, ils n'en partent pas. Il n'y a donc point de raiſon pour que l'objet paroiſſe en *C*.

Nous avons cru devoir expoſer ici avec quelque étendue ces différentes opinions: nous allons marquer le plus ſuccinctement qu'il nous ſera poſſible, l'explication des différens phénomenes des *miroirs* courbes, ſuivant le principe des anciens, & nous en marquerons en même temps l'explication dans le principe de Barrow, afin qu'on juge de la

Digitized by Google

de la différence, & qu'on puiſſe décider auquel des deux l'expérience eſt le plus conforme. Nous remarquerons d'abord, qu'il y a bien des cas où ces deux principes s'accordent à peu près: par exemple, lorſque l'objet eſt fort près de l'œil, c'eſt-à-dire, que l'œil eſt preſque dans la cathete, le point de concours des rayons réfléchis, eſt à peu près le même que le point de concours de ces rayons avec la cathete; ainſi, le lieu de l'image eſt alors à peu près le même dans les deux principes. *Voyez* DIOPTRIQUE.

Loix & phénomenes des miroirs convexes. Dans un *miroir convexe* ſphérique, l'image d'un point radieux paroît entre le centre & la tangente du *miroir* ſphérique au point d'incidence, mais plus près de la tangente que du centre, ce qui fait que la diſtance de l'objet à la tangente eſt plus grande que celle de l'objet à l'image, & par conſéquent que l'objet eſt plus loin du *miroir* que l'image.

2°. Si l'arc *B D*, *Fig.* 31, intercepté entre le point d'incidence *D* & la cathete *A B*, ou l'angle *C* formé au centre du *miroir* par la cathete d'incidence *A C* & celle d'*obliquation F C* eſt double de l'angle d'incidence, l'image paroîtra ſur la ſurface du *miroir*.

3°. Si cet arc ou cet angle ſont plus que doubles de l'angle d'incidence, l'image ſe verra hors du *miroir*.

Suivant le principe de Barrow, le lieu de l'image dans les *miroirs* convexes eſt toujours au dedans du *miroir*, parce que le point de concours des rayons réfléchis n'eſt jamais hors du *miroir*. Ainſi, voilà déja un moyen de décider lequel des deux principes s'acorde le plus avec les obſervations. Le P. Dechalles dit, qu'après en avoir fait l'expérience pluſieurs fois, il ne peut aſſurer là-deſſus rien de poſitif; mais M. Wolf en propoſe une dans laquelle on voit clairement, ſelon lui, l'image hors du *miroir*. Il prétend qu'ayant pris un fil d'argent *A B C* courbé en équerre, *Fig.* 38, *n°.* 3, *d'Opt.*, & l'ayant expoſé à un *miroir* convexe de telle ſorte, que la partie *A B* étoit ſituée très-obliquement à la ſurface du *miroir*, il a vu clairement l'image du fil *B A* contigué à ce même fil, quoique le *B A* ne touchât point le *miroir*.

4°. Si cet arc ou cet angle ſont moins que doubles de l'angle d'incidence, l'image paroîtra en dedans du *miroir*.

5°. Dans un *miroir convexe*, un point *A* plus éloigné, *Fig.* 32, eſt réfléchi par un point *F* plus près de l'œil *O* que tout autre point *B*, ſitué dans une même cathete d'incidence; d'où il s'enſuit, que ſi le point *A* de l'objet eſt réfléchi par le point *F* du *miroir*, & que le point *B* de l'objet le ſoit par le point *E* du *miroir*, tous les points intermédiaires entre *A* & *B* dans l'objet, ſeront réfléchis par les points intermédiaires entre *F* & *E*: ainſi, *F E* ſera la ligne qui réfléchira *A B*, & par conſéquent le point *B* de la cathete ſemble à une plus grande diſtance *C B* du centre *C*, que tout autre point *A* plus éloigné.

6°. Un point *B* plus proche, *Fig.* 33, mais qui ne ſera pas ſitué dans la même cathete qu'un autre point *H* plus près, ſera réfléchi à l'œil *O* par un point de *miroir* plus voiſin que celui par lequel ſera réfléchi le point le plus proche *H*. Ainſi, ſi le point *A* d'un objet eſt réfléchi par le point *C* du *miroir*, & le point *B* de l'objet par le point *C* du *miroir*, l'un & l'autre vers le même point *O*, tous les points intermédiaires entre *A* & *B*, dans l'objet, ſeront réfléchis par des points intermédiaires entre *C* & *D* dans le *miroir*.

7°. Dans un *miroir convexe ſphérique*, l'image eſt moindre que l'objet; & de là l'uſage de ces ſortes de *miroirs* dans la Peinture, lorſqu'il faut repréſenter des objets plus petits qu'au naturel.

8°. Dans un *miroir convexe*, plus l'objet ſera éloigné, plus l'image ſera petite.

9°. Dans un *miroir convexe*, les parties de l'objet ſituées à droite ſont repréſentées à gauche, & réciproquement, & les objets perpendiculaires au *miroir* paroiſſent renverſés.

10°. L'image d'une droite perpendiculaire au *miroir* eſt une droite; mais celle d'une droite ou oblique ou parallele au *miroir*, eſt convexe.

Cette propoſition eſt encore une de celles ſur leſquelles les Opticiens ne ſont point d'acord. Ainſi, un autre moyen de décider entre les deux principes, ſeroit d'examiner ſi l'image d'un objet long, comme d'un bâton placé perpendiculairement au *miroir*, paroît exactement droite ou courbe; car, ſuivant le P. Tacquet, les images des différens points du bâton doivent être dans les concours des rayons réfléchis avec la cathete, &, comme le bâton eſt la cathete lui même, il s'enſuit que l'image du bâton doit former une ligne droite dans la direction même du bâton. Au contraire, ſuivant le principe de Barrow, cette même image doit paroître courbe; il eſt vrai que ſa courbe ne ſera pas conſidérable, & c'eſt ce qui rend cette expérience délicate. Quoi qu'il en ſoit, les uns & les autres conviennent que l'image d'un objet infiniment long ainſi placé, ne doit paroître que de la longueur d'environ la moitié du rayon.

11°. Les rayons réfléchis par un *miroir convexe* divergent plus que s'ils l'étoient par un *miroir* plan.

C'eſt pour cela que les myopes voient dans un *miroir convexe* les objets éloignés plus diſtinctement qu'ils ne les verroient à la vue ſimple. *Voy.* MYOPE.

Les rayons réfléchis par un *miroir convexe* d'une plus petite ſphere, divergent plus que s'ils l'étoient par une ſphere plus grande; & par conſéquent la lumiere doit s'affoiblir davantage, & ſes effets doivent être moins puiſſans dans le premier cas que dans le dernier.

Miroirs concaves ſont ceux dont la ſurface eſt concave. *Voyez* CONCAVE. Remarquez que les au-

Digitized by Google

teurs entendent ordinairement par *miroirs concaves* les *miroirs* d'une concavité ſphérique.

Loix & phénomenes des miroirs concaves. 1°. Si un rayon *K I*, *Fig.* 34, tombe ſur un *miroir* concave *L I* ſous un angle de 60°, c'eſt-à-dire, faiſant 60° avec le rayon du *miroir*, & parallele à l'axe *A B*, le rayon réfléchi *I B* concourra avec l'axe *A B*, dans le ſommet *B* du *miroir*. Si l'inclinaiſon du rayon incident eſt moindre que 60, comme celle de *H E*, le rayon réfléchi *E F* concourra alors avec l'axe à une diſtance *B F*, moindre que le quart du diametre; & généralement la diſtance du centre *C* au point *F*, où le rayon *H E* concourt avec l'axe, eſt à la moitié du rayon *C D*, en raiſon du ſinus total au co-ſinus d'inclinaiſon. On a conclu de là par le calcul, que dans un *miroir ſphérique concave* dont la largeur comprend un angle de 60, les rayons paralleles ſe rencontrent après la réflexion dans une portion de l'axe moindre que $\frac{2}{277}$ du rayon; que, ſi la largeur du *miroir concave* eſt de 60, 90, ou 180, la partie de l'axe où les rayons paralleles ſe rencontreront après la réflexion eſt moindre que $\frac{1}{154}$, $\frac{1}{308}$, $\frac{1}{77}$, $\frac{1}{154}$, $\frac{1}{77}$ du rayon, & c'eſt ſur ce principe qu'on conſtruit les *miroirs* ardens.

Car, puiſque les rayons répandus ſur toute la ſurface du *miroir concave* ſont reſſerrés par la réflexion dans un très-petit eſpace, il faut par conſéquent que la lumiere & la chaleur des rayons paralleles y augmentent conſidérablement, c'eſt-à-dire, en raiſon doublée de celle de la largeur du *miroir*, & de celle du diametre du cercle où les rayons ſont raſſemblés; & les rayons du ſoleil, qui tombent ſur la terre, devant d'ailleurs être cenſés paralleles (*Voyez* LUMIERE), on ne doit donc pas s'étoner que les *miroirs concaves* brûlent avec tant de violence. *Voyez* auſſi ARDENT.

Il eſt facile de voir, par les regles que nous venons d'établir, que les rayons du ſoleil, réfléchis par le *miroir*, ne rencontrent jamais l'axe *B A* en un point qui ſoit plus éloigné du ſommet *B* que de la moitié du rayon: ainſi, comme le point de milieu entre *C* & *B* eſt toujours la limite du concours des rayons, on a appelé ce point de milieu le *foyer du miroir*, parce que c'eſt auprès de ce point que les rayons concourent, & qu'ils ſont d'autant plus ferrés, qu'ils en ſont plus proches; d'où il s'enſuit que c'eſt en ce point qu'ils doivent faire le plus d'effet. *Voyez* FOYER.

2°. Un corps lumineux étant placé au foyer d'un *miroir concave E I*, *Fig.* 34, les rayons deviendront paralleles après la réflexion, ce qui fournit le moyen de projeter une lumiere très-forte à une grande diſtance, en mettant, par exemple, une bougie allumée au foyer d'un *miroir concave*; il s'enſuit encore de là, que, ſi les rayons qui ſont renvoyés par le *miroir* ſont reçus par un autre *miroir concave*, ils concourront de nouveau dans le foyer de celui-ci, & ils y brûleront. Zahnius fait mention d'une expérience pareille faite à Vienne: on plaça deux *miroirs concaves*, l'un de ſix, l'autre de trois pieds de diametre, à environ 24 pieds l'un de l'autre; on mit un charbon rouge au foyer de l'un & une méche avec une amorce au foyer de l'autre, & les rayons qui partirent du charbon allumerent la méche.

3°. Si on place un corps lumineux entre le foyer *F*, *Figure* 37, & le *miroir H B C*, les rayons divergeront de l'axe après la réflexion.

4°. Si un corps lumineux ſe trouve placé entre le foyer *F* & le centre *G*, les rayons ſe rencontreroit après la réflexion dans l'axe & au delà du centre.

Ainſi, une bougie étant placée en *I*, on verra ſon image en *A*; &, ſi elle eſt placée en *A*, on verra ſon image en *I*, *&c.*

5°. Si l'on met un corps lumineux dans le centre du *miroir*, tous les rayons ſe réfléchiront ſur eux-mêmes. Ainſi, l'œil étant placé au centre d'un *miroir concave*, il ne verra rien autre que lui-même confuſément & dans tout le *miroir*.

6°. Si un rayon tombant d'un point *b* de la cathete, *Fig.* 35, ſur le *miroir* convexe *b E*, eſt prolongé, ainſi que ſon rayon réfléchi *I F*, dans la concavité du *miroir*, *F H* ſera le rayon incident du point *H* de la cathete, & *F O* le réfléchi; & par conſéquent, ſi le point *H* eſt l'image du point *b* dans le *miroir* convexe, *b* eſt l'image de *H* dans le concave. Si donc l'image d'un objet réfléchi par un *miroir* concave, étoit vue par la réflexion dans le même *miroir* ſuppoſé concave, elle paroîtra ſemblable à l'objet même.

Et puiſque l'image d'une cathete infinie eſt moindre dans ſon *miroir* convexe que le quart du diametre, il s'enſuit encore de là que l'image d'une portion de cathete moindre que le quart du diametre, peut être dans un *miroir concave* auſſi grand que l'on voudra.

Ainſi, tout point diſtant du *miroir concave* de moins que le quart du diametre, doit paroître plus ou moins loin derriere le *miroir*.

Puiſque l'image d'un objet auſſi large qu'on voudra eſt compriſe dans un *miroir* convexe entre les deux lignes d'incidence de ſes deux points externes, nous pouvons conclure de là que, ſi on place un objet entre les deux lignes dans le *miroir concave*, & à une diſtance moindre que le quart de ſon diametre, la grandeur de l'image pourra paroître auſſi grande qu'on voudra; d'où nous pouvons conclure que les objets placés entre le foyer d'un *miroir concave* & le *miroir*, doivent paroître, dans ce *miroir*, d'une grandeur énorme; & en effet, l'image eſt d'autant plus grande dans le *miroir concave*, qu'elle eſt plus petite dans le convexe.

Dans un *miroir* convexe, l'image d'un objet éloigné paroîtra plus proche du centre que celle d'un objet plus voiſin; & par conſéquent, dans

Digitized by Google

un *miroir concave*, l'image d'un objet éloigné du *miroir* paroîtra plus éloignée que celle d'un objet plus voisin, pourvu cependant que la distance du sommet au centre soit moindre que le quart du diametre.

Dans un *miroir* convexe, l'image d'un objet éloigné est moindre que celle d'un objet voisin; & par conséquent, dans un *miroir concave*, l'image d'un objet placé entre le foyer & le *miroir*, doit paroître d'autant plus grand, que l'objet est plus près du foyer.

Ainsi, l'image d'un objet qui s'éloigne continuellement du *miroir concave*, doit devenir de plus en plus grande, pourvu que l'objet ne s'éloigne point jusque derriere le foyer, où elle deviendroit confuse, & de même l'objet s'approchant, l'image diminuera de plus en plus.

Plus la sphere dont un *miroir* convexe est le segment, est petite, plus l'image l'est aussi; & par conséquent plus celle dont un *miroir concave* est le segment, sera petite, plus l'image sera grande. D'où il s'ensuit que les *miroirs concaves*, qui sont segmens de très-petites spheres, peuvent servir de microscope.

7°. Si on place un objet entre un *miroir concave* & son foyer, son image paroîtra derriere le *miroir* & dans sa situation naturele, excepté que ce qui est à droite paroîtra à gauche & réciproquement.

8°. Si on met un objet *AB*, *Fig. 36*, entre le foyer & le centre, son image *E F* paroîtra renversée & en plein air, l'œil étant placé au delà du centre.

9°. Si on met un objet *E F* par-delà le centre *C*, & que l'œil soit aussi par-delà le centre, l'image paroîtra renversée en plein air entre le centre & le foyer.

Il n'est pas inutile de remarquer que, lorsque l'objet est au foyer ou proche du foyer, alors l'image est très-fouvent confuse, à cause que les rayons réfléchis par le *miroir* étant paralleles, entrent dans l'œil avec trop peu de divergence; & quand l'objet est placé entre le foyer & le centre, il faut que l'œil soit placé au delà du centre, & assez loin du point de concours des rayons, pour que l'image puisse être vue distinctement; car, sans cela, on la verra très-confuse. C'est l'expérience de Barrow dont nous avons déja parlé.

D'où il s'ensuit que les images renversées des objets placés au delà du centre d'un *miroir concave*, seront réfléchies directes par un *miroir*, & pourront être reçues en cet état sur un papier placé entre le centre & le foyer, fur-tout si la chambre est obscure; que, si l'objet *E F* est plus éloigné du centre que ne l'est le foyer, l'image sera en ce cas moindre que l'objet. Sur ce principe, on peut représenter diverses apparences extraordinaires, au moyen des *miroirs concaves*, fur-tout de ceux qui sont segmens de grandes spheres, & qui peuvent réfléchir des objets entiers. Ainsi, un homme qui sera le moulinet avec son épée au devant d'un *miroir concave*, en verra un autre venir à lui dans le même mouvement; & la tête de cette image fortant de ce *miroir*, s'il se met en attitude de la lui couper avec son épée réelle, l'épée imaginaire paroîtra alors lui couper sa propre tête. S'il tend sa main à l'image, l'autre main s'avancera vers la sienne, & viendra la rencontrer en plein air, & à une grande distance du *miroir*.

10°. L'image d'une droite perpendiculaire à un *miroir concave*, est une droite, mais toute ligne oblique ou parallele y est représentée concave; &, selon Barrow, elle doit être courbe dans tous les cas.

Formule pour trouver le foyer d'un miroir *quelconque, convexe ou concave.* 1°. Si le *miroir* est concave, & qu'on nomme y la distance de l'objet au *miroir* (on suppose l'objet placé dans l'axe, z la distance de l'image au *miroir*, & a le rayon), on aura $z = \frac{ay}{2y-a}$; *Voy. les Mém. académiq.* 1710: d'où il est aisé de voir, 1°. que, si $y = \frac{a}{2}$, les rayons réfléchis seront paralleles à l'axe, z étant alors infinie; 2°. que si $2y < a$, z sera négative, c'est-à-dire, que les rayons réfléchis seront divergens, & concourront au delà du *miroir*, &c. 3°. que, si le *miroir* est convexe, il n'y a qu'à faire a négative, & on aura $z = \frac{ay}{2y+a}$: ce qui montre que les rayons réfléchis par un *miroir* convexe sont toujours divergens. *Voy.* Lentille.

Les miroirs cylindriques, paraboliques & elliptiques sont ceux qui sont terminés par des surfaces cylindriques, paraboliques & sphéroïdes. *Voyez* Cylindrique, Cône & Parabole, *&c.*

Phénomenes ou propriétés des miroirs *cylindriques.* 1°. Les dimensions des objets qu'on place en long devant ces *miroirs*, n'y changent pas beaucoup; mais les figures de ceux qu'on y place en large, y sont fort altérées, & leurs dimensions y diminuent d'autant plus, qu'ils sont plus éloignés du *miroir*, ce qui les rend très-difformes.

La raison de cela est que les *miroirs cylindriques* sont plans dans le sens de leur longueur, & convexes dans le sens de leur largeur: de sorte qu'ils doivent représenter à peu près au naturel celle des dimensions de l'objet qui est placée en long, c'est-à-dire, qui se trouve dans un plan passant par leur axe; au contraire, la dimension placée en large, c'est-à-dire, parallélement à un des diametres du cylindre, doit paroître beaucoup plus petite qu'elle n'est en effet.

2°. Si le plan de réflexion coupe le *miroir cylindrique* par l'axe, la réflexion se fera alors de la même maniere que dans un *miroir* plan; s'il le coupe parallélement à la base, la réflexion se fera alors comme dans un *miroir* sphérique: si

Digitized by Google

enfin elle le coupe obliquement, ou ſi elle eſt oblique à la baſe, la réflexion ſe fera, dans ce dernier cas, comme dans un *miroir* elliptique.

3°. Si on préſente au ſoleil un *miroir cylindrique creux*, on verra les rayons ſe réfléchir, non dans un foyer, mais dans une ligne lumineuſe parallele à l'axe & à une diſtance un peu moindre que le quart du diametre.

Les propriétés des *miroirs* coniques & pyramidaux ſont aſſez analogues à celles des *miroirs cylindriques*, & on déduit la méthode de tracer des anamorphôſes, c'eſt-à-dire, des figures difformes ſur un plan, leſquelles paroiſſent belles & bien proportionées lorſqu'elles ſont vues dans un *miroir cylindrique*. *Voyez* ANAMORPHÔSE.

Quant aux *miroirs* elliptiques, paraboliques, on n'en ſait guere que les propriétés ſuivantes:

1°. Si un rayon tombe ſur un *miroir* elliptique en partant d'un des foyers, il ſe réfléchit à l'autre foyer; de façon qu'en mettant à l'un des foyers une bougie allumée, ſa lumiere doit ſe raſſembler à l'autre.

Si le *miroir* eſt parabolique, les rayons qui partent de ſon foyer & qui tombent ſur la ſurface du *miroir*, ſont réfléchis parallélement à l'axe; & réciproquement les rayons qui viennent parallélement à l'axe tomber ſur la ſurface du *miroir*, comme ceux du ſoleil, ſont tous réfléchis au foyer.

2°. Comme tous les rayons, que ces *miroirs* réfléchiſſent, doivent ſe raſſembler en un même point, ils doivent être par cette raiſon les meilleurs *miroirs* ardens, au moins, ſi on conſidere la choſe mathématiquement; cependant les *miroirs* ſphériques ſont pour le moins auſſi bons.

3°. Comme le ſon ſe réfléchit ſuivant les mêmes loix que la lumiere, il s'enſuit qu'une figure elliptique ou parabolique eſt la meilleure qu'on puiſſe donner aux voûtes d'un bâtiment pour le rendre ſonore. C'eſt ſur ce principe qu'eſt fondée la conſtruction de ces ſortes de cabinets appelés *cabinets ſecrets*, dont la voûte eſt en forme d'ellipſe; car, ſi une perſone parle tout bas au foyer de cette ellipſe, elle ſera entendue par une autre perſone qui aura l'oreille à l'autre foyer, ſans que ceux qui ſont répandus dans le cabinet entendent rien. De même, ſi la voûte à une forme parabolique, & qu'une perſone ſoit placée au foyer de cette voûte, elle entendra facilement tout ce qu'on dira très-bas dans la chambre, & ceux qui y ſont entendront réciproquement ce qu'elle dira fort bas. (*O*).

MIXTE, adj. (*Mathém.*): on dit qu'il y a raiſon ou proportion *mixte*, lorſqu'on compare la raiſon de l'antécédent & du conſéquent à leur différence, comme ſi

$$a.b :: c.d$$

$$2.4 :: 12.16$$

$$7.-1 :: 28.-4.$$

$a+b.a-b :: c+d.c-d$. *Voyez* RAISON & PROPORTION.

MIXTILIGNE, adj. (*Géom.*), ſe dit de ce qui eſt formé de lignes droites & de lignes courbes; ainſi, on dit une figure *mixtiligne* pour dire une figure terminée en partie par des lignes courbes, & en partie par des lignes droites; on dit auſſi un angle *mixtiligne* pour dire un angle formé par une ligne droite & une ligne courbe. *Voyez* FIGURE & CONTINGENCE.

MOBILE, adj. (*Méch.*), ſe dit de ce qui eſt ſuſceptible de mouvement, qui eſt diſpoſé au mouvement. *Voyez* MOUVEMENT.

La ſphere eſt le plus *mobile* de tous les corps, c'eſt-à-dire, le plus facile à mouvoir. Une porte eſt *mobile* ſur ſes gonds; l'aiguille aimantée, ſur ſon pivot, *&c. Mobile* ſe dit ſouvent par oppoſition à fixe. *Voyez* FIXE.

MOBILE, ſ. m. (*Aſtron.*) Premier *mobile*, ſe dit, en aſtronomie, du mouvement diurne & commun de tout le ciel. Les anciens imaginoient au dehors de toutes les ſpheres des planetes, une ſphere plus vaſte qui renfermoit toutes les autres, qui les entraînoit toutes chaque jour, & qui étoit par conſéquent le premier *mobile* de l'univers. Ainſi, dans le ſyſtême de Ptolémée, c'eſt la neuvieme ou la plus grande ſphere des cieux, dont le centre eſt celui du monde, & en comparaiſon de laquelle la terre n'eſt qu'un point. Suivant cet ancien ſyſtême, le premier *mobile* contient toutes les autres ſpheres; il leur donne ce mouvement en tournant lui-même, & les faiſant tourner toutes, & achever leur révolution en 24 heures. Les autres orbes particuliers ſont deſtinés à produire les autres mouvemens que l'on obſerve dans les corps céleſtes, & pour chacun deſquels il faut un orbe ou un *mobile* particulier. L'aſtronomie eſt aujourd'hui délivrée de tout ce fatras d'orbes mobiles, depuis le ſyſtême de Copernic.

Dans l'aſtronomie moderne, on appele *temps du premier mobile*, celui qui eſt meſuré par le retour des étoiles au méridien; les 24 heures du premier *mobile* ne ſont que 23 heures 56 minutes 4 ſecondes en temps ſolaire moyen; parce que, quand la ſphere a fait un tour entier, le ſoleil n'eſt pas encore au méridien; il s'en faut de la quantité de ſon mouvement propre en un jour.

Ainſi, les horloges réglées ſur les heures du premier *mobile*, & qui ſuivent le mouvement diurne des étoiles, avancent tous les jours de 3 minutes 56 ſecondes à midi moyen, ſur le moyen mouvement du ſoleil, & ne marquent jamais l'heure du ſoleil, ſi ce n'eſt le jour de l'équinoxe. On trouve cependant un avantage dans cette maniere de régler une horloge; c'eſt que les étoiles paſſent tous les jours au méridien à la même heure comptée ſur l'horloge, au lieu qu'elles y paſſoient chaque jour 3 minutes 56 ſec. *plutôt* ſur les autres horloges; mais ce *plutôt* eſt relatif au ſoleil, ſur lequel on a accoutumé de régler les horloges ordinaires; c'eſt une facilité pour ceux qui obſervent beaucoup d'étoiles au méridien, que d'apercevoir d'un coup d'œil ſur l'hor-

Digitized by Google

loge quelle eſt l'aſcenſion droite de l'étoile qui va paſſer ; mais auſſi l'on y trouve l'inconvénient d'être obligé de faire une regle de trois pour ſavoir quel eſt le temps vrai de chaque obſervation, & pour ſe préparer à obſerver le paſſage du ſoleil ou d'une planete au méridien.

On convertit les degrés en temps du premier *mobile*, en prenant une heure pour 15 degrés, une minute de temps pour 15 minutes de degré, *&c.* (*D. L.*)

MOBILITÉ, ſ. f. (*Méch.*), ſignifie poſſibilité d'être mû, ou facilité à être mû & quelquefois le mouvement même actuel. *Voyez* MOUVEMENT.

La *mobilité* ou poſſibilité d'être mû, eſt une propriété générale des corps.

La *mobilité* du mercure, ou la facilité de ſes parties à être mûes, provient de la petiteſſe & de la ſphéricité de ſes particules, & c'eſt ce qui en rend la fixation ſi difficile.

La *mobilité* de la terre eſt reçue chez tous les Aſtronomes. *Voyez* SYSTÊME.

MOCHOS ; nom de la conſtellation de la Balance.

MODERNE, adj. (*Math.*), ſe dit des différentes parties des Mathématiques & de la Phyſique, en comparant leur état & leur accroiſſement actuel, avec l'état où les anciens nous les ont tranſmiſes. L'aſtronomie *moderne* a commencé à Copernic ; la Géométrie *moderne* eſt la Géométrie des infiniment petits ; la Phyſique *moderne* étoit celle de Deſcartes dans le ſiecle dernier, & dans ce ſiecle-ci, c'eſt celle de Newton. *Voyez* ASTRONOMIE, GÉOMÉTRIE. (*O*)

MODULE, ſ. m. (*Alg.* & *Geom.*) Quelques auteurs appelent ainſi la *ligne* qu'on prend pour ſous-tangente de la logarithmique dans le calcul des logarithmes. *Voyez* LOGARITHME & LOGARITHMIQUE. Ainſi, dans les logarithmes de Neper, le *module* eſt 0, 4342 94 ; &, dans les logarithmes de Briggs, c'eſt l'unité. Quand on dit qu'une ligne eſt le logarithme du raport de *a* à *b*, *c* étant pris pour *module*, cela veut dire que cette ligne eſt l'abſciſſe d'une logarithmique dont la ſous-tangente eſt *c*, cette abſciſſe étant compriſe entre deux ordonnées égales à *a* & à *b*. M. Côtes, dans ſon *Harmonia menſurarum* (commenté & dévelopé par dom Walmesley dans ſon *Analyſe des raports*), emploie fréquemment cette expreſſion de *module* qui d'ailleurs n'eſt pas fort uſitée. (*O*)

MŒNALE. *Voyez* MONT-MÉNALE.

MOINS ; terme fort uſité en *Algebre*, & que l'on déſigne par ce ſigne —; ainſi, 5 — 3 s'exprime ainſi, *cinq moins trois* ; ce qui veut dire que 3 eſt retranché de 5 ; le ſigne — ou *moins*, eſt le ſigne de la ſouſtraction ; il eſt oppoſé à + *plus*, qui eſt le ſigne de l'addition. *Voyez* NÉGATIF.

MOIS, ſ. m. (*Aſtronomie & Chronologie*); c'eſt la douzieme partie de l'année. *Voyez* ANNÉE.

Comme il y a différentes eſpeces d'années, il y a auſſi différentes eſpeces de *mois*, comme *mois* ſolaire, *mois* lunaire, *mois* civil, *mois* aſtronomique, *&c.*

Mois ſolaire, c'eſt l'eſpace de temps que le ſoleil emploie à parcourir un ſigne entier de l'écliptique, ces *mois* ſont inégaux, puiſque le ſoleil eſt plus long-temps dans les ſignes d'été que dans ceux d'hiver.

Mais comme il parcourt conſtamment tous les douze ſignes en 365 *j.* 5*h.* 48′ 48″, on aura la quantité du *mois* moyen en diviſant ce nombre par douze ; &, d'après ce principe, on trouve la quantité du *mois* ſolaire, moyen de 30 *j.* 10*h.* 29′. 4″. Mais on ne peut faire les *mois* civils que de 30 ou 31 jours, c'eſt ce que l'on pratique dans le calendrier ordinaire, à l'exception du *mois* de février, qui eſt de 28 ou de 29 jours. On a vu au *mot* CALENDRIER, ce qu'il faudroit faire pour acorder les *mois* civils avec les *mois* aſtronomiques.

Les *mois* lunaires ſont ou ſynodiques ou périodiques : le *mois* lunaire ſynodique, qui s'appele ſimplement *mois lunaire* ou *lunaiſon*, eſt l'eſpace de temps compris entre deux conjonctions de la lune avec le ſoleil, ou entre deux nouveles lunes ; il eſt de 29 *j.* 12 *h.* 44′ 3″.

Le *mois lunaire périodique*, eſt l'eſpace de temps dans lequel la lune fait ſa révolution autour de la terre, c'eſt-à-dire, le temps qu'elle emploie à revenir au même point du zodiaque d'où elle eſt partie ; ce *mois* eſt de 27 *j.* 7 *h.* 43′ 4″ $\frac{2}{3}$, mais il n'y a que les aſtronomes qui en faſſent uſage.

Comme le *mois* lunaire ſynodique eſt de 29 *j.* 12*h.* 44′. 3″, les *mois lunaires civils* devroient être alternativement de 29 à 30 jours, pour conſerver, autant qu'il ſeroit poſſible, l'acord avec les vrais *mois* lunaires. Cependant ſi tous les *mois* étoient continuélement de 29 & de 30 jours, on négligeroit 44′ 3″. Il eſt donc néceſſaire de faire tous les trois ans un *mois* de 30 jours, outre ceux qui forment l'alternative. C'eſt ce que l'on pratique dans le calendrier eccléſiaſtique des *mois* lunaires. *Voyez* CALENDRIER. (*D. L.*)

Mois draconique, ou *dragonitique*, *mois de latitudes*, retour de la lune à ſon nœud.

Mois embolifmique, ou *intercalaire*, eſt celui que l'on ajoute aux 12 *mois* lunaires tous les trois ans. *Voyez* CALENDRIER.

Mois caves & *mois pleins*, ſont ceux de 29 & de 30 jours.

Mois anomaliſtique, eſt le retour de la lune à ſon apogée, il eſt de 27 jours 13 heures 18′ 34″. (*D. L.*)

MOMENT, ſ. m. *dans le temps*, (*Méch.*) eſt une partie très-petite & preſqu'inſenſible de la durée, qu'on nomme autrement *inſtant*. Le mot *inſtant* ſe dit néanmoins plus proprement d'une partie de temps non ſeulement très-petite, mais

Digitized by Google

infiniment petite, c'eſt-à-dire, plus petite qu'aucune partie donnée, ou aſſignable. *Voyez* TEMPS.

Moment, dans les nouveaux calculs de l'infini, marque chez quelques auteurs, des quantités cenſées infiniment petites. *Voyez* INFINI. C'eſt ce qu'on appele autrement & plus communément *différences*; ce ſont les augmentations ou diminutions momentanées d'une quantité conſidérée; comme dans une fluxion continuele. *Voyez* DIFFÉRENTIEL & FLUXION.

Moment ou *momentum*, en Méchanique, ſignifie quelquefois la même choſe qu'*impetus*, ou la quantité du mouvement d'un mobile. *Voyez* MOUVEMENT.

Dans la comparaiſon des mouvemens des corps, la raiſon de leurs *momens* eſt toujours compoſée de celles de la quantité de matiere, & de la viteſſe du mobile, de façon que le *moment* d'un corps en mouvement peut être regardé comme le produit fait de ſa quantité de matiere & de ſa viteſſe; & comme on ſait que tous les produits égaux ont des facteurs réciproquement proportionels, il s'enſuit de là que ſi des mobiles quelconques ont des *momens* égaux, leurs quantités de matiere ſeront en raiſon inverſe de leurs viteſſes; c'eſt-à-dire, que la quantité de matiere du premier ſera à la quantité de matiere du ſecond, en raiſon de la viteſſe du ſecond à celle du premier: & réciproquement, ſi les quantités de matiere ſont réciproquement proportionelles aux viteſſes, les *momens* ſont égaux.

Le *moment* de tout mobile peut auſſi être conſidéré comme la ſomme des *momens* de toutes ſes parties; & par conſéquent ſi les grandeurs des corps & le nombre de leurs parties ſont les mêmes, ainſi que leurs viteſſes, les corps auront les mêmes *momens*.

MOMENT, s'emploie plus proprement & plus particuliérement dans la *Statique*, pour déſigner le produit d'une puiſſance par le bras du levier auquel elle eſt appliquée, ou, ce qui eſt la même choſe, par la diſtance de ſa direction au point d'apui: une puiſſance a d'autant plus d'avantage, toutes choſes d'ailleurs égales, & ſon *moment* eſt d'autant plus grand, qu'elle agit par un bras de levier plus long. *Voyez* LEVIER, BALANCE & MÉCHANIQUE.

MONDE, ſe prend quelquefois pour la terre ſeule, quelquefois pour l'aſſemblage du ciel & de la terre. *Monde ſupérieur*, ſignifie les cieux, & *monde inférieur*, le globe terreſtre. Ordinairement le *monde* ſignifie la terre & tout ce qui en dépend; on dit aſſez communément faire le tour du *monde*, pour dire le tour de la terre; &, dans ce ſens, on demande ſi les planetes ſont des *mondes*, c'eſt-à-dire, ſi elles reſſemblent à la terre, & ſi elles ſont habitées comme la terre.

La *pluralité des mondes* ſe trouvoit déja dans les Orphiques, ces anciens poëſies greques attribuées à Orphée (Plut. *de Plac. Phil.* l. 2, c. 13); les Pythagoriciens, tels que Philolaüs, Nicetas, Héraclides, enſeignoient que ces aſtres étoient autant de *mondes* (*Plut.* l. 2, c. 13 & 30; *Achilles Tatius*, *Iſag. ad Arat.*, Phœn. c. 10; Diog. Laërc. *in Emped.*); pluſieurs anciens philoſophes admétoient même une infinité de *mondes* hors de la portée de nos ieux. Épicure, Lucrece (l. 2, v. 1069) & tous les Épicuriens étoient du même ſentiment; Métrodore trouvoit qu'il étoit auſſi abſurde de ne mettre qu'un ſeul *monde* dans le vide infini, que de dire qu'il ne pouvoit croître qu'un ſeul épi de blé dans une vaſte campagne (*Plut.* l. 1, c. 5); Zenon d'Élée, Anaximenes, Anaximandre, Leucippe, Démocrite le ſoutenoient de même. Enfin il y avoit auſſi des philoſophes qui, en admétant que notre *monde* étoit unique, donnoient des habitans à la lune; tels étoient Anaxagore (*Macrob. ſomn.* Scip. l. 1, c. 11), Xenophanes (*Cic. Ac. queſt.* l. 4), Lucien (Plut. *de Oracul. defectu, de facie in orbe lunæ*). On peut voir une liſte beaucoup plus ample de ces opinions des anciens ſur la pluralité des *mondes*, dans Fabricius (*Bibliotb. Gr.* tom. I, c. 20), & dans le Mémoire de M. Bonamy (*Acad. des Inſcript.* tom. IX). Hévélius en paroiſſoit auſſi perſuadé en 1647, lorſqu'il parloit de la différence des habitans des hémiſpheres de la lune: *quod ſi in lunæ dentur res creatæ viventes, illæ quæ habitant in hemiſphario lunæ patente & aperto terræ, ratione luminis ſunt melioris conditionis quam illæ quæ colunt hemiſphærium lunæ nobis abſcondituum ac latens* (Sélénogr. *p.* 294). Il les appele *ſelenitæ*, & il examine aſſez au long tous les phénomenes qui s'obſervent dans leur planete, à l'exemple de Kepler, *Aſtron. lunaris*.

Fontenelle a traité cette queſtion dans les *Entretiens ſur la pluralité des mondes*, publiés en 1686; il y ſoutient que chaque planete eſt habitée, & il explique à cette occaſion, avec beaucoup de clarté, le ſyſtême de Copernic & les tourbillons de Deſcartes, qui étoient alors tout ce qu'on connoiſſoit de mieux. Ce livre a eu la plus grande réputation; & on le regarde encore aujourd'hui comme un de ceux qui font le plus d'honeur à ſon auteur.

Il établit que chaque planete, depuis la lune juſqu'à ſaturne, eſt un *monde* habité, comme notre terre; la raiſon générale qu'il en apporte eſt que les planetes ſont des corps ſemblables à la terre, des corps opaques, denſes, raboteux, peſans, éclairés & échaufés par le ſoleil, ayant leur nuit & leur jour, leur été & leur hiver; que la terre elle-même eſt une planete, & que par conſéquent, puiſque cette derniere eſt habitée, les autres planetes doivent l'être auſſi. L'auteur ſe met à couvert des objections des Théologiens, en aſſurant qu'il ne met point des hommes dans les autres planetes, mais des habitans dont la figure eſt fort différente de la nôtre, dont nous n'avons aucune idée: „ Quelle différence, dit-il, de notre „ figure, de nos manieres, *&c.* à celle des Amé-

Digitized by Google

„ ricains ou des Africains ! Nous habitons pourtant le même vaiſſeau dont ils tiennent la proue „ & nous la poupe ! Combien ne doit-il pas „ y avoir de différence de nous aux habitans des „ autres planetes, c'eſt-à-dire, de ces autres „ vaiſſeaux qui flotent loin de nous dans les „ cieux „.

Huyghens, dans ſon *Coſmotheoros*, imprimé en 1698, c'eſt-à-dire, après l'ouvrage de Fontenelle, ſoutient la même opinion & la pouſſe encore davantage.

Quoique l'opinion de l'exiſtence des habitans des planetes ne ſoit pas ſans vrai-ſemblance, elle n'eſt pas non plus ſans difficultés, comme l'obſervoit M. d'Alembert dans l'Encyclopédie. 1°. On doute ſi pluſieurs planetes ont une atmoſphere, & il eſt ſûr que la lune n'en a point. L'on ne voit pas comment des êtres vivans y reſpireroient & y ſubſiſteroient. 2°. On remarque dans quelques planetes, comme jupiter, des changemens de figure & des altérations conſidérables ſur-leurs ſurfaces. *Voy.* BANDES): il ſemble qu'une planete habitée devroit être plus tranquille.

3°. Enfin les cometes ſont certainement des planetes; il eſt difficile cependant de croire que les cometes ſoient habitées, à cauſe de la différence extrême que leurs habitans devroient éprouver dans la chaleur du ſoleil, dont ils ſeroient quelquefois brûlés, pour ne la reſſentir enſuite que très-foiblement ou point du tout. La comete de 1680, par exemple, a paſſé preſque ſur le ſoleil, & de là elle s'en eſt éloignée au point qu'elle ne reviendra peut-être que dans 575 ans. Quels ſeroient les corps vivans capables de ſoutenir cette chaleur prodigieuſe d'un côté, & cet énorme froid de l'autre? Il en eſt de même à proportion des autres cometes. Que faut-il donc répondre, ajoutoit M. d'Alembert, à ceux qui demandent ſi les planetes ſont habitées? Qu'on n'en ſait rien.

Ce qui fait qu'on eſt ſi porté à croire les planetes habitées, c'eſt qu'on regarde la terre comme ne ſervant à autre choſe qu'à l'habitation des hommes; d'où il ſuit que les planetes ne ſerviroient à rien, ſi elles n'étoient pas habitées. Ce raiſonement tient, ce me ſemble, à des idées bien étroites & bien peu philoſophiques, & en même temps bien préſomptueuſes de la part des hommes; que ſommes-nous en comparaiſon de l'univers, en connoiſſons-nous l'étendue, les propriétés, la deſtination, les raports; & quelques atomes d'une ſi frêle exiſtence peuvent-ils intéreſſer l'immenſité de ce grand tout, ou ajouter quelque choſe à la perfection de l'univers, ou à la gloire du Créateur?

Wolf, s'apuiant ſur des preuves d'une autre eſpece, va juſqu'à faire des conjectures ſur les habitans des planetes; par exemple, il trouve que les habitans de jupiter doivent être beaucoup plus grands que nous, & de taille giganteſque. „ On „ enſeigne, dit-il, dans l'optique, que la prunelle „ le de l'œil eſt dilatée par une lumiere foible, „ & rétrécie par une lumiere forte: donc la lumiere du ſoleil étant beaucoup moins grande „ pour les habitans de jupiter que pour nous, parce que jupiter eſt plus éloigné du ſoleil, il s'enſuit que les habitans de cette planete ont la „ prunelle beaucoup plus large & beaucoup plus „ dilatée que la nôtre. Or on obſerve que la prunelle a une proportion conſtante avec le globe „ de l'œil, & l'œil avec le reſte du corps; de ſorte que, dans les animaux, plus la prunelle „ eſt grande, plus l'œil eſt gros, & plus auſſi le „ corps eſt grand.

„ Pour déterminer la grandeur des habitans de „ jupiter, on peut remarquer que la diſtance de „ jupiter au ſoleil, eſt à la diſtance de la terre „ au ſoleil, comme 26 à 5; & que par conſéquent la lumiere du ſoleil, par raport à jupiter, „ eſt à ſa lumiere par raport à la terre, en raiſon „ doublée de 5 à 26; or on trouve, par l'expérience, que la prunelle ſe dilate en plus grand „ raport, que l'intenſité de la lumiere ne croît: autrement un corps placé à une grande diſtance, paroîtroit auſſi nétement qu'un autre plus près. „ Ainſi, le diametre de la prunelle des habitans „ de jupiter, eſt au diametre de la nôtre, en plus „ grande raiſon que celle de 5 à 26. Suppoſons-le „ de 10 à 26, ou de 5 à 13; comme la hauteur „ ordinaire des habitans de la terre eſt de cinq „ pieds quatre pouces environ (c'eſt la hauteur „ que Wolf s'eſt trouvée à lui-même), on en conclut que la hauteur commune des habitans „ de jupiter doit être de 24 pieds $\frac{1}{2}$. Or cette „ grandeur étoit à peu près celle de Og, roi de „ Baſan, dont parle Moyſe, & dont le lit de fer „ étoit long de neuf coudées, & large de quatre „.

Ces conjectures ne ſont qu'un amuſement frivole; car, dit M. d'Alembert, la lumiere eſt plus foible dans jupiter que ſur la terre, il eſt vrai; mais les habitans de jupiter peuvent être d'une telle nature, que cette lumiere ſoit auſſi forte pour eux que la nôtre l'eſt pour nous. Il ſuffit, pour cela, qu'ils aient l'organe plus ſenſible; d'ailleurs eſt-il vrai que la grandeur du corps ſoit proportionée au diametre de la prunelle? Ne voyons-nous pas tous les jours le contraire dans les animaux? Les chats ont la prunelle beaucoup plus grande que nous; les cochons l'ont beaucoup plus petite que les chats, *&c.*

Les défenſeurs de la *pluralité des mondes* ne penſent pas communément que le ſoleil & les étoiles puiſſent être habitées à cauſe du feu. Cependant il ſeroit poſſible que cela fût autrement: M. Knigth, phyſicien anglois, dans un traité ſur l'attraction & la répulſion, entreprend d'expliquer tous les phénomenes de la nature par ces deux principes, & il trouve que le ſoleil & les étoiles pou-

Digitized by Google

roient bien être des *mondes* habités, où peut-être même on gèleroit de froid. *An attempt to demonſtrate that all the phænomena in nature may be explained by two ſimple active principles, attraction and repulſion*, p. 58.

M. Lambert croit que les cometes ſont habitées (*Syſtême du Monde*, Bouillon, 1770). M. de Buffon calcule les époques où chaque planete a pu être habitée, & ceſſera de l'être par le refroidiſſement. *Supplément in-4o*, tom. II, 1775.

En ſuppoſant que les planetes aient été formées à la fois, & embraſées dans le principe, M. de Buffon trouve dans les expériences qu'il a faites ſur le refroidiſſement des corps, qu'il a fallu 75 mille ans à la terre pour ſe refroidir au degré de ſa température actuele, & que, dans 93 mille ans, ſa chaleur étant réduite à un vingt-cinquieme de cette température, elle éprouvera un froid mortel qui devra faire ceſſer toute organiſation & végétation. À l'égard de jupiter, il ne ſera habitable que dans 34 mille ans d'ici; il eſt encore trop chaud, tandis que la lune eſt déja devenue inhabitable par le froid depuis deux mille ans. (*D. L.*)

(M. de Luc prouve que la chaleur de la terre, loin de diminuer comme le veut M. de Buffon, devroit plutôt augmenter; qu'ainſi les conſéquences de cette ipotheſe ſont des illuſions fondées ſur des ſuppoſitions arbitraires, que M. de Buffon appele ailleurs *Romans Phyſiques*. H)

MONOCLE, ſ. m. (*Opt.*) On appele ainſi quelquefois les petites lunetes ou lorgnetes qui ne ſervent que pour un ſeul œil, de *μόνος*, *ſeul*, *oculus*, œil. *Voyez* LUNETE, LORGNETE, BINOCLE.

MONOME, ſ. m. (*Alg.*); quantité qui n'eſt compoſée que d'une ſeule partie ou terme, comme ab, aab, a^2b^3. On l'appele ainſi pour la diſtinguer du polynome, qui eſt compoſé de pluſieurs termes, comme $ab+cd+ef+$ &c. *Voyez* TERME, POLYNOME, MULTINOME, *&c.*

MONTAGNES; hauteurs des principales *montagnes*, & maniere de les meſurer. *Voyez* HAUTEURS.

Montagnes de la lune. *Voyez* SÉLÉNOGRAPHIE.

Montagne de la table; conſtellation méridionale. *Voyez* TABLE.

MONTGOLFIERE; nom que l'on donne à la machine qui ſert à s'élever dans les airs, qu'on appele auſſi *aéroſtate*. Cette machine a été inventée, en 1783, par Meſſieurs Montgolfier, à Annonay, en Vivarais. Elle conſiſte en un globe léger que l'on remplit d'air inflammable, ou dans lequel on raréfie l'air par le moyen du feu; le globe devenu plus léger que l'air atmoſphérique, s'éleve & emporte avec lui les hommes & les fardeaux les plus peſans. Voyez le *Journal des Savans*. Janv. 1784. (*D. L.*)

MONT-MÉNALE, (*Aſtron.*); conſtellation boréale, introduite par Hévelius pour renfermer diverſes étoiles qu'il avoit obſervées ſous les pieds du bouvier; il a pris ce nom d'une montagne, où s'arrêta, ſuivant les poëtes, le bouvier qui donna l'occaſion à cette conſtellation anciene; la nouvele conſtellation étant fort petite, il ne l'a pas ſéparée de celle du bouvier. (*D. L.*)

MOTEUR, adj. (*Méchan.*); ce qui meut ou met en mouvement. *Voy.* MOUVEMENT.

MOTRICE, féminin de *moteur*, ſe dit d'une puiſſance ou force qui a le pouvoir ou la faculté de mouvoir. *Voy.* MOUVEMENT, FORCE *&* ACCÉLÉRATRICE.

MOUCHE, (*Aſtron.*); petite conſtellation boréale ſituée au deſſus du bélier; c'eſt celle que Royer & la Caille appelent la *fleur de lys*, ou le *lys*. La principale étoile eſt de 4e grandeur; elle avoit, en 1750, 1h 14′ 54″ de longitude, & 12° 28′ de latitude boréale.

MOUCHE, *muſca*; petite conſtellation méridionale appelée auſſi *apis*, l'abeille; elle eſt ſituée ſous les pieds du centaure, entre le caméléon & la croix; elle ne contenoit que quatre étoiles dans l'ancien catalogue, elle en renferme treize dans celui de la Caille; la principale, marquée *α*, eſt de quatrieme grandeur, elle avoit, en 1750, 185h 38′ 44″ d'aſcenſion droite, & 67° 45′ 15″ de déclinaiſon auſtrale. (*D. L.*)

MOUFLE, ſ. f. (*Méchan.*); eſt une machine qui conſiſte en un aſſemblage de pluſieurs poulies, dont on ſe ſert pour élever des poids énormes en peu de temps.

La multiplication des poulies, dans la *mouffle*, eſt fort bien imaginée; car l'on démontre, en méchanique, que la force néceſſaire pour ſoutenir un poids par le moyen d'une *mouffle*, eſt au poids lui-même comme l'unité eſt au nombre des poulies; en ſuppoſant que les cordes ſoient paralleles entr'elles. *Voyez* POULIE.

D'où il ſuit que le nombre des poulies & la puiſſance étant données, on trouve aiſément le poids qu'elles pouront ſoutenir en multipliant la puiſſance par le nombre des poulies. Par exemple, ſuppoſons que la puiſſance ſoit = 50 livres, & le nombre des poulies = 5, elles pouront être en équilibre avec un poids de 250 livres.

De même le nombre des poulies étant donné avec le poids qu'elles doivent ſoutenir, on trouve la puiſſance en diviſant le poids par le nombre des poulies: par conſéquent, ſi le poids = 900 livres, & le nombre des poulies = 6, la puiſſance ſera 150 livres.

Déchalles obſerve que l'on trouve, par expérience, qu'un homme ordinaire peut élever avec la ſeule force 150 livres; c'eſt pourquoi le même homme, avec une *mouffle* à 6 poulies, pourra ſoutenir un poids de 900 livres.

En joignant enſemble pluſieurs *mouffles*, on augmentera la puiſſance des poulies.

Pour trouver le nombre des poulies que doit avoir

avoir une *mouffle*, afin d'élever un poids donné avec une puiſſance donnée ; diviſez le poids par la puiſſance, le quotient eſt le nombre cherché.

Suppoſez, par exemple, que le poids = 600 livres, & la puiſſance 150, il doit y avoir 4 poulies à la *mouffle*. *Voyez* la *Figure* 51, *Pl. Méch.* qui repréſente une *mouffle* à 4 poulies. *Voyez auſſi l'article* POULIE.

Remarquez que nous faiſons ici abſtraction de la réſiſtance & du poids des cordes qui doit augmenter la puiſſance & la rendre plus grande que nous ne l'avons faite dans les calculs précédens. *Voyez* CORDE & FROTEMENT. Il peut même arriver que les poulies ſoient ſi fort multipliées, que la *mouffle*, au lieu d'être utile, ſoit embaraſſante, à cauſe de la quantité conſidérable des frotemens, & de l'embaras que produit la multiplicité des cordes. Au reſte, la maniere la plus avantageuſe dont les cordes puiſſent être diſpoſées, c'eſt d'être toujours dans une ſituation parallele, car alors la puiſſance eſt la plus petite qu'il eſt poſſible par raport au poids ; ainſi, il faut que la *mouffle* ſoit faite de façon que les cordes y puiſſent conſerver toujours à peu près cette ſituation. (*O*).

MOULINET, ſ. m. (*Méchan.*) eſt la même choſe que *treuil* ou *tour*, c'eſt l'*axis in peritrochio*, ou axe dans le tambour, l'axe étant horizontal. *Voyez* TOUR, TREUIL.

MOUVEMENT, ſ. m. (*Méchan.*) qu'on appele auſſi *mouvement local* ; c'eſt un changement continuel & ſucceſſif de place de la part d'un corps, c'eſt-à-dire, un état d'un corps par lequel il correſpond ſucceſſivement à différens lieux, ou par lequel il eſt ſucceſſivement préſent à différentes parties de l'eſpace. *Voyez* LIEU. La théorie & les loix du *mouvement* ſont le principal ſujet de la méchanique. *Voyez* MÉCHANIQUE.

Les anciens philoſophes ont conſidéré le *mouvement* dans un ſens plus général & plus étendu, ils l'ont défini le paſſage d'un corps d'un état en un autre, & ils ont de cette ſorte reconu ſix eſpeces de *mouvement*, la création, la génération, la corruption, l'augmentation, la diminution & le tranſport ou *mouvement local*.

Mais les philoſophes modernes n'admetent que le *mouvement local*, & réduiſent la plupart des autres eſpeces dont nous venons de faire mention, à celui-là ſeulement *&c.* De ſorte que nous n'avons à parler ici que du tranſport ou *mouvement local*, dont toutes les autres eſpeces de *mouvement* ne ſont qu'autant de modifications ou d'effets, *&c.*

On a conteſté l'exiſtence & même la poſſibilité du *mouvement*, mais par de purs ſophiſmes. Il y a eu de tout temps des hommes qui ſe ſont fait un honeur de contre-dire ce qu'il y a de plus évident, pour faire parade de leur prétendue force d'eſprit, & il ne ſe trouve encore aujourd'hui que trop de gens de ce caractere. Voici un échantillon des difficultés que ces ſortes de gens ont fait contre l'exiſtence du *mouvement*. S'il y a du *mouvement*, il eſt dans la cauſe qui le produit, ou dans le corps mobile, ou dans l'une & dans l'autre. Il n'eſt pas dans la cauſe qui l'excite, car quand on jete une pierre, on ne peut pas dire que le *mouvement* réſide dans la cauſe qui le produit, mais il eſt dans la pierre que l'on a jetée. Cependant on ne ſauroit guere établir non plus le *mouvement* dans le corps mobile, car le *mouvement* eſt l'effet de la cauſe qui agit, & le corps mobile eſt ſans effet : donc il n'y a point de *mouvement*, puiſqu'il ne ſe trouve ni dans la cauſe qui l'excite, ni dans le corps mobile. La réponſe eſt que, dans un certain temps, le *mouvement* réſide dans la cauſe qui le produit, & que, dans un autre temps, il ſe trouve dans le corps mobile. Ainſi, lorſqu'on met une pierre dans une fronde, & qu'on vient à tourner la fronde, la main autour de laquelle eſt la corde, doit alors être regardée comme la cauſe qui produit le *mouvement*, & elle eſt même en *mouvement* ; de là il paſſe dans la fronde qui tourne, & enfin dès que la fronde vient à ſe lâcher, la pierre eſt le ſiége du *mouvement*. Le défaut du ſophiſme eſt donc de ne pas faire attention aux différens temps dans leſquels tout ceci ſe paſſe. Diodore Cronus faiſoit un autre raiſonement que voici. Le corps eſt mû dans la place où il eſt, ou dans celle où il n'eſt pas. L'un & l'autre eſt impoſſible, car s'il étoit mû dans la place où il eſt, il ne ſortiroit jamais de cette place. Il n'eſt pas mû non plus dans la place où il n'eſt pas, & par conſéquent il n'eſt jamais en *mouvement*. La définition du *mouvement* ſe tire de cette difficulté apparente ; un corps n'eſt pas mû dans la place où il eſt, mais de la place où il eſt dans celle qui ſuit immédiatement.

Le plus fameux de tous les ſophiſmes contre le *mouvement*, eſt celui que Zénon avoit appelé l'*Achille* pour marquer ſa force, qu'il croyoit invincible : il ſuppoſoit Achille courant après une tortue, & allant dix fois plus vîte qu'elle. Il donnoit une lieue d'avance à la tortue, & raiſonoit ainſi : tandis qu'Achille parcourt la lieue que la tortue a d'avance ſur lui, celle-ci parcourra un dixieme de lieue ; pendant qu'il parcourra le dixieme, la tortue parcourra la centieme partie d'une lieue ; ainſi de dixieme en dixieme, la tortue dévancera toujours Achille, qui ne l'atteindra jamais. Mais, 1°. quand il ſeroit vrai qu'Achille n'attrapât jamais la tortue, il ne s'enſuivroit pas pour cela que le *mouvement* fût impoſſible, car Achille & la tortue ſe meuvent réellement, puiſqu'Achille approche toujours de la tortue qui eſt ſuppoſée le dévancer toujours infiniment peu. 2°. On a répondu directement au ſophiſme de Zénon. Grégoire de Saint-Vincent fut le premier qui en démontra la fauſſeté, & qui aſſigna le point précis auquel Achille devoit atteindre la tortue, & ce point ſe trouve par le moyen des progreſſions géo-

Digitized by Google

métriques infinies, au bout d'une lieue & d'un neuvieme de lieue; car la somme de toute progreſſion géométrique eſt finie, & cela parce qu'être infini, ou s'étendre à l'infini, ſont deux choſes très-différentes. Un tout fini quelconque, un pied par exemple, eſt compoſé de fini & d'infini. Le pied eſt fini en tant qu'il ne contient qu'un certain nombre d'êtres ſimples; mais je puis le ſuppoſer divité en une infinité, ou plutôt en une quantité non finie de parties, en conſiderant ce pied comme une étendue abſtraite; ainſi, ſi j'ai pris d'abord dans mon eſprit la moitié de ce pied, & que je prene enſuite la moitié de ce qui reſte ou un quart de pied, puis la moitié de ce quart, ou un huitieme de pied, je procéderai ainſi mentalement à l'infini, en prenant toujours de nouveles moitiés decroiſſantes, qui toutes enſemble ne ſeront jamais que ce pied: de même tous ces dixiemes de dixiemes à l'infini, ne ſont que $\frac{2}{9}$ de lieue, & c'eſt au bout de cet eſpace qu'Achille doit attraper la tortue, & il l'atrape au bout d'un temps fini, parce que tous ces dixiemes de dixiemes ſont parcourus durant des parties de temps décroiſſantes, dont la ſomme fait un temps fini. *M. Formey.*

Les auteurs de Phyſique anciens & modernes, ont été fort embaraſſés à définir la nature du *mouvement* local: les Péripatéticiens diſent qu'il eſt *actus entis in potentia quatenus eſt in potentia*. Ariſtote, 3. *Phyſ. c. ij.* Mais cette notion paroît trop obſcure pour qu'on puiſſe ſe contenter aujourd'hui, & elle ne ſauroit ſervir à expliquer les propriétés du *mouvement*.

Les Épicuriens definiſſoient le *mouvement*, *le paſſage d'un corps ou d'une partie de corps d'un lieu en un autre*, & quelques philoſophes de nos jours ſuivent à peu près cette définition, & appellent le *mouvement* d'un corps, *le paſſage de ce corps d'un eſpace à un autre eſpace*, ſubſtituant ainſi le mot d'*eſpace* à celui de *lieu*.

Les Carteſiens definiſſent le *mouvement*, *le paſſage ou l'éloignement d'une portion de matiere, du voiſinage des parties qui lui étoient immédiatement contiguës dans le voiſinage d'autres parties*.

Cette définition eſt dans le fond conforme à celle des Épicuriens, & il n'y a entr'elles d'autre différence, ſinon que ce que l'une appele *corps* & *lieu*, l'autre l'appele *matiere* & *partie contiguë*.

Borelli, & après lui d'autres auteurs modernes, definiſſent le *mouvement*, *le paſſage ſucceſſif d'un corps, d'un lieu en un autre, dans un certain temps déterminé, le corps étant ſucceſſivement contigu à toutes les parties de l'eſpace intermédiaire*.

On convient donc que le *mouvement eſt le tranſport d'un corps d'un lieu en un autre*; mais les Philoſophes ſont très-peu d'acord lorſqu'il s'agit d'expliquer en quoi conſiſte ce tranſport; ce qui fait que leurs diviſions du *mouvement* ſont très-différentes.

Ariſtote & les Péripatéticiens diviſent le *mouvement* en *naturel* & *violent*.

Le *naturel* eſt celui dont le principe ou la force mouvante eſt renfermée dans le corps mû, tel eſt celui d'une pierre qui tombe vers le centre de la terre. *Voyez* GRAVITÉ.

Le *mouvement violent* eſt celui dont le principe eſt externe, & auquel le corps mû réſiſte; tel eſt celui d'une pierre jetée en haut. Les modernes diviſent généralement le *mouvement* en *abſolu* & *relatif*.

Le *mouvement abſolu* eſt le changement de lieu abſolu d'un corps mû, dont la viteſſe doit par conſéquent ſe meſurer par la quantité de l'eſpace abſolu que le mobile parcourt. *Voyez* LIEU.

Mouvement relatif, c'eſt le changement du lieu relatif ordinaire du corps mû, & ſa viteſſe s'eſtime par la quantité d'eſpace relatif qui eſt parcourue dans ce *mouvement*.

Pour faire ſentir la différence de ces deux ſortes de *mouvement*, imaginons un corps qui ſe meuve dans un bateau; ſi le bateau eſt en repos, le *mouvement* de ce corps ſera, ou plutôt ſera cenſé *mouvement* abſolu; ſi au contraire le bateau eſt en *mouvement*, le *mouvement* de ce corps dans le bateau ne ſera qu'un *mouvement* relatif, parce que ce corps, outre ſon *mouvement* propre, participera encore au *mouvement* du bateau; de ſorte que ſi le bateau fait, par exemple, deux pieds de chemin pendant que le corps parcourt dans le bateau l'eſpace d'un pied dans le même ſens, le *mouvement* abſolu du corps ſera de trois pieds & ſon *mouvement* relatif d'un pied.

Il eſt très-difficile de décider ſi le *mouvement* d'un corps eſt abſolu ou relatif, parce qu'il ſeroit néceſſaire d'avoir un corps que l'on ſût certainement être en repos, & qui ſervirоit de point fixe pour connoître & juger de la quantité du *mouvement* des autres corps. M. Newton donne pourtant, ou plutôt indique quelques moyens généraux pour cela dans le ſcholie qui eſt à la tête de ſes principes mathématiques. Voici l'exemple qu'il nous donne pour expliquer ſes idées ſur ce ſujet. Imaginons, dit ce grand philoſophe, deux globes attachés à un fil, & qui tournent dans le vide autour de leur centre de gravité commun; comme il n'y a point par la ſuppoſition, d'autres corps auxquels on puiſſe les comparer, & que ces deux corps en tournant, conſervent toujours la même ſituation l'un par rapport à l'autre, on ne peut juger ni s'ils ſont en *mouvement*, ni de quel côté ils ſe meuvent, à moins qu'on n'examine la tenſion du fil qui les unit. Cette tenſion connue peut ſervir d'abord à connoître la force avec laquelle les globes tendent à s'éloigner de l'axe de leur *mouvement*, & par-là on peut connoître la quantité du *mouvement* de chacun des corps; pour connoître préſentement la direction de ce *mouvement*, qu'on donne des impulſions égales à chacun de ces corps en ſens contraire, ſuivant les directions paralleles, la tenſion du fil doit augmenter ou diminuer, ſelon que les forces imprimées ſeront plus ou moins

Digitized by Google

conſpirantes avec le *mouvement* primitif, & cette tenſion ſera la plus grande, qu'il eſt poſſible, lorſque les forces ſeront imprimées dans la direction même du *mouvement* primitif; de ſorte que ſi on imprime ſucceſſivement à ces corps des *mouvemens* égaux & contraires dans différentes directions, on connoîtra, lorſque la tenſion du fil ſera la plus augmentée, que les forces imprimées ont été dans la direction même du *mouvement* primitif, ce qui ſervira à faire connoître cette direction. Voilà de quelle maniere on peut trouver dans le vide la quantité & la direction du *mouvement* de deux corps iſolés. Préſentement ſi autour de ces deux globes on place quelques autres corps qui ſoient en repos, on ne poura ſavoir ſi le *mouvement* eſt dans les globes ou dans les corps adjacens, à moins qu'on n'examine de même qu'auparavant la tenſion du fil; & ſi cette tenſion ſe trouve être celle qui convient au *mouvement* apparent des deux globes, on poura conclure que le *mouvement* eſt dans les globes, & que les corps adjacens ſont en repos.

D'autres diviſent le *mouvement* en *propre* & *impropre*, ou *externe*.

Le *mouvement propre* eſt le tranſport d'un lieu *propre* en un autre qui par-là devient lui-même *propre*, parce qu'il eſt rempli par ce corps ſeul excluſivement à tout autre; tel eſt le *mouvement* d'une roue d'horloge.

Le *mouvement impropre*, *externe*, *étranger*, ou *commun*, c'eſt le paſſage d'un corps hors d'un lieu *commun* dans un autre lieu *commun*; tel eſt celui d'une montre qui ſe meut dans un vaiſſeau, &c.

La raiſon de toutes ces différentes diviſions paroît venir des différens ſens qu'on a attachés aux mots, en voulant tous les comprendre dans une même définition & diviſion.

Il y en a, par exemple, qui, dans leur définition du *mouvement*, conſiderent le corps mû, non par raport aux corps adjacens, mais par raport à l'eſpace immuable & infini; d'autres le conſiderent, non par raport à l'eſpace infini, mais par raport à d'autres corps fort éloignés, & d'autres enfin ne le conſiderent pas par raport à des corps éloignés, mais ſeulement par raport à la ſurface qui lui eſt contiguë. Mais ces différens ſens une fois établis, la diſpute s'éclaircit alors beaucoup; car, comme tout mobile peut être conſidéré de ces trois manieres, il s'enſuit de là qu'il y a trois eſpeces de *mouvement*, dont celle qui a raport aux parties de l'eſpace infini & immuable, ſans faire d'attention aux corps d'à l'entour, peut être nommée abſolument & véritablement *mouvement propre*; celle qui a raport aux corps environans & très-éloignés, leſquels peuvent eux-mêmes être en *mouvement*, s'appélera *mouvement relativement commun*; & la derniere qui a raport aux ſurfaces des corps contigus les plus proches, s'appélera *mouvement relativement propre*.

Le *mouvement abſolument & vraiment propre*, eſt donc l'application d'un corps aux différentes parties de l'eſpace infini & immuable. Il n'y a que cette eſpece qui ſoit un *mouvement* propre & abſolu, puiſqu'elle eſt toujours engendrée & altérée par des forces imprimées au mobile lui-même, & qu'elle ne ſauroit l'être que de la ſorte, parce que c'eſt d'ailleurs à elle qu'on doit raporter les forces réelles de tous les corps pour en mettre d'autres en *mouvement* par impulſion, & que ces mouvemens lui ſont proportionels.

Le *mouvement relativement commun*, c'eſt le changement de ſituation d'un corps par raport à d'autres corps circonvoiſins; & c'eſt celui dont nous parlons lorſque nous diſons que les hommes, les villes & la terre même ſe meuvent.

C'eſt celui qu'un corps éprouve, lorſqu'étant en repos par raport aux corps qui l'entourent, il acquiert cependant avec eux des relations ſucceſſives par raport à d'autres corps, que l'on conſidere comme immobiles; & c'eſt le cas dans lequel le lieu abſolu des corps change, quand leur lieu relatif reſte le même. C'eſt ce qui arive à un pilote qui dort ſur le tillac pendant que le vaiſſeau marche, ou à un poiſſon mort que le courant de l'eau entraîne.

C'eſt auſſi le *mouvement* dont nous entendons parler lorſque nous eſtimons la quantité de *mouvement* d'un corps, & la force qu'il a pour en pouſſer un autre; par exemple, ſi on laiſſe tomber de la main une ſphere de bois remplie de plomb pour la rendre plus peſante, on a coutume d'eſtimer alors la quantité du *mouvement* & la force qu'a la ſphere pour pouſſer d'autres corps, par la viteſſe de cette même ſphere & le poids du plomb qu'elle renferme; & on a raiſon en effet d'en uſer de la ſorte pour juger de cette force en elle-même & de ſes effets, en tant qu'ils peuvent tomber ſous nos ſens: mais que la ſphere n'ait point d'autre *mouvement* que celui que nous lui voyons, c'eſt, ſelon que nous l'avons déja obſervé, ce que nous ne ſommes point en état de déterminer en employant la ſeule apparence de l'approche de la pierre vers la terre.

Le *mouvement relativement propre*, c'eſt l'application ſucceſſive d'un corps aux différentes parties des corps contigus; à quoi il faut ajouter que lorſqu'on parle de l'application ſucceſſive d'un corps, on doit concevoir que toute ſa ſurface priſe enſemble, eſt appliquée aux différentes parties des corps contigus; ainſi, le *mouvement* relativement propre eſt celui qu'on éprouve, lorſqu'étant tranſporté avec d'autres corps d'un *mouvement* relatif commun, on change cependant la relation, comme lorſque je marche dans un vaiſſeau qui fait voile; car je change à tout moment ma relation avec les parties de ce vaiſſeau qui eſt tranſporté avec moi. Les parties de tout mobile ſont dans un *mouvement* relatif commun; mais ſi elles venoient à ſe ſéparer, & qu'elles continuaſſent à ſe mouvoir comme auparavant, elles acquerroient un *mouvement*

Digitized by Google

relatif propre. Ajoutons que le *mouvement* vrai & le *mouvement* apparent different quelquefois beaucoup. Nous sommes trompés par nos sens quand nous croyons que le rivage que nous quittons s'enfuit, quoique ce soit le vaisseau, qui nous porte, qui s'en éloigne; & cela vient de ce que nous jugeons les objets en repos, quand leurs images occupent toujours les mêmes points sur notre rétine.

De toutes ces définitions différentes du *mouvement*, il en résulte autant d'autres du lieu; car quand nous parlons du *mouvement* & du repos véritablement & absolument propre, nous entendons alors par *lieu*, cette partie de l'espace infini & immuable que le corps remplit. Quand nous parlons du *mouvement* relativement commun, le *lieu* est alors une partie de quelque espace ou dimension mobile. Quand nous parlons enfin du *mouvement* relativement propre, qui réellement est très-improprе, le *lieu* est alors la surface des corps voisins adjacens, ou des espaces sensibles. *Voyez* LIEU.

La nature de cet ouvrage, où nous devons exposer les opinions des Philosophes, nous a obligés d'entrer dans le détail précédent sur la nature, l'existence & les divisions du *mouvement*; mais nous ne devons pas oublier d'ajouter, que toutes ces discussions sont inutiles à la méchanique; elle suppose l'existence du *mouvement*, & définit le *mouvement*, l'application successive d'un corps à différentes parties contiguës de l'espace indéfini que nous regardons comme le lieu des corps.

On convient assez de la définition du repos, mais les philosophes disputent entr'eux pour savoir si le repos est une pure privation de *mouvement*, ou quelque chose de positif. Malebranche & d'autres soutiennent le premier sentiment; Descartes & ses partisans le dernier. Ceux-ci prétendent qu'un corps en repos n'a point de force pour y rester, & ne sauroit résister aux corps qui feroient effort pour l'en tirer, & que le *mouvement* peut être aussi-bien appelé une *cessation de repos*, que le repos une *cessation de mouvement*. *Voyez* REPOS.

Voici le plus fort argument des premiers; supposons un globe en repos, & que Dieu cesse de vouloir son repos, que s'ensuivra-t-il de là? il restera toujours en repos; mais supposons le corps en *mouvement*, & que Dieu cesse de le vouloir en *mouvement*, que s'ensuivra-t-il maintenant? que le corps cessera d'être en *mouvement*, c'est-à-dire, qu'il sera en repos, & cela parce que la force par laquelle un corps qui est en *mouvement*, persévere dans cet état, est la volonté positive de Dieu; au lieu que celle par laquelle un corps qui est en repos y persévere, n'est autre chose que la volonté générale par laquelle il veut qu'un corps existe. Mais ce n'est-là qu'une pétition de principe; car la force ou le *conatus* par lequel les corps, soit en repos, soit en *mouvement*, persévérent dans leurs états, ne viennent que de l'inertie de la matiere; de sorte que s'il étoit possible pour un moment à Dieu de ne rien vouloir sur l'état des corps, quoiqu'il en voulût toujours l'existence, un corps qui auroit été auparavant en *mouvement* y continueroit toujours, comme un corps en repos resteroit toujours en cet état. C'est cette inactivité ou inertie de la matiere qui fait que tous les corps résistent suivant leur quantité de matiere, & que tout corps qui en choque un autre avec une vitesse donnée, le forcera de se mouvoir avec d'autant plus de vitesse, que la densité & quantité de matiere du corps choquant sera plus grande par raport à la densité & quantité de matiere de l'autre. *Voyez* FORCE D'INERTIE.

On peut réduire les modifications de la force active & de la force passive des corps dans leur choc à trois loix principales, auxquelles les autres sont subordonnées. 1°. Un corps persévere dans l'état où il se trouve soit de repos, soit de *mouvement*, à moins que quelque cause ne le tire de son *mouvement* ou de son repos. 2°. Le changement qui arive dans le *mouvement* d'un corps est toujours proportionel à la force motrice qui agit sur lui; & il ne peut ariver aucun changement dans la vitesse & la direction du corps en *mouvement*, que par une force extérieure; car sans cela ce changement se feroit sans raison suffisante. 3°. La réaction est toujours égale à l'action; car un corps ne pouroit agir sur un autre corps, si cet autre corps ne lui résistoit; ainsi, l'action & la réaction sont toujours égales & opposées. Mais il y a encore bien des choses à considérer dans le *mouvement*, savoir:

1°. La force qui l'imprime au corps; elle s'appele *force motrice*: elle a pour premiere cause l'Être suprême, qui a imprimé le *mouvement* à ses ouvrages, après les avoir créés. L'idée de quelques philosophes qui prétendent que tout *mouvement* actuel que nous remarquons dans les corps, est produit immédiatement par le créateur, n'est pas philosophique. Quoique nous ne puissions concevoir comment le *mouvement* passe d'un corps dans un autre, le fait n'en est pas moins sensibles & certain. Ainsi, après avoir supposé l'impression générale du premier moteur, on peut faire attention aux diverses causes que les êtres sensibles nous présentent pour expliquer les *mouvemens* actuels; tels sont la pesanteur, qui produit du *mouvement* tant dans les corps célestes que dans les corps terrestres; la faculté de notre âme, par laquelle nous mettons en *mouvement* les membres de notre corps, & par leur moyen d'autres corps sur lesquels le nôtre agit; les forces attractives, magnétiques & électriques répandues dans la nature; la force élastique qui a une grande efficacité; & enfin les chocs continuels des corps qui se rencontrent. Quoi qu'il en soit, tout cela est compris sous le nom de *force motrice*, dont l'effet, quand elle n'est pas détruite par une réa-

Digitized by Google

ſtance invincible, eſt de faire parcourir au corps un certain eſpace en un certain temps, dans un milieu qui ne réſiſte pas ſenſiblement; & dans un milieu qui réſiſte, ſon effet eſt de lui faire ſurmonter une partie des obſtacles qu'il rencontre. Cette cauſe communique au corps une force qu'il n'avoit pas lorſqu'il étoit en repos, puiſqu'un corps ne change jamais d'état de lui-même. Un *mouvement* une fois commencé dans le vide abſolu, s'il étoit poſſible, continueroit pendant toute éternité dans ce vide, & le corps mû y parcouroit à jamais des eſpaces égaux en temps égaux, puiſque dans le vide aucun obſtacle ne conſumeroit la force du corps.

2°. Le temps pendant lequel le corps ſe meut: ſi un corps parcourt un eſpace donné, il s'écoulera une portion quelconque de temps, tandis qu'il ira d'un point à l'autre, quelque court que ſoit l'eſpace en queſtion; car le moment où le corps ſera au point *A* ne ſera pas celui où il ſera en *B*, un corps ne pouvant être en deux lieux à la fois. Ainſi, tout eſpace parcouru l'eſt en un temps quelconque.

3°. L'eſpace que le corps parcourt, c'eſt la ligne droite ou courbe décrite par ce corps pendant ſon *mouvement*. Si le corps qui ſe meut n'étoit qu'un point, l'eſpace parcouru ne ſeroit qu'une ligne mathématique; mais comme il n'y a point de corps qui ne ſoit étendu, l'eſpace parcouru a toujours quelque largeur. Quand on meſure le chemin d'un corps, on ne fait attention qu'à la longueur.

4°. La viteſſe du *mouvement*, c'eſt la propriété qu'a le mobile de parcourir un certain eſpace en un certain temps. La viteſſe eſt d'autant plus grande que le mobile parcourt plus d'eſpace en moins de temps. Si le corps *A* parcourt en deux minutes un eſpace auquel le corps *B* emploie quatre minutes, la viteſſe du corps *A* eſt double du corps *B*. Il n'y a point de *mouvement* ſans une viteſſe quelconque, car tout eſpace parcouru eſt parcouru dans un certain temps; mais ce temps peut être plus ou moins long à l'infini. Par exemple, un eſpace que je ſuppoſe être d'un pied, peut être parcouru par un corps en une heure ou dans une minute, qui eſt la 60e partie d'une heure, ou dans une ſeconde, qui en eſt la 3600e partie, *&c.* Le *mouvement*, c'eſt-à-dire, la viteſſe, peut être uniforme ou non uniforme, accélérée ou retardée, également ou inégalement accélérée & retardée. *Voyez* VITESSE.

5°. La maſſe des corps en vertu de laquelle ils réſiſtent à la force qui tend à leur imprimer ou à leur ôter le *mouvement*. Les corps réſiſtent également au *mouvement* & au repos. Cette réſiſtance étant une ſuite néceſſaire de leur force d'inertie, elle eſt proportionele à leur quantité de matiere propre, puiſque la force d'inertie appartient à chaque particule de la matiere. Un corps réſiſte donc d'autant plus au *mouvement* qu'on veut lui imprimer, qu'il contient une plus grande quantité de matiere propre ſous un même volume, c'eſt-à-dire, d'autant plus qu'il a plus de maſſe, toutes choſes d'ailleurs égales. Ainſi, plus un corps a de maſſe, moins il acquiert de viteſſe par la même preſſion, *& vice verſa*. Les viteſſes des corps qui reçoivent des preſſions égales ſont donc en raiſon inverſe de leur maſſe. Par la même raiſon le *mouvement* d'un corps eſt d'autant plus difficile à arrêter, que ce corps a plus de maſſe; car il faut la même force pour arrêter le *mouvement* d'un corps qui ſe meut avec une viteſſe quelconque, & pour communiquer à ce même corps le même degré de viteſſe qu'on lui a fait perdre. Cette réſiſtance que tous les corps oppoſent lorſqu'on veut changer leur état préſent eſt le fondement de cette loi générale du *mouvement*, par laquelle la réaction eſt toujours égale à l'action. L'établiſſement de cette loi étoit néceſſaire afin que les corps puſſent agir les uns ſur les autres, & que le *mouvement* étant une fois produit dans l'univers, il pût être communiqué d'un corps à un autre avec raiſon ſuffiſante. Sans cette eſpece de lute, il ne pouroit y avoir d'action; car comment une force agiroit-elle ſur ce qui ne lui oppoſe aucune réſiſtance? Quand je tire un corps attaché à une corde, quelqu'aiſément que je le tire, la corde eſt tendue également des deux côtés; ce qui marque l'égalité de la réaction: ſi cette corde n'étoit pas tendue je ne pourois tirer ce corps. Ceux qui demandent comment pouvez-vous faire avancer un corps, ſi vous êtes tiré par lui avec une force égale à celle que vous employez pour le tirer; ceux, dis-je, qui font cette objection, ne remarquent pas que lorſque je tire ce corps, & que je le fais avancer, je n'emploie pas toute ma force à vaincre la réſiſtance qu'il m'oppoſe; mais lorſque je l'ai ſurmontée, il m'en reſte encore une partie que j'emploie à avancer moi-même: & ce corps avance par la force que je lui ai communiquée, & que j'ai employée à ſurmonter ſa réſiſtance. Ainſi, quoique les forces ſoient inégales, l'action & la réaction ſont toujours égales. C'eſt cette égalité qui produit tous les *mouvemens*. *Voyez* LOI DE LA NATURE *au mot* NATURE.

6°. La quantité de *mouvement*. La quantité dans un inſtant infiniment petit eſt proportionele à la maſſe & à la viteſſe du corps mû; en ſorte que le même corps a plus de *mouvement* quand il ſe meut plus vîte, & que de deux corps dont la viteſſe eſt égale, celui qui a le plus de maſſe a le plus de *mouvement*; car le *mouvement* imprimé à un corps quelconque, peut être conçu diviſé en autant de parties que ce corps contient de parties de matiere propre, & la force motrice apartient à chacune de ces parties, qui participent également au *mouvement* de ce corps en raiſon directe de leur grandeur. Ainſi, le *mouvement* du tout eſt le réſultat du mouvement de toutes les parties, & par conſéquent le *mouvement* eſt double dans un corps dont la maſſe eſt

Digitized by Google

double de celle d'un autre, lorſque ces corps ſe meuvent avec la même viteſſe.

7°. La direction du *mouvement*. Il n'y a point de *mouvement* ſans une détermination particuliere; ainſi, tout mobile qui ſe meut tend vers quelque point. Lorſqu'un corps, qui ſe meut, n'obéit qu'à une ſeule force qui le dirige vers un ſeul point, ce corps ſe meut, d'un *mouvement* ſimple. Le *mouvement* compoſé eſt celui dans lequel le mobile obéit à pluſieurs forces: nous en parlerons plus bas. Dans le *mouvement* ſimple, la ligne droite tirée du mobile au point vers lequel il tend, repréſente la direction du *mouvement* de ce corps, & ſi ce corps ſe meut, il parcourra certainement cette ligne. Ainſi, tout corps qui ſe meut d'un *mouvement* ſimple, décrit, pendant qu'il ſe meut, une ligne droite. (*M. Formey.*)

Le *mouvement* peut donc être regardé comme une eſpece de quantité, & ſa quantité ou ſa grandeur, qu'on appele auſſi quelquefois *moment*, s'eſtime, 1°. par la longueur de la ligne que le mobile décrit; ainſi, un corps parcourant cent pieds, la quantité de *mouvement* eſt plus grande que s'il n'en parcouroit que dix: 2°. par la quantité de matiere qui ſe meut enſemble ou en même temps, c'eſt-à-dire, non par le volume ou l'étendue ſolide du corps, mais par ſa maſſe ou ſon poids (l'air & d'autres matieres ſubtiles, dont les pores du corps ſont remplis, n'entrant point ici en ligne de compte): ainſi, un corps de deux pieds cubiques parcourant une ligne de cent pieds, ſa quantité de *mouvement* ſera plus grande que celle d'un corps d'un pied cubique qui parcourra la même ligne; car le *mouvement* que l'un des deux a en entier ſe trouve dans la moitié de l'autre, & le *mouvement* d'un corps total eſt la ſomme du *mouvement* de ſes parties.

Il s'enſuit de là, qu'afin que deux corps aient des *mouvemens* ou des momens égaux, il faut que les lignes, qu'ils parcourront, ſoient en raiſon réciproque de leur maſſe, c'eſt-à-dire, que ſi l'un de ces corps a trois fois plus de quantité de matiere que l'autre, la ligne, qu'il parcoura, doit être le tiers de la ligne qui ſera parcourue par l'autre. C'eſt ainſi, que deux corps atachés aux deux extrémités d'une balance ou d'un levier, & qui auront des maſſes en raiſon réciproque de leur diſtance du point d'apui, décriront, s'ils viennent à ſe mouvoir, des lignes en raiſon réciproque de leur maſſe. *Voyez* LEVIER & PUISSANCES MÉCHANIQUES.

Par exemple, ſi le corps *A*, *Pl. de Méchan. Fig.* 30, a trois fois plus de maſſe que *B*, & que chacun de ces corps ſoit ataché reſpectivement aux deux extrémités du levier *AC*, dont l'apui ou le point fixe eſt en *C*, de maniere que la diſtance *BC* ſoit triple de la diſtance *CA*; ce levier ne pourroit ſe mouvoir d'aucun côté ſans que l'eſpace *BE*, que le plus petit corps parcourroit, fût triple de l'eſpace *AD*, que le plus grand parcourroit de ſon côté; de ſorte qu'ils ne pouroient ſe mouvoir qu'avec des forces égales. Or il ne ſauroit y avoir de raiſon qui fit que le corps *A* rendant en bas, par exemple, avec quatre degrés de *mouvement*, élevât le corps *B*; plutôt que le corps *B*, tendant également en en-bas avec ces quatre degrés de *mouvement*, n'élévéroit le corps *A*: on conclut donc avec raiſon qu'ils reſteront en équilibre, & l'on peut déduire de ce principe toute la ſcience de la méchanique.

On demande *ſi la quantité de* mouvement *eſt toujours la même*. Les Carteſiens ſoutienent que le Créateur a imprimé d'abord aux corps une certaine quantité de *mouvement*, avec cette loi qu'il ne s'en perdroit aucune partie dans aucun corps particulier qui ne paſſât dans d'autres portions de matiere; & ils concluent de là que, ſi un mobile en frape un autre, le premier ne perdra de ſon *mouvement* que ce qu'il en communiquera au dernier. *Voyez* ce que nous avons dit ſur ce ſujet à l'*art.* PERCUSSION.

M. Newton renverſe ce principe en ces termes. Les différentes compoſitions qu'on peut faire de deux *mouvemens* (*Voyez* COMPOSITION), prouvent invinciblement qu'il n'y a point toujours la même quantité de *mouvement* dans le monde; car, ſi nous ſuppoſons que deux boules jointes l'une à l'autre par un fil, tournent d'un *mouvement* uniforme autour de leur centre commun de gravité, & que ce centre ſoit emporté en même temps uniformément dans une droite tirée ſur le plan de leur *mouvement* circulaire, la ſomme du *mouvement* des deux boules ſera plus grande lorſque la ligne, qui les joint, ſera perpendiculaire à la direction du centre, que lorſque cette ligne ſera dans la direction même du centre, d'où il paroît que le *mouvement* peut être produit & ſe perdre; de plus, la ténacité des corps fluides & le frotement de leurs parties, ainſi que la foibleſſe de leur force élaſtique, donne lieu de croire que la nature tend plutôt à la deſtruction qu'à la production du *mouvement*; auſſi eſt-il vrai que la quantité de *mouvement* diminue toujours, car les corps qui ſont ou ſi parfaitement durs, ou ſi mous, qu'ils n'ont point de force élaſtique, ne rejailliront pas après le choc; leur ſeule impénétrabilité les empêche de continuer à ſe mouvoir; & ſi deux corps de cette eſpece, égaux l'un à l'autre, ſe rencontroient dans le vide avec des viteſſes égales, les loix du mouvement prouvent qu'ils devroient s'arrêter dans quelque endroit que ce ſût, & qu'ils y perdoient leur *mouvement*; ainſi, des corps égaux, & qui ont des *mouvemens* oppoſés, ne peuvent recevoir un grand *mouvement* après le choc, que de la ſeule force élaſtique; & s'ils en ont aſſez pour le faire rejaillir $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$ de la force avec laquelle ils ſe ſont rencontrés, ils perdront en ces différens cas $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$ de leur mouvement. C'eſt auſſi ce que les expériences confirment; car, ſi on laiſſe tomber deux pendules égaux d'égale hauteur & dans le même plan, de façon qu'ils ſe choquent, ces deux pendules, s'ils ſont de plomb ou d'ar-

Digitized by Google

gile molle, perdront ſinon tout, au moins une partie de leur *mouvement* ; & s'ils ſont de quelque matiere élaſtique, ils ne retiendront de leur *mouvement* qu'autant qu'ils en reçoivent de leur force élaſtique. *Voyez* ÉLASTIQUE.

Si l'on demande comment il arive que le *mouvement*, qui ſe perd à tout moment, ſe renouvele continuélement, le même auteur ajoute qu'il eſt renouvelé par quelque principe actif, tel que la cauſe de la gravité par laquelle les planetes & les cometes conſervent leur *mouvement* dans leur orbite, par laquelle auſſi tous les corps acquierent dans la chute un degré de *mouvement* conſidérable, & par la cauſe de la fermentation qui fait conſerver au cœur & au ſang des animaux une chaleur & un *mouvement* continuel qui entretient continuélement dans la chaleur les parties intérieures de la terre, qui met en feu pluſieurs corps, & le ſoleil lui-même ; comme auſſi par l'élaſticité au moyen de laquelle les corps ſe remettent dans leur premiere figure ; car nous ne trouvons guere d'autre *mouvement* dans le monde que celui qui dérive ou des principes actifs, ou du commandement de la volonté. *Voyez* GRAVITÉ, ÉLASTICITÉ, *&c.*

Quant à la continuation du *mouvement*, ou la cauſe qui fait qu'un corps une fois en *mouvement*, perſévere dans cet état, les phyſiciens ont été fort partagés là-deſſus, comme nous l'avons déja remarqué. C'eſt cependant un effet qui découle évidemment de l'une des grandes loix de la nature ; ſavoir, que tous les corps perſéverent dans leur état de repos ou de *mouvement*, à moins qu'ils n'en ſoient empêchés par des forces étrangeres ; d'où il s'enſuit qu'un *mouvement* une fois commencé continueroit à l'infini, s'il n'étoit interrompu par différentes cauſes, comme la force de la gravité, la réſiſtance du milieu, *&c.* de ſorte que le principe d'Ariſtote, *toute ſubſtance en* mouvement *affecte le repos*, eſt ſans fondement. *Voyez* FORCE D'INERTIE.

On n'a pas moins diſputé ſur la communication du *mouvement*, ou ſur la maniere dont les corps mûs viennent en affecter d'autres en repos, ou enfin ſur la quantité de *mouvement* que les premiers communiquent aux autres ; on en peut voir les loix aux *mots* PERCUSSION & COMMUNICATION.

Nous avons obſervé que le *mouvement* eſt l'objet des méchaniques, & que les méchaniques ſont la baſe de toute la philoſophie naturele, laquelle ne s'appele *méchanique* que par cette raiſon. *Voyez* MÉCHANIQUE.

En effet, tous les phénomenes de la nature, tous les changemens qui arivent dans le ſyſtême des corps, doivent s'attribuer au *mouvement*, & ſont réglés par ſes loix.

C'eſt ce qui a fait que les philoſophes modernes ſe ſont appliqués avec beaucoup de ſoin à cette ſcience, & qu'ils ont cherché à découvrir les propriétés & les loix du *mouvement*, ſoit par l'expérience, ſoit en y employant la géométrie. C'eſt à leur travail que nous ſommes redevables des grands avantages que la philoſophie moderne a ſur celle des anciens. Ceux-ci négligeoient fort le *mouvement*, quoiqu'ils paruſſent, d'un autre côté, en avoir ſi bien ſenti l'importance, qu'ils définiſſoient la nature, *le premier principe du* mouvement *& du repos des ſubſtances*. *Voyez* NATURE.

Il n'y a rien ſur le *mouvement* dans les livres des anciens, ſi l'on en excepte le peu que l'on trouve dans les livres d'Archimede, *de Æquiponderantibus*. On doit en grande partie la ſcience du *mouvement* à Galilée ; c'eſt lui qui a découvert les regles générales du *mouvement*, & en particulier celle de la deſcente des graves qui tombent verticalement ou ſur des plans inclinés ; celle du *mouvement* des projectiles, des vibrations des pendules, objets dont les anciens n'avoient que fort peu de connoiſſance. *Voyez* DESCENTE, PENDULE, PROJECTILE, *&c.*

Torricelli ſon diſciple a perfectioné & augmenté les découvertes de ſon maître, & y a ajouté diverſes expériences ſur la force de percuſſion & l'équilibre des fluides. *Voyez* PERCUSSION & FLUIDE. M. Huyghens a beaucoup perfectioné, de ſon côté, la ſcience des pendules & la théorie de la percuſſion ; enfin Newton, Léibnitz, Mariotte, *&c.* ont porté de plus en plus la ſcience du *mouvement* à ſa perfection. *Voyez* MÉCHANIQUE, *&c.*

Le *mouvement* peut être regardé comme uniforme & comme varié, c'eſt-à-dire, accéléré ou retardé ; de plus, le *mouvement* uniforme peut être conſidéré comme ſimple ou comme compoſé, le compoſé comme rectiligne ou comme curviligne.

On peut encore conſidérer tous ces *mouvemens* ou en eux-mêmes, ou eu égard à leur production & à leur communication par le choc, *&c.*

Le *mouvement* uniforme eſt celui par lequel le corps ſe meut continuélement avec une viteſſe invariable. *Voyez* UNIFORME.

Voici les loix du *mouvement* uniforme. Le lecteur doit obſerver d'abord que nous allons exprimer la maſſe ou la quantité de matiere par M, le moment ou la quantité de *mouvement*, ou l'effort par E, le temps ou la durée du *mouvement* par T, la viteſſe ou la rapidité du *mouvement* par V, & l'eſpace ou la ligne que le corps décrit, par S. *Voyez* MOMENT, MASSE, VITESSE, *&c.*

De même l'eſpace étant $= f$ & le temps $= t$, la viteſſe ſera exprimée par $\frac{f}{t}$, &, ſi la viteſſe $= u$, & la maſſe $= m$, le moment ſera pareillement $= u\,m$.

Loix du mouvement uniforme. 1°. Les viteſſes V & u de deux corps qui ſe meuvent uniformément, ſont en raiſon compoſée de la directe des eſpaces S & f, & de l'inverſe des temps T t.

Car $V = \frac{S}{T}$, & $u = \frac{f}{t}$,

donc $V : u :: \frac{S}{T} : \frac{f}{t}$,

donc $V : u :: S t : f T$.

C. Q. F. D.

Ce théorême & les ſuivans peuvent être rendus ſenſibles en nombres de cette ſorte : ſuppoſons qu'un corps A dont la maſſe eſt comme 7, c'eſt-à-dire, de 7 livres, décrive dans 3″ de temps un eſpace de 12 pieds, & qu'un autre corps B, dont la maſſe eſt comme 5, décrive en 8″ un eſpace de 16 pieds, nous aurons donc $M = 7$, $T = 3$, $S = 12$, $m = 5$, $t = 8$, $f = 16$, & par conſéquent $V = 4$, $u = 2$; ce qui réduira notre formule :

$V : u :: S t : f T$ en cette forme :

$4 : 2 :: 12 \times 8 : 16 \times 3 :: 4 : 2$,

par conſéquent, ſi $V = u$, on aura $S t = f T$, & ainſi,

$S : f :: T : t$;

c'eſt-à-dire, que, *ſi deux corps ſe meuvent uniformément & avec la même viteſſe, les eſpaces ſeront entr'eux comme les temps*. On peut donner en nombres des exemples de corollaires comme du théorême; ainſi, ſuppoſant $S = 12$, $T = 6$, $f = 8$, $t = 4$, on aura $V = \frac{12}{6} = 2$, & $u = \frac{8}{4} = 2$ par conſéquent, puiſque $V = u$,

$$\frac{S}{t} = \frac{T}{t},$$

$$\frac{12}{4} = \frac{6}{4}.$$

Si $V = u$ & $t = T$, on aura $S = f$; ainſi, *les corps qui ſe meuvent uniformément & avec la même viteſſe, doivent décrire en temps égaux des eſpaces égaux*.

2°. *Les eſpaces S & f, que les corps décrivent, ſont en raiſon compoſée des temps T & t, & des viteſſes V & u;*

Car $V : u :: S t : f T$,

Donc $V f T = u S t$,

& $S : f :: V T : u t$,

en nombres $12 : 8 :: 2 \times 6 : 2 \times 4$;

par conſéquent, ſi $S = f$, on a $V T = u t$; de façon que $V : u :: t : T$, c'eſt-à-dire, *ſi deux corps qui ſe meuvent uniformément, décrivent des eſpaces égaux, leurs viteſſes ſeront en raiſon réciproque des temps*. En nombres, ſi nous ſuppoſons $S = 12$, & $f = 12$, comme $S = V T$, & $f = u t$, ſi $V = 2$, & $u = \frac{3}{2}$, on pourra faire $T = 6$ & $t = 4$; mais, ſi on fait $T = t$, on aura alors $V = u$, & par conſéquent *les corps qui ſe meuvent uniformément, & décrivent des eſpaces égaux dans des temps égaux, ont des viteſſes égales*.

3°. *Les momens ou quantités de mouvement E & e de deux corps qui ſe meuvent uniformément*, ſont en raiſon compoſée des viteſſes V & u, & des maſſes ou quantités de matieres M & m; car on a $E = V M$, & $e = u m$; *on aura donc* $E : e :: V M : u m$; c'eſt-à-dire, que la raiſon de E à e eſt compoſée de celle de V à u, & de M à m.

Si $E = e$ on aura donc $V M = u m$, & par conſéquent $V : u :: m : M$, c'eſt-à-dire, que, *ſi les momens de deux corps qui ſe meuvent uniformément, ſont égaux, leurs viteſſes ſeront en raiſon réciproque de leurs maſſes*, & par conſéquent, ſi M eſt, outre cela, égale à m, V ſera égal à u; c'eſt-à-dire, *que, ſi les momens & les maſſes de deux corps ſont égaux, leurs viteſſes le ſeront auſſi*.

4°. *Les viteſſes V & u de deux corps qui ſe meuvent uniformément, ſont en raiſon compoſée de la directe des momens E & e, & de la réciproque des maſſes M & m:*

car puiſque $E : e :: V M : u m$;

donc $E u m = e V M$,

& $V : u = E m : e M$,

en nombres $4 : 2 :: 28 \times 5 : 10 \times 7 :: 4 \times 1 : 2 \times 1 :: 4 : 2$; donc, ſi $V = u$, on aura $E m = e M$, & par conſéquent $E : e :: M : m$; c'eſt-à-dire, que, *ſi deux corps ſe meuvent uniformément & avec la même viteſſe, leurs momens ſeront dans la même raiſon que leurs maſſes*.

5°. *Dans un mouvement uniforme, les maſſes M & m des corps ſont en raiſon compoſée des momens E & e directement, & des viteſſes V & u réciproquement*.

car puiſque $E : e :: V M : u m$,

donc $E u m = e M V$,

$M : m = E u : e V$,

en nombres $7 : 5 :: 28 \times 2 : 10 \times 4 :: 7 \times 1 :: 5 \times 1 :: 7 : 5$. Si $M = m$, on aura alors $E u = e V$, & par conſéquent $E : e :: V : u$, c'eſt-à-dire, *que, ſi deux corps, qui ſe meuvent uniformément, ont des maſſes égales, leurs momens ſeront entr'eux comme leurs viteſſes*, ſuppoſons en nombres $E = 12$, $e = 8$, $M = 4$, $m = 4$, on pourra faire $V = \frac{12}{4} = 3$, & $u = \frac{8}{4} = 2$.

6°. *Dans un mouvement uniforme, les momens E & e ſont en raiſon compoſée des maſſes M & m, & des eſpaces S & f directement, & des temps T & t réciproquement*; car à cauſe que

$V : u :: S t : f T$

& $E : e :: V M : u m$,

on a $V E : u e :: V M S t : u m f T$,

donc $E : e :: M S t : m f T$,

par conſéquent, ſi $E = e$, on aura $M S t = m f T$,

& ainſi $\frac{M}{m} = \frac{f T}{S t}$, $\frac{S}{f} = \frac{m T}{M t}$, & $\frac{T}{t} = \frac{M S}{m f}$, c'eſt-à-dire, *ſi deux corps, qui ſe meuvent uniformément, ont outre cela des momens égaux*; 1°. *leurs maſſes ſeront en raiſon compoſée des temps directement & des eſpaces réciproquement*; 2°. *les eſpaces ſeront en raiſon compoſée directement des temps & des maſſes réciproquement*; 3°. *les temps ſeront en raiſon compoſée des maſſes & des eſpaces. Que*, ſi de plus $M = m$, on aura alors $f T = S t$, & par conſéquent $S : f :: T : t$, c'eſt-à-dire, que, *ſi deux corps, qui ſe meuvent uniformément, ont des momens égaux & des maſſes égales, les eſpaces qu'ils parcourront ſeront proportionels aux temps*.

Si de

Digitized by Google

Si de plus, $T = t$, on aura auſſi $S = f$, & ainſi, *deux corps qui ſe meuvent avec des maſſes & des momens égaux, décrivent des eſpaces égaux en temps égaux.*

Si $E = e$, & $S = f$, on aura $Mt = mT$, & par conſéquent $M : m :: T : t$, c'eſt-à-dire, que *deux corps, qui ſe meuvent uniformément avec des momens égaux & qui décrivent des eſpaces égaux, doivent avoir des maſſes proportionnelles aux temps qu'ils emploient à décrire ces eſpaces.*

Si, outre cela, $T = t$, on aura auſſi $M = m$, & par conſéquent *des corps dont les momens ſont égaux, & qui ſe meuvent uniformément, décrivent des eſpaces égaux dans des temps égaux, doivent auſſi avoir des maſſes égales.*

Si $E = e$ & $T = t$, on aura alors $MS = mf$, & par conſéquent $S : f :: m : M$; c'eſt-à-dire, que *les eſpaces parcourus dans un même temps, & d'un mouvement uniforme par deux corps dont les momens ſont égaux, ſont en raiſon réciproque des maſſes.*

7°. Dans un mouvement uniforme, les eſpaces S & f ſont en raiſon compoſée des momens E & e, & des temps T & t directement, & des maſſes m & M réciproquement; car puiſque $E : e :: MS : mf$, $EmfT = eMSt$, par conſéquent $S : f :: ETm : etM$; d'où il s'enſuit que, ſi $S = f$, ETm ſera égal à etM, & que par conſéquent $E : e :: tM : Tm$; $M : m :: ET : et$; $T : t :: e M : Em$.

Ainſi, en ſuppoſant que deux corps parcourent des eſpaces égaux d'un mouvement uniforme, 1°. *leurs momens ſeront en raiſon compoſée des maſſes directement & des temps réciproquement*; 2°. *leurs maſſes ſeront en raiſon compoſée des momens & des temps*; 3°. *les temps ſeront en raiſon compoſée des maſſes directement, & des momens réciproquement.*

Si, outre $S = f$, on ſuppoſe encore $M = m$, on aura auſſi $ET = et$, & par conſéquent $E : e :: t : T$, c'eſt-à-dire, que *des corps dont les maſſes ſont égales, & qui parcourent des eſpaces égaux, ont des momens réciproquement proportionels aux temps qu'ils emploient à parcourir ces eſpaces.*

Si, outre $S = f$, on ſuppoſe encore $T = t$, il ſuivra que $e M = E m$; donc $E : e :: M : m$, & par conſéquent *deux corps qui ſe meuvent uniformément, en parcourant les mêmes eſpaces dans les mêmes temps, ont des momens proportionels à leurs maſſes.*

8°. Deux corps qui ſe meuvent uniformément ont des maſſes M & m en raiſon compoſée des momens E & e, & des temps T & t directement, & des eſpaces f & S réciproquement; car puiſque $E : e :: MS : mf$ T; $Emf T = eMSt$, donc $M : m :: ETf : etS$, & par conſéquent, ſi $M = m$, on aura $ETf = etS$, & par conſéquent $E : e :: tS : Tf$; $S : f :: ET : et$, & $T : t :: eS : Ef$, c'eſt-à-dire, que, *ſi deux mobiles ont des maſſes égales*, 1°. *les momens ſeront en raiſon compoſée des eſpaces directement & des temps réciproquement*; 2°. *les eſpaces ſeront en raiſon compoſée des momens & des temps*; 3°. *les temps ſeront en raiſon compoſée des eſpaces directement, & des momens réciproquement.*

Si, outre $M = m$, on ſuppoſe encore $T = t$, on aura $eS = Ef$; & par conſéquent $e : E :: f : S$, c'eſt-à-dire, que, dans le mouvement uniforme, *les momens de deux corps dont les maſſes ſont égales, ſont proportionels aux eſpaces parcourus dans des temps égaux.*

9°. Dans des *mouvemens* uniformes, les temps T & t ſont en raiſon compoſée des maſſes M & m, & des eſpaces S & f directement, & des momens E & e réciproquement; car puiſque $E : e :: MS : mfT$; $EmfT = eMSt$, donc $T : t :: e MS : Emf$; d'où il s'enſuit que, ſi $T = t$, on aura $eMS = EmS$, & par conſéquent $E : e :: MS : ms$; $M : m :: Ef : eS$; & $S : f :: Em : eM$; c'eſt-à-dire, que, *ſi deux corps ſe meuvent uniformément dans des temps égaux*, 1°. *leurs momens ſeront en raiſon compoſée des maſſes & des eſpaces*; 2°. *les maſſes ſeront en raiſon compoſée des momens directement, & des eſpaces réciproquement*; 3°. *les eſpaces ſeront en raiſon compoſée des momens directement, & des maſſes réciproquement.*

Mouvement accéléré, c'eſt celui qui reçoit continuellement de nouveaux accroiſſemens de viteſſe; il eſt dit *uniformément accéléré* quand ces accroiſſemens de viteſſe ſont égaux en temps égaux. *Voyez* ACCÉLÉRATION.

Mouvement retardé, c'eſt celui dont la viteſſe diminue continuellement; il eſt dit *uniformément retardé*, lorſque la viteſſe décroît proportionellement aux temps. *Voyez* RETARDATION.

En général, on peut repréſenter les loix du *mouvement* uniforme, ou varié, ſuivant une loi quelconque, par l'équation d'une courbe, dont les abſciſſes expriment les temps t, & les ordonnées correſpondantes les eſpaces parcourus pendant ces temps. Si $e = nt$, n étant un nombre conſtant, les eſpaces ſeront comme les temps, & le mouvement ſera uniforme. S'il y a entre e & t quelque autre équation, le *mouvement* ſera varié; ſi on n'a point d'équation finie entre e & t, on pourra exprimer le raport de e à t par une équation différentielle, $de = R\,dt$, R étant une fonction de e & de t, laquelle repréſentera la viteſſe; & il eſt à remarquer que, puiſque $\frac{de}{dt} = R$, le *mouvement* ſera accéléré, ſi la différence de R eſt poſitive, & retardé, ſi elle eſt négative (*Voyez* VITESSE & FORCE); car, dans le premier cas, la viteſſe R ira en croiſſant, & dans le ſecond, en décroiſſant.

C'eſt un axiôme de méchanique, comme on l'a déja remarqué, *qu'un corps qui eſt une fois en repos ne ſe mouvera jamais, à moins qu'il ne ſoit mis*

en mouvement par quelque autre corps, & que tout corps qui eſt une fois en mouvement continuera toujours à ſe mouvoir avec la même viteſſe & dans la même direction, à moins que quelque autre corps ne le force à changer d'état.

On doit conclure de là qu'un corps mû par une ſeule impulſion, doit continuer à ſe mouvoir en ligne droite, & que, s'il eſt emporté dans une courbe, il doit être pouſſé au moins par deux forces, dont l'une, ſi elle étoit ſeule, le feroit continuer en ligne droite, & dont l'autre, ou les autres, l'en détournent continuellement.

Si l'action & la réaction de deux corps (non élaſtiques) eſt égale, il ne s'enſuivra aucun *mouvement* de leur choc; mais les corps reſteront, après le choc, en repos l'un contre l'autre.

Si un mobile eſt pouſſé dans la direction de ſon *mouvement*, il ſera accéléré; s'il eſt pouſſé par une force qui réſiſte à ſon *mouvement*, il ſera alors retardé; les graves deſcendent par un mouvement accéléré.

10°. Si un *corps ſe meut avec une viteſſe uniformément accélérée, les eſpaces qu'il parcourra ſeront en raiſon doublée des temps qu'il aura employés à les parcourir*; car que la viteſſe acquiſe dans le temps t ſoit $= u$, celle que le grave acquerra dans le temps $2t$, ſera $2u$; dans le temps $3t$, ſera $3u$, *&c.* & les eſpaces correſpondans à ces temps t, $2t$, $3t$, ſeront proportionels à tu, $4tu$, $9tu$, par conſéquent ces eſpaces ſeront comme 1, 4, 9, *&c.* Les temps étant, de leur côté, comme 1, 2, 3, *&c.* il eſt donc vrai *que les eſpaces ſeront en raiſon doublée des temps. Voyez* ACCÉLÉRATION.

D'où il s'enſuit que, dans le mouvement uniformément accéléré, *les temps ſeront en raiſon ſous-doublée des eſpaces.*

11°. *Les eſpaces parcourus par un corps qui ſe meut d'un mouvement uniformément accéléré, croiſſent dans des temps égaux comme les nombres impairs* 1, 3, 5, 7, *&c.*

Car ſi les temps qu'un mobile uniformément accéléré emploie dans ſon *mouvement*, ſont comme 1, 2, 3, 4, 5, *&c.* on a vu que les eſpaces, qu'il parcourra ſeront, dans le premier temps 1, comme 1, dans 2 comme 4, dans 3 comme 9, dans 4 comme 16, dans 5 comme 25, & ainſi ſouſtrayant l'eſpace parcouru dans le premier temps; ſavoir 1, de l'eſpace parcouru en 2, ſavoir 4, il reſtera l'eſpace parcouru dans le ſecond moment ſeulement, ſavoir, 3. On trouvera ſemblablement que l'eſpace parcouru dans le troiſieme temps ſeulement, ſera $9-4=5$; que l'eſpace parcouru dans le quatrieme, ſera $16-9=7$, & ainſi des autres. L'eſpace correſpondant au premier temps, ſera donc 1, celui du ſecond 3, celui du troiſieme 5, celui du quatrieme 7, celui du cinquieme 9, *&c.* & ainſi les eſpaces parcourus par un mobile qui ſe meut d'un mouvement uniformément accéléré, croiſſent dans des temps égaux comme les nombres impairs 1, 3, 5, 7, *&c.* C. Q. F. D.

12°. *Les eſpaces parcourus par un corps qui ſe meut d'un* mouvement *uniformément accéléré, & en commençant par partir du repos, ſont en raiſon doublée des viteſſes.*

Car nommons les viteſſes V & u, les temps T & t, les eſpaces S & s; puiſque le corps part du repos, la quantité de viteſſe à chaque inſtant ne dépend que du nombre d'accélérations que le corps a reçu; & comme il en reçoit par hypotheſe, d'égales en temps égaux, & par conſéquent un nombre proportionel au temps, il s'enſuit de là que les viteſſes à chaque inſtant doivent être proportionelles aux temps; ainſi, V eſt à u comme T eſt à t: donc puiſque $S:s::T^2:t^2$; on aura $S:s::V^2:u^2$. C. Q. F. D.

Donc *dans les mouvements uniformément accélérés, les viteſſes ſont en raiſon ſous-doublée des eſpaces.*

13°. *Dans les milieux non réſiſtans, & dans des eſpaces peu grands, les graves deſcendent d'un mouvement uniformément accéléré, ou qui doit être cenſé tel*; car les graves ne deſcendent avec une viteſſe accélérée, qu'autant que quelque force étrangere agit continuellement ſur eux pour augmenter leur viteſſe, & on n'en ſauroit imaginer d'autre ici que celle de la gravité; mais la force de la gravité doit être cenſée par-tout la même près de la ſurface de la terre, parce qu'on y eſt toujours à des intervalles du centre fort grands, & peu différens les uns des autres; & les expériences qu'on a pu faire à quelque diſtance que ç'ait été de la terre, n'y ont fait trouver en effet aucune différence ſenſible; les corps graves doivent par conſéquent être ſollicités en bas d'une maniere ſemblable en temps égaux: donc ſi dans le premier moment de temps, cette force leur donne la viteſſe T, elle leur donnera encore la même viteſſe dans le moment ſuivant, ainſi du troiſieme, du quatrieme, *&c.* De plus, comme nous ſuppoſons le milieu ſans réſiſtance, les graves conſerveront la viteſſe qu'ils auront acquiſe; & ainſi, comme ils acqueront à tout moment de nouveles augmentations égales, il faudra qu'ils deſcendent d'un *mouvement* uniformément accéléré, C. Q. F. D. *Voyez* GRAVITÉ.

Les *eſpaces dont les corps ſeront deſcendus, ſeront donc, dans les mêmes ſuppoſitions, comme les carrés des temps & des viteſſes, & leurs différences croîtront comme la ſuite des nombres impairs*, 1, 3, 5, 7, *&c. & les temps ainſi que les viteſſes ſeront en raiſon ſous-doublée des eſpaces.*

Quand nous ſuppoſons que le grave deſcend dans un milieu non réſiſtant, nous entendons exclure auſſi toute ſorte d'empêchemens de quelque eſpece que ce ſoit, ou de quelque cauſe qu'ils procedent, & généralement nous faiſons abſtraction de toutes les cauſes qui pouroient altérer le *mouvement* produit par la ſeule gravité.

C'eſt Galilée qui a découvert le premier la loi de la deſcente des graves par le raiſonement, quoiqu'il ait enſuite confirmé ſa découverte par

Digitized by Google

des expériences ; il les répéta plusieurs fois, surtout sur des plans inclinés, & trouva toujours *les espaces parcourus proportionels aux carrés des temps*. Riccioli & Grimaldi ont fait auſſi les mêmes expériences, mais d'une maniere différente. *Voyez* DESCENTE.

14°. Si un grave tombe dans un milieu ſans réſiſtance, *l'eſpace qu'il décrira ſera ſous-double de celui qu'il auroit décrit dans le même temps par un mouvement uniforme, & avec une viteſſe égale à celle qu'il ſe trouve avoir acquiſe à la fin de ſa chute*. Car, *Voyez Pl. de Méchan. Fig.* 202, que la ligne AB, repréſente le temps total de la deſcente d'un grave, & qu'elle ſoit diviſée en un nombre quelconque de parties égales ; tirez aux extrémités des abſciſſes AP, AQ, AS, AB, des ordonées perpendiculaires PM, QI, SH, BC, qui puiſſent repréſenter les viteſſes acquiſes par la deſcente à la fin de ces temps ; puiſque AP eſt à AQ comme PM eſt à QI, & AP eſt à AS, comme PM eſt à SH, *&c.* les points MIH, *&c.* ſeront à une droite AS. Si l'on conçoit donc que la hauteur du triangle ſoit diviſée en parties égales & infiniment petites, le *mouvement* pouvant être cenſé uniforme dans un moment de temps infiniment petit, la petite aire $Ppmm$ égale à $Pp \times pM$, ſera proportionele à l'eſpace parcouru dans le temps Pp ; ainſi, l'eſpace parcouru dans le temps AB, ſera comme la ſomme de toutes les petites aires, c'eſt-à-dire, comme le triangle ABC. Mais l'eſpace qui auroit été décrit dans le même temps AB avec la viteſſe uniforme BC, auroit été proportionel au rectangle $ABCD$, le premier de ces eſpaces eſt donc à l'autre comme 1 à 2 ; ainſi, l'eſpace que le mobile pouroit parcourir uniformément avec la viteſſe BC dans la moitié du temps AB, eſt égal à l'eſpace qu'il parcourt avec une accélération uniforme, après être tombé du repos & dans le temps total AB.

15°. *Si un corps ſe meut d'un* mouvement *uniformément retardé, il ne parcourra, en remontant, que la moitié de l'eſpace qu'il auroit parcouru s'il s'étoit mû uniformément avec la même viteſſe initiale* ; car ſuppoſons le temps donné diviſé en un nombre quelconque de parties égales, & tirons les droites BC, SH, QI, PM, qui repréſenteront les viteſſes correſpondantes aux parties de temps exprimées par o, BS, BQ, BP, BA ; de façon qu'abaiſſant les perpendiculaires HE, IF, MG, les droites CE, CF, CG, CB, ſoient comme les viteſſes perdues dans les temps HE, FI, GM, AB, c'eſt-à-dire, BS, BQ, BF, BA. Or, puiſque CE eſt à CF, come EH eſt à FI, & que CG eſt à CB comme GM eſt à BA, ABC ſera donc par conſéquent un triangle. Si donc Bb & Pp ſont des momens de temps infiniment petits, le *mouvement* ſera uniforme, & par conſéquent les eſpaces décrits par le mobile ſeront comme les petits eſpaces $Bbc C$, ou $Ppm M$; donc tout l'eſpace décrit par ce même mobile dans le temps AB, ſera comme le triangle CBA ; or l'eſpace que le mobile auroit décrit uniformément avec la viteſſe BC, eſt comme le rectangle $ABCD$: le premier eſt donc la moitié de l'autre.

16°. *Les eſpaces décrits dans des temps égaux par un* mouvement *uniformément retardé, décroiſſent comme les nombres impairs:* car que les parties égales BS, SQ, QP, PA de l'axe du triangle, ſoient comme les temps, & que les ordonées BC, SH, QI, PM, ſoient comme les viteſſes au commencement de chaque temps, les trapezes $BSHC$, $SQIHe$ $QPMI$, & le triangle PAM ſeront donc comme les eſpaces décrits en ces temps-là ; ſoit maintenant $BC = 4$, & que $BS = SQ = PQ = PA = 1$, SH ſera donc $= 3$, $QI = 2$, $PM = 1$; $BSHC$ ſera $= \overline{4 + 3} \times \frac{1}{2} = \frac{7}{2}$; $SQIH$ ſera $= 3 + 2 \times \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$, $QPMI = 2 + 1 \times \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$, $PAM = \frac{1}{2}$, & par conſéquent les eſpaces décrits en temps égaux ſeront comme $\frac{7}{2}$, $\frac{5}{2}$, $\frac{3}{2}$, $\frac{1}{2}$, c'eſt-à-dire, comme 7, 5, 3, 1.

Pour la cauſe de l'accélération du mouvement, *Voyez* GRAVITÉ *&* ACCÉLÉRATION.

Pour la cauſe de la retardation, Voyez RÉSISTANCE *&* RETARDATION.

Les loix de la communication du mouvement par le choc ſont fort différentes, ſuivant que les corps ſont ou élaſtiques ou non, & que la direction du choc eſt directe ou oblique, eu égard à la ligne qui joint le centre de gravité des deux corps.

Les corps qui reçoivent ou qui communiquent le *mouvement*, peuvent être ou entiérement durs, c'eſt-à-dire, incapables de compreſſion, ou entiérement mous, c'eſt-à-dire, incapables de reſtitution après la compreſſion de leurs parties ; ou enfin à reſſort, c'eſt-à-dire, capables de reprendre leur premiere forme après la compreſſion. Ces derniers peuvent encore être à reſſort parfait ; de ſorte qu'après la compreſſion, ils reprenent entiérement leur figure ; ou à reſſort imparfait, c'eſt-à-dire, capables de la reprendre ſeulement en partie. Nous ne connoiſſons point de corps entiérement durs, ni entiérement mous, ni à reſſort parfait, car, comme dit M. de Fontenelle, la nature ne ſouffre point de préciſion.

Lorſqu'un corps en mouvement rencontre un obſtacle, il fait éfort pour déranger cet obſtacle : ſi cet éfort eſt détruit par une réſiſtance invincible, la force de ce corps eſt une force morte, c'eſt-à-dire, qu'elle ne produit aucun effet, mais qu'elle tend ſeulement à en produire un. Si la réſiſtance n'eſt pas invincible, la force eſt alors une force vive, car elle produit un effet réel, & cet effet eſt ce qu'on appele *force vive* dans les corps. Sa quantité ſe connoît par la grandeur & le nombre des obſtacles que le corps en mouvement peut déranger en épuiſant ſa force. *Voyez* FORCE.

Voici à quoi peut ſe réduire tout ce qui a ra-

Digitized by Google

port au choc des corps non élastiques, lorſque le coup ou le choc eſt direct.

17°. *Un mobile qui en frape un en repos lui communique une portion de* mouvement *telle qu'après le choc ils aillent tous deux de compagnie, & dans la direction du premier, & que le moment ou la quantité du* mouvement *de deux corps après le choc, ſe trouve être le même que le premier d'entr'eux avoit ſeul avant le choc.*

Car c'eſt l'action du premier de ce corps qui donne à l'autre tout le *mouvement*, que celui-ci prend à l'occaſion du choc, & c'eſt la réaction du dernier qui enleve au premier une partie de ſon *mouvement*; or, comme l'action & la réaction doivent être toujours égales, le mouvement acquis par l'un, doit être préciſément égal au moment perdu par l'autre; de façon que le choc n'augmente ni ne diminue le moment des deux corps pris enſemble.

Il s'enſuit de là que la viteſſe après le choc, laquelle eſt, comme on vient de le remarquer, la même dans les deux corps, ſe trouve, en multipliant la maſſe du premier corps par la viteſſe avant le choc, & diviſant enſuite le produit par la ſomme des maſſes: on peut conclure encore de là, que, ſi un corps en *mouvement* en choque un autre qui ſe meuve dans la même direction, mais plus lentement, ils continueront tous deux, après le choc, à ſe mouvoir dans la même direction, mais avec une viteſſe différente de celle qu'ils avoient, & qui ſera la même pour les deux, & les momens ou les ſommes des *mouvemens* reſteront les mêmes après le choc qu'avant le choc.

Si deux corps égaux ſe meuvent l'un contre l'autre avec des viteſſes égales, ils reſteront tous deux en repos après le choc. *Voyez les articles* Communication & Percussion.

Mouvement ſimple eſt celui qui eſt produit par une ſeule force ou puiſſance.

Mouvement compoſé eſt celui qui eſt produit par pluſieurs forces ou puiſſances qui conſpirent à un même effet. *Voyez* Compositions.

Les forces ou puiſſances ſont dites *conſpirer*, lorſque la direction de l'une n'eſt pas abſolument oppoſée à celle de l'autre; comme lorſqu'on imagine que le rayon d'un cercle tourne autour de ſon centre, & que l'un des points du rayon eſt en même temps pouſſé le long de ce même rayon.

Tout *mouvement* curviligne eſt compoſé, comme réciproquement tout *mouvement* ſimple eſt rectiligne.

18°. *Si un mobile A, Fig.* 203, *eſt pouſſé par une double puiſſance, l'une ſuivant la direction AB, l'autre ſuivant la direction AC, il décrira, en vertu du* mouvement *compoſé de ces deux-là, la diagonale d'un parallélogramme AD, dont il auroit décrit les côtés AB ou AC, s'il n'avoit été animé que de l'une des deux forces, & dans le même temps qu'il auroit employé en ce cas à parcourir ces deux côtés.*

Car, ſi le corps *A* n'étoit pouſſé que par la force imprimée ſuivant *AB*, il ſe trouveroit, dans le premier inſtant, dans quelques points de la droite *AB* comme en *H*, & par conſéquent dans la ligne *HL* parallele à *AC*; & s'il n'étoit animé que de la ſeule force qui lui eſt imprimée ſelon *AC*, il ſe trouveroit au même inſtant dans quelque point de la ligne *AC* comme en *I*, lequel point *I* eſt tel que *AI* eſt à *AH* comme *AB* eſt à *AC*; c'eſt ce qu'on peut déduire aiſément des loix du *mouvement* uniforme expoſées ci-deſſus: & par conſéquent le corps ſe trouveroit dans la ligne *IL* parallele à *AB*. Mais, puiſque les directions des puiſſances ne ſont point oppoſées l'une à l'autre, nulle d'elles ne ſauroit empêcher l'effet de l'autre, & par conſéquent le corps arrivera dans le même inſtant de temps dans *HL* & dans *IL*. Il faudra donc qu'il ſe trouve à la fin de ce temps au point *L*, où ces deux droites ſe rencontrent. On verra de même que, ſi on tire *KM* & *MG* paralleles à *AB* & *AC*, le corps ſe trouvera à la fin dans un autre inſtant en *M*, & enfin au bout du temps total en *D*. C. Q. F. D.

Donc, puiſqu'on peut conſtruire un parallélogramme *ABCD* autour de toute droite *AD*, en faiſant deux triangles égaux & oppoſés ſur cette droite *AD* priſe pour baſe commune, il s'enſuit de là que tout *mouvement* rectiligne peut toujours, s'il en eſt beſoin, être conſidéré comme compoſé de deux autres.

Mais comme, dans cette formation d'un parallélogramme autour de la droite *AD*, la proportion des côtés *AC*, *AD* peut varier & être priſe à volonté, de même auſſi le *mouvement AD* peut être compoſé d'une infinité de manieres différentes, & ainſi un même *mouvement* rectiligne peut être compoſé d'une infinité de divers *mouvemens* ſimples & par conſéquent peut être décompoſé ſuivant le beſoin d'une infinité de manieres.

De là il s'enſuit encore que, *ſi un mobile eſt tiré par trois puiſſances différentes, dont deux ſoient équivalentes à la troiſieme, & cela ſuivant les directions BA, AC, AD, Fig.* 204, *ces puiſſances ſeront les unes aux autres, en raiſon des droites BD, DA, DC, paralleles à leurs directions*, c'eſt-à-dire, *en raiſon inverſe des ſinus des angles renfermés par les lignes de leur direction & la ligne de direction de la troiſieme*: car *DB* eſt à *AD* comme le ſinus de l'angle *BAD* eſt au ſinus de l'angle *ABD*.

19°. *Dans le* mouvement *compoſé uniforme, la viteſſe produite par les* mouvemens *qui conſpirent, eſt à la viteſſe de chacun des deux pris ſéparément, comme la diagonale AD, Fig.* 203, *du parallélogramme ABCD, ſuivant les côtés deſquels ils agiſſent, eſt à chacun de ces côtés AB ou AC.*

Car en même temps que l'une des puiſſances emporteroit le mobile dans le côté *AB* du parallélogramme, & l'autre dans le côté *AC*, elles l'emportent à elles deux lorſqu'elles ſe réu-

Digitized by Google

aiſſent le long de la diagonale AD; la diagonale eſt donc l'eſpace décrit par les forces conſpirantes dans le même temps. Mais, dans le *mouvement* uniforme, les viteſſes ſont comme les eſpaces parcourus dans un temps donné; donc la viteſſe provenant des forces conſpirantes, eſt à la viteſſe de chacune des forces en particulier comme AD à AB, ou à AC.

Ainſi, les forces conſpirantes étant données, c'eſt-à-dire, la raiſon des viteſſes étant donnée par les droites AB, AC données de grandeur, & la direction de ces forces étant donnée de poſition par ces lignes ou par l'angle qu'elles doivent faire, la viteſſe & la direction du *mouvement* oblique ſera auſſi donnée, parce que la diagonale eſt alors donnée de grandeur & de poſition.

Néanmoins le *mouvement* oblique étant donné, les *mouvements* ſimples ne le ſont pas par-là réciproquement, parce qu'un même *mouvement* oblique peut être compoſé du pluſieurs différens *mouvemens* ſimples.

2°. *Dans les* mouvements *compoſés produits par les mêmes forces, la viteſſe eſt d'autant plus grande, que l'angle de direction eſt moindre, & elle eſt d'autant moindre qu'il eſt plus grand.*

Car ſoit BAC le plus grand angle de direction, *Fig.* 205, & FAC le moindre; puiſque les forces ſont ſuppoſées les mêmes dans les deux cas, AC ſera commun aux deux parallélogrammes $AFCE$ & $BACD$, & outre cela AB, ſera $= AF$: or il eſt évident que la diagonale AD appartient au cas du plus grand angle, & que la diagonale AE appartient au cas du plus petit, & qu'enfin ces diagonales ſont décrites dans un même temps, parce que $AB = AF$: les viteſſes ſont donc entr'elles comme AD eſt à AE, c'eſt pourquoi AD étant moindre que AE, la viteſſe dans le cas du plus grand angle eſt moindre que dans le cas du plus petit.

Ainſi, la viteſſe des forces conſpirantes & l'angle de leur direction, dans un cas particulier, étant donnés, on peut dès-lors déterminer la viteſſe du *mouvement* compoſé, & par conſéquent les raports des viteſſes produites par les mêmes forces ſous différens angles de direction.

Donc, 1°. ſi les forces compoſantes agiſſent dans la même direction, le mobile ſe meut plus vîte; mais la direction de ſon *mouvement* n'étant point changée, ce corps ſe meut d'un *mouvement* ſimple. 2°. Si ces deux forces ſont égales & oppoſées l'une à l'autre, elles ſe détruiſent mutuellement; alors le corps ne fort point de place, & il n'y a aucun *mouvement* produit. 3°. Si les forces oppoſées ſont inégales, elles ne ſe détruiſent qu'en partie, le *mouvement* qui en réſulte eſt l'effet de la différence de ces deux forces, c'eſt-à-dire, de l'excès de la plus grande ſur la plus petite. 4°. Si ces deux forces ſont angle l'une avec l'autre, elles retarderont ou accéléreront le *mouvement* l'une de l'autre, ſelon que l'obliquité des lignes qui les repréſentent ſera dirigée.

On voit auſſi que l'on peut également conſidérer toutes les forces comme étant réunies dans une force qui les repréſente, ou cette force unique, comme étant diviſée dans celles qui la compoſent. Cette méthode eſt d'un grand uſage & d'une grande utilité dans les méchaniques, pour découvrir la quantité de l'action des corps qui agiſſent obliquement les uns ſur les autres.

Par ce même principe, on connoît le chemin d'un corps qui obéit à un nombre quelconque de forces qui agiſſent ſur lui à la fois; car, lorſqu'on a déterminé le chemin que deux de ces forces font parcourir au mobile, ce chemin devient le côté d'un nouveau triangle, dont la ligne, qui repréſente le troiſieme force, devient le ſecond côté, & le chemin du mobile la baſe. En procédant ainſi juſqu'à la derniere force, on connoîtra le chemin du mobile par l'action réunie de toutes les forces qui agiſſent ſur lui.

Un corps peut éprouver pluſieurs *mouvemens* à la fois; par exemple, un corps que l'on jete horizontalement dans un bateau, éprouve le *mouvement* de projectile qu'on lui communique, & celui que la peſanteur lui imprime à tout moment vers la terre; il participe outre cela au *mouvement* du vaiſſeau dans lequel il eſt. La riviere ſur laquelle eſt ce vaiſſeau s'écoule ſans ceſſe, & ce corps participe à ce *mouvement*. La terre ſur laquelle coule cette riviere tourne ſur ſon axe en vingt-quatres heures: voilà encore un *mouvement* nouveau que le corps partage. Enfin la terre a encore ſon *mouvement* annuel autour du ſoleil, la révolution de ſes poles, le balancement de ſon équateur, *&c.* & le corps, que nous conſidérons, participe à tous ces *mouvemens*; néanmoins il n'y a que les deux premiers qui lui appartienent, par raport à ceux qui ſont tranſportés avec le corps dans ce bateau; car tous les corps qui ont un *mouvement* commun avec nous, ſont comme en repos par raport à nous.

La ligne courbe déſigne toujous un *mouvement* compoſé. Décrire une ligne courbe c'eſt changer à tout moment de direction. Si deux forces qui pouſſent un corps ſont également accélérées, ou bien ſi l'une eſt accélérée tandis que l'autre eſt uniforme, la ligne décrite par le corps en *mouvement* ne ſera plus une ligne droite, mais une ligne courbe, dont la courbure eſt différente, ſelon la combinaiſon des inégalités des forces qui la font décrire; car ce corps obéira à chacune des forces qui le pouſſent, ſelon la quantité de leur action ſur lui. Ainſi, par exemple, s'il y a une des forces qui renouvele ſon action à chaque inſtant, tandis que l'action de l'autre force reſte la même, le chemin du mobile ſera changé à tout moment, & c'eſt de cette façon que tous les corps, que l'on jete obliquement, retombent vers la terre.

Le *mouvement* inſtantanée d'un corps eſt toujours en ligne droite: la petiteſſe des droites que ce

Digitized by Google

mobile parcourt à chaque inſtant, nous empêche de les diſtinguer chacune en particulier, & tout cet aſſemblage de lignes droites infiniment petites, & inclinées les unes aux autres, nous paroît une ſeule ligne courbe. Mais chacune de ces petites droites, repréſente la direction du *mouvement* à chaque inſtant infiniment petit, & elle eſt la diagonale d'un parallélogramme formé ſur la direction des forces actuelles qui agiſſent ſur ce corps. Ainſi, le *mouvement* eſt toujours en ligne droite à chaque inſtant infiniment petit, de même qu'il eſt toujours uniforme.

Il y a un mouvement dans lequel les parties changent de place, quoique le tout n'en change point. C'eſt le *mouvement* relatif d'un corps qui tourne ſur lui-même, comme la terre, par exemple, dans ſon *mouvement* journalier. Ce ſont alors les parties de ce corps qui tendent à decrire les droites infiniment petites, dont nous venons de parler. Il y auroit encore bien des obſervations à faire ſur ce vaſte ſujet, mais cet ouvrage n'eſt pas ſuſceptible de détails plus amples. On peut lire les *chapitres xj & xij des Inſtitutions phyſiques* de madame du Châtelet, dont nous avons extrait une partie de cet article; la *Phyſique* de M. Muſſchenbroek; l'*Eſſai* de M. de Crouſaz ſur le *mouvement*, qui fut couronné par l'Académie des Sciences, & pluſieurs autres ouvrages.

Sur les loix particulieres du mouvement *qui eſt produit par la colliſion des corps élaſtiques ou non élaſtiques, ſoit que leurs directions ſoient perpendiculaires, ſoit qu'elles ſoient obliques*, *voyez* PERCUSSION.

Sur les mouvemens *circulaires & les loix des projectiles*, *voyez* FORCE CENTRALE & PROJECTILE.

Sur les mouvemens *des pendules & leur oſcillation*, *voyez* PENDULE & OSCILLATION.

Mouvement inteſtin marque une agitation intérieure des parties dont un corps eſt compoſé. *Voyez* FERMENTATION, EFFERVESCENCE, *&c.*

Quelques philoſophes penſent que toutes les particules des fluides ſont dans un *mouvement* continuel, & cette propriété eſt contenue dans la définition même que pluſieurs d'entr'eux donnent de la fluidité (*Voyez* FLUIDITÉ); & quant aux ſolides, ils jugent que leurs parties ſont auſſi en *mouvement* par les émiſſions qui ſortent continuellement de leurs pores. *Voyez* ÉMISSION.

Suivant cette idée, le *mouvement* inteſtin ne ſeroit autre choſe qu'un *mouvement* des plus petites parties inteſtines de la matiere, excitées continuellement par quelque agent extérieur & caché, qui de lui-même ſeroit inſenſible, mais qui ſe découvriroit néanmoins par ſes effets, & que la nature auroit deſtiné à être le grand inſtrument des changemens des corps.

MOUVEMENT, en Aſtronomie, ſe dit particuliérement du cours régulier des corps céleſtes. *Voyez* SOLEIL, PLANETE, COMETE, *&c.*

Le *mouvement* diurne eſt le premier que l'on ait obſervé, comme nous l'avons expliqué au *mot* ASTRONOMIE.

Le *mouvement* de la terre d'occident en orient eſt celui qu'eſt expoſé par Copernic. *Voyez* SYSTÊME DE COPERNIC.

Mouvement propre eſt celui par lequel une planete avance chaque jour d'occident en orient d'une certaine quantité. *Voyez* PLANETE, où il y a une table du *mouvement* de chacune.

Le *mouvement* moyen ſe diſtingue du *mouvement* vrai, en ce que l'un eſt ſuppoſé dégagé de toutes les inégalités, & l'autre affecté de celles qui ont lieu dans le ciel.

Le *mouvement apparent* ſe dit auſſi en oppoſition au *mouvement* vrai, lorſqu'il eſt affecté par la *réfraction* ou par la *parallaxe*.

Le *mouvement* eſt géocentrique ou héliocentrique, ſuivant qu'il eſt vu de la terre, ou conſidéré comme s'il étoit vu du ſoleil.

Les *mouvemens* apparens des étoiles ſont la *préceſſion*, l'*aberration* & la *nutation*.

Le *mouvement* de la 8e ſphere, dans l'ancienne aſtronomie, eſt ce que nous appelons *préceſſion*. On appeloit *mouvement premier* ou *mouvement de rapt*, celui qui ſe fait en 24 heures, ou le *mouvement* diurne; *mouvement ſecond*, celui qui eſt propre à chaque planete; *mouvement de trépidation* ou de *libration*, celui qui faiſoit changer l'obliquité de l'écliptique & la préceſſion des équinoxes, & on le diſtinguoit quelquefois en deux; *mouvement* de libration premiere, pour expliquer la variation de l'obliquité, & *mouvement* de libration ſeconde pour le changement des équinoxes.

MOYEN, adj. *terme fort en uſage dans l'Aſtronomie*. On dit le lieu *moyen*, le mouvement *moyen*, la diſtance moyene, la diametre *moyen*, la parallaxe moyene, le temps *moyen*, *&c.* pour exprimer ce qui tient le milieu entre le plus fort & le plus foible.

La longitude moyene ou le lieu *moyen* d'une planete, eſt le point où elle devroit ſe trouver, ſi elle alloit uniformément, & qu'elle n'eût point d'inégalités. Les aſtronomes, pour calculer la longitude vraie d'une planete, commencent toujours par chercher la longitude moyene; & ils y appliquent les équations néceſſaires, à raiſon des inégalités obſervées. *Voyez* ANOMALIE.

Le mouvement moyen d'un aſtre, eſt celui que l'on conſidere indépendamment des inégalités ou des équations qui le rendent plus ou moins prompt. Ainſi, la lune, par ſon mouvement propre, ne fait quelquefois que 13 degrés & trois quarts en un jour, quelquefois elle en fait quinze & un tiers, mais quand on raſſemble le fort & le foible, on trouve 13° 10′ 35″ pour ſon mouvement *moyen* en 24 heures, le plus ou le moins vient des inégalités de ſon mouvement. *Voyez* LUNE, EXCENTRICITÉ, ÉQUATION.

Le temps *moyen* eſt celui que le ſoleil regle & indique par ſon mouvement *moyen*, ſuppoſé uni-

Digitized by Google

forme, par opposition avec le temps vrai que le soleil marque réellement sur nos méridiennes & nos cadrans. *Voyez* ÉQUATION DU TEMPS. Il en est de même du midi *moyen* par rapport au midi vrai.

La distance moyenne d'un astre est aussi celle qui tient le milieu entre la plus grande & la plus petite. Par exemple, la lune décrit autour de la terre une ellipse ou une orbite alongée, de maniere que sa distance est quelquefois de 80187 lieues, dans son périgée, quelquefois de 91397, dans son apogée; la différence est de 11210 lieues, & la distance moyenne 85792: elle est plus grande de 5605 que la distance périgée, & plus petite d'autant que la distance apogée. Il en est de même des distances de toutes les autres planetes. (*D. L.*)

MOYENE *proportionele arithmétique*, (*Géom.*); est une quantité qui est *moyene* entre deux autres, de maniere qu'elle excede la plus petite d'autant qu'elle est surpassée par la plus grande.

Ainsi, 9 est *moyen proportionel arithmétique*, entre 6 & 12. On dit aussi, pour abréger, *moyen* ou *moyene arithmétique*. *Voyez* PROPORTION.

Moyene proportionele géométrique, ou simplement *moyene proportionele*, est encore une quantité *moyene* entre deux autres; mais de façon que le raport géométrique qu'elle a avec l'une de ces deux y soit le même que celui que l'autre a avec elle.

Ainsi, 6 est *moyen proportionel géométrique*, ou simplement *moyen proportionel* entre 4 & 9, parce que 4 est les deux tiers de 6, de même 6 est les deux tiers de 9. *Voyez* PROPORTION. (*O.*)

MULTANGULAIRE, adj. (*Géom.*) se dit d'une figure ou d'un corps qui a plusieurs angles. *Voyez* ANGLE & POLYGONE qui est plus usité.

MULTILATERE, adj. *en Géométrie*, est un mot qui s'applique aux figures qui ont plus de quatre côtés ou angles; on les nomme autrement & plus ordinairement *polygones*. *Voyez* POLYGONES. (*O.*)

MULTINOME, adj. se dit *en Mathématique*, des quantités compofées de plusieurs autres, comme $a + bc + d$, &c. *Voyez* RACINE, MONOME, BINOME, *&c.*

M. Moivre a donné dans les *Transactions philosoph.*, *n°.* 230, une méthode pour élever un *multinome* quelconque à une puissance quelconque, ou pour en extraire la racine quelconque. Cette méthode est un corollaire de la méthode générale de M. Newton, pour élever un binome quelconque, $a + b$ à une puissance quelconque. Le théorême de M. Moivre est raporté au commencement de l'analyse des infiniment petits de M. Stone, traduit en françois, & imprimée à Paris en 1735. *Voyez à l'article* BINOME *la formule de* M. Newton. (*O.*)

MULTIPLE, adj. se dit, en *Arithmétique*, d'un nombre qui en contient un autre un certain nombre de fois exactement. *Voyez* NOMBRE, EXACT, MULTIPLE, *&c.*

Ainsi, 6 est multiple de 2; ou, ce qui est la même chose, 2 est une partie aliquote de 6, puisque 2 est contenu dans 6 trois fois; de même 12 est *multiple* de 6, 4 & 3, puisqu'il contient deux fois 6, trois fois 4 & quatre fois 3. (*O.*)

Une raison *multiple* est celle qui se trouve entre des nombres *multiples*. *Voyez* RAISON & RAPORT.

Si le plus petit terme d'un raport est une partie aliquote du plus grand, le raport du plus grand au plus petit est appelé *multiple*, & celui du plus petit au plus grand est nommé *sous-multiple*.

Le nombre *sous-multiple* est celui qui est contenu dans un nombre multiple; ainsi, 1, 2 sont *sous-multiples* de 6, & 3 *sous-multiple* de 9.

Les raports doubles, triples, *&c.* comme aussi les raports sous-doubles, sous-triples, *&c.* sont différentes especes de raports *multiples* ou *sous-multiples*.

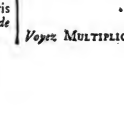
MULTIPLE, point *multiple*, *en Géométrie*, est le point commun d'intersection de deux ou plusieurs branches d'une même courbe qui se coupent. *Voyez* BRANCHE, COURBE & POINT.

MULTIPLE: poulie *multiple* est, *en Méchanique*, un assemblage de plusieurs poulies. *Voyez* POULIE & MOUFLE. (*O.*)

MULTIPLICANDE, s. m. est, *dans l'arithmétique*, un des deux facteurs de la multiplication; c'est le nombre que l'on donne à multiplier par un autre qu'on appele *multiplicateur*. *Voyez* MULTIPLICATEUR.

MULTIPLICATEUR, subst. m. se dit, *en Arithmétique*, du nombre par lequel on doit multiplier le multiplicande. *Voyez* MULTIPLICANDE.

Des deux nombres donnés dans la multiplication, on prend ordinairement le plus grand pour multiplicande, & on le place au dessus du plus petit qu'on prend pour *multiplicateur*. Mais le résultat de l'opération sera toujours le même, quel que soit celui des deux nombres qu'on prendra pour multiplicande ou pour *multiplicateur*; en effet, quatre fois 5, ou cinq fois 4, font également 20, comme on le voit à l'œil par la figure suivante.



Voyez MULTIPLICATION.

Digitized by Google

De ce que *a* par *b*, ou *b* par *a* donnent le même produit, il s'enſuit que de quelque maniere qu'on multiplie l'une par l'autre trois quantités *a*, *b*, *c*, elles donneront le même produit; car 1°. $ab = ba$, donc 1°. $abc = bac$; 2°. $cab = cba$; 3°. $cab = abc$, & $cab = bac$; 4°. $bac = bca$; 5°. $abc = acb$, *&c.* donc on verra que tous les produits abc, acb, bac, bca, cab, cba ſont égaux. Il en ſeroit de même ſi on prenoit quatre quantités *a*, *b*, *c*, *d*, & ainſi de ſuite. *Voyez* PRODUIT. (*O*)

MULTIPLICATION, ſ. f. *en Arithmétique*, c'eſt une opération par laquelle on prend un nombre autant de fois qu'il eſt marqué par un autre, afin de trouver un réſultat que l'on appele *produit*. Si l'on demandoit, par exemple, la ſomme de 329 liv. priſes 58 fois, l'opération par laquelle on à coutume, en arithmétique, de déterminer cette ſomme, eſt appelée *multiplication*. Le nombre 329, que l'on propoſe de multiplier, ſe nomme *multiplicande*; & le nombre 58, par lequel on doit multiplier, eſt appelé *multiplicateur*; & enfin on a donné le nom de *produit* au nombre 19082, qui eſt le réſultat de cette opération. Voici comment elle s'exécute.

Multiplicande, ... 329.
Multiplicateur, ... 58.

2632.
4645.

19082. Produit.

Après avoir diſpoſé le multiplicateur 58 ſous le multiplicande 329, c'eſt-à-dire, les unités de l'un ſous les unités de l'autre, les dixaines ſous les dixaines, *&c.* & avoir tiré une ligne, je dis 8 fois $9 = 72$; je poſe 2 & je retiens 7, comme dans l'addition; enſuite 8 fois $2 = 16$, auxquels ajoutant 7 j'ai 23; je poſe donc 3 & retiens 2; après quoi je dis, 8 fois $3 = 24$ & 2 retenus font 26; j'écris 6 & poſe 2 en avançant vers la gauche.

Quand j'ai opéré ſur le multiplicande 329 avec le premier nombre 8 du multiplicateur; je répete une opération ſemblable avec le nombre ſuivant 5, ayant ſoin de mettre le premier chifre de ce nouveau produit ſous les dixaines, parce qu'alors ce ſont des dixaines qui multiplient; & faiſant enſuite l'addition des deux produits 2632 & 1645 diſpoſés comme on le voit dans l'exemple, je trouve que le produit total eſt 19082.

S'il y avoit eu trois chifres au multiplicateur, on auroit agi ſur le multiplicande avec le troiſieme chifre du multiplicateur, de même que l'on a fait avec les deux premiers, obſervant de placer le premier chifre de ce troiſieme produit ſous le chifre qui multiplie; ce qui eſt une loi générale dont la raiſon eſt bien évidente; car à la troiſieme place ce ſont des cents qui commencent à multiplier des unités, ils produiſent donc des cents, & par conſéquent il faut en placer le premier chifre ſous la colonne des cents, *&c.*

On voit donc que toute la difficulté de la *multiplication* conſiſte à trouver ſur le champ le produit d'un chifre par un autre chifre. Ainſi, il n'y a qu'à apprendre de mémoire la table de *multiplication*. *Voyez* TABLE DE PYTHAGORE.

La théorie de cette regle eſt ſujete à des difficultés qui embaraſſent les commençans: 45 ouvriers ont fait chacun 26 toiſes d'ouvrage, quel eſt le produit total? quoique le bon ſens diſe bien clairement qu'il faut multiplier 26 par 45, il paroît toujours étrange que des toiſes multiplient des ouvriers. Effectivement cela ne peut pas être. C'eſt pourquoi quand on propoſe de multiplier 26 toiſes par 45 ouvriers, la queſtion ſe réduit uniquement à prendre 26 toiſes 45 fois; & par-là on aperçoit évidemment qu'il n'y a que *multiplication* de toiſes.

Cette opération ſe fait avec beaucoup de célérité, quand il y a pluſieurs zéros de ſuite, ſoit au multiplicateur ſoit au multiplicande, ſur-tout quand les zéros commencent par la place des unités. Vous avez, par exemple, 2000 à multiplier par 300; ne faites pas d'abord attention aux trois zéros du multiplicande, ni aux deux zéros du multiplicateur; faites ſimplement l'opération ſur les deux chifres 2, 3, pour avoir leur produit 6, à la ſuite duquel vous placerez tant les zéros du multiplicande que ceux du multiplicateur, c'eſt-à-dire, cinq zéros en ce cas; & vous aurez 600000, qui eſt le produit de 2000 par 300.

Quand les zéros ſont mêlés avec les chifres ſignificatifs, vous prendrez toujours pour multiplicateur, celui des deux nombres où il y a moins de chifres ſignificatifs; parce que les zéros ne multipliant jamais, l'opération va plus vîte. Vous avez, par exemple, 500203 à multiplier par 80009: diſpoſez les nombres comme vous le voyez ici.

500203.
80009.

4501827.
4001624.

40020741827.

où vous remarquerez qu'après avoir fait agir le 9 du multiplicateur, l'on paſſe tout-d'un-coup à ſon chifre 8, qui eſt la cinquieme place, & cela par la raiſon que les zéros ne ſauroient rien produire.

Parlons maintenant de la *multiplication* complexe, c'eſt-à-dire, de celle où il y a des quantités de différente eſpece. On demande à combien reviennent 35 aunes d'étoſe à 24 liv. 15 ſ. l'aune.

35 aunes.

Digitized by Google

35 aunes
à 24 l. 15 f. l'aune.

	140	
	70	
	840	
Pour 10 f.	17	10
Pour 5 f.	8	15
	866 l.	5 f.

Sans faire d'abord attention aux 15 f. on multipliera 35 par 24, dont le produit eſt 840 liv. après quoi on cherchera ce que produiront 35 aunes à 15 f. l'aune. On obſervera que 15 f. = 10 f. + 5 f. prenons 35 aunes à 10 f. il eſt certain que ſi 10 f. valoient une livre, 35 aunes vaudroient 35 livres: mais 10 f. ne ſont que la moitié d'une livre, par conſéquent 35 aunes ne vaudront que la moitié de 35 liv. = 17 liv. 10 f. On placera donc ces nombres ainſi que l'opération l'indique; & l'on prendra enſuite la valeur 35 aunes à 5 f. mais comme 35 aunes à 10 ont produit 17 liv. 10 f. il eſt évident que 35 aunes à 5 f. produiront la moitié de 17 liv. 10 f. = 8 liv. 15 f. que l'on écrira ſous le produit précédent; faiſant enſuite l'addition des différens produits, on trouvera que le produit total eſt 866 l. 5 f.

Cette maniere de multiplier s'appele *multiplication par les parties aliquotes*. Les parties aliquotes d'une quantité ſont celles qui diviſent exactement & ſans reſte la quantité dont elles ſont partie: ainſi, 10 f. eſt une partie aliquote de la livre, ils en ſont la deuxieme partie; 5 f. en ſont le quart, 2 f. le dixieme, & 1 f. le vingtieme. Mais 9 f. ou 7 f. ne ſont pas des parties aliquotes de la livre, parce que 9 & 7 ne diviſent pas 20 f. valeur de la livre exactement & ſans reſte: mais il eſt facile de transformer ces quantités en parties aliquotes de la livre; car 9 f. = 4 f. + 5 f. parties aliquotes de la livre.

La preuve de la *multiplication* ſe fait en diviſant le produit par un des deux facteurs, l'autre facteur doit venir au quotient ſi l'opération eſt bien faite; ſavoir le multiplicande, ſi on a diviſé par le multiplicateur, & le multiplicateur ſi on a diviſé par le multiplicande. Ou bien mettez le multiplicateur en la place du multiplicande, & faiſant l'opération à l'ordinaire, vous devez retrouver le même produit qu'auparavant: car il eſt clair que 6 × 8 ou 8 × 6 produiſent également 48.

MULTIPLICATION en Géométrie. *Voyez* SURFACE, SOLIDE.

La *multiplication algébrique* eſt beaucoup plus ſimple que la numérique; car, pour multiplier une grandeur algébrique par une autre, il ne s'agit que d'écrire ces quantités les unes à côté des autres ſans aucun ſigne; ainſi, *a* multiplié par *b* produit *ab*; *ed* multiplié par *m* donne *edm*: mais, pour s'exprimer avec plus de facilité, on obſervera que le ſigne × ſignifie *multiplié par*, & que celui-ci = veut dire *égale* ou *vaut*: ainſi, $a \times b = ab$, ſignifient que *a* multiplié par *b* égale *ab*, &c. où l'on voit que des quantités algébriques ſont cenſées multipliées l'une par l'autre, dès qu'elles ſont écrites les unes immédiatement à côté des autres, ſans aucun ſigne: ce qui eſt une pure convention: mais les grandeurs algébriques ſont preſque toujours précédées de coëfficiens & des ſignes + ou −. *Voyez* COEFFICIENS & SIGNE. En ce cas, 1°. $+3cd \times +5bm = +15bcdm$, en diſant $+ \times + = +$; enſuite $3 \times 5 = 15$; enfin $cd \times bm = bcdm$; en ſorte que $+15bcdm = +3cdx + 5bm$.

2°. Si l'on a une grandeur négative à multiplier par une grandeur poſitive, le produit doit être affecté du ſigne −: ainſi, $-2bdx + 3af = -6abdf$, en diſant $- \times + = -$; après cela, $2 \times 3 = 6$, que l'on écrira à la ſuite du ſigne −, & $bdx af = abdf$: le produit total de $-2bdx + 3af$ eſt donc $-6abdf$.

3°. Le produit d'une grandeur poſitive par une négative doit auſſi être affecté du ſigne −; c'eſt pourquoi $+4rs \times -bd = -4bdrs$; ce que l'on détermine en diſant $+ \times - = -$: 4×1 (que l'on ſuppoſe toujours précéder la quantité qui n'en eſt pas acompagnée) = 4: enfin $rs \times bd = bdrs$. Ainſi, le produit de $+4rs$ par $-bd = -4bdrs$; ce qui ſuppoſe que $+ \times - = -$; nous allons bientôt le démontrer.

4°. Deux grandeurs négatives ou affectées du ſigne − donnent + à leur produit, lorſqu'elles ſe multiplient; $-3bd \times -4d = +12bd^2$, & c'eſt ce qui ne paroît pas aiſé à concevoir. Comment *moins* par *moins* peut-il donner *plus*? (Π) C'eſt un paradoxe qui a été expliqué d'une maniere tout-à-fait neuve & ingénieuſe par le P. Riccati. Puiſque le *multiplicateur*, dit-il, ne déſigne autre choſe, que combien de fois on doit prendre le *multiplicande*; ſi l'un & l'autre ſont *poſitifs*, le produit doit être également *poſitif*, comme il eſt évident, & il ſera d'autant plus grand, que ſera plus grand le *multiplicateur*, & d'autant plus petit, que le *multiplicateur* ſera petit. Donc le *multiplicateur* étant zéro, le produit néceſſairement ſera zéro: & ſi le *multiplicateur* décroîtra au deſſous de zéro, & qu'il deviene plus petit que zéro, c'eſt-à-dire, ſi le *multiplicateur* ſoit négatif, il eſt évident que le produit encore décroîtra & deviendra plus petit que zéro, c'eſt-à-dire, négatif.

Suppoſez maintenant que le *multiplicande* ſoit négatif & le *multiplicateur* poſitif. Par ce que nous avons démontré ci-deſſus, le produit ſera négatif, & un négatif d'autant plus petit de zéro, que le *multiplicateur* ſera plus grand; & d'autant que le *multiplicateur* décroîtra, d'autant le produit décroîtra dans l'ordre des négatifs, c'eſt-à-dire, qu'il ira s'en approchant au zéro: ainſi le produit ſera plus grand dans la même proportion, que le *mul-*

Digitized by Google

tiplicateur sera plus petit. Donc si le *multiplicateur* deviendra zéro, le produit sera zéro : donc si le *multiplicateur* décroisse encore, c'eſt-à-dire, qu'il devienne négatif, le produit croîtra, & deviendra plus grand que zéro, & par conſéquent il deviendra poſitif. Donc une quantité négative *multipliée* par une autre négative donnera un produit poſitif. C. Q. F. D.) Examinons la maniere dont les ſignes agiſſent les uns ſur les autres.

Démonſtration des regles précédentes. La *multiplication* des coëfficiens ne fait aucune difficulté; ce ſont des nombres qui ſe multiplient, comme dans l'arithmétique; celle des quantités algébriques eſt de pure convention. Il n'y a donc que la *multiplication* des ſignes qui mérite une explication; il faut prouver que $+\times+=+$; que $+\times-=-$; que $-\times+=-$; que $-\times-=+$.

1°. $+3\times+4$ doit donner $+12$; car le multiplicateur $+4$ étant affecté du ſigne $+$, montre qu'il faut prendre la quantité $+3$ poſitive autant de fois qu'il eſt marqué par 4, c'eſt-à-dire, qu'il faut la prendre 4 fois telle qu'elle eſt : or 4 fois $3=+3+3+3+3=+12$; ainſi, $+\times+=+$.

2°. $+3\times-4=-12$. Remarquez que le multiplicateur 4 étant affecté du ſigne $-$, fait connoître qu'il faut retrancher la grandeur $+3$ quatre fois ; on écrira donc $-3-3-3-3=-12$. On voit donc pourquoi $+\times-=-$.

3°. $-3\times+4=-12$; car le multiplicateur 4 étant poſitif, ſignifie qu'il faut prendre -3 quatre fois, & par conſéquent écrire $-3-3-3-3=-12$; ainſi, $-\times+=-$.

4°. $-3\times-4=+12$. On doit toujours ſe régler ſur le ſigne du multiplicateur ; ſon ſigne étant négatif, le multiplicateur -4 indique qu'il faut retrancher -3 quatre fois : or, pour ôter $-$, on écrit $+$ (*Voyez* SOUSTRACTION). (*Voy.* auſſi ci-deſſus notre remarque.) Donc, pour ôter -3 quatre fois, on écrira $+3+3+3+3=12$; & par conſéquent $-\times-=+$.

Ainſi, on peut établir une regle générale très-ſimple pour la *multiplication* des ſignes. *Toutes les fois que les quantités, qui ſe multiplient, ont le même ſigne, on écrira $+$ au produit* (puiſque $+\times+=+$, & que $-\times-=+$); *mais on écrira —, quand elles auront des ſignes différens;* car $+\times-=-$, & $-\times+=-$, ainſi qu'on l'a démontré ci-deſſus.

Nous venons de donner les regles de la *multiplication* par raport aux monomes, c'eſt-à-dire, aux quantités algébriques qui n'ont qu'un terme : quant aux polynomes, c'eſt-à-dire, aux quantités algébriques qui ont pluſieurs termes; il faut multiplier, comme dans l'arithmétique, tous les termes du multiplicande par chaque terme du multiplicateur; on cherche enſuite la ſomme de tous ces différens produits, en réduiſant les quantités ſemblables, s'il y en a. *Voyez* ADDITION & RÉDUCTION. Exemple :

$$\begin{array}{l} aa-2ac+cc \\ \times \\ a-c \\ \hline a^3-2a^2c+ac^2 \\ \quad -a^2c+2ac^2-c^3 \end{array}$$

$a^3-3a^2c+3ac^2-c^3$. . . . produit total.

Pour multiplier $aa-2ac+cc$ par $a-c$, on écrira le multiplicateur $a-c$ ſous le multiplicande $aa-2ac+cc$, comme on le voit dans l'exemple; & tirant une ligne, on dira $aa\times a=a^3$, on écrira a^3 en ſupprimant le ſigne $+$. Enſuite on multipliera le terme $-2ac$ par a, en diſant $-\times+=-$: $2ac\times a=2a^2c$: on écrira donc $-2a^2c$ à la ſuite de a^3. On continuera de multiplier $+cc$ par a, enfin d'avoir $+ac^2$, que l'on mettra à la ſuite de $-2a^2c$ ſous la ligne. Et ſi le multiplicande contenoit un plus grand nombre de termes, on ne finiroit pas de multiplier par a, à moins que tous les termes du multiplicande n'euſſent été multipliés par ce premier terme du multiplicateur. Quand le premier terme du multiplicateur a fait ſon office, on fait agir de même le ſecond terme $-c$ ſur tous les termes du multiplicande; ainſi, l'on dira $aa\times-c=-aac$, que l'on écrira, ainſi qu'il eſt marqué dans l'exemple. On multipliera enſuite $-2ac$. par $-c$, en diſant $-\times-=+$: $2ac\times c=2ac^2$: le produit de $-2ac$ par $-c$ eſt donc $+2ac^2$; enfin $+cc\times-c=-c^3$. Tous les termes du multiplicande ayant été multipliés par chaque terme du multiplicateur, on tirera une ligne ſous les produits qui en ſont venus; & faiſant la réduction de ces produits, on trouvera que le produit total eſt $a^3-3a^2c+3ac^2-c^3$.

On voit, par cet exemple, qu'on ne multiplie jamais qu'un monome par un monome ; ainſi, la *multiplication* des polynomes eſt plus longue, mais elle n'eſt pas différente de celle des monomes : un plus grand nombre d'exemples ſeroit donc inutile, ſi ce n'eſt pour s'exercer : mais l'on peut s'en donner ſoi-même tant que l'on voudra. (*O*)

MULTIPLIER, *en Arithmétique*, c'eſt réduire en pratique, la regle de multiplication. *Voyez* MULTIPLICATION & MULTIPLICANDE.

La regle de trois conſiſte à multiplier le troiſieme terme par le ſecond, & à diviſer le produit par le premier terme. *Voyez* REGLE DE TROIS. (*O*)

MURAL, (*Aſtron.*); quart de cercle *mural*, inſtrument d'aſtronomie. *Voyez* QUART DE CERCLE.

MUSCIDA, (*Aſtron.*); nom de l'étoile qui eſt ſur la bouche de Pégaſe, marquée ε dans les catalogues.

MYOPE, adj. pris ſubſtantivement (*Optique*); c'eſt une perſone qui a la vue courte ou baſſe. *Voyez* VUE.

Ce mot vient du grec μύω compoſé, à ce

Digitized by Google

qu'on prétend, de μῦς *ſouris*, & de ὤψ *œil*, parce qu'on croit, dit-on, avoir obſervé que la ſouris a la vue courte. Nous nous en raportons ſur ce fait aux Naturaliſtes.

Myope ſe dit proprement de ceux qui voient confuſément les objets éloignés, & diſtinctement les objets proches. Ceux qui ont le défaut oppoſé s'appelent *preſbytes*. *Voyez* PRESBYTE.

Le défaut de la vue des *myopes* ne vient ni du nerf optique, ni de la prunelle, mais de la forme du cryſtallin, ou de la diſtance à laquelle il eſt de la rétine. Quand le cryſtallin eſt trop rond ou trop convexe; il rend les rayons trop convergens, *Voyez* RÉFRACTION; de ſorte qu'ils ſe réuniſſent trop près du cryſtallin, & avant de parvenir à la rétine; c'eſt la même choſe quand la rétine eſt trop proche du cryſtallin, quoique le cryſtallin ne ſoit pas trop convexe. *Voyez* CRYSTALLIN, RÉTINE, *&c.*

La trop grande convexité de la cornée fait auſſi qu'on eſt *myope*, par la même raiſon. La cornée eſt cette membrane convexe ſemblable à de la corne qui paroît ſur la ſurface du globe de l'œil. *Voyez* CORNÉE. On remarque en effet que preſque toutes les perſones qui ont les ieux fort grôs, ou la cornée fort convexe, ſont *myopes*.

Le défaut des vues *myopes* diminue avec le temps, parce que l'œil s'aplatit à meſure que l'on avance en âge, & devient de la convexité néceſſaire, pour que les rayons ſe réuniſſent exactement ſur la rétine. C'eſt pour cette raiſon qu'on dit que les vues courtes ſont les meilleures, c'eſt-à-dire, celles qui ſe conſervent le mieux & le plus long-temps.

Ceux qui ont la vue *myope*, peuvent remédier à ce défaut par le moyen d'un verre concave placé entre l'œil & l'objet. Car ce verre ayant la propriété de rendre les rayons plus divergens avant qu'ils arivent à l'œil (*voyez* VERRE & LENTILLE), les rayons entrent donc plus divergens dans l'œil, que s'ils partoient directement de l'objet, & par conſéquent ils ſe réuniſſent plutard au fond de l'œil qu'ils ne feroient s'ils partoient de l'objet même. En effet, la formule donnée au mot LENTILLE, fait voir que plus la diſtance *y* de l'objet à la lentille eſt petite, c'eſt-à-dire, plus les rayons incidens ſont divergens, plus le foyer eſt éloigné, puiſque $z = \frac{2aby}{ay+by-2ab}$ eſt la même choſe que $z = \frac{2ab}{a+b-\frac{2ab}{y}}$; quantité d'autant plus grande, que *y* eſt plus petite. Or le cryſtallin peut être regardé comme une lentille; donc quand l'œil *myope* eſt armé d'un verre concave, le foyer du cryſtallin eſt le plus long, & peut par conſéquent tomber alors au fond de l'œil, ce qui eſt néceſſaire pour la viſion diſtincte. *Voyez* VISION. (*O*)

Digitized by Google

NADIR, (*Aſtron.*); point du ciel qui eſt directement ſous nos pieds, & auquel aboutit la ligne verticale tirée du point que nous habitons, par le centre de la terre. C'eſt le point oppoſé au zénit. Ce mot eſt purement arabe, nathéir en arabe ſignifie ſemblable, & indique le point qui eſt ſemblable au point vertical ou au zénit, parce que le zénit & le *nadir* ſont les deux poles de l'horizon : ces deux points en ſont chacun éloignés de 90°, & par conſéquent ſont tous deux dans le méridien. Le *nadir* eſt proprement le zénit de nos antipodes, dans la ſuppoſition que la terre ſoit exactement ſphérique ; mais, comme elle ne l'eſt pas, il n'y a proprement que les lieux ſitués ſous l'équateur ou ſous les poles dont le *nadir* ſoit le zénit de leurs antipodes.

Nadir du ſoleil eſt le nom que quelques anciens aſtronomes ont donné à l'axe du cône, formé par l'ombre de la terre ; ils l'appelent ainſi, parce que cet axe coupe l'écliptique en un point diamétralement oppoſé au ſoleil ; mais cette dénomination n'eſt plus en uſage. *Chambers. Ozanam.* (*D. L.*)

NAPPE D'EAU, ſ. f. (*Arch. hydr.*) eſpece de caſcade dont l'eau tombe en forme de *nappe* mince ſur une ligne droite, (telle eſt celle qui eſt à la tête de l'allée d'eau à Verſailles), ou ſur une ligne circulaire, comme le bord d'un baſſin rond. Les plus belles *nappes* ſont celles qui ſont les plus garnies, mais elles ne doivent pas tomber d'une grande hauteur parce qu'elles ſe déchirent. Pour éviter ce déchirement, on ne doit donner aux grandes *nappes* que deux pouces d'eau par chaque pied courant, & un pouce aux petites *nappes* des bufets & pyramides. Lorſqu'on n'a pas aſſez d'eau pour ſuivre ces proportions, on déchire la *nappe* ; ce qui ſe fait en pratiquant ſur les bords de la coquille ou de la coupe des reſſauts de pierre ou de plomb, de maniere que l'eau ne tombe que par lames ; & ces lames d'eau n'ont guere moins d'agrément qu'une belle *nappe*, quand elles ſont bien ménagées. (*D. J.*)

NATURE (*loix de la*), ſont des axiômes ou regles générales de mouvement & de repos qu'obſervent les corps naturels dans l'action qu'ils exercent les uns ſur les autres, & dans tous les changemens qui arivent à leur état naturel.

Quoique les loix de la *nature* ſoient proprement les mêmes que celles du mouvement, on y a cependant mis quelques différences. En effet, on trouve des auteurs qui donnent le nom de *loix* du mouvement aux loix particulieres du mouvement, & qui appelent loix de la *nature* le loix plus générales & plus étendues, qui ſont comme les axiômes d'où les autres ſont déduites.

De ces dernieres loix M. Newton en établit trois.

1°. Chaque corps perſévere de lui-même dans ſon état de repos ou de mouvement rectiligne uniforme, à moins qu'il ne ſoit forcé de le changer par l'action de quelque cauſe étrangere.

Ainſi, les projectiles perſéverent dans leur mouvement juſqu'à ce qu'il ſoit éteint par la réſiſtance de l'air & par la gravité ; de même une toupie dont les parties ſont continuélement détournées de leur mouvement rectiligne par leur adhérence mutuele, ne ceſſe de tourner autour d'elle-même qu'à cauſe de la réſiſtance de l'air & du frotement du plan ſur lequel elle ſe meut. De même encore les maſſes énormes des planetes & des cometes qui ſe meuvent dans un milieu non réſiſtant, conſervent long-temps leur mouvement ſans altération. *Voyez* FORCE D'INERTIE, RÉSISTANCE & MILIEU.

2°. Le changement qui arive dans le mouvement eſt toujours proportionel à la force qui le produit, & ſe fait dans la direction ſuivant laquelle cette force agit.

Si une certaine force produit un certain mouvement, une force double produira un mouvement double, une force triple, un mouvement triple, ſoit que ce mouvement ſoit imprimé tout-à-la-fois, ou ſucceſſivement & par degrés ; & comme la direction de ce mouvement doit toujours être celle de la force motrice, il s'enſuit que ſi, avant l'action de cette force, le corps a un mouvement, il faut y ajouter le nouveau mouvement s'il ſe fait du même côté, ou l'en retrancher s'il ſe fait vers le côté oppoſé, ou l'y ajouter obliquement s'il lui eſt oblique, & chercher le mouvement compoſé de ces deux mouvemens, eu égard à la direction de chacun. *Voyez* COMPOSITION DU MOUVEMENT.

3°. La réaction eſt toujours contraire & égale à l'action, c'eſt-à-dire, que les actions de deux corps l'un ſur l'autre ſont mutuelement égales & de directions contraires.

Tout corps qui en preſſe ou en tire un autre, en eſt réciproquement preſſé ou tiré. Si je preſſe une pierre avec mon doigt, mon doigt eſt également preſſé par la pierre. Si un cheval tire un poids par le moyen d'une corde, le cheval eſt auſſi tiré vers le poids ; car la corde étant également tendue par-tout, & faiſant un éfort égal des deux côtés pour ſe relâcher, tire également le cheval vers la pierre, & la pierre vers le cheval, & em-

Digitized by Google

pêchera l'un d'avancer, autant qu'elle fait avancer l'autre.

De même, ſi un corps qui en choque un autre en change le mouvement, il doit recevoir, par le moyen de l'autre corps, un changement égal dans ſon mouvement, à cauſe de l'égalité de preſſion.

Dans toutes ces actions des corps, les changemens ſont égaux de part & d'autre, non pas dans la viteſſe, mais dans le mouvement, tant que les corps ſont ſuppoſés libres de tout empêchement. A l'égard des changemens dans la viteſſe, ils doivent être en raiſon inverſe des maſſes, lorſque les changemens, dans les mouvemens, ſont égaux. *Voyez* ACTION & REACTION. *Chambers*.

NATUREL, (*Arithm.*); dans les tables des logarithmes, on appele *nombres naturels* ceux qui expriment les nombres conſécutifs 1, 2, 3, 4, 5, *&c.* à l'infini, pour les diſtinguer des nombres *artificiels*, qui en ſont les logarithmes. *Voyez* LOGARITHME. *Chambers*. (*E*)

NAVETE, (*Hyd.*). *Voyez* SAUMON.

NAVIRE, (*Aſtron.*); conſtellation méridionale, appelée auſſi le *vaiſſeau*, le *navire d'Argos* ou de *Jaſon*, le *chariot de mer*; *Argo navis*, *carina Argoa*, *celox Jaſonis*, *currus maris*, *carina*, *equus neptunius*, *carina pegaſea*, *navigium prædatorium*. Ce *navire* ſi célebre dans l'antiquité, le premier, dit-on, qui eût jamais été fait, tira ſon nom (ſuivant quelques auteurs) du conſtructeur nommé *Argo*, ou du mot grec Ἀργὸς, qui ſignifie prompt; il fut conſtruit dans la Theſſalie par ordre de Minerve & de Neptune, pour aller à la conquête de la Toiſon d'Or. Jaſon fut le chef de l'entrepriſe; il étoit acompagné de 56 autres héros, plus ou moins, ſuivant différens auteurs; la date de cette fameuſe expédition eſt ordinairement fixée à 13 ou 14 cents ans avant J. C. La conſtellation du *navire* ne contient que 22 étoiles dans le catalogue britannique, mais il y en a beaucoup plus dans le catalogue de la Caille. C'eſt dans le *navire* qu'eſt la belle étoile appelée *canopus*; elle eſt appelée ainſi dans Pline, l. 6, c. 22; dans la traduction de Ptolémée, p. 189; dans Manilius I, 216; dans le catalogue de la Caille. Flamſteed & Hévélius écrivent *canobus*. Elle étoit adorée en Égypte.

Le paſſage du ſoleil dans le verſeau étoit annoncé par l'étoile *canopus*, par la coupe, la tête de la vierge & céphée; on forma un emblême compoſé de ces quatre conſtellations, avec cette inſcription: *Regnum Canopicum*. *Voyez* le *Planiſphere des Génies* ou la *Sphere des Décans*, qui eſt à la fin des Commentaires de Scaliger ſur Manilius, & que M. Dupuis a expliqué de la maniere la plus ſatisfaiſante. (*Aſtron.* t. IV, p. 443.) (*D. L.*)

NAUTIQUE, adj. (*Aſtron. & Géog.*), ſe dit de ce qui a raport à la navigation.

Aſtronomie nautique eſt l'Aſtronomie propre aux navigateurs. Il y a des ouvrages de Maupertuis, du P. Pézénas & de M. le Monnier, ſous le titre *d'Aſtronomie Nautique*.

NÉBULASIT; nom de l'étoile β à la queue du lion.

NÉBULEUSES, ſ. f. (*Aſtron.*); étoiles fixes d'une lumiere pâle & obſcure; elles ſont plus petites que celles de la ſixieme grandeur, & par conſéquent difficiles à diſtinguer à la vue ſimple; on les voit comme de petits nuages, ou de petites taches obſcures.

Avec un médiocre téleſcope, ces *nébuleuſes* ſe voient facilement; elles paroiſſent d'une matiere à peu près ſemblable à la voie lactée.

On a auſſi donné le nom de *nébuleuſes* à de petits amas d'étoiles qu'on a peine à diſtinguer à la vue ſimple. Dans la *nébuleuſe* du cancer, appelée *præſepe*, qui eſt à la poitrine du cancer, on a compté juſqu'à trente-ſix petites étoiles; mais ces amas d'étoiles ne ſont pas ce que nous appelons de véritables *nébuleuſes*.

La voie lactée forme une blancheur autour du ciel, & l'on trouve auſſi, dans d'autres parties où la voie lactée ne s'étend pas, de petites blancheurs qui, à la vue ſimple, reſſemblent à des étoiles peu lumineuſes, & qui, dans le téleſcope, font une blancheur large & irréguliere, dans laquelle on ne diſtingue point d'étoiles, ou des eſpaces mêlés de cette blancheur & de petites étoiles: c'eſt cette blancheur pâle qu'on appele proprement *nébuleuſe*.

La premiere *nébuleuſe*, proprement dite, qu'on découvrit après l'invention des lunetes d'approche, fut celle d'Andromede, remarquée, en 1612, par Simon Marius; il en donna la deſcription dans la préface de ſon *Mundus Jovialis*; elle ne paroît à la vue que comme un nuage; mais, dans la lunete, elle paroiſſoit, ſelon Marius, formée par trois rayons blancs, pâles, irréguliers, qui étoient plus clairs en approchant du centre. M. le Gentil dit qu'elle change de forme, *Mém. de l'Acad.* 1759; elle occupe environ un quart de degré. Quoique Tycho eut obſervé l'étoile qui eſt la plus boréale de la ceinture d'Andromede, il n'avoit pas fait mention de cette *nébuleuſe*, qui en eſt aſſez proche. Boulliaud eſt cependant perſuadé qu'elle avoit été vue plus de 600 ans auparavant; il crut, en 1666, qu'elle avoit diminué de clarté dans l'eſpace de quelques années qu'il l'avoit obſervée; il remarqua auſſi qu'elle ſe trouvoit dans des figures de conſtellation décrites vers l'an 1500, quoiqu'enſuite Tycho ni Bayer ne l'euſſent pas remarquée; cela lui fit croire que cette *nébuleuſe* étoit ſujete à diſparoître dans certain temps; Kirch eſt du même avis, mais cela n'eſt pas bien conſtaté. (*Mém. Acad.* 1731 & 1759; *Philoſoph. Tranſact.* 1666, n.° 21.)

La *nébuleuſe* d'orion eſt au deſſous du baudrier ou des trois rois, *Planch. d'Aſtron. Fig.* 3; c'eſt la plus remarquable de toutes les *nébuleuſes*; ce-

Digitized by Google

pendant Huygens fut le premier qui l'observa, par hazard, en 1656 (*Systema saturnium*, 1659): elle a six minutes de longueur; elle est d'une figure irrégulière, alongée & courbe; sa blancheur est vive dans la lunette, & l'on n'y distingue que sept petites étoiles. Mairan croit qu'elle a souffert quelques altérations depuis Huygens (*Traité de l'aurore boréale*, pag. 262, édit. de 1754; *Mém.* 1759, pag. 465); il dit qu'elle est devenue plus dense, & qu'elle a changé de forme: il cite à ce sujet le témoignage de MM. Godin & de Fouchy. J'ai donné, dans les *Figures* 19 & 20, le dessein de cette *nébuleuse* d'après Mairan, avec l'étoile de Huygens environnée d'une nébulosité de même espece; on peut voir trois autres figures de la même *nébuleuse* dans les Mémoires de l'Académie pour 1759.

On a aperçu successivement depuis un siecle un grand nombre de petites *nébuleuses*: spécialement depuis que M. Messier, M. Bode & M. Méchain se sont occupés à chercher des cometes, parce qu'il arive souvent que l'on prend une *nébuleuse* pour une comete qui commence à paroitre.

M. Darquier en a découvert, en 1779, une auprès de β de la lyre, qui est singuliere par sa figure ronde & terminée, mais très-foible & très-pâle, en sorte qu'on la prendroit pour une planete éteinte.

M. Messier a donné un mémoire intéressant sur les *nébuleuses* & un catalogue de toutes celles qu'il a observées, dans les Mémoires de l'Académie pour 1771; je l'ai placé dans le 7e volume des Éphémérides, que j'ai publié en 1774, & il y en a un plus complet dans la *Connoissance des temps* de 1783, & dans celle de 1787, avec des augmentations, par M. Méchain. Il y en a un de M. Bode dans le premier volume des tables de l'Académie de Berlin; mais M. Herschel, avec son nouveau telescope de 20 pieds, en a vu un bien plus grand nombre; il m'écrivoit, au mois de mars 1785, qu'il en avoit vu plus de mille.

Avant les découvertes de M. Herschel, je regardois les *nébuleuses* comme de petites portions de la voie lactée, répandues en différens endroits du ciel; & il me paroissoit difficile de décider si la voie lactée elle-même, aussi-bien que les *nébuleuses* dont la lumiere est vive sans être parsemée d'étoiles, où l'on n'apercevoit qu'une blancheur uniforme, même avec les plus grandes lunettes, étoient cependant formées par de véritables étoiles, situées fort près l'une de l'autre. C'est le sentiment de Cassini (*Élém. d'Astron.* p. 78); mais, dit la Caille, cela n'est pas certain; car, avec quelque attention que j'aie considéré les extrémités les mieux terminées, soit de la voie lactée, soit des *nuages* qui sont dans l'hémisphere austral, je n'y ai rien aperçu avec une lunete de 14 pieds, qu'une blancheur dans le fond du ciel, sans y voir plus d'étoiles qu'ailleurs, où le fond étoit obscur (*Mém. Acad.* 1755, p. 195). Maupertuis, dans son discours sur les différentes figures des astres, avoit proposé une nouvele conjecture à ce sujet. Selon lui, il peut y avoir dans les cieux des masses de matiere, soit lumineuses, soit réfléchissant la lumiere, dont les formes sont des sphéroïdes de toutes especes, les uns approchant de la sphéricité, les autres sont aplatis. De tels astres, dit-il, peuvent causer des apparences semblables à celles dont il s'agit.

Mairan, voyant quelque analogie entre la lumiere zodiacale & ces nébulosités, penfoit qu'on pouvoit les attribuer à l'atmosphere de plusieurs étoiles, dont les unes se voient dans la plupart des *nébuleuses*, & dont plusieurs autres peut-être se dérobent à notre vue. La figure irrégulière de la *nébuleuse* d'orion & sa continuité n'ont rien qui doive surprendre, dit Mairan: des positions différentes & une distance si énorme ne lauroient manquer de confondre ou de mutiler à nos ieux la plupart des atmospheres, & pouroient fort bien nous en montrer l'assemblage & le total sous la figure que cette clarté représente. *Traité de l'aur. boréale*, p. 263.

Enfin il me sembloit qu'on pouvoit dire aussi que c'est une partie de la matiere éthérée, de la matiere de feu, de la fubstance dont les étoiles sont compoſées, mais qui ne paroît sous la forme de globe que quand elle est rassemblée en assez grande quantité, & assez raprochée pour qu'elle s'arondisse par l'attraction mutuele de ses parties. Mais M. Herschel ayant vu, dans toutes les *nébuleuses*, une quantité de petites étoiles, il y a lieu de croire que la blancheur ne vient que de la multitude de celles que nous ne pouvons distinguer. *Philos. Transf.* 1784. (*D. L.*)

NÉBULEUX, se dit du ciel lorſqu'il est obscurci par des nuages.

NÉFASTES: jours *néfastes* étoient ceux où l'on ne pouvoit rendre la justice. *Voyez* CALENDRIER.

NÉGATIF, adj. (*Alg.*), *quantités négatives, en algebre*, sont celles qui sont affectées du signe —, & qui sont regardés par plusieurs mathématiciens, comme plus petites que zéro. Cette derniere idée n'est cependant pas juste, comme on le verra dans un moment. *Voyez* QUANTITÉ.

Les quantités *négatives* sont le contraire des positives: où le positif finit, le négatif commence. *Voyez* POSITIF.

Il faut avouer qu'il n'est pas facile de fixer l'idée des quantités négatives, & que quelques habiles gens ont même contribué à l'embrouiller par les notions peu exactes qu'ils en ont données. Dire que la quantité *négative* est au deſſous du rien, c'est avancer une chose qui ne se peut pas concevoir. Ceux qui prétendent que 1 n'est pas comparable à — 1, & que le raport entre 1 & — 1 est différent du raport entre — 1 & 1, font dans une double erreur: 1°. parce qu'on diviſe tous les jours, dans les opérations algébriques, 1 par — 1: 2°. l'égalité du produit de — 1 par — 1, & de + 1 par + 1, fait voir que 1 est à — 1 comme — 1 à 1.

Digitized by Google

Quand on considere l'exactitude & la ſimplicité des opérations algébriques ſur les quantités *négatives*, on eſt bien tenté de croire que l'idée préciſe que l'on doit attacher aux quantités négatives doit être une idée ſimple, & n'être point déduite d'une métaphyſique alambiquée. Pour tâcher d'en découvrir la vraie notion, on doit d'abord remarquer que les quantités qu'on appele *négatives*, & qu'on regarde fauſſement comme au deſſous du zéro, ſont très-ſouvent repréſentées par des quantités réelles, comme dans la géométrie, où les lignes *négatives* ne different des poſitives que par leur ſituation à l'égard de quelque ligne au point commun. *Voyez* COURBE. De là il eſt aſſez naturel de conclure que les quantités *négatives*, que l'on rencontre dans le calcul, ſont en effet des quantités réelles auxquelles il faut atacher une idée autre que celle qu'on avoit ſuppoſée. Imaginons, par exemple, qu'on cerche la valeur d'un nombre x, qui, ajouté à 100, faſſe 50, on aura, par les regles de l'Algebre, $x + 100 = 50$, & $x = -50$; ce qui fait voir que la quantité x eſt égale à 50, & qu'au lieu d'être ajoutée à 100, elle doit en être retranchée; de ſorte qu'on auroit dû énoncer le problême ainſi: trouver une quantité x qui, étant retranchée de 100, donne 50 pour reſte; en énonçant le problême ainſi, on auroit $100 - x = 50$, & $x = 50$; la forme *négative* de x ne ſubſiſteroit plus. Ainſi, les quantités *négatives* indiquent réellement, dans le calcul, des quantités poſitives, mais qu'on a ſuppoſées dans une fauſſe poſition. Le ſigne — que l'on trouve avant une quantité, ſert à redreſſer & à corriger une erreur que l'on a faite dans l'hypotheſe, comme l'exemple ci-deſſus le fait voir très-clairement. *Voyez* ÉQUATION.

Remarquez que nous ne parlons ici que des quantités *négatives* iſolées, comme $-a$, on des quantités $a - b$, dans leſquelles b eſt plus grand que a; car, pour celles où $a - b$ eſt poſitif, c'eſt-à-dire, où b eſt plus petit que a, le ſigne ne fait aucune difficulté.

Il n'y a donc point réellement & abſolument de quantité *négative* iſolée: — 3 pris abſtraitement ne préſente à l'eſprit aucune idée; mais, ſi je dis qu'un homme a donné à un autre — 3 écus, cela veut dire en langage intelligible, qu'il lui a ôté 3 écus.

Voilà pourquoi le produit de $-a$ par $-b$, donne $+ab$: car a & b étant précédés du ſigne — par la ſuppoſition, c'eſt une marque que ces quantités a, b, ſe trouvent mêlées & combinées avec d'autres à qui on les compare, puiſque, ſi elles étoient conſidérées comme ſeules & iſolées, les ſignes —, dont elles ſont précédées, ne préſenteroient rien de net à l'eſprit. Donc ces quantités $-a$ & $-b$ ne ſe trouvent précédées du ſigne —, que parce qu'il y a quelque erreur tacite dans l'hypotheſe du problême ou dans l'opération: ſi le problême étoit bien énoncé, ces quantités $-a$, $-b$, devroient ſe trouver chacune avec le ſigne +, & alors leur produit ſeroit $+ab$; car que ſignifie la multiplication de $-a$ par $-b$? c'eſt qu'on retranche b de fois la quantité *négative* $-a$: or, par l'idée que nous avons donnée ci-deſſus des quantités *négatives*, ajouter ou poſer une quantité *négative*, c'eſt en retrancher une poſitive; donc, par la même raiſon, en retrancher une *négative*, c'eſt en ajouter une poſitive; & l'énonciation ſimple & naturele du problême doit être, non de multiplier $-a$ par $-b$, mais $+a$ par $+b$; ce qui donne le produit $+ab$. Il n'eſt pas poſſible, dans un ouvrage de la nature de celui ci, de développer davantage cette idée; mais elle eſt ſi ſimple, que je doute qu'on puiſſe lui en ſubſtituer une plus nette & plus exacte; & je crois pouvoir aſſurer que, ſi on l'applique à tous les problêmes que l'on peut réſoudre, & qui renferment des quantités *négatives*, on ne la trouvera jamais en défaut. (*Voyez* nôtre remarque à l'art. *Multiplication*.) Quoi qu'il en ſoit, les regles des opérations algébriques ſur les quantités *négatives*, ſont admiſes par tout le monde, & reçues généralement comme exactes, quelque idée qu'on atache d'ailleurs à ces quantités. Sur les ordonées négatives d'une courbe & leur ſituation par raport aux ordonées poſitives, *Voyez* COURBE.

Nous ajouterons ſeulement à ce que nous avons dit dans cet article, que, dans la ſolution d'un problême géométrique, les quantités *négatives* ne ſont pas toujours d'un côté oppoſé aux poſitives, mais d'un côté oppoſé à celui où l'on les a ſuppoſées dans le calcul. Je ſuppoſe, par exemple, que l'on ait l'équation d'une courbe entre les rayons partant d'un centre ou pole, que j'appele y, & les angles correſpondans que je nomme z; en ſorte que y, par exemple, $= \frac{aa}{a + b \text{ co.ſ. } z}$, il eſt évident que, lorſque co.ſ. z ſera $= -1$, alors, ſi a eſt $> b$, y ſera dans une poſition directement contraire à celle qu'elle avoit lorſque co.ſ. $z = 1$, cependant l'une & l'autre valeur de y ſeront ſous une forme poſitive dans l'équation. Mais, ſi a eſt $< b$, alors la valeur algébrique de y ſera *négative*, & y devra être priſe du même côté que quand co.ſ. $z = 1$, c'eſt-à-dire, du côté contraire à celui vers lequel on a ſuppoſé qu'elle devoit être priſe. Il ſe préſente encore d'autres cas, en géométrie, où les quantités *négatives* paroiſſent ſe trouver du côté où elles ne devroient pas être; mais les principes que nous venons d'établir, & ceux que nous avons poſés ou indiqués à l'*artic.* ÉQUATION, ſuffiront pour réſoudre ces ſortes de difficultés. Nous avons expliqué, dans cet article, en quoi les racines *négatives* des équations différoient des racines imaginaires; c'eſt que les premiers donnent une ſolution du problême enviſagé ſous un aſpect un peu différent, & qui ne differe point même dans le fond de la queſtion propoſée; mais les imaginaires ne donnent aucune ſolution poſſible du problême, de quelque maniere qu'on

Digitized by Google

l'enviſage. C'eſt que les racines *négatives*, avec de légers changemens à la queſtion, peuvent devenir poſitives, au lieu que les imaginaires ne le peuvent jamais. Je ſuppoſe que j'aie $bby = x^4 - a^4$, ou en faiſant $b = 1$, $y = x^4 - a^4$; lorſque x eſt $< a$, y devient *négative*, & doit être priſe de l'autre côté (*Voyez* COURBE); pourquoi cela? c'eſt que, ſi on avoit reculé l'axe d'une quantité c, ce qui eſt abſolument arbitraire, en ſorte qu'au lieu des coordonées x & y, on eût eu les coordonées x & z, telles que z fût $= x + c$, alors on auroit eu $z = c + x^4 - a^4$; & en faiſant $x < a$, z n'auroit plus été *négative*, ou plutôt auroit continué à être encore poſitive pendant un certain temps: d'où l'on voit que la valeur *négative* de y, $x^4 - a^4$, appartient auſſi-bien à la courbe que les valeurs poſitives; ce qui a été dévelopé plus au long au *mot* COURBE. Au contraire, ſi on avoit $y = \sqrt{xx - aa}$, & que x fût $< a$, alors on auroit beau tranſporter l'axe, la valeur de y reſteroit imaginaire; ainſi, les racines *négatives* indiquent des ſolutions réelles, parce que ces racines deviennent poſitives par de légers changemens dans la ſolution; mais les racines imaginaires indiquent des ſolutions impoſſibles, parce que ces racines ne deviennent jamais ni poſitives ni réelles par ces mêmes changemens. *Voyez* ÉQUATION & RACINE.

Quand on a dit plus haut que le *négatif* commence où le poſitif finit, cela doit s'entendre avec cette reſtriction, que le poſitif ne deviene pas imaginaire. Par exemple, ſoit $y = x - a$, il eſt viſible que, ſi $x > a$, y ſera poſitif; que, ſi $x = a$, y ſera $= 0$, & que, ſi $x < a$, y ſera *négatif*. Ainſi, dans ce cas, le poſitif finit où $y = 0$, & le *négatif* commence alors; mais, ſi on avoit $y = \sqrt{xx - aa}$, alors $x > a$ donne y poſitif, & $x = a$ donne $y = 0$; mais $x < a$ donne y imaginaire.

Le paſſage du poſitif au *négatif* ſe fait toujours par zéro, ou par l'infini. Soit, par exemple, $y = x - a$, on aura y poſitif tant que $x > a$, y *négatif* lorſque $x < a$, & $y = 0$ lorſque $x = a$; dans ce cas, le paſſage ſe fait par zéro. Mais, ſi $y = \frac{1}{x - a}$, on aura y poſitif tant que x eſt $> a$, y *négatif* lorſque x eſt $< a$, & $y = \infty$ lorſque $x = a$; le paſſage ſe fait alors par l'infini.

Ce n'eſt pourtant pas à dire qu'une quantité qui paſſe par l'infini ou par le zéro, deviene néceſſairement de poſitive, *négative*; car elle peut reſter poſitive. Par exemple, ſoit $y = \frac{1}{a - x}$, ou $y = \frac{1}{(a - x)}$; lorſque $a = x$, y eſt $= 0$ dans le premier cas, & $= \infty$ dans le ſecond; mais ſoit que a ſoit $> x$, ou que a ſoit $< x$, y demeure toujours poſitive. *Voyez MAXIMUM*. (*O*).

NÉGLIGER, v. act. (*Alg.*): on emploie ce mot dans certains calculs, pour déſigner l'omiſſion de pluſieurs termes, qui, étant fort petits par rapport à ceux dont on tient compte, ne peuvent donner un réſultat ſenſiblement différent de celui auquel on arive en omettant ces termes.

Cette méthode eſt principalement d'uſage dans les calculs d'*approximation*, *voyez* APPROXIMATION. Et elle eſt en général fondée ſur ce principe, que, ſi on a une quantité très-petite x, les termes où entrera le carré $x\,x$ de cette quantité ſeront très-petits par raport à ceux où entrera la quantité ſimple x; en effet, $x\,x$ eſt incomparablement plus petit que x, puiſque $x\,x$ eſt à x comme x eſt à 1, & que x eſt ſuppoſée une très-petite partie limitée. A plus forte raiſon, les termes où ſe trouveroit x^3, x^4, ſont très-petits par raport à ceux qui contienent x. Ainſi, on *néglige* tous ces termes, ou au moins ceux qui contienent les puiſſances les plus hautes de x.

Cette méthode a été employée avec ſuccès par les géometres, pour la ſolution approchée d'un grand nombre de problêmes; cependant on ne doit l'employer qu'avec précaution: car ſi, par exemple, le coëfficient du terme qui renferme $x\,x$, étoit fort grand par raport à celui du terme qui renferme x, il eſt viſible qu'on ne pouroit *négliger* le terme où eſt $x\,x$, ſans s'expoſer à une erreur conſidérable. Il eſt de même certaines queſtions où une très-petite quantité *négligée* mal-à-propos, peut produire une erreur conſidérable. Par exemple, une très-petite erreur dans le rayon vecteur d'une planete, peut en produire une fort ſenſible dans la poſition de l'apogée ou du périgée de cette même planete, parce que, près de l'apogée ou du périgée, les rayons vecteurs ſont ſenſiblement égaux. Une autre erreur qu'il faut éviter, c'eſt de ſuppoſer mal-à-propos, dans le calcul, qu'une quantité doit être fort petite; par exemple ſi on avoit $\sqrt{2ax - xx - z}$, z étant une quantité fort petite, il eſt clair qu'on ne devroit traiter z comme très-petite par raport à $2ax - xx$, que tant que $2ax - xx$ a une valeur conſidérable; car, ſi x eſt preſque $= 2a$, alors $2ax - xx$ eſt preſque $= 0$, & alors z, bien loin d'être petite par raport à $2ax - xx$, peut être beaucoup plus grande. De même, ſi un corps eſt attiré vers un point par une force qui ſoit en raiſon inverſe du carré de la diſtance, & qu'à cette force il s'en ajoute une autre dans la même direction, que j'appellerai ϕ, & qui ſoit très-petite par raport à la premiere, on auroit tort de ſuppoſer, en général, que le rayon vecteur differe peu de ce qu'il ſeroit, s'il n'y avoit que la premiere force; car la ſeconde force peut être telle qu'elle donne un mouvement à l'apogée, & que par conſéquent, au bout de pluſieurs révolutions, l'orbite change conſidérablement de poſition & de forme. Au reſte, l'uſage & la lecture des grands géometres en apprendront plus ſur ce ſujet que toutes les leçons & tous les exemples. (*O*).

NÉOMENIE, nouvele lune. *Voyez* LUNE.

NEPA, nom du Scorpion.

NEPER,

Digitized by Google

NEPER, BAGUETES, ou BÂTONS DE, *ossa Neperi*, (*Arithmét.*) sont un instrument par le moyen duquel on peut faire promptement & avec facilité la multiplication & la division des grands nombres : on l'a appelé ainsi du nom de son inventeur *Neper*, qui l'est aussi des logarithmes. *Voyez* LOGARITHMES.

Construction de cet instrument. On prend dix petits bâtons, ou petites lames oblongues faites avec du bois, ou du métal, ou de la corne, ou du carton, ou quelque autre matiere semblable : on les divise chacune en neuf petits carrés, & chacun de ces petits carrés en deux triangles par sa diagonale. *Pl. arith., Fig.* 18. Dans ces petits carrés on écrit les nombres de la table de multiplication, autrement appelée *abaque* ou *table de Pythagore*, de maniere que les unités de ces nombres soient dans le triangle le plus à droite de chaque carré, & les dixaines dans l'autre.

Usage des baguetes de Neper *pour la multiplication.* Pour multiplier un nombre donné par un autre, disposez les bâtons entr'eux, de telle maniere que les chifres d'en-haut représentent le multiplicande ; ensuite joignez-y à gauche le bâton ou la baguete des unités : dans ce bâton vous chercherez le chifre le plus à la droite du multiplicateur, & vous écrirez de suite les nombres qui y répondent horizontalement, dans les carrés des autres lames, en ajoutant toujours ensemble les différens nombres qui se trouveront dans le même rhombe. Vous ferez la même opération sur les autres chifres du multiplicateur ; ensuite vous mettrez tous les produits les uns sous les autres, comme dans la multiplication ordinaire ; enfin vous les ajouterez ensemble pour avoir le produit total. Exemple :

Supposons que le multiplicande soit 5978, & le multiplicateur 937 ; on prendra le nombre 56, qui, *Figure* 18, *Pl. arith.*, se trouve au-dessous du dernier chifre du multiplicande, & vis-à-vis du dernier chifre 7 du multiplicateur, on écrira 6 ; on ajoutera 5 avec 9 qui se trouve dans le même rhombe à côté ; la somme est 14 ; on écrira 4, & on retiendra 1, qu'on ajoutera avec 3 & 4 qui se trouvent au rhombe suivant ; on aura 8, qu'on écrira : ensuite on ajoutera 5 & 6, qui se trouvent dans le rhombe suivant, & qui font 11 ; on écrira 1, & on retiendra 1, qui ajouté avec le 3 du triangle suivant, fait 4, qu'on écrira. On aura ainsi 41846 pour le produit du multiplicande par 7 ; on trouvera de même les produits du multiplicande par les autres chifres du multiplicateur, & la somme de ces produits, disposés comme il convient, sera le produit cherché. (*E*).

Cette opération n'a pas besoin d'être démontrée : si on y fait la plus légere attention, on verra qu'elle n'est autre chose que la multiplication ordinaire, dont la pratique est un peu facilitée, parce qu'on est dispensé de savoir par cœur la table de multiplication, & de se servir des chifres qu'on retient à chaque nombre que l'on écrit ; en un mot, la multiplication est ici réduite à des additions. (*O*).

Usage des bâtons de Neper *pour la division.* Disposez les petits bâtons l'un auprès de l'autre, de maniere que les chifres d'en-haut représentent le diviseur : ajoutez-y à gauche le bâton des unités ; ensuite descendez au-dessous du diviseur, jusqu'à ce que vous trouviez une branche horizontale dont les chifres ajoutés ensemble, comme on a fait dans la multiplication, puissent donner la partie du dividende dans laquelle on doit chercher d'abord combien le diviseur est contenu, ou puissent donner au moins le nombre qui en soit le plus proche, quoique plus petit ; retranchez ce nombre de la partie du dividende que vous avez pris, & écrivez au quotient le nombre qui est à gauche dans la branche horizontale ; continuez ensuite à déterminer de la même maniere les autres chifres du quotient, & le problême sera résolu. Exemple :

Supposons qu'on veuille diviser 56013386 par 5978 : on sait qu'il faut d'abord savoir combien de fois 5978 est contenu dans 56013. Descendez, *Fig.* 18 *Alg.*, au-dessous du diviseur jusqu'à ce que vous soyez arrivé à la derniere branche horizontale, dont les nombres étant ajoutés comme dans la multiplication, de rhombe en rhombe, donnent 53802, qui est le plus grand nombre au-dessous de 56013 ; écrivez 9 au quotient, & retranchez 53802 de 56013, le reste sera 2211 : descendez 8, & opérez sur le nombre 22118, comme vous avez fait sur 56013, vous trouverez dans la troisieme branche horizontale le nombre 17934, qui est le plus grand au-dessous de 22118 ; écrivez 3 au quotient, & opérez sur le second reste, comme vous avez fait sur le premier, vous trouverez encore le chifre 7, que vous écrirez au quotient, qui par conséquent sera 937 sans reste. *Chambers.* (*O*)

On trouve dans l'histoire de l'académie de 1738, une méthode présentée par M. Rausain, pour faire les multiplications & divisions par de nouveles baguetes différentes de celles de *Neper*. Nous y renvoyons le lecteur, en ajoutant que toutes ces opérations sont plus curieuses dans la théorie, qu'utiles & commodes dans la pratique : il est bien plus court de savoir de mémoire la table de multiplication ou table de Pythagore que d'avoir recours, pour chaque multiplication qu'on veut faire, à des baguetes qu'on n'a pas toujours sous la main, & dont l'arrangement demande d'ailleurs un peu de temps & d'attention. (*O*).

NEREUS ; nom de la constellation de céphée.

NEROS ; période ancienne dont on ignore la valeur. *Voyez* SAROS.

NESSUS ; nom de la constellation d'hercule.

1. NEUF, (*Arithmétique*) ; c'est le dernier ou le plus grand des nombres exprimés par un seul chifre. On peut le concevoir ou comme le pro-

Digitized by Google

duit de 3 multiplié par lui-même, ou comme la somme des trois premiers termes $1+3+5$ de la suite des impairs; d'où il résulte également (*Voyez* IMPAIR) qu'il est un carré dont 3 est la racine.

Deux propriétés l'ont rendu célebre, & font encore l'admiration de ceux qui n'en pénetrent pas le mystere.

2. *Premiere propriété.* La somme des chifres qui expriment un multiple quelconque de 9, est elle-même un multiple de 9.... Comme *réciproquement* tout nombre dont la somme des chifres est un multiple de 9, exprime lui même un multiple de 9, 63, par exemple (multiple de 9) donne pour la somme de ses chifres $6+3=9$... 378 (autre multiple de 9) donne $3+7+8=18=9\times 2$.. *&c.*

Pareillement si on écrit au hazard une suite de chifres en nombre quelconque, pourvu seulement que leur somme soit 9 ou l'un de ses multiples, comme 1107, 882, 11115, *&c.* on est assuré que le nombre résultant se divise exactement par 9.

3. *Seconde propriété.* Si l'on renverse l'ordre des chifres qui expriment un nombre quelconque, la différence du nombre *direct* au nombre *renversé*, est toujours un multiple de 9.

Par exemple, $73-37=36=9\times 4$... $826-628=198=9\times 22$.., *&c.*

4. Comme le nombre 9 ne tire ses propriétés que du rang qu'il occupe dans notre système de numération, où il précede immédiatement la racine 10 de notre échele arithmétique, pour rendre la démonstration générale & applicable à tout autre nombre qui tiene respectivement le même rang dans son échele particuliere, nommant r la racine d'une échele quelconque, nous démontrerons les deux propriétés pour un nombre $r-1$ pris indéterminément; mais, avant que d'y procéder, il est bon de rapeler à l'esprit quelques propositions ou claires par elles-mêmes, ou prouvées ailleurs, desquelles dépend la démonstration.

Lemme I. 5. Soient deux nombres avec leur différence, ce qui en fait trois; de ces 3 nombres si deux pris comme on voudra sont multiples d'un quatrieme nombre quelconque, le troisieme l'est aussi..... qu'on nomme les deux nombres par des lettres *conformément à l'hypothese*, & l'on sentira l'évidence de la proposition.

Lemme II. 6. La différence de deux puissances quelconques de la même racine, est un multiple de cette racine diminuée de l'unité, c'est à-dire, que r^m-r^n, & par une suite (faisant l'exposant $n=0$) r^m-1 sont multiples de $r-1$... pour la preuve, *voyez* EXPOSANT.

Corollaire. 7. La différence d'un chifre a pris suivant une valeur relative quelconque au même chifre pris, suivant toute autre valeur relative, ou suivant sa valeur absolue, est un multiple de $r-1$.

Cette différence (*Voyez* ÉCHELE ARITHMÉTIQUE) peut être représentée généralement par .. $a.r^m-a.r^n=a\times r^m-r^n$; mais la quantité qui multiplie a est (*lemme II.*) un multiple de $r-1$: donc le produit même, ou la différence qu'il représente, l'est aussi.

Et ce qu'on dit d'un chifre pris *solitairement* s'appele de soi-même à un nombre composé de tant de chifres qu'on voudra; il est clair que la différence totale aura la même propriété qu'affectent toutes & chacune des différences partiales dont elle est la somme.

8. Cela posé, revenons aux propriétés citées du nombre $r-1$.

Premiere propriété. (*Voyez* n°. 2.) On peut l'énoncer ainsi; si plusieurs chifres en nombre quelconque, pris suivant leur valeur relative, donnent un multiple de $r-1$, ces mêmes chifres pris suivant leur valeur absolue, donneront aussi un multiple de $r-1$.

Démonstration. La différence des deux résultats est (*corall.*) un multiple de $r-1$; mais (par supposition) le premier l'est aussi: donc (*lemme I.*) le second l'est pareillement.

Au reste, cette démonstration est telle que sans y rien changer elle prouve également l'*inverse* de la proposition.

Seconde propriété. Voyez le n°. 3.

Démonstration. En renversant l'ordre des chifres on ne fait que changer leur valeur relative; mais (*corall.*) la différence qui résulte de cet échange est un multiple de $r-1$: donc, *&c.*

Observez que l'objet de cette seconde démonstration n'est qu'un cas très-particulier de ce qui résulte du corollaire ci-dessus; il établit la propriété non seulement pour le cas du simple renversement des chifres, mais généralement pour toute perturbation d'ordre quelconque, entiere ou partiale, qu'on peut supposer entr'eux.

9. Il est clair que tout sous-multiple de $r-1$ participera aux mêmes propriétés qu'on vient de démontrer pour $r-1$ même.... aussi 3 en notre échele en jouit-il pareillement que 9; 2 & 3 aussi pleinement que 6 dans l'échele septénaire, & 1 dans toutes les écheles, parce que 1 est sous-multiple de tous les nombres.

10. Mais le nombre 9 (& ceci doit s'entendre de tout autre $r-1$) a encore une autre propriété qui jusqu'ici n'avoit point été remarquée... c'est que la division par 9 de tout multiple de 9 peut se réduire à une simple soustraction: en voici la pratique.

Soit 3852 (multiple de 9) proposé à diviser par 9.

Écrivez 0 au dessus du chifre qui exprime les unités, & dites, qui de 0 ou (en empruntant *sur tel chifre qu'il appartiendra*) qui de 10 paye 2 $\left\{\begin{matrix}4280\\3852\end{matrix}\right.$ reste 8; écrivez 8 à la gauche du 0 avec un point au dessus, pour marquer qu'il en a été emprunté une unité, & qu'il ne doit plus être pris que pour 7.

Digitized by Google

Puis dites, qui de 7 paye 5, reſte 2; écrivez 2 à la gauche du 8.

Enfin dites, qui de 2 ou (en empruntant) qui de 12 paye 8, reſte 4, écrivez 4 à la gauche du 2 avec un point au deſſus.... & tout eſt fait: car $3-3=0$ montre que l'opération eſt conſommée; en ſorte que négligeant le 0 final, le reſte 428 eſt le quotient cherché.

On voit que cette ſouſtraction eſt plus ſimple même que l'ordinaire, qui exige trois rangs de chifres, tandis que celle-ci n'en a que deux: au reſte, elle porte auſſi ſa *preuve* avec elle; car ſi l'on ajoute (en biaiſant un peu) le dernier chifre du nombre inférieur avec le pénultieme de celui-là avec l'antépénultieme de celui-ci, & ainſi de ſuite, la ſomme vous rendra le nombre ſupérieur même, s'il ne s'eſt point gliſſé d'erreur dans l'opération.

11. La raiſon de cette pratique deviendra ſenſible, ſi l'on fait attention que tout multiple de 9 peut lui-même être conçu comme le réſultat d'une ſouſtraction. En effet, $428\times 9=428\times 10-1=4280$ .. -428, ce qu'on peut diſpoſer ainſi: $4280 \ldots s$ / $-.428 \ldots m$ / $3852 \ldots j$ nommant s le nombre ſupérieur, m celui du milieu, j l'inférieur. Il ſuit de la diſpoſition des chifres que le dernier de m eſt le même que le pénultieme de s, le pénultieme de m le même que l'antépénultieme de s, &c.

Maintenant le nombre j étant propoſé à diviſer par 9, il eſt clair (par conſtruction) que le quotient cherché eſt le nombre m, mais (encore par conſtr.) $j=s-m$, d'où $m=s-j$, & voilà la ſouſtraction qu'il eſt queſtion de faire; mais comment y procéder, puiſque s, élément néceſſaire, n'eſt point connu?

Au moins en connoît-on le dernier chifre, qui eſt toujours 0: on peut donc commencer la ſouſtraction. Cette premiere opération donnera le dernier chifre de $m=$ (*ſupra*) au pénultieme de s; celui-ci fera trouver le pénultieme de $m=$ à l'antépénultieme de s, & ainſi de l'un en l'autre, le chifre dernier trouvé de m étant celui dont on a beſoin dans s pour continuer l'opération.

Dans l'addition qui ſert de preuve à la regle, c'eſt le nombre j qu'on ajoute au nombre m, ce qui évidemment doit donner le nombre s; car, puiſque $j=s-m$, il ſuit que $j+m=s$.

12. Obſervez (derniere figure) que, dans la ſouſtraction employée pour multiplier 428 par 9, il ſe fait *deux emprunts*, l'un ſur le 8, l'autre ſur le 4, & que, d'un autre côté, la ſomme des chifres du multiplié 3852 eſt 18, ou 9 *pris deux fois*, ce qui n'eſt point un hazard, mais l'effet d'une loi générale. La ſomme des chifres du multiple contient 9 *autant de fois qu'il y a eu d'emprunts* dans la ſouſtraction qui a ſervi à le former. On en verra plus bas la raiſon.

13. Il ſuit que, ſi la ſouſtraction s'exécutoit ſans faire d'emprunt, la ſomme des chifres du multiple ſeroit $=0$, conſéquence révoltante par l'imagination, mais qui, entendue comme il faut, malgré la contradiction qu'elle ſemble renfermer, ne laiſſe pas d'être exactement vraie.

Pour s'en convaincre, que dans le même exemple, aux chifres, on ſubſtitue des lettres, ou ſimplement que, laiſſant ſubſiſter les chifres, on procede à la ſouſtraction par la méthode algébrique, on aura,

4	2	8	σ
$-\ldots 4$	2	8	
$4.$	$2-4.$	$8-2.$	$-8.$

Le réſultat qui repréſente le multiple contient quatre termes, diſtingués entr'eux par des points, nommant (relativement au rang) *pairs* les ſecond & quatrieme, & *impairs* les premier & troiſieme; ſi l'on fait ſéparément la ſomme des termes pairs & celle des impairs, la premiere ſera $+2-4-8$, & la ſeconde $+4+8-2$, où l'on voit que les mêmes chifres ſont contenus dans l'une & dans l'autre ſomme, mais avec des ſignes contraires; en ſorte que, ſi l'on vient à ajouter les deux ſommes enſemble, tous ces chifres ſe détruiſant mutuélement, le réſultat ſera zéro.

Et c'eſt en effet ce qui devroit toujours ariver, ſans que, pour cela, il y eût contradiction, ni que le multiple qu'on devoit trouver fût réellement *anéanti*; car il faut bien prendre garde que ſes chifres ne ſe détruiſent mutuélement, que parce qu'*en faiſant leur ſomme*, on ne les prend que ſuivant leur valeur abſolue, & qu'*on ne les doit prendre* que ſur ce pied-là. Si l'on avoit égard à leur valeur relative, dès-lors -8, par exemple, ne ſeroit plus propre à faire évanouir $+8$, parce que celui-ci ſeroit 80, tandis que l'autre ne ſeroit encore que 8, & ainſi des autres chifres.

14. Mais, demandera-t-on, pourquoi *ce qui devroit toujours ariver* n'arive-t-il jamais? c'eſt que, ſuivant notre méthode particuliere de faire les opérations de l'arithmétique dans la ſouſtraction propoſée (où la quantité excédante eſt terminée par 0), il y a *néceſſairement*, & dès le premier pas, un emprunt à faire; car quel eſt l'effet de cet emprunt? c'eſt, de deux termes conſécutifs, de diminuer l'un d'une unité, & d'augmenter l'autre de 10. Voilà donc deux nouveaux termes (10 & -1) à introduire dans la ſomme de ceux du multiple, & *qui reſteront* après que les autres ſe ſeront détruits par la contrariété de leurs ſignes. Cette ſomme ne ſera donc plus 0, comme auparavant, mais $10-1$ ou 9, *répété autant de fois qu'il ſe ſera fait d'emprunts*; car ces nouveaux chifres ayant par-tout le même ſigne, ne ſe détruiront pas

Digitized by Google

(comme font les autres) par l'addition de deux ſommes.

15. Cela même fournit une nouvele démonſtration de la *premiere propriété*, & qui ſemble mieux entrer dans la nature de la choſe. On voit non ſeulement que la ſomme des chifres, qui expriment un multiple de 9, doit elle-même être un multiple de 9; on eſt même en état de déterminer ce multiple, qui ſe regle ſur le *nombre des emprunts* faits dans la ſouſtraction qui a ſervi à le former; *nombre* aiſé loi-même à déterminer par l'inſpection ſeule de celui qu'il s'agit de multiplier par 9. En effet, ſi tous les chifres du nombre propoſé ſont croiſſans de droite à gauche, il y aura autant d'emprunts que le nombre même contient de chifres, & autant de moins que cet ordre ſe trouvera de fois troublé. Ainſi, pour 842, il y en aura trois, au lieu que, pour 428 (formé des mêmes chifres) il n'y en a que deux, parce que la loi d'accroiſſement n'a pas lieu du 8 au 2... Si deux chifres conſécutifs ſont ſemblables, quand il y a eu emprunt ſur le premier, il y en a auſſi ſur le ſecond, parce que la diminution cauſée par le premier emprunt les range ſous la loi d'accroiſſement; mais, s'il n'y en a point ſur le premier, il n'y en aura point non plus ſur le ſecond. Par exemple, pour 33, il y en aura deux; mais, pour 338, il n'y en aura qu'un, qui tombera ſur le 8. La ſomme des chifres qui expriment 33 × 9, ſera donc 18, tandis que celle des chifres qui expriment 338 × 9 (nombre cependant beaucoup plus grand que le premier), ne ſera que 9.

Cet article eſt de M. Rallier des Ourmes, conſeiller d'honneur au préſidial de Rennes, à qui l'Encyclopédie eſt redevable de beaucoup d'autres morceaux.

§. Neuf, (*Arithm.*). *Nouvele propriété du nombre* 9. Les caracteres qui expriment un nombre quelconque étant tranſpoſés de telle maniere qu'on voudra, & les différens nombres qui en réſultent étant comparés deux à deux, leur différence ſera toujours 9, ou un multiple de 9.

Par exemple, les chifres ou caracteres 3, 2, 5, qui, dans cet ordre, font 325, étant rangés autrement, ſavoir, 352, 235, 253, 523, 532; & faiſant par-là 6 nombres différens, s'ils ſont comparés 2 à 2, comme 352 & 235, 523 & 352, *&c.* donneront 352—235=117=9×13, 523—352=171=9×19, *&c.*; & quelque petit ou quelque grand que ſoit le nombre, ſoit qu'il y ait des zéros ou qu'il n'y en ait pas, ce ſera toujours la même choſe.

Autres exemples.

32—23=9.

81—18=63=9×7.

10—01=9.

110—101=9.

30124568—28045361=2079207=9×231023.

Et partant toute différence réſultant de deux nombres, qui ſera 9, ou un multiple de 9, pourra l'être de deux nombres qui ne ſont formés que des mêmes caracteres.

La différence des puiſſances quelconques des nombres qui réſultent des mêmes chifres, ſera auſſi 9 ou multiple de 9. Par exemple, $21—12=441—144=297=33\times 9$. $21—12=9261—1728=7533=837\times 9$, *&c.*

Lorſqu'il n'y a que deux chifres aux nombres, leur différence eſt toujours 9 multipliée par le nombre d'unités qui exprime la différence des deux chifres.

Exemples.

21—12=9=9×1=9×2—1.

72—27=45=9×5=9×7—2.

Lorſqu'il y a trois chifres, ils peuvent faire 15 couples 2 à 2; ſavoir:

	532—523=	9	=9× 1.
	253—235=	18	=9× 2.
	352—325=	27	=9× 3.
A.	325—253=	72	=9× 8.
	325—235=	90	=9×10.
	352—235=	99	=9×11.
	352—235=117		=9×13.
B.	523—352=171		=9×19.
	532—352=180		=9×20.
	523—325=198		=9×22.
	532—325=207		=9×23.
	523—253=270		=9×30.
	532—253=279		=9×31.
	523—235=288		=9×32.
	532—235=297		=9×33.

où l'on peut remarquer que le multiple de 9 eſt toujours exprimé par deux chifres qui ſont la différence des deux chifres extrêmes des nombres comparés; par exemple, que 532—523=9=9×1=5—5=0 & 3—2=1, c'eſt-à-dire, 0 & 1×9, 532—325=207=9×23=5—3 & 5—2=23×9, *&c.* excepté les deux couples *A* & *B*, où le plus grand nombre 5, du milieu de l'un des

Digitized by Google

nombres, répond au plus petit 2, du milieu de l'autre; ce qui arivera dans tous les autres exemples; c'eſt-à-dire, que la regle eſt telle, qu'il ne faut point avoir égard au chifre du milieu, excepté lorſque, dans les deux nombres à ſouſtraire, le plus grand & le plus petit chifre ſont au milieu. Par exemple,

802
208
594=9x66=8—2 & 8—2x9.
820
802
18=9x2=8—8 & 2—0x9.

Mais 802
280
522=9x58 n'eſt plus dans la regle.

De même lorſqu'il y a 4 chifres. Par exemple

5321—1235=454x9.
3512—2135=153x9.
5231—1523=412x9, *&c.*

Le premier & le dernier chifres du multiple de 9 ont autant d'unités que la différence des premiers & des derniers chifres des deux nombres comparés, pourvu que les deux plus petits chifres étant au milieu, ne répondent pas aux deux plus grands chifres de l'autre, étant auſſi au milieu, comme

5123
1532
3591=399x9. Donc 3, qui eſt le premier chifre, n'eſt pas =5—1, qui ſont les deux premiers, ni 9, qui eſt le dernier, n'eſt pas égal à 3—2, qui ſont les deux derniers des nombres comparés.

Lorſqu'il y aura cinq chifres, *&c.* il en ſera de même des deux derniers chifres du multiple de 9. Exemple:

75321—17352=57969=6441x9.
97613408—71604938=26008470=2889830x9. *&c.*

Je ne pouſſe pas plus loin cette recherche, où il y auroit encore bien des choſes à examiner; par exemple, s'il n'y a pas quelque loi générale qui regne tant dans la détermination des deux caractéres extrêmes du multiple de 9, que des intermédiaires; ſi quelques légers changemens apportés à la condition des mêmes caracteres ne laiſſeroient pas encore de quoi juger de ce multiple, — ou + quelque choſe à y ajouter, *&c.* ce qui pourroit devenir utile pour la pratique. J'ai eu occaſion d'en ſentir l'utilité, en opérant ſur les logarithmes, où la diviſion ſe fait par la ſouſtraction, & qui, ayant preſque toujours le même nombre de chifres, n'ont ſouvent que les mêmes chifres tranſpoſés pour les logarithmes de nombres différens. Il eſt aiſé déja de voir que le retranchement d'un des caracteres laiſſe toujours une différence des deux nombres donnés, telle que, ſi on en ôte le nombre d'unités du caractere qu'on laiſſe de plus à l'un des nombres, & qu'on retranche de l'autre, le reſte ſera encore multiple de 9, comme par exemple,

27—7=20=9x2+2.
352—53=299=9x33+2.
54721—7214=47507=9x5278+5. *&c.*

Un zéro introduit à la place d'un chifre lorſqu'il n'y en a que deux dans le nombre donné, donnera toujours une différence multiple de *neuf*, lorſque l'un des deux chifres eſt 9, & que l'on met zéro dans l'autre à la place de 9. Exemple:

92—20=72=9x8. | 29—20=9=9x1.
95—50=45=9x5. | 59—50=9=9x1.

Si l'on met zéro à la place de l'autre chifre, & qu'on laiſſe le 9, la différence des deux nombres ſera 9, moins la différence des deux chifres qui compoſoient le nombre. Exemple:

92—90=2=9—7 qui eſt (=9—2.)
29—20=9=9—0 qui eſt (=9—9.) *&c.*

S'il n'y a point de 9 dans les deux chifres des nombres donnés, la différence ſera 9 ou multiple de 9, moins le complément du nombre retranché avec 9. Exemple: 85—80=5=9—4=9—5.
79—70=9=9—9=0.

87—70=17=9x1=18—9—8=1.
82—20=62=9x7=63—9—8=1.
73—30=43=9x5=45—9—7=2.

Mais, lorſqu'il y a pluſieurs chifres, le zéro introduit dans le nombre à ſouſtraire, donne une différence égale à 9 ou à un multiple de 9, plus le chifre retranché. En voici pluſieurs exemples qui mettront la choſe dans ſon jour:

253—053=200=9x22+2.
352—203=149=9x16+5.
532—502= 30=9x 3+3.
532—320=212=9x23+5.
95362—09536=85826=9x9536+2.
59352—50392+ 8960=9x 995+5.
35923—29053= 6870=9+ 763+3.
25396—23509= 1889=9x 209+6.
25396—23690= 1706=9x 189+5. *&c.*

Du reſte, il eſt aiſé de voir que la propriété de 9, dont il eſt ici queſtion, n'eſt fondée que ſur ce que ce nombre eſt le pénultieme de la progreſſion décuple dont nous nous ſervons, & que le pénultieme de toute autre progreſſion auroit la

Digitized by Google

même propriété. Car, par exemple, 42—24=18=9x2, parce que, mettant le 2 à la place du 4, j'ôte deux dixaines, & que, mettant le 4 à la place du 2, j'ajoute autant d'unités que j'avois ôté de dixaines, il reſte donc deux neuvaines, *&c.* (*Cet article eſt tiré des papiers de M.* DE MAIRAN).

NEUVIEME, ſ. m. (*Arithmét.*); c'eſt la partie d'un tout diviſée en neuf portions.

En fait des fractions ou nombres rompus de quelque tout que ce ſoit, un *neuvieme*, trois *neuvemes*, cinq *neuvièmes*, ſept *neuvièmes*, s'écrivent ainſi, $\frac{1}{9}$, $\frac{3}{9}$, $\frac{5}{9}$, $\frac{7}{9}$; la verge ou yard d'Angleterre, qui eſt une meſure des longueurs, contient ſept *neuvièmes* d'aunes de Paris.

NEWTONIANISME, ſ. m. ou *Philoſophie Newtonienne*, (*Phyſiq.*); c'eſt la théorie du méchaniſme de l'univers, & particuliérement du mouvement des corps céleſtes, de leurs loix, de leurs propriétés, telle qu'elle a été enſeignée par Newton. *Voyez* PHILOSOPHIE.

Ce terme de *philoſophie newtonienne* a été différemment appliquée.

Quelques auteurs entendent par-là la philoſophie corpuſculaire, telle qu'elle a été réformée & corrigée par les découvertes dont Newton l'a enrichie. Quelques-uns appelent philoſophie newtonienne la méthode que Newton obſerve dans ſa philoſophie, méthode qui conſiſte à déduire ſes raiſonemens & ſes concluſions directement des phénomenes, ſans aucune hypotheſe antécédente, à commencer par des principes ſimples, à déduire les premieres loix de la nature d'un petit nombre de phenomenes choiſis, & à ſe ſervir de ces loix pour expliquer les autres effets. *Voy.* LOIX DE LA NATURE au *mot* NATURE.

Dans ce ſens, la philoſophie newtonienne n'eſt autre choſe que la phyſique expérimentale, & eſt oppoſée à l'ancienne philoſophie corpuſculaire. *Voy.* EXPÉRIMENTALE.

Il y en a qui entendent par philoſophie newtonienne, celle où les corps phyſiques ſont conſidérés mathématiquement, & où la géométrie & la méchanique ſont appliquées à la ſolution des phénomenes.

La philoſophie newtonienne, priſe dans ce ſens, n'eſt autre choſe que la philoſophie méchanique & mathématique. *V.* MÉCHANIQUE & PHYSICO-MATHÉMATIQUE.

D'autres appelent philoſophie newtonienne, cette partie de la phyſique que Newton a traitée, étendue & expliquée dans ſon livre des Principes.

Mais le plus grand nombre entend par philoſophie newtonienne, les nouveaux principes que Newton a portés dans la philoſophie, le nouveau ſyſtême qu'il a fondé ſur ces principes, & les nouveles explications des phénomenes qu'il en a déduites; en un mot, ce qui caractériſe ſa philoſophie & la diſtingue de toutes les autres: c'eſt dans ce ſens que nous allons principalement la conſidérer.

L'hiſtoire de cette philoſophie eſt fort courte; les principes n'en furent publiés qu'en 1686, par l'auteur, alors membre du collége de la Trinité à Cambridge, enſuite publiés de nouveau en 1713, avec des augmentations conſidérables.

En 1726, un an avant la mort de l'auteur, on donna encore une nouvele édition de l'ouvrage qui les contient, & qui eſt intitulé: *Philoſophiæ naturalis principia mathematica*, ouvrage immortel, & un des plus beaux que l'eſprit humain ait jamais produits.

Quelques auteurs ont tenté de rendre la philoſophie newtonienne plus facile à entendre, en mettant à part ce qu'il y avoit de plus ſublime dans les recherches mathématiques, & y ſubſtituant des raiſonemens plus ſimples, ou des expériences: c'eſt ce qu'ont fait principalement Whiſton dans ſes *Prælectiones Phyſico-mathem.* s'Graveſande, dans ſes *Elémens & Inſtitutions*.

Pemberton, membre de la ſociété royale de Londres, & éditeur de la 3e édition des Principes a donné auſſi un ouvrage, intitulé: *View of the newtonian philoſophy*, ou *Idée de la philoſophie de Newton*; cet ouvrage eſt une eſpece de commentaire par lequel l'auteur a tâché de mettre cette philoſophie à la portée du plus grand nombre des géometres & des phyſiciens: les Peres le Sœur & Jacquier, Minimes, ont auſſi donné au public, en trois volumes *in*-4°, le livre des Principes de Newton avec un commentaire fort ample, & qui peut être très-utile à ceux qui veulent lire l'excellent ouvrage du philoſophe anglois. On doit joindre à ces ouvrages celui de Maclaurin, qui a pour titre: *Expoſition des découvertes du Chevalier Newton*, traduite en françois en 1740; & le commentaire que madame la marquiſe du Châtelet nous a laiſſé ſur les principes de Newton, avec une traduction de ce même ouvrage, qui a paru en 1756.

Nonobſtant le grand mérite de cette philoſophie, & l'autorité univerſele qu'elle a maintenant en Angleterre, elle ne s'y établit d'abord que fort lentement; à peine le *newtonianiſme* eut-il d'abord, dans toute la nation, deux ou trois ſectateurs: le cartéſianiſme & le léibnitianiſme y régnoient dans toute leur force.

Newton a expoſé cette philoſophie dans le troiſieme livre de ſes principes; les deux livres précédens ſervent à préparer, pour ainſi dire, la voie, & à établir les principes mathématiques qui ſervent de fondement à cette philoſophie.

Telles ſont les loix générales du mouvement, des forces centrales & centripetes, de la peſanteur des corps, de la réſiſtance des milieux. *Voyez* CENTRAL, GRAVITÉ, RÉSISTANCE, *&c.*

Pour rendre ces recherches moins ſeches & moins géométriques, l'auteur les a ornées par des remarques philoſophiques, qui roulent principalement ſur la denſité & la réſiſtance des corps, ſur le mouvement de la lumiere & du ſon, ſur le vide, *&c.*

Digitized by Google

Dans le troiſieme livre, l'auteur explique ſa philoſophie, &c, des principes qu'il a poſés auparavant, il déduit la ſtructure de l'univers, la force de la gravité qui fait rendre les corps vers le ſoleil & les planetes; c'eſt par cette même force qu'il explique le mouvement des cometes, la théorie de la lune, le flux & reflux.

Ce livre, que nous appelons *de Mundi ſyſtemate*, avoit d'abord été écrit dans une forme ordinaire, comme l'auteur nous l'apprend; mais il conſidéra dans la ſuite que les lecteurs, peu accoutumés à des principes tels que les ſiens, pouroient ne pas ſentir la force des conſéquences, & auroient peine à ſe défaire de leurs anciens préjugés; pour obvier à cet inconvénient, & pour empêcher ſon ſyſtême d'être l'objet d'une diſpute éternele, l'auteur lui donna une forme mathématique, en l'arangeant par propoſitions, de ſorte qu'on ne peut le lire & l'entendre, que quand on eſt bien au fait des principes qui précedent; mais il n'eſt pas néceſſaire d'entendre généralement tout. Pluſieurs propoſitions de cet ouvrage ſeroient capables d'arrêter les géometres même de la plus grande force. Il ſuffit d'avoir lu les définitions, les loix du mouvement, & les trois premieres ſections du premier livre, après quoi l'auteur avertit lui-même qu'on peut paſſer au livre *de Syſtemate mundi*.

Les différens points de cette philoſophie ſont expliqués, dans ce Dictionaire, aux articles qui y ont raport. *Voyez* ATTRACTION, SOLEIL, LUNE, PLANETE, COMETE, SYSTÊME, TERRE, MILIEU, MATIERE, *&c.* Nous nous contenterons de donner ici une idée générale du tout, pour faire connoître au lecteur le raport que les différentes parties de ce ſyſtême ont entr'elles.

Le grand principe ſur lequel eſt fondée toute cette philoſophie, c'eſt la gravitation univerſele: ce principe n'eſt pas nouveau. Kepler, long-temps auparavant, en avoit donné les premieres idées dans ſon *Introd. ad nov. phyſ.*; il découvrit même quelques propriétés qui en réſultoient, & les effets que la gravité pouvoit produire dans les mouvemens des planetes; mais la gloire de porter ce principe juſqu'à la démonſtration phyſique, étoit réſervée au philoſophe anglois. *Voyez* GRAVITÉ.

La preuve de ce principe par les obſervations jointe avec l'application de ce même principe aux phénomenes de la nature, ou l'uſage que fait l'auteur de ce principe pour expliquer ces phénomenes conſtitue le ſyſtême de Newton, dont voici l'extrait abrégé.

I. Les phénomenes ſont, 1°. que les ſatellites de jupiter décrivent autour de cette planete des aires proportionelles aux temps, & que les temps de leurs révolutions ſont entr'eux en raiſon ſeſquiplée de leurs diſtances au centre de jupiter, obſervation ſur laquelle tous les aſtronomes s'acordent. 2°. Le même phénomene a lieu dans les ſatellites de ſaturne, conſidérés par raport à ſaturne, & dans la lune conſidérée par raport à la terre. 3°. Les temps des révolutions des planetes premieres autour du ſoleil, ſont en raiſon ſeſquiplée de leurs moyenes diſtances au ſoleil. 4°. Les planetes premieres ne décrivent point autour de la terre des aires proportionelles aux temps: elles paroiſſent quelquefois ſtationaires, quelquefois rétrogrades par raport à elle. *Voy.* SATELLITE, PÉRIODE, RÉTROGRADATION.

II. La force qui détourne continuélement les ſatellites de jupiter du mouvement rectiligne, & qui les retient dans leurs orbites, eſt dirigée vers le centre de jupiter, & eſt en raiſon inverſe du carré de la diſtance à ce centre: la même choſe a lieu dans les ſatellites de ſaturne à l'égard de ſaturne, dans la lune à l'égard de la terre, & dans les planetes premieres à l'égard du ſoleil; ces vérités ſont une ſuite du raport obſervé des diſtances aux temps périodiques, & de la proportionalité des aires aux temps. *Voyez les articles* AIRES, ATTRACTION, CENTRAL & FORCE, où vous trouverez tous les principes néceſſaires pour tirer ces conſéquences.

III. La lune peſe vers la terre, & eſt retenue dans ſon orbite par la force de la gravité; la même choſe a lieu dans les autres ſatellites à l'égard de leurs planetes premieres & à l'égard du ſoleil. *Voyez* LUNE & GRAVITATION.

Cette propoſition ſe prouve ainſi pour la lune: la moyene diſtance de la lune à la terre, eſt de 60 demi-diametres terreſtres; ſa période, par raport aux étoiles fixes, eſt de 27 jours 7 heures 43 minutes; enfin la circonférence de la terre eſt de 123,249,600 pieds de Paris. Suppoſons que la lune ait perdu tout ſon mouvement, & tombe vers la terre avec une force égale à celle qui la retient dans ſon orbite, elle parcourroit dans l'eſpace d'une minute de temps $15\frac{1}{60}$ pieds de Paris, puiſque l'arc qu'elle décrit, par ſon moyen mouvement, autour de la terre, dans l'eſpace d'une minute, a un ſinus verſe égal à $15\frac{1}{2\,0\,0}$ pieds de Paris, comme il eſt aiſé de le voir par le calcul; or, comme la force de la gravité doit augmenter en approchant de la terre en raiſon inverſe du carré de la diſtance, il s'enſuit que, proche la ſurface de la terre, elle ſera 60 × 60 fois plus grande qu'à la diſtance où eſt la lune; ainſi, un corps peſant qui tombe proche la ſurface de la terre, doit parcourir dans l'eſpace d'une minute, 60 × 60 × $15\frac{1}{2\,0\,0}$ pieds de Paris, ou $15\frac{3}{4}$ pieds en une ſeconde.

Or c'eſt-là en effet l'eſpace que parcourent en une ſeconde les corps peſans, comme Huygens l'a démontré par les expériences des pendules: ainſi, la force qui retient la lune dans ſon orbite, eſt la même que celle que nous appelons *gravité*; car, ſi elles étoient différentes, un corps qui tomberoit proche la ſurface de la terre, pouſſé par les deux forces enſemble, devroit parcourir le double de $15\frac{3}{4}$ pieds, c'eſt-à-dire, $30\frac{1}{2}$ pieds dans une ſeconde, puiſque, d'un côté, la peſan-

Digitized by Google

teur lui ſeroit parcourir 15 pieds, & que, de l'autre, la force qui attire la lune, & qui regne dans tout l'eſpace qui ſépare la lune de la terre, en diminuant comme le carré de la diſtance, ſeroit capable de faire parcourir aux corps d'ici-bas 15 pieds par ſeconde, & ajouteroit ſon effet à celui de la peſanteur. La propoſition dont il s'agit ici a déja été démontrée au *mot* GRAVITÉ, mais avec moins de détail & d'une maniere un peu différente, & nous n'avons pas cru devoir la ſupprimer, afin de laiſſer voir à nos lecteurs comment on peut parvenir de différentes manieres à cette vérité fondamentale. *Voyez* DESCENTE.

A l'égard des autres planetes ſecondaires, comme elles obſervent, par raport à leurs planetes premieres, les mêmes loix que la lune par raport à la terre, l'analogie ſeule fait voir que les loix dépendent des mêmes cauſes. De plus, l'attraction eſt toujours réciproque, c'eſt-à-dire, la réaction eſt égale à l'action; ainſi, les planetes premieres gravitent vers leurs planetes ſecondaires, la terre gravite vers la lune, & le ſoleil gravite vers toutes les planetes à la fois, & cette gravité eſt dans chaque planete particuliere à très-peu près en raiſon inverſe du carré de la diſtance au centre commun de gravité. *Voy.* ATTRACTION, RÉACTION, *&c.*

IV. Tous les corps gravitent vers toutes les planetes, & leurs peſanteurs vers chaque planete ſont, à égales diſtances, en raiſon directe de leur quantité de matiere.

La loi de la deſcente des corps peſans vers la terre, mettant à part la réſiſtance de l'air, eſt telle: tous les corps, à égales diſtances de la terre, tombent également en temps égaux.

Suppoſons, par exemple, que des corps peſans ſoient portés juſqu'à la ſurface de la lune, & que privés, en même temps que la lune, de tout mouvement progreſſif, ils retombent vers la terre, il eſt démontré que, dans le même temps, ils décriroient les mêmes eſpaces que la lune; de plus, comme les ſatellites de Jupiter ſont leurs révolutions dans des temps qui ſont en raiſon ſeſquiplée de leurs diſtances à Jupiter, & qu'ainſi, à diſtances égales, la force de la gravité ſeroit la même en eux; il s'enſuit que, tombant de hauteurs égales en temps égaux, ils parcourroient des eſpaces égaux, préciſément comme les corps peſans qui tombent ſur la terre; on ſera le même raiſonement ſur les planetes premieres conſidérées par raport au ſoleil. Or la force par laquelle des corps inégaux ſont également accélérés, eſt comme leur quantité de matiere; ainſi, le poids des corps vers chaque planete, eſt comme la quantité de matiere de chacune, en ſuppoſant les diſtances égales. De même le poids des planetes premieres & ſecondaires vers le ſoleil, eſt comme la quantité de matiere des planetes & des ſatellites. *Voy.* MATIERE.

V. La gravité s'étend à tous les corps, & la force avec laquelle un corps en attire un autre, eſt proportionele à la quantité de matiere que chacun contient.

Nous avons déja prouvé que toutes les planetes graviteut l'une vers l'autre, & que la gravité, vers chacune en particulier, eſt en raiſon inverſe du carré de la diſtance à ſon centre; conſéquemment la gravité eſt proportionele à leur quantité de matiere. De plus, comme toutes les parties d'une planete *A* gravitent vers l'autre planete *B*, & que la gravité d'une partie eſt à la gravité du tout, comme cette partie eſt au tout; qu'enfin la réaction eſt égale à l'action: la planete *B* doit graviter vers toutes les parties de la planete *A*, & ſa gravité vers une partie ſera à ſa gravité vers toute la planete, comme la maſſe de cette partie eſt à la maſſe totale.

De là on peut déduire une méthode pour trouver & comparer les gravités des corps vers différentes planetes, pour déterminer la quantité de matiere de chaque planete & ſa denſité; en effet, les poids de deux corps égaux qui ſont leurs révolutions autour d'une planete, ſont en raiſon directe des diametres de leurs orbites, & inverſe des carrés de leurs temps périodiques; & leurs peſanteurs, à différentes diſtances du centre de la planete, ſont en raiſon inverſe du carré de ces diſtances. Or, puiſque les quantités de matiere de chaque planete ſont comme la force avec laquelle elles agiſſent, à diſtance donnée de leur centre, & & qu'enfin les poids de corps égaux & homogenes vers des ſpheres homogenes, ſont à la ſurface de ces ſpheres en raiſon de leurs diametres, conſéquemment les denſités des planetes ſont comme le poids d'un corps qui ſeroit placé ſur ces planetes à la diſtance de leurs diametres. De là Newton conclut que l'on peut trouver la maſſe des planetes qui ont des ſatellites, comme le ſoleil, la terre, Jupiter & ſaturne; parce que, par les temps des révolutions de ces ſatellites, on connoît la force avec laquelle ils ſont attirés; les autres planetes n'ayant point de ſatellites, on ne peut connoître la quantité de leur maſſe. *Voyez* DENSITÉ.

VI. Le centre de gravité commun du ſoleil & des planetes eſt en repos; & le ſoleil, quoique toujours en mouvement, ne s'éloigne que fort peu du centre commun de toutes les planetes.

Car la quantité de la matiere du ſoleil étant à celle de Jupiter, comme 1067 à 1, & la diſtance de Jupiter au ſoleil étant au demi-diametre du ſoleil dans un raport un peu plus grand; le centre commun de gravité du ſoleil & de Jupiter ſera un peu au delà de la ſurface du ſoleil. On trouvera, par le même raiſonement, que le centre commun de gravité de Saturne & du ſoleil ſera un point un peu en deçà de la ſurface du ſoleil; de ſorte que le centre de gravité commun du ſoleil & de la Terre, & de toutes les planetes, ſera à peine éloigné du centre du ſoleil de la grandeur d'un de ſes diametres. Or ce centre eſt toujours

ptoujours en repos ; car en vertu de l'action mutuele des planetes ſur le ſoleil & du ſoleil ſur les planetes, leur centre commun de gravité doit ou être en repos ou ſe mouvoir uniformément en ligne droite : or, s'il ſe mouvoit uniformément en ligne droite, nous changerions de poſition par raport aux étoiles fixes ; &, comme cela n'arive pas ſenſiblement, il s'enſuit que le centre de gravité de notre ſyſtême planétaire eſt en repos. Par conſéquent, quelque ſoit le mouvement du ſoleil, dans un ſens & dans un autre, ſelon la différente ſituation des planetes, il ne peut jamais s'éloigner beaucoup de ce centre. Ainſi, le centre commun de gravité du ſoleil, de la terre & des planetes, peut être pris pour le centre du monde. *Voyez* SOLEIL & CENTRE.

VII. Les planetes ſe meuvent dans des ellipſes dont le centre du ſoleil eſt le foyer & décrivent des aires autour du ſoleil qui ſont proportionele aux temps. *Voyez* PLANETE, AIRES.

VIII. Il faut avouer cependant que l'action de jupiter ſur ſaturne produit un effet aſſez conſidérable ; & que, ſelon les différentes ſituations & diſtances de ces deux planetes, leurs orbites peuvent en être un peu dérangées.

L'orbite du ſoleil eſt auſſi dérangée un peu par l'action de la lune ſur la terre, le centre commun de gravité de ces deux planetes décrit une ellipſe dont le ſoleil eſt le foyer, & dans laquelle les aires, priſes autour du ſoleil, ſont proportioneles aux temps. *Voyez* TERRE & SATURNE.

IX. L'axe de chaque planete, ou le diametre qui joint ſes poles, eſt plus petit que le diametre de ſon équateur. *Voyez* APLATISSEMENT, FIGURE DE LA TERRE, JUPITER.

Les planetes, ſi elles n'avoient point de mouvement diurne ſur leur centre, ſeroient des ſpheres, puiſque la gravité agiroit également par-tout ; mais, en vertu de leur rotation, les parties éloignées de l'axe font éfort pour s'élever vers l'équateur, & s'éléveroient en effet, ſi la matiere de la planete étoit fluide. Auſſi jupiter, qui tourne ſort vîte ſur ſon axe, a été trouvé, par les obſervations, conſidérablement aplati vers les poles. Par la même raiſon, ſi notre terre n'étoit pas plus élevée à l'équateur qu'aux poles, la mer s'éléveroit vers l'équateur & inonderoit tout ce qui en eſt proche. *Voyez* FIGURE DE LA TERRE.

Newton prouve auſſi *a poſteriori* que la Terre eſt aplatie vers les poles, & cela par les oſcillations du pendule, qui ſont de plus longue durée ſous l'équateur que vers le pole. *Voyez* PENDULE.

X. Tous les mouvemens de la Lune & toutes les inégalités qu'on y obſerve, découlent des mêmes principes, ſavoir, de la tendance ou gravitation vers la Terre, combinée avec ſa tendance vers le ſoleil ; par exemple, ſon inégale viteſſe, celle de ſes nœuds & de ſon apogée dans les ſyzygies & dans les quadratures, les différences & les variations de ſon excentricité, &c. *Voyez* LUNE.

XI. Les inégalités du mouvement lunaire peuvent ſervir à expliquer pluſieurs inégalités qu'on obſerve dans le mouvement des autres ſatellites. *Voyez* SATELLITES, &c.

XII. De tous ces principes, ſur-tout de l'action du ſoleil & de la lune ſur la terre, il s'enſuit que nous devons avoir un flux & reflux, c'eſt-à-dire, que la mer doit s'élever & s'abaiſſer deux fois par jour. *Voyez* FLUX & REFLUX.

XIII. De là ſe déduit encore la théorie entiere des cometes ; il en réſulte entr'autres choſes qu'elles ſont au deſſus de la région de la lune & dans l'eſpace planétaire ; que leur éclat vient du ſoleil, dont elles réfléchiſſent la lumiere ; qu'elles ſe meuvent dans des ſections coniques dont le centre du ſoleil occupe le foyer, & qu'elles décrivent autour du ſoleil des aires proportioneles aux temps ; que leurs orbites ou trajectoires ſont preſque des paraboles, que leurs corps ſont ſolides, compactes comme ceux des planetes, & qu'elles doivent par conſéquent recevoir, dans leur périhélie, une chaleur immenſe ; que leurs queues ſont des exhalaiſons qui s'élevent des cometes & qui les environent comme une eſpece d'atmoſphere. *Voyez* COMETE.

Les objections qu'on a faites contre cette philoſophie de Newton, ont ſur-tout pour objet le principe de la gravitation univerſele ; quelques-uns regardent cette gravitation comme une qualité occulte, les autres la traitent de cauſe miraculeuſe & ſurnaturele, qui doit être banie de la ſaine philoſophie ; d'autres la rejetent, comme détruiſant le ſyſtême des tourbillons ; d'autres comme ſuppoſant le vide ; on trouvera la réponſe des Newtoniens à ces objections, dans les *articles* GRAVITÉ, ATTRACTION, TOURBILLON, &c.

À l'égard du ſyſtême de M. Newton ſur la lumiere & les couleurs, *voyez* COULEUR & LUMIERE, dans le *Dictionaire de Phyſique ; voyez* auſſi aux *articles* ALGEBRE, GÉOMÉTRIE & DIFFÉRENTIEL, les découvertes géométriques de ce grand homme. *Chambers*.

Nous n'avons rien à ajouter à cet article ſur l'expoſition de la philoſophie newtoniene, ſinon de prier le lecteur de ne point en ſéparer la lecture de celle des *mots* ATTRACTION & GRAVITÉ. Plus l'Aſtronomie & l'Analyſe ſe perfectionent, plus on aperçoit d'acord entre les principes de Newton & les phénomenes. Les travaux des Géometres de ce ſiecle ont donné à cet admirable ſyſtême un apui inébranlable. On en peut voir le détail aux *articles* LUNE, FLUX & REFLUX, NUTATION, PRÉCESSION, &c. (*O*).

NIVEAU, ſ. m. (*Arpent.*) ; inſtrument propre à tirer une ligne parallele à l'horizon, & à la continuer à volonté, ce qui ſert à trouver la différence de hauteur de deux endroits, lorſqu'il s'a-

Digitized by Google

git de conduire de l'eau de l'un à l'autre, de deſſécher des marais, *&c.*; ce mot vient du latin *libella*, verge ou fléau d'une balance, laquelle, pour être juſte, doit ſe tenir horizontalement.

On a imaginé des inſtrumens de pluſieurs eſpeces & de différentes matieres pour perfectionner le nivellement; ils peuvent tous, pour la pratique, ſe réduire à ceux qui ſuivent.

Le *niveau* d'air eſt celui qui montre la ligne de *niveau*, par le moyen d'une bulle d'air enfermée avec quelque liqueur dans un tuyau de verre d'une longueur & d'une groſſeur indéterminées, & dont les deux extrémités ſont ſcellées hermétiquement, c'eſt-à-dire, fermées par la matiere même du verre, qu'on a fait pour cela chauffer au feu d'une lampe. Lorſque la bulle d'air vient ſe placer à une certaine marque pratiquée au milieu du tuyau, elle fait connoître que le plan, ſur lequel la machine eſt poſée, eſt exactement de *niveau*; mais, lorſque ce plan n'eſt point de *niveau*, la bulle d'air s'éleve vers l'une des extrémités. Ce tuyau de verre peut ſe placer dans un autre de cuivre, qui a, dans ſon milieu, une ouverture, au moyen de laquelle on obſerve la poſition & le mouvement de la bulle d'air; la liqueur, dont le tuyau eſt rempli, eſt ordinairement ou de l'huile de tartre, ou de l'eau ſeconde, *aqua ſecunda*, parce que ces deux liqueurs ne ſont ſujetes ni à ſe geler, comme l'eau ordinaire, ni à la raréfaction & à la condenſation, comme l'eſprit de vin.

On attribue l'invention de cet inſtrument à M. Thevenot.

Le *niveau d'air avec pinnules*, n'eſt autre choſe que le *niveau* d'air perfectionné, auquel on a ajouté quelques pieces pour le rendre plus commode & plus exact: cet inſtrument eſt compoſé d'un *niveau* d'air, *Pl. d'Arpent. Fig.* 4, d'environ 8 pouces de long, & de 7 à 8 pouces de diametre; il eſt renfermé dans un tuyau de cuivre, avec une ouverture au milieu: les tuyaux ſont placés dans un conducteur ou une eſpece de regle droite d'une matiere ſolide, & longue d'un pied, aux extrémités de laquelle il y a des pinnules exactement perpendiculaires aux tuyaux & d'égale hauteur: elles ſont percées chacune d'une ouverture carrée, où ſont deux filets de cuivre qui ſe croiſent à angles droits, & au milieu deſquels eſt pratiqué un très-petit trou, pour voir à travers le point auquel on veut viſer. Le tuyau de cuivre eſt ataché au conducteur au moyen de deux vis, dont l'une ſert à élever & à baiſſer le tube à volonté pour le mettre de *niveau*. Le haut de la boule ou du bec eſt rivé à un petit conducteur qui ſaille haut, dont un des bouts eſt ataché à vis au grand conducteur, & l'autre eſt garni d'une vis 5, qui ſert à élever l'inſtrument. Cet inſtrument eſt pourtant moins commode qu'un autre dont nous allons parler, parce que, quelques petits que ſoient les trous, ils font apercevoir toujours un grand eſpace pour qu'il ſoit poſſible de déterminer préciſément le point de *niveau*.

Le *niveau d'air avec lunetes*, *Pl. d'Arp. Fig.* 5, eſt ſemblable au précédent, avec cette ſeule différence qu'au lieu de ſimples pinnules, il eſt garni d'un teleſcope, qui le rend propre à déterminer exactement ce point de *niveau* à une grande diſtance.

Le teleſcope eſt dans un tuyau de cuivre d'environ 15 pouces de long, ataché au même conducteur que le niveau; par l'extrémité du tube du teleſcope, on fait entrer le petit tube, qui porte le verre oculaire, & un cheveu placé horizontalement dans le foyer du verre objectif 2; on peut faire avancer & reculer ce petit tuyau, afin que le teleſcope ſoit propre à différentes vues; à l'autre extrémité du teleſcope, eſt placé le verre objectif; la vis 3 ſert à élever ou à baiſſer la petite fourchere qui porte le cheveu, & à le faire cadrer avec la bulle d'air, lorſque l'inſtrument eſt de *niveau*: la vis 4 ſert à faire cadrer la bulle d'air avec le teleſcope, & tout l'inſtrument s'ajuſte ſur un genou.

On regarde M. Huygens comme l'inventeur de ce *niveau*, qui a l'avantage de pouvoir ſe retourner, ce qui ſert à vérifier les opérations; car ſi, après que l'inſtrument a été retourné, le cheveu coupe toujours le même point qu'auparavant, c'eſt une preuve certaine de la juſteſſe de l'opération.

On doit remarquer ici qu'on peut ajouter un teleſcope à telle eſpece de *niveau* qu'on voudra, lorſqu'il ſera queſtion de prendre le *niveau* d'objets fort éloignés: il ne faut, pour cela, qu'appliquer une lunete ſur la baſe ou parallélement à la baſe.

Le *niveau ſimple* a la forme d'une équerre, dont les deux branches ſont d'égale longueur. A leur interſection, eſt un petit trou d'où pend une corde avec un petit plomb qui bat ſur une ligne perpendiculaire au milieu d'un quart de cercle qui joint les extrémités des deux branches: ce quart de cercle eſt ſouvent diviſé en 90 degrés, ou plutôt en deux fois 45 degrés, pour en marquer le milieu; *Voyez Figure 6, lettre F*. On peut faire uſage de cet inſtrument en d'autres circonſtances que celles de l'artillerie; pour s'aſſurer, par exemple, ſi un plan eſt de *niveau*, il faut pour cela placer les extrémités de ſes deux jambes ſur le plan, & le tenir de façon que la corde raſe le limbe du quart de cercle. Si elle bat alors exactement ſur la diviſion du milieu de ce quart de cercle, on en pourra conclure avec certitude que le plan eſt de *niveau*.

Le *niveau* des Charpentiers & des Paveurs eſt une longue regle, au milieu de laquelle eſt ajuſtée, à angles droits, une autre plus petite, qui porte vers le haut un fil avec un plomb, lequel, lorſqu'il bat ſur une ligne *de foi* perpendiculaire à la baſe, marque que la baſe eſt horizontale.

Ce *niveau* & celui des Maçons, quoique très-

Digitized by Google

communs, ſont regardés comme les meilleurs pour les bâtimens : mais leurs opérations ne peuvent s'étendre qu'à de très-petites diſtances.

Le *niveau* des Canoniers, ou celui dont on ſe ſert pour niveler les canons & les mortiers, eſt un inſtrument, *Pl. d'Arpent. Fig.* 8, qui eſt compoſé d'une plaque triangulaire haute d'environ 4 pouces, au bas de laquelle eſt un arc de cercle de 45 degrés diviſé en degrés; ce nombre de degrés étant ſuffiſant pour la plus grande hauteur à laquelle on éleve les canons & les mortiers, & pour donner aux coups la plus grande portée. Au centre de ce ſegment de cercle, eſt attachée à vis une piece ou eſpece d'alidade de cuivre, laquelle, par le moyen de la vis, peut ſe fixer ou ſe mouvoir à volonté; l'extrémité de cette piece de cuivre eſt faite de façon à pouvoir porter un petit plomb ou index qui marque les différens degrés d'élévation de la piece d'artillerie; cet inſtrument a auſſi un pied de cuivre qui ſe place ſur le canon ou mortier, & qui fait prendre à tout l'inſtrument une ſituation verticale quand la piece eſt horizontale.

L'uſage de ce *niveau* ſe préſente de lui-même, & conſiſte à placer le pied de l'inſtrument ſur la piece à laquelle on veut donner un certain degré d'élévation, de maniere que l'index tombe ſur le nombre de degrés propoſés.

Le *niveau* des Maçons eſt compoſé de trois regles, qui forment, en ſe joignant, un triangle iſoſceie rectangle aſſez reſſemblant à la lettre romaine A; du ſommet pend une corde qui porte un plomb, & qui, lorſque le plan ſur lequel eſt appliqué le *niveau* ſe trouve horizontal, vient battre exactement ſur une ligne *de foi* marquée dans le milieu de la baſe, mais qui décline de cette ligne lorſque la ſurface en queſtion eſt plus baſſe d'un côté que d'un autre.

Le *niveau* à plomb ou à pendule eſt celui qui fait connoître la ligne horizontale au moyen d'une ligne verticale décrite par ſon plomb au pendule. Cet inſtrument, *Pl. d'Arpent. Fig.* 6, eſt compoſé de deux jambes ou branches qui ſe joignent à angles droits, & dont celle qui porte la corde ou le plomb a environ un pied & demi de long: cette corde eſt attachée au haut de la branche; le milieu de la branche où paſſe le fil eſt évidé, afin que la corde puiſſe pendre librement de tous côtés, excepté vers le bas de la jambe, où ſe trouve une petite lame d'argent, ſur laquelle eſt tracée une ligne perpendiculaire au téleſcope. Cette cavité, pratiquée dans l'une des jambes de l'inſtrument, eſt couverte de deux pieces de cuivre qui en font comme une boîte, pour empêcher que l'impreſſion du vent ne ſe faſſe ſentir à la corde; c'eſt pourquoi la lame d'argent eſt couverte d'un verre *G*, pour pouvoir reconoître quand le plomb bat ſur la perpendiculaire. Le téleſcope eſt attaché à l'autre branche ou jambe de l'inſtrument; il a environ deux pieds de long, & eſt garni d'un cheveu placé horizontalement, qui traverſe le foyer du verre objectif, & qui détermine le point de *niveau* lorſque le fil & le plomb batent ſur la ligne tracée ſur la bande d'argent.

Cet inſtrument tire toute ſa juſteſſe de la préciſion avec laquelle on met le téleſcope à angles droits ſur la perpendiculaire. Il a un genou par le moyen duquel il ſe ſoutient ſur ſon pied; l'invention en eſt attribuée à M. Picard.

Le *niveau* de réflexion eſt celui qui forme une ſurface d'eau aſſez étendue, laquelle repréſentant renverſés les mêmes objets que nous voyons naturellement droits, eſt par conſéquent de *niveau* avec le point où l'objet & ſon image paroiſſent ſeuls s'unir: il eſt de l'invention de M. Mariotte.

Il y a encore un autre *niveau* de réflexion fait d'un miroir d'acier ou d'autre matiere ſemblable, bien poli & placé un peu devant le verre objectif d'un téleſcope ſuſpendu perpendiculairement, & avec lequel il doit faire un angle de 45 degrés; auquel cas, la direction perpendiculaire d'un téleſcope ſe changera en horizontale, ou en ligne de *niveau*, c'eſt-à-dire, que les rayons qui ſeront réfléchis d'un miroir dans la lunete verticale, devront être ſitués horizontalement: ce *niveau* eſt de l'invention de M. Caſſini.

Le *niveau* de M. Huygens eſt compoſé d'un téleſcope, *Pl. d'Arpentage*, *Fig.* 7, *n°.* 2, en forme de cylindre qui paſſe par une virole où il eſt arrêté par le milieu: cette virole a deux branches plates *b b*, l'une en haut, l'autre en bas; au bout de chacune de ces deux branches, eſt arachée une petite piece mouvante, en forme de pince, dans laquelle eſt arrêtée une ſoie aſſez forte, & paſſée en pluſieurs doubles dans un anneau; l'un de ces anneaux ſert à ſuſpendre le téleſcope à un crochet placé à l'extrémité de la vis 3; à l'autre anneau eſt ſuſpendu un poids aſſez peſant, pour tenir le téleſcope en équilibre. Ce poids eſt ſuſpendu dans la boîte 5, qui eſt remplie d'huile de lin, de noix, ou d'autres matieres, qui ne ſe figent pas aiſément, afin de mieux arrêter les balancemens du poids & du téleſcope. Cet inſtrument eſt chargé de deux téleſcopes, ſort près l'un de l'autre & exactement paralleles, & placés à contre-ſens l'un de l'autre, afin qu'on puiſſe voir des deux côtés, ſans retourner le *niveau*. Au foyer de l'objectif de chaque téleſcope, il doit ſe trouver un petit cheveu tendu horizontalement, & qui puiſſe ſe lever & s'abaiſſer ſuivant le beſoin, par le moyen d'une petite vis. Si le tube du téleſcope ne ſe trouve point de *niveau* lorſqu'on le ſuſpend, on y met au deſſus un anneau ou virole 4, & on l'y fait couler juſqu'à ce qu'il ſe ſoit mis de *niveau*. Le crochet auquel l'inſtrument eſt ſuſpendu, eſt attaché à une croix plate de bois, laquelle porte à l'extrémité de chacun de ſes bras d'autres crochets, qui ſervent à garantir les téleſcopes d'une trop grande agitation dans les différens uſages qu'on en peut faire, ou quand on les tranſporte d'un lieu en un autre. Cette croix de bois eſt renfermée dans une autre croix qui ſert

Digitized by Google

comme de caiſſe à l'inſtrument, mais dont on laiſſe les deux extrémités ouvertes, afin que le téleſcope puiſſe être garanti des injures du temps, & qu'il ſoit toujours en état de ſervir. Le pied de l'inſtrument eſt une plaque de cuivre ronde, à laquelle ſont atachées trois viroles à charniere, dans leſquelles ſont placés trois bâtons qui forment le pied ſur lequel ſe place la boîte.

NIVEAU, (*Hydraul.*); le *niveau* dont on ſe ſert dans l'hydraulique, eſt ordinairement un *niveau* d'eau à fioles, qui eſt un grand tuyan de fer-blanc d'un pouce de groſſeur, & de quatre pieds de long (*voyez nos Pl.*) ſoutenu dans ſon milieu par deux liens de fer & par une douille. Au milieu & aux deux extrémités, ſont ſoudés trois bouts de tuyau qui ſe communiquent, & dans leſquels on met des fioles de verre du même diametre qui y ſont jointes avec de la cire ou du maſtich. On remplit le tout d'une eau rougie avec du vinaigre, ou du vin, pour qu'elle puiſſe mieux ſe diſtinguer de loin.

On a perfectioné cet inſtrument en écartant d'environ deux lignes le tuyau du milieu de l'alignement des autres, ce qui ſert de pinnules, & dirige beaucoup mieux le rayon viſuel.

Pour établir cet inſtrument ſur le terrain, on met dans la douille, qui eſt deſſous le tuyau, un bâton pointu que l'on fiche en terre, & on aſſure le *niveau* le plus droit qu'il eſt poſſible, en le pointant du côté où doit ſe faire le nivélement. Il y a même des inſtrumens où il y a un plomb deſſous pour le mettre parfaitement droit, d'autres où il y a un genou avec trois douilles, ce qui facilite de ſe retourner de tout ſens, ſans déplacer l'inſtrument. Quant à la maniere d'opérer, *voyez* NIVÉLEMENT. (*K*)

NIVEAU; inſtrument que l'on emploie dans l'aſtronomie; *Voyez Figure* 213, & le *mot* PASSAGES.

NIVÉLEMENT, ſ. m. *Géom. prat.* Le beſoin de conduire les eaux d'un endroit à un autre, néceſſite ſouvent des travaux trop conſidérables, pour n'avoir pas cherché à conſtater par des moyens géométriques la poſſibilité de réuſſir. Il faut que le lieu où l'on veut les amener, ſoit au deſſous du niveau du lieu d'où elles doivent partir; de maniere qu'en ſupprimant les obſtacles intermédiaires, leur pente naturele les y faſſe couler. C'eſt le *nivélement* qui ſert à meſurer les différences de niveau, qu'il eſt eſſentiel de connoître, pour calculer les difficultés, & répondre du ſuccès d'une ſemblable entrepriſe.

On dit que deux ou pluſieurs points ſont de niveau, lorſqu'ils ſont également éloignés du centre de la terre.

Il ſuit de là, qu'un arc *FE* ou *Ge*, *Fig.* 20, qui a le même centre *C* que la terre, eſt une ligne de niveau.

Une ligne droite tangente à une ligne de niveau, eſt nommée ligne de niveau apparent.

Soit planté perpendiculairement à l'horizon un piquet *FG*, *Fig.* 201, terminé par une lunete qui lui ſoit perpendiculaire, l'axe de la lunete eſt tangent à la ligne de niveau *FE*, & par conſéquent ſon prolongement, ou l'horizontale *FD*, eſt la ligne de niveau apparent.

La ligne de niveau apparent & celle de vrai niveau, doivent donc s'écarter d'autant plus l'une de l'autre, qu'elles ſont prolongées davantage au delà du point de contact; cependant, à cauſe de la courbure inſenſible de la terre, ces deux lignes ſe confondent à l'œil, & on peut les prendre ſans erreur l'une pour l'autre, lorſqu'elles ne ſurpaſſent pas 100 toiſes. Ce n'eſt que lorſqu'elles devienent plus longues, que l'élévation du niveau apparent au deſſus du niveau vrai, commence à mériter d'être calculée.

On appele *niveau*, l'inſtrument qui ſert à déterminer de combien les différens objets d'un terrain, ſont plus éloignés les uns que les autres du centre de la terre. Le plus connu eſt un tube de fer-blanc *AEFB*, *Fig.* 202, compoſé de trois parties continues, dont les deux extrêmes beaucoup moins longues que celles du milieu, lui ſont perpendiculaires, & ſont terminées chacune par un autre tube de verre, qui y eſt contenu avec du maſtich. La partie du milieu eſt ſoutenue perpendiculairement, & dans un ſens oppoſé à celui des deux montans, par un pied à trois branches; & lorſqu'on veut en faire uſage, on y verſe de l'eau juſqu'à ce qu'elle paroiſſe de part & d'autre dans les deux tubes de verre.

L'expérience a démontré que la ſurface de l'eau lorſqu'elle eſt tranquille, ſe trouve parfaitement de niveau dans tous ſes points; donc les deux cercles qui la terminent dans les tubes de verre ſont parfaitement de niveau; donc un rayon viſuel dirigé, par deux points *A* & *B* de ces cercles, ſur un point quelconque *C*, eſt une ligne de niveau apparent.

On ne ſe ſert de ce niveau, appelé le niveau d'eau, que pour des diſtances peu étendues; mais la conſtruction des niveaux à lunetes, que l'on y ſubſtitue, étant fondée ſur les mêmes principes, on conçoit aiſément la maniere d'en faire uſage, à la ſimple inſpection de leur méchaniſme. *Voyez* NIVEAU.

On joint à cet inſtrument une double toiſe ſubdiviſée en ſes parties, *Fig.* 203 & une feuille de fer-blanc, d'environ un pied en carré, que l'on diviſe par une ligne droite en deux rectangles égaux. L'un de ces rectangles, deſtiné à être la partie ſupérieure, reſte blanc, tandis que l'autre doit être entiérement noirci. On atache cette ſeconde piece, appelée la mire, ſur une regle bien perpendiculaire à la diviſion des deux rectangles, & faiſant gliſſer la regle dans une rainure le long de la double toiſe, on peut hauſſer & baiſſer la mire, autant qu'il en eſt beſoin, pour la fixer au point néceſſaire.

L'art d'évaluer au moyen d'un niveau la diffé-

Digitized by Google

rence des distances de plusieurs objets au centre de la terre, se nomme le *nivellement*.

On appele *nivellement* simple, celui que l'on peut faire d'une seule opération; on appele *nivellement* composé, celui qui en nécessite plusieurs. Le *nivellement* de deux points se nomme réciproque, lorsqu'on place en même temps un instrument à chacun de ces points, pour opérer de l'un sur l'autre, ou lorsqu'on y porte successivement le même.

Problème. Deux points *A* & *B*, *Fig.* 204, qui ne soient pas éloignés de plus de cent toises, & supposés visibles l'un de l'autre étant donnés sur le terrain, déterminer s'ils sont de niveau, ou trouver la différence de leurs distances au centre de la terre.

Solution. On établira son niveau en *A*, bien horizontalement dans la direction du point *B*, tandis qu'un homme placé en *B* y fixera la double toise, autant d'à plomb qu'il le poura, & fera hausser ou baisser la mire le long de cette double toise, du côté de l'observateur, d'après les signes convenus, jusqu'à ce que le rayon visuel *CDE* rencontre la ligne droite qui la divise en deux rectangles. On mesurera alors la hauteur de cette ligne au dessus du point *B*; ainsi, que la hauteur du rayon visuel *CD* au dessus du point *A*, & on les comparera ensemble. Les deux points *A* & *B* seront de niveau, si ces deux hauteurs sont égales, & *B* sera au dessus ou au dessous du niveau de *A*, si *EB* est plus petit ou plus grand que la hauteur de *CD* au dessus de *A*.

Démonstration. Le rayon visuel *CDE* qui passe par les deux surfaces de l'eau *C* & *D*, est une ligne de niveau apparent, donc en la prenant pour une ligne de niveau vrai, tous les points en sont également éloignés du centre de la terre, donc si les deux points *A* & *B* sont également éloignés de ce rayon, ils sont aussi également éloignés du centre de la terre, & sont par conséquent de niveau, donc, &c.

Observations. I. Si la distance des deux points donnés est plus grande que cent toises, & ne surpasse pas deux cents toises, telle que celle des points *G* & *B*, on choisit un point *A* à peu près également éloigné de ces deux termes, pour y placer son niveau. On vise alors successivement sur *G* & *B* & mesurant les hauteurs *GI* & *BE* des rayons visuels, pour les comparer entr'elles; on en conclut, si elles sont égales, que les deux points *G* & *B* sont de niveau, ou si elles sont inégales, que l'un des deux est plus bas que l'autre de la différence des hauteurs.

II. Le point *A* étant supposé également éloigné de *G* & de *B*, les lignes de niveau apparent *FI*, *FE* s'écartent également des lignes du vrai niveau, par conséquent, en comparant *GI* à *BE*, leur différence donne avec la précision la plus juste, la différence de niveau des points *G* & *B*. Il suit de là que si l'on avoit à niveler deux points *G* & *H*, de plusieurs centaines de toises, on pourroit le faire très-exactement, en divisant *GH* en plusieurs parties égales *AG*, *AB*, *BO*, *OH*, en s'établissant au point *A*, pour niveler les deux points *G* & *B*, & au point *O* pour niveler les points *B* & *H*. L'on auroit de cette manière, la différence de niveau des points *A* & *H*, sans être obligé d'avoir égard à l'élévation du niveau apparent, au dessus du niveau vrai. Le problème suivant fournira une méthode d'une application plus générale, en donnant les moyens de rectifier l'erreur du niveau apparent.

Problème. Calculer la différence du niveau apparent au vrai niveau.

Solution. soit l'arc *AB*, *Fig.* 205, la ligne de vrai niveau, & la tangente *AC* la ligne de niveau apparent, si du point *O* supposé le centre de la terre, on imagine le rayon *OB* qui termine l'arc *AB*, son prolongement *BC*, jusqu'à la ligne de niveau apparent, est la différence dont on cherche à déterminer la valeur.

Or les deux cordes *AB*, *AP* étant tirées du point *A* aux extrémités du diametre *BP*, les deux triangles *PAC*, *ABC* ont deux angles égaux; l'angle *C* qui leur est commun, & les deux angles *BAC*, & *P* qui ont pour mesure la moitié du même arc *AB*; donc ces deux triangles sont semblables, donc $PC:AC::AC:CB$, d'où l'on conclut $CB=\frac{\overline{AC}^2}{PC}$ ou $CB=\frac{\overline{AC}^2}{PB}$, à cause de la petitesse de *CB*, qui permet de regarder cette quantité comme nulle, relativement au diametre de la terre. Par conséquent la différence du niveau apparent au niveau vrai, est égale au carré de la distance des deux points donnés à niveler, par le diametre de la terre. C. Q. F. T. & D.

Donc les différences du niveau apparent au niveau vrai, peuvent être regardées comme proportioneles aux carrés des distances des points à niveler; car ces différences sont égales à très-peu près, aux carrés des distances divisées par le diametre de la terre, par conséquent, comme le diviseur de tous les carrés est constament le même, elles sont proportioneles à ces carrés.

Il suit de là, qu'en prenant le diametre de la terre de 6,538,594 toises, tel qu'il a été déterminé, & cherchant la valeur du niveau vrai & du niveau apparent pour une distance quelconque, on peut d'après cette valeur, trouver celle qui répond à toute autre distance, par une seule regle de trois. C'est ainsi, qu'en partant d'un premier calcul, on a dressé la table suivante.

Digitized by Google

Distances Entre les points à niveler.	Élévations Du niveau appᵗ. au deſſus du niveau vrai.	Distances Entre les points à niveler.	Élévations Du niveau appᵗ. au deſſus du niveau vrai.
Toiſes.	Pieds. pouces. lignes.	Toiſes.	Pieds. pouces. lignes.
50	0 . 0 . 0 . 0 . 1/7	550	0 . 3 . 6 .
100	0 . 0 . 0 . 1 . 1/3	600	0 . 4 . 0 .
150	0 . 0 . 0 . 3 .	650	0 . 4 . 8 .
200	0 . 0 . 0 . 5 . 1/2	700	0 . 5 . 5 .
250	0 . 0 . 0 . 8 . 1/2	750	0 . 6 . 3 .
300	0 . 0 . 1 . 0 .	800	0 . 7 . 1 .
350	0 . 0 . 1 . 4 . 1/2	850	0 . 7 . 11 . 1/2
400	0 . 0 . 1 . 9 . 1/2	900	0 . 8 . 11 .
450	0 . 0 . 2 . 3 .	950	0 . 10 . 0 . 1/2
500	0 . 0 . 2 . 9 . 1/6	1000	0 . 11 . 0 .

Problême. Niveler deux points *A* & *H*, *Fig.* 206, en ſuppoſant qu'il y ait entr'eux des montées & des deſcentes.

Solution. On placera ſucceſſivement ſon niveau au premier point *A*, & aux points intermédiaires *B*, *C*, *D*, *E*, *F*, *G*, & meſurant à chaque ſtation la hauteur du point qui ſuit au deſſus ou au deſſous de celui où l'on opere, on enregiſtrera avec ordre, toutes les hauteurs trouvées, en diſtinguant par deux colonnes celles qui vont en montant, de celles qui vont en deſcendant; cette opération faite, on additionera d'une part, toutes les hauteurs priſes en montant de *A* en *D*, de *E* en *F*, & de l'autre toutes celles que l'on a trouvées, en deſcendant de *D* en *E*, & de *F* en *H*. Si ces deux ſommes ſont égales, les deux points ſeront de niveau; ſi elles ſont inégales, on retranchera la plus petite de la plus grande, & le reſte ſera la quantité dont le point *H* eſt au deſſus ou au deſſous du point *A*, ſuivant que la ſomme des hauteurs deſcendantes ſera plus petite ou plus grande que celle des hauteurs deſcendantes.

Demonſtration. 1°. Si les deux points *A* & *H* ſont de niveau, il eſt certain qu'il faudra autant monter que deſcendre, pour aller de *A* en *H*, par conſéquent que la ſomme des hauteurs priſes en montant, doit être égale à la ſomme des hauteurs priſes en deſcendant. 2°. Si le point *H* eſt au deſſus ou au deſſous du point *A*, la ſomme des hauteurs priſes en deſcendant, ſera plus petite ou plus grande que celle des hauteurs priſes en montant, & l'excès de l'une ſur l'autre ſera toujours la quantité dont le point *H* eſt au deſſus ou au deſſous de *A*.

Obſervations. 1. au lieu de placer l'inſtrument à tous les points *A*, *B*, *C*, *D*, &c. que l'on a à niveler, ſur la ſuite d'alignemens que l'on parcourt, on peut ſe contenter de faire des ſtations intermédiaires, en viſant ſur la double toiſe laiſſée en arriere, & enſuite ſur la double toiſe portée en avant.

2. Quand on a une longue étendue de terrain à niveler, relativement à quelque projet, on déſigne chaque point de ſtation dans l'enregiſtrement, & on le marque s'il en eſt beſoin, ſur le terrain avec un jalon ou un petit piquet. On enregiſtre auſſi la diſtance d'un point à un autre, pour déterminer ſi la longueur l'exige, la différence du niveau vrai au niveau apparent, & par ce moyen l'on eſt à même d'indiquer avec juſteſſe de combien un point quelconque, de ceux ſur leſquels on a opéré, eſt au deſſus ou au deſſous du niveau du point de départ.

3. Si l'on veut éviter toute eſpece de calcul ſur le terrain, on peut enregiſtrer pour chaque point de ſtation, les deux hauteurs qui ſont relatives à lui & au point qui le ſuit, ſans faire mention ni d'Inſtrument ni de double toiſe. On écrit par exemple, pour le point *A*, les deux hauteurs qui ſervent à trouver la différence de ſon niveau à celui de *B*. On écrit de même pour le point *B*, les deux hauteurs qui ſervent à déterminer ſa différence de niveau avec le point *C*, & ainſi de ſuite, en ayant ſoin pour chaque ſtation, de diſtinguer la premiere hauteur de la ſeconde. Cet enregiſtrement & celui de la diſtance d'un point à un autre, ſervent enſuite à trouver à loiſir les différences de niveau que l'on ſe propoſe de connoître.

4. On voit au moyen d'un regiſtre de *nivele-*

Digitized by Google

ment, s'il eſt poſſible de conduire les eaux d'un point pris ſur l'étendue nivelée, à tout autre pris ſur la même direction. On peut indiquer, en cas que cela ſoit poſſible, quels ſont les obſtacles que l'on auroit à vaincre, & en tracer les profils d'après les meſures que l'on a trouvées, *Fig.* 207. On raporte pour cet effet, tous les points du profil à la ligne de niveau apparent du point le plus élevé, par des perpendiculaires ménées de tous les points de ſtation ſur cette ligne, & les diſtances *D O*, *O O*, *O O*, &c. ainſi que les perpendiculaires *O C*, *O B*, &c. étant déterminées d'après l'échele du profil, on écrit ſur chacune de ces lignes le nombre de toiſes *&c.* qu'elle contient.

5. Le *nivélement* peut s'appliquer auſſi à tracer exactement le profil des différentes parties d'une place fortifiée. Au moyen de quelques coups de niveau, on eſt bientôt à même de trouver la hauteur des différens ouvrages qui l'environnent, & de faire voir de combien l'un commande l'autre ou eſt au deſſus de la campagne.

Problême. Trouver la différence de niveau de deux points *A* & *B*, dont la diſtance n'eſt pas connue, *Fig.* 208, 209, 210.

Solution. L'inſtrument étant placé en *A*, on prendra la hauteur *B D* du rayon viſuel au deſſus du point *B*, & l'on en retranchera la hauteur *O A* du niveau, enſuite l'inſtrument étant en *B*, on meſurera la hauteur *A C* du rayon viſuel au deſſus du point *A*, & l'on en retranchera la hauteur *B E* du niveau. Ces retranchemens faits, ſi ces deux hauteurs ſont égales, *Fig.* 8, les deux points *A* & *B* ſeront de niveau, ſi elles ſont inégales, & que chaque rayon viſuel paſſe au deſſus de l'inſtrument oppoſé, *Fig.* 9, la moitié de leur différence ſera la quantité dont le point *B*, qui répond à la plus grande, ſera au deſſous du niveau du point *A*, enfin ſi le rayon viſuel *E C* rencontroit le niveau *A O* en *C*, *Fig.* 10, & que *E B* fut par conſéquent plus grand que *A C*, on retrancheroit *AC* de *E B*, & en ajoutant le reſte de la ſouſtraction à *B D* — *A O*, la moitié de la ſomme de ces deux quantités, ſeroit la différence de niveau du point *B* au point *A*.

Démonſtration. 1°. Les deux points *A* & *B*, *Fig.* 208, étant de niveau, il eſt évident que les deux différences *A C* — *E B* & *B D* — *A O* doivent être égales, & que réciproquement lorſque ces deux différences ſont égales, les deux points ſont de niveau. 2°. Suppoſons que le point *B* ſoit élevé en *b*, au niveau de *A*, le rayon viſuel *E C* au lieu de partir du point *E*, partira du point *G*, & l'on aura *A R* — *b G* = *b D* — *O A*, mais le point *B* étant au deſſous de *b* de la quantité *B b*, la hauteur *b D* ſe trouve agrandie de cette quantité & la hauteur *A R* devenue *A C*, ſe trouve diminuée d'autant, donc *A C*, eſt plus petit que *B D* du double de cette quantité, donc en ſouſtrayant *A C* de *B D*, après avoir retranché de chacune de ces hauteurs, celle de l'inſtrument oppoſé, la moitié du reſte donne la quantité *B b* dont le point *B* eſt au deſſous du point *A*. 3°. Si l'on ſuppoſe de même que le point *B* ſoit en *b*, à la hauteur du point *A*, on aura *A R* — *B E* = *B D* — *A O*, & l'on fera voir qu'en ramenant *B* à ſa premiere poſition, la différence de niveau des deux points, doit être égale à la moitié de *B D* — *A O*, après en avoir retranché *A C* — *B E*; mais puiſque pour ſouſtraire *A C*, il faut écrire — *A C* + *B E*, & que *E B* eſt plus grand que *A C*, par la ſuppoſition, c'eſt une vraie addition que l'on fait en ſouſtrayant *A C* — *E B* de *B D* — *A O*; donc l'on a eu raiſon de dire qu'il faut alors ajouter *E B* — *A C* à *B D* — *A O*, & prendre la moitié de leur ſomme.

Remarque. Cette ſolution ſuppoſe que les hauteurs *A C* & *B D* ſont paralleles : ce que l'on peut aiſément admettre, à cauſe du grand éloignement du centre de la terre, où concourent ces deux hauteurs.

Obſervations. 1. Il eſt eſſentiel de ſavoir que lorſqu'une diſtance eſt fort étendue, un même objet paroît de différentes hauteurs, par l'effet des réfractions, ſuivant l'heure à laquelle on l'obſerve. (*V.* Réfraction.) C'eſt pour parer à cet inconvénient que l'on diviſe la diſtance de deux points éloignés, en pluſieurs parties que l'on *nivele* ſucceſſivement, quoique ces deux points ſoient très-viſibles l'un de l'autre. Cependant comme il ſe trouve quelquefois des eaux, des bois, des vallées ou d'autres obſtacles qui empêchent ces *nivélemens* partiels, il eſt poſſible que l'on ait à niveler des objets éloignés d'une ou deux lieues ou davantage. Il faut employer alors le *nivélement* réciproque du problême précédent, & que deux perſones placées, chacune à l'un de ces objets, nivelent de l'un à l'autre au même moment, en profitant d'un jour où le ſoleil ſoit couvert de nuées. On conçoit que, par ce procédé, la réfraction étant égale de part & d'autre, ainſi que la différence du niveau vrai au niveau apparent, on doit parvenir à de juſtes réſultats, d'après les méthodes établies dans la ſolution de ce problême. Au reſte, les erreurs que peuvent produire les réfractions, dans le *nivélement* ordinaire, ne commencent à devenir ſenſibles que lorſque la diſtance des objets ſur leſquels on opere, ſe trouve de plus de mille toiſes.

2. Lorſque les deux points que l'on veut niveler, ont une différence de hauteur trop conſidérable, pour que l'on puiſſe faire uſage des moyens ordinaires, il faut en connoître au juſte la diſtance, & joindre au niveau un inſtrument propre à meſurer l'ouverture des angles. On viſe alors d'un point à l'autre avec le niveau, & après avoir bien établi la ligne de niveau apparent, on meſure l'angle que le rayon viſuel tiré du point de ſtation au point oppoſé, fait au deſſus ou au deſſous avec cette ligne. Cet angle étant connu, ainſi, que la longueur d'un des côtés dans le triangle

Digitized by Google

rectangle, que forment la ligne de niveau apparent, le rayon viſuel tiré du point de ſtation au point oppoſé, & la diſtance de ce dernier point à la ligne de niveau apparent; on peut calculer cette diſtance. On y ajoute enſuite la différence du niveau vrai au niveau apparent, ainſi que la hauteur de l'inſtrument, ou on les en retranche, ſuivant que la diſtance trouvée eſt au deſſus ou au deſſous de la ligne de niveau apparent, & l'on détermine ainſi, la différence de niveau des deux points donnés. Une ſeule ſtation ſuffit pour arriver à ce réſultat, mais il eſt néceſſaire, pour aſſurer la juſteſſe de l'opération, d'employer le *nivellement réciproque*. (*Par M. Jolt, Ingénieur Géographe Militaire.*)

NIVELEUR, ſ. m. celui qui eſt chargé du nivellement d'un lieu par raport à un autre. (*K*)

NOCTURNE, adj. (*Aſtron.*), ſe dit de ce qui a raport à la nuit, *nox*. Il eſt oppoſé à *diurne*.

Arc nocturne, eſt l'arc de cercle que le ſoleil décrit pendant la nuit, c'eſt-à-dire, l'arc qu'il décrit ou paroît décrire pendant qu'il eſt ſous l'horizon. *Voyez* Arc diurne, au mot Diurne.

Arc ſémi-nocturne, eſt la portion de cercle compriſe entre l'extrémité inférieure de notre méridien & le point de l'horizon où le ſoleil ſe leve ou ſe couche. En effet, l'arc *nocturne* eſt diviſé en deux parties égales, ou à peu près égales, par le méridien. *Voyez* Arc ſémi-diurne & Lever.

NŒUDS; c'eſt le nom qu'on donne, *en Aſtronomie*, aux deux points où l'orbite d'une planete coupe l'écliptique. Si *E B Q* eſt l'écliptique, & *E H Q* l'orbite d'une planete, les deux points *E* & *Q*, *Pl. d'Aſtron.*, *Fig.* 42, ſont les nœuds de cette planete; le nœud *E*, d'où la planete part pour monter vers le nord en *H* au deſſus du plan de l'écliptique, eſt appelé *nœud aſcendant*, *nœud boréal*, & autrefois *tête de dragon*, ou *anabibazon*. Il s'eſt gliſſé des fautes à cet égard dans les articles *Anabibazon* & *Catabibazon*. On déſigne ce *nœud* par le caractere ☊.

L'autre *nœud* ☋, par lequel la planete deſcend vers le ſud en *R*, eſt appelé *nœud deſcendant*, *nœud auſtral*, & autrefois *queue de dragon* & *catabibazon*; on le marque ainſi ☋; la ligne droite qui eſt la commune ſection des deux cercles eſt appelée *ligne des nœuds*.

Quand la lune eſt dans les *nœuds*, elle eſt auſſi dans l'écliptique, ce qui arive deux fois dans chaque mois. Quand elle eſt à ſa plus grande diſtance des *nœuds*, ſavoir aux points *H* ou *R*, on dit qu'elle eſt dans ſes limites.

Quand il y a éclipſe, ſoit de lune, ſoit de ſoleil, la lune doit être dans un des *nœuds*, ou au moins en être fort proche. *Voyez* Éclipse.

Pour déterminer les *nœuds* des planetes, c'eſt-à-dire, la poſition de la ligne des *nœuds*, on atend que la planete ſe trouve dans l'écliptique, ce qui arive lorſque ſa latitude obſervée eſt nulle, ſa longitude eſt alors celle du nœud; mais il faut que cette longitude ſoit réduite au ſoleil, ſi c'eſt une planete qui tourne autour du ſoleil, ou en général que la longitude ſoit réduite au centre du mouvement de la planete; le mouvement des nœuds de la lune eſt très-ſenſible; car ils font le tour du ciel en 19 ans. *Voyez* Lune.

Les *nœuds* des autres planetes ont auſſi un mouvement rétrograde, qui eſt ſenſible dans l'eſpace de quelques années; mais qui, après quelques ſiecles d'obſervations, eſt devenu conſidérable; ce mouvement eſt une ſuite néceſſaire de l'attraction des autres planetes: il eſt impoſſible qu'il y ait deux planetes tournantes autour du ſoleil dans deux plans différens, ſans que toutes les deux aient un mouvement dans leurs *nœuds*. On ſentira même, ſans aucune démonſtration, qu'il eſt impoſſible qu'une planete attirée, dont l'orbite eſt dans un autre plan que celle de la planete perturbatrice, viene jamais traverſer le plan de celle-ci au même point où elle avoit paſſé dans la révolution précedente: elle doit à chaque fois le traverſer plutôt qu'elle n'eût fait, ſi la planete perturbatrice ne l'eût point attirée vers ce plan: elle a ſans ceſſe une détermination vers le plan où ſe trouve la planete qui l'attire, & elle ne peut obéir à cette force qu'en arivant à ce plan un peu avant la fin de ſa révolution.

Soit *DMN*, *Fig.* 123, l'écliptique, *LABN* l'orbite de la lune que nous prendrons pour exemple, c'eſt-à-dire, l'orbite où la lune étoit d'abord en parcourant un petit arc *LA*, le ſoleil étant placé dans le plan de l'écliptique *DN*, il eſt clair qu'en tout temps la force du ſoleil tend à raprocher la lune du plan de l'écliptique dans lequel ſe trouve le ſoleil, ou de la ligne *DN*; ainſi, lorſque la lune tend à parcourir, dans ſon orbite, un ſecond eſpace *AB* égal à l'eſpace *LA* qu'elle venoit de parcourir, la force du ſoleil tend à la raprocher de l'écliptique *ND* d'une quantité que nous ſuppoſerons exprimée par *AE*; il faut néceſſairement que la lune, par un mouvement compoſé, décrive alors la diagonale *AC* du parallélogramme *AECB*, en ſorte que ſon orbite deviene *ACM*, au lieu de *LABN*, c'eſt pourquoi le *nœud N* de cette orbite change continuellement de poſition, & va de *N* en *M* dans un ſens contraire au mouvement de la lune que je ſuppoſe dirigé de *A* vers *N*; donc le mouvement du *nœud* d'une planete eſt toujours rétrograde par raport à l'orbite *DN* de la planete qui produit ce mouvement. La même figure fait voir pourquoi l'attraction du ſoleil change l'inclinaiſon de l'orbite lunaire: la lune obligée de changer ſa direction primitive *LABN* en une direction nouvele *ACM*, rencontrera l'écliptique au point *M* ſous un nouvel angle *AMD* différent de l'inclinaiſon *AND* que la lune affectoit auparavant; mais ce changement d'inclinaiſon eſt peu ſenſible dans les autres planetes; pour la lune, il eſt ſenſible, mais il ne s'accumule point; car ſi l'orbite troublée *ACM*, fait en *M* un plus grand angle d'inclinaiſon que l'orbite primitive en *N*, il arivera

Digitized by Google

le contraire quand la lune aura passé le *nœud N*, en sorte que l'inclinaison se rétablira par les mêmes degrés. Il n'y a que les *nœuds* dont le mouvement est toujours du même sens, & qui rétrogradent de plus en plus, soit que la lune tende à son *nœud*, soit qu'elle s'en éloigne. J'ai donné avec un grand détail le calcul du mouvement des *nœuds* de chaque planete, produit par l'action de toutes les autres dans les *Mémoires de l'Académie pour* 1758 & 1761. Euler, d'Alembert, Clairaut ont donné le calcul du mouvement des *nœuds* de l'orbite lunaire, mouvement qui est beaucoup plus compofé que celui des autres planetes.

Le mouvement du *nœud* de chaque planete est le réfultat de l'attraction de toutes les autres planetes; car il n'en eſt aucune qui n'influe plus ou moins fur les *nœuds* de toutes les autres. Mais comme ce mouvement, qui eſt uniforme fur l'orbite de la planete qui le produit, doit ſe raporter dans nos tables au plan de l'écliptique, il eſt néceſſaire d'y réduire tous ces mouvemens qui ſe font fur des orbites différentes, pour en compoſer un ſeul mouvement fur l'écliptique; c'eſt cette réduction qui rend direct le *nœud* de jupiter; car il eſt naturellement rétrograde fur l'orbite de ſaturne qui en eſt la cauſe principale; mais il devient direct quand on le raporte à l'écliptique. Je vais expliquer ici, les principes de ces variations, parce qu'ils ſont importans & qu'ils m'ont fait découvrir dans les orbites des ſatellites de jupiter, la cauſe de phénomenes qui juſqu'alors avoient paru inexplicables.

Soit *C B*, *Fig.* 125 *des Planches d'Aſtronomie*, l'écliptique, *C A* l'orbite de jupiter, *B A* l'orbite de ſaturne; le *nœud* de jupiter en *C*, & celui de ſaturne en *B*. La différence *C B* eſt de 130, l'inclinaiſon *C* de l'orbite de jupiter eſt de 1° 19', & l'inclinaiſon *B* de l'orbite de ſaturne eſt de 2° 30'. En réſolvant le triangle *A B C*, on trouve *AC* de 27°, & l'angle *A* ou l'inclinaiſon de l'orbite de jupiter ſur celle de ſaturne 1° 15'. Par l'effet naturel de l'attraction de ſaturne ſur jupiter, le point d'interſection *A* de l'orbite de jupiter ſur celle de ſaturne doit rétrograder dans le ſens contraire au mouvement de jupiter, comme on l'a vu ci-devant; mais l'angle *A* des deux orbites ne change point par le mouvement du *nœud*; ainſi, le *nœud* ira de *A* en *a*; & comme l'inclinaiſon *A* n'éprouve aucun changement, les cercles *AC* & *a c* reſteront paralleles dans leurs parties voiſines de *A a*; par conſéquent leur interſection *D* ſera éloignée du point *A* de 90°. Ainſi, le triangle *A B C* ſe changera en un triangle *a B c*, les angles étant conſtans; & le *nœud C* de l'orbite de jupiter ſur l'écliptique paſſera en *c*; il aura donc un mouvement direct *C c*, quoique le mouvement *A a* ait été rétrograde, c'eſt-à-dire, vers l'occident ou vers la droite.

Ainſi, quoique l'action des planetes les unes ſur les autres cauſe dans les *nœuds* un mouvement toujours rétrograde ſur l'orbite de la planete troublante ou de la planete qui par ſon attraction produit ce mouvement; cependant le mouvement des *nœuds* ſur l'écliptique devient quelquefois direct, ou ſuivant l'ordre des ſignes, comme dans le cas du *nœud* de jupiter dont je viens de parler, qui avance de 60", ou 1° plus que les équinoxes. C'eſt ſur-tout lorſque la planete troublante a ſon angle d'inclinaiſon *B* plus grand que l'angle *C* de la planete troublée, que le mouvement du *nœud* de celle-ci eſt direct ſur l'écliptique, à moins que la diſtance des *nœuds*, ne ſoit de plus de 90°. Si l'inclinaiſon *B* eſt plus petite, le point *a*, *Fig.* 127, tombe à droite du point *C*, c'eſt-à-dire, de l'autre côté de *C* par raport au point *B*, le mouvement *A a* du *nœud A* ſe faiſant vers l'occident, le mouvement *C c* ſur l'écliptique devient également rétrograde.

On trouvera au *mot* Planete, la poſition & le mouvement des *nœuds* de toutes les planetes, d'après mes nouveles tables. (*D. L.*)

Nœud, ſ. m. (*Géom.*); *courbe à nœud*, eſt une courbe compoſée de branches, qui ſe coupent ou ſe croiſent elles-mêmes en revenant ſur leurs pas. La *lemniſcate*, le *folium*, (voyez ces *mots*) & pluſieurs autres courbes, ſont des courbes à *nœuds*.

Dans la *Fig.* 42 de l'analyſe, les points *A* ſont autant de *nœuds*, *voyez* Courbe. Ainſi, un *nœud* n'eſt autre choſe qu'un point double, *voyez* Double, Multiple & Point, formé non par deux branches différentes d'une même courbe, mais par deux parties d'une même branche qui formant un cours continu, revient ſur elle-même & ſe coupe. (*O*)

Noix, ſ. f. (*Géom. prat.*); parties d'un inſtrument de Géométrie pratique, tel qu'un graphometre, un niveau, *&c.* C'eſt une boule de métal ou de bois qui a un col long, ſur lequel on fixe l'inſtrument. Cette boule eſt enchâſſée dans une boîte où elle eſt mobile en tout ſens, pour pouvoir mettre l'inſtrument dans une ſituation verticale, parallele à l'horizon, oblique, de façon qu'on puiſſe l'arrêter dans toutes ces ſituations, & la fixer ſans qu'elle puiſſe branler; ce qui ſe fait par le moyen d'une vis qui ſerre la boîte dans laquelle la *noix* eſt renfermée. (*D. J.*)

Nombre; ſe dit vulgairement *dans l'arithmétique* d'une collection ou aſſemblage d'unités ou de choſes de la même eſpece.

M. Newton définit plus préciſément le *nombre*, non pas une multitude d'unités, comme Euclide, mais le raport abſtrait d'une quantité à une autre de la même eſpece, que l'on prend pour l'unité; d'après cette idée, il diviſe les *nombres* en trois eſpeces; ſavoir, *nombres* entiers, c'eſt-à-dire, qui contiennent l'unité un certain nombre de fois exactement & ſans reſte, comme 2, 3, 5, *&c.* *nombres* rompus ou fractions (*voy.* Fraction), & *nombres* ſourds ou incommenſurables, *voyez* Incommensurable. *Voy.* Sourds *& la ſuite de cet art.*

Digitized by Google

Wolf définit le *nombre*, ce qui a le même rapport avec l'unité qu'une ligne droite avec une autre ligne droite : ainſi, prenant une ligne droite pour une unité, tout *nombre* peut être repréſenté par quelque autre ligne droite ; ce qui revient à la définition de M. Newton.

Dans l'école, où l'on a conſervé la définition d'Euclide, on ajoute que le *nombre* eſt compoſé de matiere & de forme ; la matiere eſt la choſe nombrée, par exemple, de l'argent ; & la forme eſt l'idée par laquelle comparant les différentes pieces d'argent, l'on en fait une ſomme, comme 10 : ainſi, le *nombre* dépend entiérement de l'intention de la perſone qui nombre, & l'idée en peut être changée à volonté, par exemple, cent hommes peuvent être ſuppoſés ne faire que 1, 2 ou 4, *&c.* unités.

Les mêmes philoſophes appelent le nombre *quantité diſcrete* ; *quantité*, en tant qu'il eſt ſuſceptible de plus & de moins ; *diſcrete*, en ce que les différentes unités qui le compoſent ne ſont pas unies, mais diſtinctes les unes des autres. *Voyez* QUANTITÉ & DISCRET.

A l'égard de la maniere de déſigner ou de caractériſer les *nombres*, *voyez* NOTATION.

Pour ce qui concerne la maniere d'exprimer ou de lire les *nombres*, *voyez* NUMÉRATION.

Les mathématiciens conſiderent le *nombre* ſous différens raports ; ce qui produit chez eux différentes ſortes de *nombres*.

Le *nombre déterminé* eſt celui qui ſe raporte à quelque unité donnée, comme le nombre ternaire ou trois, on l'appele proprement *nombre*.

Le *nombre indéterminé*, eſt celui qui ſe raporte à une unité en général : on l'appele auſſi *quantité*. *Voyez* QUANTITÉ.

Les *nombres homogenes*, ſont ceux qui ſe raportent à la même unité. *Voyez* HOMOGENES.

Les *nombres hétérogenes*, ſont ceux qui ſe raportent à différentes unités : car chaque *nombre* ſuppoſe une unité déterminée & fixée par la notion à laquelle nous avons égard en nombrant ; par exemple, c'eſt une propriété de la ſphere d'avoir tous les points de la ſurface à égale diſtance de ſon centre ; ſi donc cette propriété eſt priſe pour la marque de l'unité, tous les corps où elle ſe trouvera ſeront des unités, & ſeront de plus la même unité, en tant qu'ils ſont renfermés dans cette notion : mais, ſi les ſpheres ſont, outre cela, diſtinguées par quelque choſe, *&c.* par exemple, par la matiere dont elles ſont compoſées, alors elles commencent à n'être plus la même unité, mais des unités différentes. Ainſi, ſix ſpheres d'or ſont de *nombres homogenes* entr'eux ; au contraire, trois ſpheres de cuivre & quatre d'argent ſont des *nombres hétérogenes*. *Voyez* HÉTÉROGENES.

Les *nombres rompus* ou les *fractions*, ſont ceux qui conſiſtent en différentes parties de l'unité, ou qui ont à l'unité le même raport que la partie au tout. *Voyez* FRACTION.

Les *nombres entiers*, appelés auſſi *nombres naturels* ou ſimplement *nombres*, ſont ceux que l'on regarde comme des tous, ſans ſuppoſer qu'ils ſoient parties d'autres *nombres*.

Le *nombre rationel* eſt celui qui a une meſure commune avec l'unité. *Voy.* COMMENSURABLE.

Le *nombre entier rationel*, eſt celui dont l'unité eſt une partie aliquote. Le *nombre rationel rompu*, eſt celui qui repréſente quelque partie aliquote de l'unité. Le *nombre rationel mixte*, eſt celui qui eſt compoſé d'un *nombre* entier & d'un *nombre* rompu, ou de l'unité & d'une fraction. Le *nombre irrationel* ou *ſourd*, eſt celui qui eſt incommenſurable avec l'unité. *Voyez* INCOMMENSURABLE.

Le *nombre pair*, eſt celui qui peut être diviſé en deux parties égales exactement, & ſans qu'il reſte de fraction, comme 4, 6, 8, 10, *&c.* la ſomme, la différence & le produit d'un *nombre* quelconque de *nombres pairs*, eſt toujours un *nombre pair*.

Un *nombre pair* multiplié par un *nombre pair*, donne un nombre *pairement pair*.

Un *nombre* eſt *pairement pair*, quand il peut être diviſé exactement & ſans reſte, en deux *nombres pairs*.

Ainſi, 2 fois 4 faiſant 8, 8 eſt un nombre *pairement pair*.

Un *nombre* eſt *impairement pair*, quand il peut être diviſé en deux parties égales & impaires : par exemple, 14.

Le *nombre impair*, eſt celui qui excede le *nombre* pair, au moins d'une unité, ou qui ne peut être diviſé exactement & ſans reſte en deux parties égales ; tels ſont les *nombres* 3, 5, 9, 11, *&c.*

La ſomme ou la différence des deux *nombres impairs* eſt toujours un *nombre* pair ; mais leur produit eſt néceſſairement un *nombre* impair.

Si on ajoute un *nombre* impair avec un *nombre* pair, ou que l'on retranche l'un de l'autre, la ſomme dans le premier cas, & dans le ſecond la différence, ſera un *nombre* impair ; mais le produit d'un *nombre* pair par un impair, eſt toujours un *nombre* pair.

La ſomme d'un *nombre* pair quelconque de *nombres* impairs, eſt un *nombre* pair ; & la ſomme d'un *nombre* impair quelconque de *nombres* impairs, eſt toujours un *nombre* impair.

On appele *nombre premier* ou *primitif*, celui qui n'eſt diviſible que par l'unité, comme 5, 7, 11, *&c.*

Les *nombres* premiers entr'eux, ſont ceux qui n'ont d'autre commune meſure que l'unité, comme 13 & 19.

Le *nombre compoſé* eſt celui qui eſt diviſible, non ſeulement par l'unité, mais par d'autres *nombres* encore, comme 8, qui eſt diviſible par 4 & par 2. *Voyez* COMPOSÉ.

Les *nombres compoſés entr'eux*, ſont ceux qui ont pour commune meſure, non ſeulement l'unité, mais encore d'autres nombres, comme 12 & 15.

Digitized by Google

Le *nombre parfait*, eſt celui dont les parties aliquotes étant ajoutées enſemble, rendent préciſément le *nombre* dont elles ſont les parties, comme 6, 28, *&c.*

Les parties aliquotes de 6, ſont 3, 2 & 1, qui ſont 6 : celles de 28 ſont 14, 7, 4, 2 & 1, qui ſont 28. *Voyez, ſur les* nombres parfaits, *les nouv. Mém. de Petersbourg, tom. II, & pluſieurs autres volumes des mêmes Mémoires.*

Les *nombres imparfaits*, ſont ceux dont les parties aliquotes étant ajoutées enſemble, ſont plus ou moins que le nombre total dont elles ſont les parties. *Voyez* IMPARFAIT.

On diſtingue les *nombres* imparfaits en *abondans* & *déficifs*.

Nombres abondans, ſont ceux dont les parties aliquotes étant ajoutées enſemble, ſont plus que le tout dont elles ſont les parties, comme 12, dont les parties aliquotes 6, 4, 3, 2, 1 ſont 16. *Voyez* ABONDANT.

Nombres déficifs, ſont ceux dont les parties aliquotes ajoutées enſemble, ſont moins que le nombre total dont elles ſont les parties, comme 16, dont les parties aliquotes 8, 4, 2, 1 ne ſont que 15. *Voyez* DÉFICIENT.

Le nombre plan eſt celui qui réſulte de la multiplication de deux *nombres*, par exemple, 6 qui eſt le produit de 2 par 3.

Le *nombre carré* eſt le produit d'un nombre multiplié par lui-même; ainſi, 4, qui eſt le produit de 2 par 2, eſt un *nombre carré*. *Voyez* CARRÉ.

Tout *nombre carré ajouté* à la racine, donne un *nombre* pair. En effet, ſi la racine eſt paire, le carré eſt auſſi pair; & ſi elle eſt impaire, le carré eſt auſſi impair. Or deux pairs ou deux impairs pris enſemble, ſont toujours un *nombre* pair. *Voyez* RACINE.

Le *nombre cube* ou *cubique* eſt le produit d'un *nombre carré* par ſa racine; par exemple, 8, qui eſt le produit du *nombre* carré 4, par ſa racine 2. *Voyez* CUBE *&* SOLIDE.

Tous les *nombres cubiques*, dont la racine eſt moindre que ſix, comme 8, 27, 64, 125, *&c.* étant diviſés par 6, le reſte eſt leur racine même. Par exemple, 8 étant diviſé par 6, il reſte 2, qui eſt la racine cube de 8. A l'égard des *nombres cubiques* plus grands que 125; 216, cube de 6, étant diviſé par 6, il ne reſte rien; 343, cube de 7, a pour reſte 1, qui, étant ajouté à 6, donne 7, racine cube de 343; 512, cube de 8, étant diviſé par 6, il reſte 2, qui, avec 6, fait 8, racine cube de 512. Ainſi, diviſant par 6 tous les *nombres* cubes au deſſus de 216, & ajoutant les reſtes avec 6, on a toujours la racine cube du *nombre* propoſé juſqu'à ce que le reſte ſoit 5, qui, ajouté avec 6, fait 11. Les *nombres* cubes au deſſus du cube de 11; ſavoir, le cube de 12 étant diviſé par 6, il ne reſte rien, & la racine cube eſt 12; & ſi on continue à diviſer les cubes ſupérieurs par 6, en ajoutant les reſtes non plus à 6, mais à 12, on aura la racine cube, & ainſi de ſuite, juſqu'au cube de 18, où le reſte de la diviſion ne doit plus être ajouté à 6 ni à 12, mais à 18, & de même à l'infini.

M. de la Hire, examinant cette propriété du *nombre* 6 par raport aux *nombres* cubiques, trouva que tous les autres *nombres* élevés à une puiſſance quelconque, avoient chacun leur diviſeur, qui faiſoit le même effet par raport à ces puiſſances, que 6 par raport aux *nombres* cubes; & voici la regle générale qu'il a découverte. Si l'expoſant de la puiſſance eſt pair, c'eſt-à-dire, ſi le *nombre* eſt élevé à la ſeconde, quatrieme, ſixieme, *&c.* puiſſance, il faut la diviſer par 2; & le reſte, s'il y en a un, étant ajouté à 2 ou à un multiple de 2 ſera la racine du degré correſpondant de la puiſſance donnée, c'eſt-à-dire, la racine deuxieme, ou la quatrieme, ou la ſixieme, *&c.* mais, ſi l'expoſant de la puiſſance eſt impair, c'eſt-à-dire, ſi le *nombre* eſt élevé à la troiſieme, cinquieme, ſeptieme, *&c.* puiſſance, le double de l'expoſant devra être le diviſeur, & ce diviſeur aura la propriété dont il s'agit.

Les *nombres polygones* ſont des ſommes de progreſſions arithmétiques qui commencent par l'unité; celles des progreſſions dont la différence eſt 1, ſont appelées *nombres triangulaires*. *V.* TRIANGULAIRE. Celles dont la différence eſt 2, ſont des *nombres carrés*. Celles dont la différence eſt 3, ſont des *nombres pentagones*. Celles dont la différence eſt 4, les *nombres hexagones*. Celles dont la différence eſt 5, les *nombres heptagones*, *&c.* *Voyez les articles* FIGURÉ *&* POLYGONE.

Il y a des *nombres pyramidaux* : en voici la formation.

Les ſommes des *nombres* polygones priſes de la même maniere qu'on prend les ſommes des progreſſions arithmétiques pour former les *nombres* polygones, ſont appelées *premiers nombres pyramidaux*.

Les ſommes des premiers *nombres* pyramidaux ſont appelées *ſeconds nombres pyramidaux* : les ſommes des ſeconds *nombres* pyramidaux ſont appelées *troiſiemes nombres pyramidaux*, &c.

En particulier, on appele *nombres triangulaires pyramidaux*, ceux qui ſont formés par l'addition des *nombres* triangulaires, *premiers pyramidaux pentagonaux*, qui viennent de l'addition des *nombres* pentagones, *&c.* *Voyez* FIGURÉ.

Le *nombre cardinal* eſt celui qui exprime une quantité d'unités, comme 1, 2, *&c.* *Voyez* CARDINAL.

Le *nombre ordinal* eſt celui qui exprime leur ordre ou leur rang, comme premier, deuxieme, troiſieme, *&c.* *Voyez* ORDINAL. *Chambers.* (E).

Nombre abſolu, *Nombre abſtrait*, *Nombre amiable*, *Nombre concret*, } *Voyez* { ABSOLU. ABSTRAIT. AMIABLE. CONCRET.

Nombre barlong, *nombre* plan dont les côtés différent d'une unité. Ainſi, le nombre 30 eſt un

Digitized by Google

nombre barlong, puiſque ſes côtés 5 & 6 different d'1. Les *nombres barlongs* ſont les mêmes que ceux qu'on appele *antelongiores*, ou *altera parte longiores*. Théon donne encore ce nom aux *nombres* qui ſont des ſommes des deux *nombres* pairs, dont la différence eſt 2. Le *nombre* 30 eſt un *nombre barlong*, parce qu'il eſt la ſomme de 14 & de 16, dont la différence eſt 2.

Nombre circulaire ou *ſphérique*, *nombre* qui, étant multiplié par lui-même, reprend toujours la derniere place du produit. Tels ſont les *nombres* 5 & 6; car 5 fois 5 font 25: le produit de 25 par 5, eſt 125; celui de 125 par 5, eſt 725, *&c.* De même 6 multiplié par 6, donne 36; 6 fois 36 216: le produit de ce *nombre* 216 par 36, eſt 8776, *&c.*

Nombre diamétral, *nombre* plan ou le produit de deux *nombres*, dont les carrés des deux côtés ſont de même un carré dans la ſomme. Tel eſt le *nombre* 12, car les carrés 9 & 16 de ſes côtés 3 & 4, ſont de même, dans leur ſomme, un carré 25. Michel Stifel a traité fort au long de ces *nombres*, dans ſon *Arithmetico integra*, *liv. I.*

Nombre double en puiſſance, c'eſt un *nombre* dont le carré eſt deux fois auſſi grand qu'un autre *nombre*, comme l'eſt $\sqrt{}$ 6 à l'égard de 3, & $\sqrt{}$ 10 à l'égard de 5.

Nombre oblong, *nombre* plan qui a deux côtés inégaux, quelle que ſoit leur différence. 54, par exemple, eſt un *nombre oblong*, parce que les côtés 9 & 6 different de trois. De même 190 eſt un pareil *nombre*, la différence des côtés 18 & 5 étant 13.

Nombre parallélépipede, *nombre* ſolide dont les deux côtés ſont égaux, mais dont le troiſieme eſt, ou plus grand, ou plus petit. Tel eſt le *nombre* 36, dont les trois côtés ſont 3, 3 & 4.

Nombre pronique, c'eſt la ſomme d'un *nombre* carré & ſa racine. Soit, par exemple, la racine 4, dont le carré eſt 16, dans ce cas, le *nombre pronique* eſt 20. Ainſi, en algebre, la racine étant x, on exprime le *nombre pronique* par par x^2+x; ou la racine étant $=x-2$, le *nombre pronique* eſt $x-3x+2$.

Nombres proportionels, *nombres* qui ſont entr'eux dans une proportion.

Nombres moyens proportionels arithmétiquement; *nombres* qui croiſſent ou décroiſſent ſelon une différence continuele, comme 3, 5, 7, 9, où la différence, entre deux *nombres*, ſe trouve toujours la même, qui eſt ici 2. Soient les quatre *nombres* 3, 5, 8, 10, où la différence des deux premiers eſt égale à la différence des deux derniers; ces *nombres* ſont dits en proportion arithmétique.

Nombres proportionels continuellement; *nombres* qui ſe ſuivent dans une même raiſon, de ſorte que chacun d'eux, excepté le premier & le dernier, remplit en même temps la place du terme de l'antécédent & du conſéquent d'une raiſon. Tels ſont les *nombres* 2, 6, 18, 54, car 2 eſt à 6, comme 6 eſt à 18, & 6 eſt à 18, comme 18 eſt à 54. Par conſéquent, 6 eſt en même temps le terme conſéquent de la premiere raiſon, & l'antécédent de la ſeconde, ainſi que 18 eſt le conſéquent de la ſeconde & l'antécédent de la troiſieme.

Nombre pyrgoïdal, c'eſt un *nombre* compoſé d'un *nombre* colonnaire & d'un pyramidal, & qui ſont tous deux d'un même genre, de façon que le côté ou la racine du *nombre pyramidal* ſoit moindre de l'unité que le côté du *nombre* colonnaire. Exemple, 18 eſt un *nombre* triangulaire colonnaire, dont le côté eſt 3, & 4 eſt un *nombre triangulaire pyramidal*, dont le côté eſt 2, la ſomme 18+4 eſt un *nombre triangulaire pyrgoïdal*: cela veut dire que les *nombres pyrgoïdaux* prenent leurs noms des *nombres* colonnaires & pyramidaux dont ils ſont formés.

Nombre ſolide, produit de la multiplication de trois autres *nombres*. Ainſi, 30 eſt un *nombre ſolide*, parce qu'il eſt formé par la multiplication des trois *nombres* 2, 3 & 5: ces *nombres* s'appelent *côtés*; lorſqu'ils ſont égaux, le *nombre ſolide*, qui en réſulte, eſt un cube.

Nombres ſolides ſemblables, *nombres* dont les côtés équinomes ont la même proportion. C'eſt ainſi que les *nombres* ſolides 48 & 162 ſont ſemblables; car, comme la longueur du premier 2 eſt à ſa largeur 4, ainſi eſt la longueur du ſecond 3 à ſa largeur 6. De même, comme la longueur du premier 2 eſt à ſa profondeur 6, ainſi la longueur du ſecond 3 eſt à ſa profondeur 9. Enfin, comme la largeur du premier 4 eſt à ſa profondeur 6, ainſi la largeur 6 du ſecond eſt à ſa profondeur 9.

Nombre ſurſolide, c'eſt le *nombre* qui ſe forme en multipliant le carré par le cube d'une racine, ou le carré par lui-même, & le produit encore par lui-même. Exemple, 9, nombre carré de 3, étant multiplié par 3, produit 27; & ce *nombre* étant encore multiplié par 9, donne 243, qui eſt un *nombre ſurſolide*. Les anciens donnoient à ce *nombre* un caractere *Z C*. Dans l'algebre, on l'appele la *cinquieme puiſſance*, qu'on marque ainſi, a^5. (*D. J.*)

NOMBRE. (*Philoſoph. Pythagor.*) On ſait que les Pythagoriciens appliquerent les propriétés arithmétiques des *nombres* aux ſciences les plus abſtraites & les plus ſérieuſes. On va voir en peu de mots ſi leur folie méritoit l'éclat qu'elle a eu dans le monde, & ſi le titre pompeux de *théologie arithmétique*, que lui donnoit Nicomaque, lui convient.

L'unité n'ayant point de parties, doit moins paſſer pour un *nombre* que pour le principe générateur des *nombres*. Par-là, diſoient les Pythagoriciens, elle eſt devenue comme l'attribut eſſentiel, le caractere ſublime, le ſceau même de Dieu. On le nomme avec admiration celui qui eſt *un*; c'eſt le titre qui le diſtingue de tous les autres êtres qui changent ſans ceſſe & ſans retour. Lorſqu'on veut repréſenter un royaume floriſſant & bien po-

Digitized by Google

licé, on dit qu'*un* même eſprit y regne ; qu'*une* même âme le vivifie, qu'*un* même reſſort le remue.

Le *nombre* 2 déſignoit, ſuivant Pythagore, le mauvais principe, & par conſéquent le déſordre, la confuſion & le changement. La haine qu'on portoit au *nombre* 2 s'étendoit à tous ceux qui commençoient par le même chifre, comme 20, 200, 2000, *&c.* Suivant cette ancienne prévention, les Romains dédierent à Pluton le ſecond mois de l'année ; & le ſecond jour du même mois, ils expioient les mânes des morts. Des gens ſuperſtitieux, pour apuier cette doctrine, ont remarqué que le ſecond jour des mois avoit été fatal à beaucoup de lieux & de grands hommes, comme ſi ces mêmes fatalités n'étoient pas également arrivées dans d'autres jours.

Mais le *nombre* 3 plaiſoit extrêmement aux Pythagoriciens, qui y trouvoient de ſublimes ſecrets dont ils ſe vantoient d'avoir la clef ; ils appeloient ce *nombre* l'*harmonie parfaite*. Un Italien, chanoine de Bergame, s'eſt aviſé de recueillir les ſingularités qui apartiennent à ce *nombre* ; il y en a de poétiques, de fabuleuſes, & de galantes : c'eſt une compilation auſſi bizare que mal aſſortie.

Le *nombre* 4 étoit en grande vénération chez les diſciples de Pythagore ; ils diſoient qu'il renfermoit toute la religion du ſerment, & qu'il rapeloit l'idée de Dieu & de ſa puiſſance infinie dans l'arangement de l'univers.

Junon, qui préſide au mariage, protégeoit, ſelon Pythagore, le *nombre* 5, parce qu'il eſt compoſé de 2, premier *nombre* pair & de 3, premier *nombre* impair. Or ces deux *nombres* réunis enſemble pair & impair, font 5, ce qui eſt un emblème ou une image du mariage. D'ailleurs le *nombre* 5 eſt remarquable, ajoutoient-ils, par un autre endroit, c'eſt qu'étant multiplié toujours par lui-même, c'eſt-à-dire, 5 par 5, le produit 125 par 5, ce ſecond produit encore par 5, *&c.* il vient toujours un *nombre* 5 à la droite du produit.

Le *nombre* 6, au raport de Vitruve, devoit tout ſon mérite à l'uſage où étoient les anciens géometres de diviſer toutes les figures, ſoit qu'elles fuſſent terminées par des lignes droites, ſoit qu'elles fuſſent terminées par des lignes courbes, en ſix parties égales ; & comme l'exactitude du jugement & la rigidité de la méthode ſont eſſentieles à la géométrie, les Pythagoriciens, qui eux-mêmes faiſoient beaucoup de cas de cette ſcience, employerent le *nombre* 6 pour la Juſtice, elle qui, marchant toujours d'un pas égal, ne ſe laiſſe ſéduire ni par le rang des perſones, ni par l'éclat des dignités, ni par l'attrait ordinairement vainqueur des richeſſes.

Aucun *nombre* n'a été ſi bien acueilli que le *nombre* 7 : les médecins y croyoient découvrir les viciſſitudes continuelles de la vie humaine. C'eſt de là qu'ils formerent leur année climactérique. Fra Paolo, dans ſon *Hiſtoire du Concile de Trente*, a tourné plaiſamment en ridicule tous les avantages prétendus du *nombre* 7.

Mathématiques. Tome II.

Le *nombre* 8 étoit en vénération chez les Pythagoriciens, par ce qu'il déſignoit, ſelon eux, la loi naturele, & primitive qui ſuppoſe tous les hommes égaux.

Ils conſidéroient avec crainte le nombre 9, comme déſignant la fragilité des fortunes humaines, preſqu'auſſi-tôt renverſées qu'établies. C'eſt pour cela qu'ils conſeilloient d'éviter tous les *nombres* où le 9 domine, & principalement 81, qui eſt le produit de 9 multiplié par lui-même.

Enfin les diſciples de Pythagore regardoient le *nombre* 10 comme le tableau des merveilles de l'univers, contenant éminemment les prérogatives des *nombres* qui le précedent. Pour marquer qu'une choſe ſurpaſſoit de beaucoup une autre, les Pythagoriciens diſoient qu'elle étoit 10 fois plus grande, 10 fois plus admirable. Pour marquer ſimplement une belle choſe, ils diſoient qu'elle avoit 10 degrés de beauté. D'ailleurs ce nombre paſſoit pour un ſigne de paix, d'amitié, de bienveillance ; & la raiſon qu'en donnoient les diſciples de Pythagore, c'eſt que, quand deux perſones veulent ſe lier étroitement, elles ſe prenent les mains l'une à l'autre & ſe les ſerrent en témoignage d'une union réciproque. Or, diſoient-ils, deux mains jointes enſemble forment, par le moyen des doigts, le *nombre* 10

Ce ne ſont pas les ſeuls Pythagoriciens qui aient donné dans ces rafinemens allégoriques mais auſſi quelques Peres de l'Égliſe : Saint Auguſtin, pour prouver que les combinaiſons myſtérieuſes des *nombres* peuvent ſervir à l'intelligence de l'Écriture, s'apuie du paſſage de l'auteur de la ſageſſe, qui dit que Dieu a tout fait avec poids, *nombre* & meſure. Enfin on trouve encore dans le bréviaire romain quelques-unes de ces allégories données en forme de leçons. *Voyez* l'*hiſt. critiq. de la Philoſoph. tom. II.* Diogene Laërce. (*D. J.*)

NOMBRE *d'or* ; c'eſt celui qui exprime l'année où l'on eſt du CYCLE LUNAIRE, par exemple 18, en 1734. Quand on a compté juſqu'à 19, on recommence par 1, 2, *&c.* *Voyez* CYCLE.

NOMBRER, v. act. (*Arith.*) ; c'eſt exprimer le nombre marqué par un certain aſſemblage de chifres. *Voyez* NUMÉRATION.

NOMBRIL (*Géom.*) ; point de l'axe dans une ligne courbe, qu'on appele autrement *foyer*. (*D. J.*)

*Ce mot n'eſt plus en uſage dans notre langue ; mais Newton ſe ſert du mot latin *umbilicus*, dans ſon livre des principes.

NONAGONE, ſ. m. (*Gramm.*) ; figure de 9 angles & de 9 côtés. On dit plus communément *ennéagone*. *Voyez ce mot. Voyez auſſi* POLYGONE.

NONAGÉSIME, (*Aſtron.*) *nonageſimus ab oriente*. C'eſt le point de l'écliptique éloigné de 90 degrés des ſections de l'horizon & de l'écliptique ; c'eſt le point qui eſt le plus élevé au deſſus de l'horizon dans un moment donné, & dont la hauteur meſure l'angle que l'écliptique

Digitized by Google

fait avec l'horizon. Les astronomes calculent souvent les éclipses de soleil, & les parallaxes qui influent sur les éclipses, au moyen du *nonagésime*; ainsi, nous allons donner en abrégé la maniere de calculer, soit la longitude du *nonagésime*, soit sa hauteur. Le méridien est $HZEC$, *Fig. 53 des Plan. d'Astron.*, l'horizon $HOBC$, l'écliptique $ENRTO$, prise dans l'hémisphere oriental, E le point culminant de l'écliptique, c'est-à-dire, le point qui passe dans le méridien, & dont l'ascension droite est celle du milieu du ciel, le point O de l'écliptique qui s'éleve au même instant est le point orient, l'horoscope, ou l'ascendant; l'arc ON étant pris de 90 degrés, le point N est le *nonagésime*. Si par le pole P de l'écliptique & par le zénit Z, on tire un cercle $PZNB$, ce cercle sera tout-à-la-fois un cercle de latitude, parce qu'il passe par le pole de l'écliptique, & un vertical puisqu'il passe par le zénit; il sera perpendiculaire à l'écliptique en N & à l'horizon en B, & l'arc NB sera la hauteur du *nonagésime*; mais parce que NO est un quart de cercle, & que l'angle B est droit, le point O est le pole de l'arc NB, & l'angle NOB qui a pour mesure l'arc NB est aussi égal à la hauteur du *nonagésime* N; enfin l'arc PZ compris entre le pole & le zénit, est encore égal à la hauteur du *nonagésime*, car si des arcs PN & ZB, qui sont chacun de 90 degrés l'on ôte la partie commune ZM, il restera PZ égal à NB qui est la hauteur du *nonagésime*, lorsqu'à un instant donné l'on veut connoître la longitude du *nonagésime*, on cherche l'ascension droite du milieu du ciel, ou le point de l'équateur qui est dans le méridien, ensuite la longitude du point E de l'écliptique qui y répond avec sa déclinaison, & l'angle de l'écliptique avec le méridien en E; cela fait, on a la hauteur du point culminant E de l'écliptique égale à la hauteur connue de l'équateur, plus ou moins la déclinaison trouvée pour le point E de l'écliptique.

Alors dans le triangle EOC rectangle en C, connoissant la hauteur CE du point culminant, & l'angle CEO du méridien avec l'écliptique dans ce point-là; on cherchera l'angle EOC, en disant: le rayon est au co-sinus de la hauteur CE du point culminant, comme le sinus de l'angle E de l'écliptique avec le méridien, est au co-sinus de l'angle O ou de la hauteur du *nonagésime*.

On a ensuite dans le même triangle OEC cette autre proportion; R: co-tang. CE:: co-sin. E: co-tang. OE, qui est l'arc compris entre le méridien & l'horizon; mais l'arc NE de l'écliptique compris entre le point culminant, & le *nonagésime* est le complément de OE, ou son excès sur 90°: ainsi, l'on aura R: co-tang. CE:: co-s. E: tang NE, c'est-à-dire, la tangente de la hauteur du point culminant, est au rayon comme le co-sinus de l'angle de l'écliptique, avec le méridien, est à la tangente d'un arc NE; il faut l'ajouter à la longitude du point culminant E, si ce point est dans les signes ascendans pour avoir la longitude du *nonagésime* ou du point N.

Quand on a la longitude du *nonagésime*, & la longitude de la lune pour le même instant, on prend leur différence, c'est la distance de la lune au *nonagésime*, cette différence jointe avec la hauteur du *nonagésime*, & la latitude de la lune suffit pour trouver la parallaxe de la lune en longitude & en latitude. Soit L, le vrai lieu de la lune, S son lieu apparent dans le vertical ZLS; PLR, le cercle de latitude qui passe par le vrai lieu de la lune; PST celui qui passe par le lieu apparent; LR est la latitude vraie, ST la latitude apparente, & ayant pris PI égal à PL, l'arc IS est la parallaxe de latitude, l'arc RT de l'écliptique est la parallaxe de longitude. On pourroit les trouver par la trigonométrie sphérique; mais voici des formules assez commodes pour cet effet que j'ai démontrées dans mon Astronomie.

$$\text{Parall. long.} = \frac{\text{parall. hor. sin. distr. appar. au non.} \times \text{sin. haut. du nonag.}}{\text{co-s. latit. vraie.}}$$

$$\text{Parall. latit.} = \left(\frac{\text{co-tang. lat.}}{\text{tang. haut. du nonag.}} - \text{co-s. dist. appar. au non.}\right) \text{parall. horiz. sin. haut. du nonag. sin. lat. appar.}$$

Ainsi, la formule qui exprime la parallaxe de latitude est composée de deux parties. Mais la seconde est toujours très-petite & cette partie change de signe, ou devient additive quand la distance apparente de la lune au *nonagésime*, & sa distance apparente au pole élevé de l'écliptique, sont de différentes especes, l'une aiguë & l'autre obtuse ou de plus de 90 degrés. Ces parallaxes appliquées à la longitude & à la latitude vraie de la lune, donnent sa position apparente, dont on a besoin pour calculer une éclipse de soleil ou d'étoile par la lune. *Voyez* ÉCLIPSE. (*D. L.*)

NONES, dont le calendrier romain exprimoit le 7 dans les mois de mars, mai, juillet & octobre, le 5 dans les 8 autres mois. *Voyez* CALENDRIER.

NONIUS; nom d'une petite piece employée dans les divisions des instrumens de mathématique, on l'appele aussi VERNIER. *Voyez* INSTRUMENS.

NORD, ou septentrion; c'est le côté du pole arctique, où la partie du ciel opposée à celle où le soleil nous paroît à midi, ou dans le milieu du jour, dans nos climats septentrionaux.

NORMAL, adj. (*Géom.*): une ligne *normale*, en Géométrie, est ce que l'on appele autrement & plus ordinairement une *perpendiculaire*. *Voyez* PERPENDICULAIRE.

NOTATION, s. f. (*Géom.*) *en Arithmétique*;

Digitized by Google

l'art de marquer les nombres par les caracteres qui leur sont propres, & de les distinguer par leurs figures. *Voyez* NOMBRE & CHIFRE.

Le choix des caracteres arithmétiques est arbitraire; aussi sont-ils différens chez les différentes nations. Mais il n'y en a peut-être pas de si commodes que ceux dont nous faisons aujourd'hui usage en Europe, qu'on dit avoir été inventés par les Arabes, & qu'on appele par cette raison *chifres* ou *caracteres arabes*. Cependant, selon l'observation de Wallis, un auteur arabe en attribue l'invention aux Indiens. *Voyez* BINAIRE, DACTYLONOMIE & ECHELES ARITHMÉTIQUES.

Les Grecs, les Hébreux & les autres peuples de l'orient, aussi-bien que les Romains, marquoient leurs nombres par les lettres de leur alphabet. *Voyez* CARACTERE. (*Chambers.*) (*O*).

NOUVEAU, se dit *en Mathématique* de certaines parties de cette science, en comparant l'accroissement qu'elles ont reçu de modernes à l'état d'imperfection dans lequel les anciens nous les avoient transmises. *Voyez* les *articles* ANCIEN & MODERNE.

Nouvele Géométrie, *voyez* GÉOMÉTRIE.

Nouvele Astronomie, *voyez* ASTRONOMIE.

Nouveau style en *Chronologie* se dit de la nouvele maniere de compter les jours, depuis la réformation du calendrier. *Voyez* CALENDRIER.

NOUVELE LUNE, (*Astr.*); est le nom qu'on donne au commencement du mois lunaire, ou à l'état de la lune lorsqu'elle se trouve entre la terre & le soleil, & que sa partie obscure est tournée vers nous, de maniere que nous n'apercevons point cette planete: la lune est alors en conjonction avec le soleil. Les éclipses de soleil n'arivent que dans les *nouveles* lunes, lorsque la lune se trouve précisément entre la terre & le soleil; en sorte qu'elle cache à plusieurs des habitans de la terre, ou tout le disque du soleil, ou au moins une partie de ce disque. Il y a *nouvele* lune en général, quand cette planete se trouve avec la terre & le soleil dans un même plan perpendiculaire au plan de l'écliptique; mais lorsqu'elle est de plus dans la même ligne droite, ou à peu près, il y a éclipse de soleil. Les astronomes distinguent les *nouveles* lunes vraies, des *nouveles* lunes moyenes, qui sont indiquées par le calendrier des *épactes*, & les *nouveles* lunes écliptiques de celles qui ne sont que de simples conjonctions, dans lesquelles la lune peut être éloignée de cinq degrés du soleil.

La *nouvele* lune ou néoménie, se célébroit autrefois chez tous les peuples du monde. *Voyez* LUNE.

NOYAU, s. m. (*Astron.*); nom que quelques astronomes donnent au milieu des taches du soleil & des têtes des cometes, le *noyau* des taches du soleil est plus noir, celui des cometes est plus clair que les autres parties.

NOYER, v. act. (*hyd.*). On noie quelquefois un jet, en faisant passer l'eau au dessus de l'ajutage, ce qui en diminuant la hauteur le fait paroître plus gros, & blanc comme de la neige.

Quand on noie un bassin c'est pour nourir les glaises. On bouche alors la décharge de superficie. (*K*)

NUAGES, (*Astron.*) *nubeculæ*, le grand *nuage* & le petit *nuage*, espece de nébulosité qu'on appele aussi les *nubes de Magellan*, ou les *nubes du Cap*, parce qu'on les voit en approchant du détroit de Magellan ou du cap de Bonne-Espérance, dans l'hémisphere austral. Elles sont marquées dans les cartes de Bayer, entre l'hydre & la dorade; ces nébulosités ou blancheurs ressemblent à la voie lactée, mais on distingue quelques étoiles, comme dans la plupart des nébuleuses, *voyez* la Caille, *mém.* 1755, *page* 195. Le grand *nuage*, *nubecula major*, est situé dans le planisphere de la Caille, au dessus de la *montagne de la table*, vers l'étoile ρ, qui avoit en 1750, 76° 31′ 10″ d'ascension droite, & 71° 38′ 43″ de déclinaison australe. Le petite *nuage*, *nubecula minor*, n'a que des étoiles de 6e grandeur, dont une avoit 32e 26′ 45″ d'ascension droite, & 75° 40′ 15″ de déclinaison. (*D. L.*)

NUIT, (*Astron.*) sous l'équateur les *nuits* sont égales aux jours; sous le pole, la *nuit* dure la moitié de l'année. Le jour des équinoxes, les *nuits* sont égales aux jours dans tous les climats de la terre.

Dans l'hémisphere septentrional que nous habitons, les *nuits* sont plus grandes que les jours, depuis l'équinoxe d'autone jusqu'à celui du printemps, & les *nuits* sont plus courtes que les jours, depuis l'équinoxe du printemps jusqu'à celui d'autone.

Les plus grandes *nuits* de l'hémisphere septentrional arivent au solstice d'hiver, & les plus courtes au solstice d'été; c'est le contraire dans l'hémisphere méridional. *Voyez* GLORE.

Les anciens Gaulois & les anciens Germains, divisoient le temps, non par jours, mais par *nuits*; comme il paroît par différens endroits de Tacite & de Céſar; les Arabes font encore de même.

Les premiers Anglois Saxons avoient le même usage: dans un concile, tenu en Angleterre l'an 824, nous lisons: *Ibi finita & proscripta contentione coram episcopo post 30 noctes, illud juramentum ad Westminster deductum est.* De là sont venus les mots anglois, *sevennight*, *fortnight*, qui signifient *sept nuits*, *quatorze nuits*, *semaine*, *quinzaine*. (Chambers.) (*O*).

NUMÉRAL, adj. (*Arithm.*); c'est la même chose que *numérique*: *voyez* NUMÉRIQUE. On dit quelquefois l'Arithmétique *numérale* pour la distinguer de l'Arithmétique *littérale*. *Voyez* LITTÉRAL & ALGEBRE. (*E*).

NUMÉRATEUR, s. m. (*Arithm.*); c'est un nom que l'on donne au chifre supérieur d'une fraction: il indique quel nombre il faut prendre des parties dont la quantité est exprimée par le chi-

Digitized by Google

tre inférieur, que l'on nomme *dénominateur* : ainſi, $\frac{7}{10}$ eſt l'expreſſion de ſept dixiemes d'un tout quelconque. 7 eſt le *numérateur*, & 10 le *dénominateur* : le *dénominateur* marque que le tout eſt ſuppoſé diviſé en 10 parties ; & le *numérateur*, qu'il en faut prendre 7. *Voyez* FRACTION & DÉNOMINATEUR. (*E*).

NUMÉRATION, ſ. f. *en Arithmétique*, eſt l'art de prononcer ou d'eſtimer un nombre quelconque, ou une ſuite des nombres. *Voy.* NOMBRE.

On exprime ordinairement les neuf premiers nombres par les neuf caracteres ſuivans 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Quand on eſt arivé à dix, on recomence & on répete les mêmes chifres, qui pour lors expriment des dixaines.

Weigelius enſeigne comment on pouroit nombrer ſans paſſer le chifre 4, c'eſt-à-dire, en répétant ſeulement les chifres 1, 2, 3, 4 ; & M. Léibnitz, dans ce qu'il appeloit ſon *arithmétique binaire*, s'eſt ſervi de deux chifres 1, 0, ſeulement, pour exprimer toutes ſortes de nombres. Mais ces ſortes de manieres de calculer ſont plus curieuſes qu'utiles. *Voyez* BINAIRE.

Afin que les neuf caracteres numériques puſſent exprimer non ſeulement des unités, mais des dixaines, des centaines, des milles, *&c.* on leur a attribué une valeur locale, dépendante de la place où ils ſont ; ainſi, quand un chifre eſt ſeul, ou qu'il eſt le plus à la droite dans un nombre quelconque, il ſignifie des *unités* ; à la ſeconde place, il marque des *dixaines* ; à la troiſieme, des *centaines* ; à la quatrieme, des *mille*. *Voyez* NOTATION. (*Chambers.*)

Maintenant, pour exprimer ou lire un nombre qui eſt écrit, & pour aſſigner à chaque caractere ſa valeur propre, diviſez le nombre propoſé en commençant de la droite vers la gauche en pluſieurs claſſes de trois chifres chacune, ſéparées l'une de l'autre par des virgules : après quoi, on obſervera que les chifres contenus dans la premiere claſſe ou premier ternaire, en allant de la droite vers la gauche, n'expriment que des unités, des dixaines, & des centaines ſimples, ſans aucune autre dénomination ; dans la ſeconde claſſe, ce ſont des unités, des dixaines, des centaines de mille, la troiſieme exprime des millions, la quatrieme des billions, la cinquieme des trillions, & enfuite des quatrillions, des quintillions, des ſextillions, des ſeptillions, *&c.*

S'il falloit donc faire la *numération* ou énoncer la quantité 92,084,300,216,947, après l'avoir diſtinguée en claſſes ou en ternaires par des virgules, on diroit quatre-vingt-douze trillions, quatre-vingt-quatre billions, trois cents millions, deux cents ſeize mille, neuf cents quarante-ſept.

Il eſt à propos d'obſerver ici, 1°. que les chifres qui vont en augmentant de la droite vers la gauche, s'énoncent en allant de la gauche vers la droite ; en voyant les chifres 947, on ne dit pas ſept quarante-neuf cents, mais neuf cents quarante-ſept.

2°. Que la dénomination d'un ternaire ne ſe fait qu'après avoir énoncé le dernier chifre de ce ternaire, en allant de la gauche vers la droite : pour énoncer les chifres 347000, on ne dit pas trois cents mille quarante mille ſept mille, mais ſimplement trois cents quarante ſept mille ; parce que l'on ſuppoſe que la dénomination *mille* affecte les centaines & les dixaines, ainſi que les unités. (*E*)

Pour mettre en chifre un nombre propoſé, par exemple, trois cents quarante-un *millions* deux cents treize *mille* ſix cents vingt-deux, on écrira d'abord 341, puis à la droite 213, enfin 622. Cela eſt clair par ce qui précede ; car, puiſque tout nombre ſe diviſe en unités, en mille, en millions, *&c.* la difficulté ſe réduit à exprimer des centaines, des dixaines & des unités d'unités, de mille, de millions. Or, pour exprimer ces centaines, ces dixaines, il n'y a qu'à mettre d'abord le chifre qui repréſente les centaines, enſuite celui qui repréſente les dixaines, & qui ſera zéro, s'il n'y a point de dixaines, enfin celui qui repréſente les unités. En général, on voit que toute la difficulté de la *numération* ſe réduit à énoncer & à écrire un nombre compoſé de trois chifres, en ſe ſouvenant que, de trois en trois chifres, allant de droite à gauche, la dénomination change ; que les unités deviennent des mille, les mille des millions, ceux-ci des billions, *&c.* (*O*)

NUMÉRIQUE *ou* NUMÉRAL, adj. (*Arithm.*) ce qui a raport aux nombres. *Voyez* NOMBRE.

Le calcul *numérique* eſt celui qui ſe fert des nombres au lieu des lettres de l'alphabet. *Voyez* ALGEBRE & ARITHMÉTIQUE.

La différence *numérique* eſt la différence qui diſtingue un individu d'avec un autre.

Ainſi, on dit d'une choſe qu'elle eſt la même qu'une autre *numériquement*, ou du même *numéro*, lorſqu'elle eſt exactement la même qu'une autre dans le ſens le plus étroit qu'on puiſſe donner à ce *mot*. (*Chambers*).

NUMÉRIQUE, (*Géométrie*) ; exégeſe *numérique*. *Voyez* EXÉGESE.

NUTATION ou *déviation*, (*Aſtronom.*) ; mouvement apparent d'environ 18 ſecondes qu'on obſerve dans les étoiles fixes, par raport à l'équateur terreſtre par l'attraction de la lune. Dès que l'on eut une idée de l'attraction univerſele, on ne douta pas qu'il n'y eût dans l'axe de la terre, quelque balancement qui produiſoit une *nutation* apparente dans les poſitions des étoiles fixes. Flamſteed & Romer l'avoient dit formélement, & c'étoit une idée qui ſe préſentoit naturélement, en voyant que les anciens aſtronomes avoient admis déja une ſemblable *nutation* dans l'obliquité de l'écliptique.

Lorſque Bradley eut découvert l'aberration des étoiles, & leurs périodes annueles ; il s'aperçut que les retours n'étoient pas exactement les mêmes au bout d'un an ; il vit, en 1728, que le changement annuel de déclinaiſon dans les étoiles voiſines du colure des équinoxes, étoit plus grand

Digitized by Google

qu'il ne devoit réſulter de la préceſſion de 50″, calculée à la maniere ordinaire ; l'étoile *a* de la grande ourſe ſe trouva au mois de ſeptembre 1728 20″ plus au ſud que l'année précédente, quoiqu'il ne dût y avoir que 18″ ; il en réſultoit que la préceſſion des équinoxes avoit dû être de 55″ ½ au lieu de 50″, ſans que cette différence de 18″ à 20″ pût être attribuée à l'inſtrument, parce que les étoiles voiſines du colure des ſolſtices, ne donnoient point la même différence, *Philoſoph. tranſ.* 1728.

En général, les étoiles ſituées proche le colure des équinoxes, avoient changé de déclinaiſon d'environ 2″ plus qu'elles n'auroient fait par la préceſſion moyene des équinoxes, qui eſt très-bien connue ; & les étoiles voiſines du colure des ſolſtices moins qu'elles n'auroient dû faire ; mais ajoute Bradley, ſoit que ces petites variations viennent d'une cauſe réguliere, ou qu'elles ſoient occaſionées par quelque changement dans l'inſtrument, je ne ſuis pas encore en état de les déterminer. Cet habile aſtronome n'en fut que plus ardent à continuer ſes obſervations pour déterminer la période, & la loi de ces variations ; il demeura preſque toujours à Wanſted, juſqu'en 1732, qu'il fut obligé d'aller à Oxford, pour remplacer Halley ; il continua d'obſerver avec la même exactitude toutes les circonſtances de changemens de déclinaiſon ſur un grand nombre d'étoiles. Chaque année, il voyoit les périodes de l'aberration ſe rétablir ſuivant les regles qu'on a vûes au *mot* ABERRATION ; mais, d'une année à l'autre, il y avoit d'autres différences, les étoiles ſituées entre l'équinoxe du printemps & le ſolſtice d'hiver, ſe trouvoient être plus près du pole boréal, les étoiles oppoſées s'en étoient éloignées, il commença de ſoupçoner que l'action de la lune ſur l'équateur, c'eſt-à-dire, ſur la partie la plus relevée du ſphéroïde terreſtre, pouvoit cauſer une variation ou un balancement dans l'axe de la terre ; ſon ſecteur étant demeuré fixe à Wanſted, il continua d'y venir obſerver ſouvent ; & il s'eſt trouvé en état, en 1747, de prononcer ſur la cauſe de ce phénomene ; nous allons rendre compte de cette nouvele découverte d'après Bradley lui-même. *Phil. tranſ.* 1748.

En 1727, le nœud aſcendant de la lune concouroit avec l'équinoxe du printemps, de ſorte que la lune s'écartoit de l'équateur dans ſes plus grandes latitudes de 28° ½ ; en 1736, le nœud aſcendant s'étant trouvé dans l'équinoxe de la balance, la lune ne pouvoit plus s'écarter de l'équateur que de 18° ½, de ſorte que ſon orbite étoit plus éloignée de l'équateur de 10° en 1727, qu'en 1736, ce qui rendoit ſon attraction plus ſur la partie relevée de l'équateur terreſtre, car plus un corps eſt attiré de côté, plus ſon mouvement latéral eſt ſenſible.

Bradley obſerva en 1727, par le changement de déclinaiſon des étoiles voiſines du colure des équinoxes, que la préceſſion des équinoxes étoit plus grande que la moyene, & cependant les étoiles ſituées proche le colure des ſolſtices, paroiſſoient ſe mouvoir d'une maniere contraire aux effets de cette augmentation, les étoiles oppoſées en aſcenſion droite, étoient affectées de la même maniere ; γ du dragon, & la 35ᵉ étoile de la girafe avoient éprouvé le même changement en déclinaiſon, l'une vers le nord, l'autre vers le ſud ; cela s'acordoit très-bien avec une *nutation* de l'axe de la terre, qui doit évidemment produire la même différence ſur les étoiles oppoſées en aſcenſion droite.

En 1732, le nœud de la lune avoit rétrogradé juſqu'au ſolſtice d'hiver ; alors les étoiles ſituées proche le colure des équinoxes parurent changer leur déclinaiſon ſuivant la préceſſion de 50″ ; dans les années ſuivantes ce changement diminua juſqu'en 1736, que le nœud aſcendant parvient à l'équinoxe de la balance.

Les étoiles ſituées vers le colure des ſolſtices changerent de déclinaiſon depuis 1727 juſqu'en 1736 de 18″, moins que n'exigeoit la préceſſion de 50″, de ſorte que le pole du monde ou l'axe de la terre, avoit éprouvé un déplacement ou une *nutation* de 18″, pendant une demi-révolution des nœuds de la lune, & Bradley en avertit, en 1737, les aſtronomes françois, qui avoient fait le voyage de Laponie pour la figure de la terre, & qui avoient beaucoup à calculer.

En 1745, au bout de dix-huit ans, les nœuds de la lune étant revenus à leur premiere ſituation, les étoiles reparurent toutes aux mêmes points, ayant égard à la *préceſſion* des équinoxes : on vit les mêmes phénomenes qu'en 1727, & Bradley ne douta plus que la *nutation* de l'axe terreſtre n'en fût la véritable cauſe.

Machin habile géometre, & ſecrétaire de la ſociété royale de Londres, à qui il envoya ſes conjectures, vit bientôt qu'il ſuffiſoit pour expliquer, & la *nutation* & le changement de la préceſſion, de ſuppoſer que le pole de la terre décrivoit un petit cercle, comme les anciens l'avoient déja ſuppoſé pour d'autres phénomenes ; il donna 18″ au diametre de ce cercle, & ſuppoſa qu'il étoit décrit par le pole dans l'eſpace d'une révolution des nœuds de la lune ; l'on expliquoit par-là, & le changement de la préceſſion annuele, tel que les étoiles voiſines du colure des équinoxes l'avoient indiqué, & la *nutation* de l'axe de la terre, démontrée par les étoiles voiſines du colure des ſolſtices.

Ainſi, l'hypotheſe que Machin employa pour expliquer les obſervations de Bradley, conſiſtoit à ſuppoſer que le pole de la terre, décrivoit un cercle de 18″ de diametre dans l'eſpace de 18 ans, par un mouvement rétrograde. Soit *E*, le pole de l'écliptique, *Fig.* 138, *Pl. d'Aſtron.*, *P* le pole de l'équateur qui en eſt éloigné de 23° ½, & autour du point *P* un petit cercle *B R D V*, dont le rayon *P R* ou *P V* ſoit de 9″ ; au lieu du point *P*, qui eſt le lieu moyen du pole, on ſuppoſe que le vrai pole ſoit en *R*, lorſque le nœud eſt dans l'équinoxe du printemps ſur les

Digitized by Google

colures des équinoxes PB, & que le pole continue de ſe mouvoir de R en B, de la même maniere que le nœud : en ſorte que quand le pole eſt en O, l'arc RO ſoit égal à la longitude du nœud de la lune, le lieu du vrai pole ſera toujours plus avancé de 3 ſignes en aſcenſion droite dans le cercle RBV, que le lieu du nœud de la lune dans l'écliptique ; & le pole ſera en D, lorſque le nœud ſera du côté de R dans le cancer. Puiſque le pole rétrograde de A en B, il doit ſe raprocher des étoiles qui ſont dans le colure PB, des équinoxes ; de ſorte que la préceſſion en paroîtra plus grande, parce qu'elle occaſionera dans les étoiles qui ſont ſur le colure des équinoxes, un changement de déclinaiſon plus grand de 9″ qu'il ne devoit être, & cela dans l'eſpace de 4 ans & 8 mois, que le nœud emploîra à venir du bélier au capricorne, & le pole à venir de R en B, en même temps le pole paroîtra s'être approché des étoiles qui ſont vers le ſolſtice d'hiver, ou du côté de E, telles ſont en effet les circonſtances que Bradley avoit obſervées.

Le premier effet de la *nutation* eſt donc une augmentation de neuf ſecondes, dans l'obliquité de l'écliptique, lorſque le nœud de la lune eſt dans le bélier comme en 1764. La *nutation* change également les longitudes, les aſcenſions droites & les déclinaiſons des aſtres ; il n'y a que les latitudes qui n'en ſont point affectées. Soit MLQ, *Fig.* 137, l'écliptique, MRN l'équateur & un aſtre en K; ſi l'équateur prend la ſituation LNI, en ſorte que l'angle N ſoit de 9″, que le point équinoxial ſoit en L, l'étoile K répondra au point V de l'équateur. L'obliquité de l'écliptique changera de la quantité $ZI = 9''$ ſin. NZ, ou 9″ multipliées par le co-ſinus de la longitude du nœud, qui eſt égale à MN, la *nutation* en longitude ML ſera $9'' \frac{\text{ſin. } NR}{\text{ſin. } M}$. Cette équation des points équinoxiaux s'emploie dans les tables du ſoleil, & dans les calculs de toutes les planetes; la *nutation* en déclinaiſon $VY = 9''$ ſin. TN; & la *nutation* en aſcenſion droite $= MR + DY = 9'' \frac{\text{ſin. } NR}{\text{tang. } M} + 9''$ tang. TK co-ſ. TN; l'arc TN & l'aſcenſion droite de l'aſtre K, moins la longitude du nœud de la lune ; ces formules ſont démontrées plus au long dans mon ASTRONOMIE.

La théorie & les obſervations, ont fait voir qu'au lieu de faire parcourir un cercle au pole du monde, il valoit mieux employer une ellipſe RQV. Soit O, le lieu du pole dans le cercle que nous avions d'abord employé, l'on ſuppoſe que le lieu M dans l'ellipſe, ſoit ſur la perpendiculaire NMO ; & que le raport entre les axes RP & PQ, ſoit celui de 9″ a 6″,7, comme on le déduit des formules de M. d'Alembert, dans ſes *recherches ſur la préceſſion des équinoxes*. NM eſt à NO, dans le même raport, donc 9″ à 6″,7, comme la tangente de NPO ou de la longitude du nœud, eſt à la tangente de NPM, égale à la longitude du nœud corrigée, & telle qu'il faut l'employer dans les formules précédentes, pour la valeur de MN; connoiſſant l'angle NPM, l'on dira la ſécante de l'angle NPO eſt à la ſécante de NPM, comme PO eſt à PM, ou ce qui eſt plus commode, co-ſ. NPM: co-ſ. NP:: PO: PM; car les ſécantes ſont en raiſon inverſe des co-ſinus ; le lieu vrai du pole en M, eſt donc déterminé par l'angle RPM qu'il faut employer à la place de RPO; & par la longueur PM qui doit ſervir de baſe aux calculs des équations précédentes, dans leſquelles nous avions employé $PO = 9''$.

Ainſi, pour calculer la *nutation* dans l'ellipſe, il faut diminuer la diſtance des poles, & employer PM au lieu de PO ; il faut auſſi corriger la longitude du nœud ou l'angle RPO, en retranchant l'angle MPO, qui peut aller à 8° 26′, car l'arc TN, *Fig.* 137, que nous avons employé pour calculer la *nutation*, doit être corrigé de la même quantité.

Ainſi, la *nutation* en longitude dans l'ellipſe ſe calcule, en multipliant la diſtance des poles PM par le ſinus de l'angle NPM, c'eſt-à-dire, de la longitude du nœud corrigée, & l'on diviſe le produit par le ſinus à PE ou de 23° 38′.

Pour la premiere partie de la *nutation* en aſcenſion droite dans l'ellipſe, on ajoute le logarithme de la tangente de la déclinaiſon de l'étoile, celui de la diſtance des poles, & celui du co-ſinus de la différence entre l'aſcenſion droite de l'étoile, & celle du nœud corrigé.

La *nutation* en déclinaiſon ſe trouve en multipliant la diſtance des poles par le ſinus de l'aſcenſion droite de l'étoile, moins la longitude du nœud corrigée. La table de l'équation de l'obliquité de l'écliptique eſt la ſeule qui n'exige aucune correction pour la diſtance des poles : en effet, ſoit que le pole ſoit en O, *Fig.* 138, ou en M, l'obliquité de l'écliptique eſt toujours égale à EN ou EM; ainſi, la table eſt également bonne pour le cercle & pour l'ellipſe.

J'ai donné des tables de *nutation* pour un grand nombre d'étoiles, dans les différens volumes de la connoiſſance des temps de 1760, juſqu'à 1774, & des tables générales de *nutation* dans le *recueil* que j'ai publié en 1759, à la ſuite des tables des planetes de Halley ; il y en a d'autres dans le recueil du P. Mezger, que j'ai cité au *mot* ABERRATION.

La *nutation* de l'axe de la terre qui produit ces phénomenes, vient de la figure de la terre, qui n'eſt pas exactement ſphérique, & ſur laquelle l'action de la lune & du ſoleil eſt un peu différente, ſelon les ſituations où ces deux aſtres ſont par raport à nous. Car la terre n'étant pas un globe parfait, la force qui réſulte de l'action de la lune & du ſoleil ſur elle, ne paſſe pas tou-

Digitized by Google

jours exactement par le centre de gravité de la terre, & par conséquent elle doit produire dans ſon axe un petit mouvement de rotation. M. d'Alembert a démontré en 1749, dans ſes *recherches ſur la préceſſion des équinoxes*, que ce phénomene eſt en effet une ſuite de la théorie, que cette *nutation* doit être d'environ 18", qu'elle dépend preſqu'entiérement de l'action de la lune, & de la poſition de ſon orbite, ainſi que l'inégalité dans la préceſſion des équinoxes, & comme la *nutation* vient preſqu'uniquement de la lune, au lieu que la préceſſion vient de la lune & du ſoleil; il tire de là une méthode pour déterminer la maſſe de la lune. *Voyez* auſſi la ſeconde partie de ſes *Recherches ſur le ſyſtême du monde*. (*D. L.*)

NYCHTHEMERON, ſ. m. (*Aſtron.*); c'eſt le nom que les Grecs donnoient au jour naturel, ou au temps de la révolution diurne & apparente du ſoleil autour de la terre: ce mot eſt formé des deux mots grecs νὺξ *nuit*, & ἡμέρα *jour*, parce que le temps d'une révolution entiere du ſoleil autour de la terre, renferme la nuit & le jour. (*O*).

OBÉLISQUES,

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

3 9015 01471 4565

Digitized by Google

3 9015 01471 4565

Digitized by Google